

فصل اول

مؤلف:
گروه ریاضی استان خوزستان

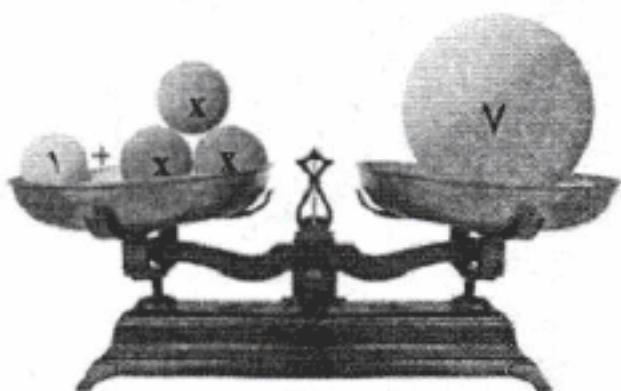
فعالیت



با توجه به شکل زیر یک معادله طرح کبد و ریشه آن را باید.

$$1 + 3x = 7$$

$$3x = 7 - 1 \Rightarrow \frac{3x}{3} = \frac{6}{3} \Rightarrow x = 2$$



امس

یک حواصیل خاکستری دسته‌ای از حواصیل‌های سفید را در جنگل حرا[°] در جزیره قشم دید. به یکی از آنها گفت: اجازه می‌دهید من هم در گروه شما باشم و با شما پرواز کنم؟

مولف:
گروه ریاضی استان خوزستان



یکی از آنها پاسخ داد: اگر معنای زیر را حل کنی، تو هم در گروه ما خواهی بود و ادامه داد:
«ما و ما و نصف ما و نصفه‌ای از نصف ما، گر تو هم با ما شوی، ما جملگی صد می‌شویم». لطفاً به برندۀ کمک کنید تا عدداد برندگان گروه را تعیین کند و عضوی از گروه آنها باشد.
اگر «ما» را x فرض کیم:

نصفه‌ای از دوستی ما:

$$\frac{1}{2}x = \frac{1}{2}x$$

$$\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}x + 1 = 100 \quad | \cdot 4 \Rightarrow 4x + 4 = 400 \Rightarrow x = 99$$

$$x = \frac{99}{4} \Rightarrow x = \frac{99 \times 4}{4} \Rightarrow x = 34$$

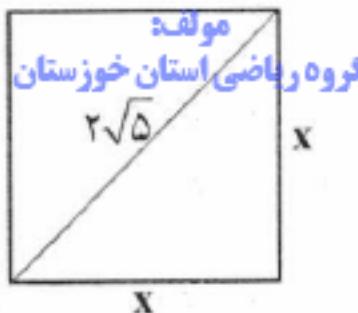
آیا معادله به دست آمده، درجه اول است؟ چرا؟ چون $\frac{99}{4}$ توان (درجه) صغری‌تر ($*$) برابر است.

ضرایب a و b کدام‌اند؟ $\frac{1}{4}x - 99 = 0$

$\frac{1}{4}x = 99$

۵ شرحی از معرفت و شرافت آن جنگل در منحصه بعد آمده است.

- محیط مربعی را به دست آورید که قطر آن $2\sqrt{5}$ باشد.



$$x^2 + x^2 = (2\sqrt{5})^2$$

به کمک رابطه فیثاغورث داریم:

بنابراین:

$$2x^2 = 20 \Rightarrow x^2 = 10 \Rightarrow x = \pm\sqrt{10}.$$

پس اندازه هر ضلع مربع با در نظر گرفتن این که اندازه ضلع مثبت است، برابر $\sqrt{10}$ است و
محیط مربع فوق برابر است با:

$$p = 4x \Rightarrow p = 4\sqrt{10}.$$

معادله $2x^2 = 20$ را یک معادله درجه دوم می نامیم.

۱. عددی را باید که مربع آن، ۲ برابر خود همان عدد باشد.

اگر عدد مورد نظر x فرض نشود، مربع همان عدد برابر x^2 و سه برابر همان عدد برابر $3x$ است که باید دو عبارت با یکدیگر برابر باشند. یعنی:

$$\dots x^2 = 3x \quad *$$

و

جواب‌های این معادله را می‌توانید حدس بزنید؟ آیا این معادله بیش از یک جواب دارد؟ پله
از میان مقادیر زیر کدام یک می‌تواند جواب معادله باشد؟ چرا؟ **چون معادله * را پسی ساری درست عددی تبدیل نموده.**

$$x=3, \quad x=4, \quad x=-3, \quad x=1, \quad x=0$$

توجه: به جز روش حدس، برای حل معادله فوق از روش تجزیه نیز می‌توانیم استفاده کنیم:

$$x^2 - 3x = 0 \Rightarrow x(x-3) = 0 \Rightarrow x=0 \quad \text{با} \quad x=3 \dots$$

$$x=0 \quad \text{با} \quad x-3=0$$



بادآوری:
اگر $a \times b = 0$ باشد
نتیجه می‌گیریم:
 $b = 0$ یا $a = 0$

معادله درجه دوم، معادله‌ای به شکل $ax^2 + bx + c = 0$ است که در آن $a \neq 0$ ضریب x^2 ، b ضریب x و c عدد ثابت است.

$$(شال) \quad 3x^2 - \sqrt{7}x + \frac{1}{3} = 0$$

$$\downarrow \quad \quad \quad \downarrow \quad \quad \quad \downarrow$$

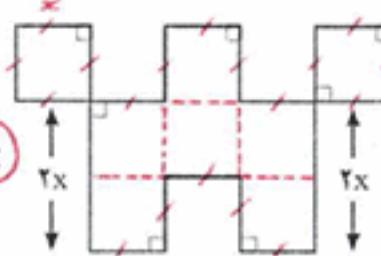
$$a=3 \quad b=-\sqrt{7} \quad c=\frac{1}{3}$$



عددی بروان راحد (جون رولن جیوفوت من)
دستی برای تقریب شدن جواب
هم واحد نیستند)

۲. در شکل زیر طول تمام پاره خط‌ها به جز دو پاره خط مشخص شده در شکل برابر x است. اگر اندازه مساحت شکل برابر با اندازه محیط آن باشد، مقدار x را به دست آورید.

$$(مساحت) \times (مرجع) = مبلغ (x) \quad \text{مساحت شکل} \\ 1x = \text{مساحت شکل}$$



$$8x^2 = 22x \quad \Rightarrow \text{اندازه محیط شکل} = \text{اندازه مساحت شکل}$$

$$(مساحت) \times (درجهی درجه) = مساحت شکل \quad \text{مساحت شکل}$$

$$8x(2x - 11) = 0 \rightarrow x = 0 \quad \text{غایق} \quad \boxed{x = \frac{11}{2}}$$

$$\frac{8x}{2} = \frac{11}{2} \quad \text{کوچک شوند} \quad \frac{8x}{2} = \frac{11}{2}$$

$$\boxed{x = \frac{11}{4}}$$

بادآوری:
کی ضلع ضریب خودش = مساحت مرتع
(کی مبلغ)

کی مبلغ اضلاع = مساحت شکل

مولفه گروه ریاضی استان خوزستان

کار در کلاس



نیما از پسرعمویش کیان سه سال بزرگ‌تر است. اگر حاصل ضرب سن این دو 40 باشد، پسرعموی کوچک‌تر چند سال دارد؟

$$\begin{aligned} \text{سن نیما} &= x + 3 \\ \text{سن نیما} &= x - 3 \end{aligned}$$

اگر سن نیما برابر x باشد، طبق فرض مسئله، سن کیان برابر $x+3$ است. بنابراین:

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad x - 3 &= 5 \\ x \times (x+3) &= 40 \\ \textcircled{2} \quad x = 8 & \quad x = 5 \end{aligned}$$

آیا می‌توانید جواب‌های معادله فوق را حدس بزنید؟ این معادله از درجه چند است؟ از درجه ۲

این معادله چند جواب دارد؟ آیا عدد منفی هم در معادله صدق می‌کند؟ این جواب در این سؤال معنی دارد؟ خیر، -5 غیرقابل قبول است، حین سن نیما از عدد صدق نماید.

$$\begin{aligned} \text{سن} &= 8 \\ x &= 8 - 3 = 5 \end{aligned}$$



پلر (س)

هر کدام از عبارت‌های زیر را به یک معادله تبدیل کنید.

۱) الف) عددی را باید که پنج برابر آن به علاوه ۲، مساوی سه برابر آن عدد ۲ باشد.

$$5x + 2 = 3x - 2$$

عدد را x در نظر می‌گیریم

ب) مرعع عددی برابر با همان عدد به علاوه عدد یک است.

$$x^2 = x + 1$$

عدد را x در نظر می‌گیریم

۲) در یک کارخانه حقوق یک مهندس، دو برابر یک فنورز (تکنسین) و $\frac{2}{3}$ مدیر بخش خود است.

قسمت تولید این کارخانه ۳ مدیر بخش، ۸ مهندس و ۱۲ فنورز دارد. مدیر عامل کارخانه برای این قسمت ماهیانه $55/5$ میلیون تومان حقوق پرداخت می‌کند. حقوق یک فنورز در این کارخانه ماهیانه چقدر است؟

$$\text{حقوق مهندس} = x$$

$$3 \times \frac{3}{2}x + 8x + 12 \times \frac{x}{2} = 55,500,000$$

$$\text{فنورز} = \frac{x}{2}$$

$$\frac{9x}{2} + 14x = 55,500,000 \Rightarrow 37x = 111,000,000$$

$$\text{مدیر بخش} = \frac{3}{2}x$$

$$1/500/000 \leftarrow \text{فنورز} = 3/000/000 \text{ مهندس}$$

۳) با توجه به پیش‌بینی درخواست بازار آهن، کارخانه ذوب آهن اصفهان از روز شنبه هر روز تولید خود را دو برابر کرده است. در پایان روز چهارشنبه تولید فولاد به سقف ۶۴ هزار تن رسیده است. مجموع تولید فولاد در این پنج روز چقدر بوده است؟ اختلاف تولید در پایان روز شنبه با تولید فولاد در پایان روز چهارشنبه چقدر است؟

$$2 \times 4x = 8x \quad \text{دو شنبه} \quad 2(2x) = 4x \quad \text{یکشنبه} \quad x \quad \text{شنبه}$$

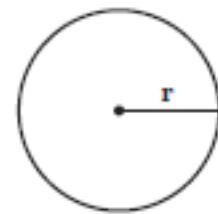
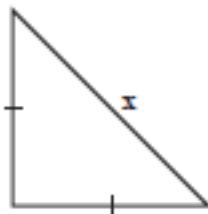
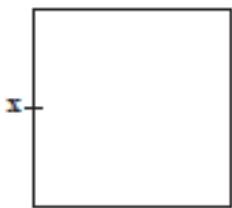
$$2 \times 8x = 16x \quad \text{پایان روز چهارشنبه} \quad 16x = 64,000$$

$$x = \frac{64,000}{16} = 4,000$$

$$2x + 4x + 8x + 16x = 31x = 31 \times 4,000 = 124,000$$

$$\text{تن بوده چهارشنبه} = 64,000 - 4,000 = 60,000$$

۴ اگر مجموع مساحت‌های سه شکل زیر برابر ۷ باشد طول ضلع مربع را باید.



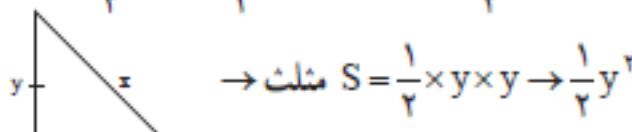
$$r = \frac{1}{\sqrt{2n}} x$$

$$7 = \text{مساحت دایره} + \text{مساحت مثلث} + \text{مساحت مربع}$$

$$7 = \text{مساحت دایره} + \text{مساحت مثلث} + \text{مساحت مربع}$$

جواب :

$$x^2 + \frac{1}{4}x^2 + \frac{x^2}{2} = 7 \rightarrow \frac{4x^2 + x^2 + 2x^2}{4} = 7$$



$$\rightarrow S = \frac{1}{2} \times y \times x \rightarrow \frac{1}{2}y^2$$

$$\text{مساحت دایره} = \pi r^2$$

$$S = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2}x^2 \right)$$

$$= \pi \times \left(\frac{1}{\sqrt{2n}} x \right)^2 = \frac{\pi \times x^2}{2\pi} = \frac{x^2}{2}$$

$$2y^2 = x^2$$

قضیه فیثاغورث

$$y^2 = \frac{1}{2}x^2$$

$$7x^2 = 28 \rightarrow x^2 = 4 \rightarrow x = 2$$

۵ حروف الفبای فارسی (الف تا ی) را به ترتیب ۱ تا ۳۲ شماره گذاری کرده‌ایم هر حرف بدون نقطه با شماره از ۱ تا ۲۲ مشخص می‌شود. حروف نقطه ax^n که در آن a شماره حرف الفبا و n تعداد نقطه مورد نظر است،

حال با توجه توضیح فوق

الف) جدول زیر را کامل کنید.

الگوی ریاضی معادل آن	کلمه به زبان فارسی
$1+2x$	آب
$3x^2+1$	با
$11x+12+3x^2$	ذرت

ب) الگوی ریاضی معادل کلمه پامبر رحمت را مشخص کنید.

پ م ح ر ر ب م ا ی ب

$$2x^2 + 32x^2 + 1 + 28 + 2x + 12 + 8 + 28 + 4x^2$$

۶ اگر در یک قالی با ابعاد $2/1 \times 2/8$ تعداد گره‌های قالی $5/880/000$ عدد باشد.

الف) این قالی چند رج دارد؟

$$\frac{2/8 \times 2/1}{0/07 \times 0/07} = \frac{5/88}{0/0049} = 1200$$

$$1200 \cdot x = 5/880/000 \rightarrow x = \frac{5/880/000}{1200} = \sqrt{4900} = 70$$

ب) اگر برای هر گره 1cm نخ قالی یا همان خامه قالی استفاده شود در این قالی چند متر نخ قالی استفاده شده است؟

$$5/880/000 \text{ سانتی متر که برابر با } \frac{5/880/000}{100} = 5880 \text{ متر}$$

پ) یک قالی باف حرفه‌ای در یک روز می‌تواند 6000 گره قالی یافد اگر این قالی باف 5 روز در هفته کار کند برای اتمام این قالی چند هفته باید کار کند؟

$$6000 \times 5 = 30000 \quad \text{گره قالی در هفته}$$

$$30000 \cdot x = 5/880/000 \rightarrow x = \frac{5/880/000}{30000} = 196$$

ت) اگر این قالی باف برای خرید مواد اولیه قالی شامل تار و پود و نخ قالی و... پنج میلیون و ششصد هزار تومان هزینه کرده باشد و بتواند در پایان بافت قالی، آن را به قیمت 25 میلیون تومان بفروشد، این قالی باف برای هر هفته کار خود چه دستمزدی دریافت کرده است؟

$$25/000/000 - 5/600/000 = 29/400/000$$

$$29/400/000 \cdot x = 196 \rightarrow x = \frac{196}{29/400/000} = 15000 \text{ تومان}$$

مؤلف:
گروه ریاضی استان خوزستان

$$(2x + \frac{1}{2})^2 = 4x^2 + 4x + \frac{1}{4}$$

(الف) اعداد مربع ۲ جمله‌ای

$$(x - 2y)(x + 2y) = x^2 - 4y^2$$

(ب) اعداد مزدوج

$$\left(x - \frac{2}{x}\right)^2 = x^2 - 4 + \frac{4}{x^2}$$

(ث) اعداد مربع ۲ جمله‌ای

اسطلاح نامه

طرف دوم تساوی‌های زیر را به کمک اتحادهای خوانده شده کامل کنید:

(الف) $(x + 2y)^2 = \dots + 12xy + \dots x^2 y^2 \rightarrow (2xy)^2$

(ب) $(2 + 3xy)^2 = \dots + \dots + 9x^2 y^2$

(ج) $x^2 - 12x + 12 = (x - \alpha)(x - \beta)$

(د) $x^2 - 4x + 4 = (x - \gamma)(x - \delta)$

جمله مترک جمع عبارت مترک دو جمله مترک

$$(-4 - 2) \times x = -6x$$

نهیه گنندۀ:

با استفاده از اتحادهای بالا معادلات زیر را حل کنید:

$$\left. \begin{array}{l} \text{مولف:} \\ \text{کروه ریاضی لستان خوزستان} \\ \text{X} + 2X - 1 = 0 \\ a+b \quad ab \\ -F \otimes +1 = -3 \\ -F \oplus +1 = -3 \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} F \otimes +1 = -3 \checkmark \\ +F \otimes -1 = -4 \checkmark \\ +F \oplus -1 = +3 \checkmark \\ +F \oplus -2 = 0 \end{array}$$

از اتحاد یک جمله مشترک، تساوی را تجزیه کنید:

$$\Rightarrow (x - 1)(x + 4) = 0$$

$$\Rightarrow (x - 1) \dots = 0 \quad \text{یا} \quad (x + 4) = 0 \Rightarrow x = 1 \dots \quad \text{یا} \quad x = -4 \dots$$

$$2) 4x^2 - (2-x)^2 = 0$$

$$(2x)^2$$

با استفاده از اتحاد ~~مربوط~~ عبارت جبری سمت چپ تساوی را تجزیه می‌کنیم:

$$(2x - (2-x))(2x + (2-x)) = 0 \Rightarrow (4x - 2)(2x + 2) = 0 \Rightarrow x = \frac{2}{4} \quad x = -2$$

$$\begin{array}{l} 4x - 2 = 0 \quad |+2 \quad | :4 \\ \cancel{4x} = \cancel{2} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 2x + 2 = 0 \quad |-2 \quad | :2 \\ \cancel{2x} = \cancel{2} \end{array}$$

ام

$$\text{أ) } 2x^2 - 8 = 0 \rightarrow 2(x^2 - 4) = 2(x-2)(x+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \end{cases}$$

$$\text{ب) } (x+2)(x-2) = x^2 - 4 \rightarrow x^2 - x - 6 - x + 2 = 0 \Rightarrow x^2 - 4x - 2 = 0 \Rightarrow (x-2)(x+1) = 0 \quad \begin{cases} x = 2 \\ x = -1 \end{cases}$$

$$\text{ج) } (x+2)(x-2) - (x-2) = 0$$

$$(x-2)[x+2-1] = (x-2)(x+1) = 0$$

$$\text{د) } x^2 - 2x = 0 \rightarrow x^2(x-2) = 0 \Rightarrow x^2(x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2}) = 0$$

$$x^2 = 0 \Rightarrow x = 0$$

$$x^2 = 2$$

$$x = \sqrt{2}$$

$$x = -\sqrt{2}$$

$$\text{هـ) } x^2 = x - \frac{1}{4} \rightarrow x^2 - x + \frac{1}{4} = 0 \rightarrow x^2 - 2(\frac{1}{4}x) + (\frac{1}{4})^2 = 0$$

$$(x - \frac{1}{2})^2 = 0 \rightarrow x - \frac{1}{2} = 0 \rightarrow x = \frac{1}{2}$$

$$\text{وـ) } 2x^2 - 8x = 0 \rightarrow 2x(x-4) = 0 \rightarrow 2x = 0 \rightarrow x = 0 \quad \text{لـ) } x-4 = 0 \rightarrow x = 4$$

$$\text{زـ) } x^2 - 5x + 6 = 0 \rightarrow (x-2)(x-3) = 0$$

$$x-2 = 0 \quad \text{لـ) } x-3 = 0$$

$$x=2 \quad \text{لـ) } x=3$$

$$\text{عـ) } \frac{x^2}{3} = x \rightarrow \frac{x^2}{3} - x = 0 \rightarrow x(\frac{x}{3} - 1) = 0 \quad \boxed{x=0} \quad \text{لـ) } \frac{x}{3} - 1 = 0 \rightarrow \frac{x-3}{3} = 0 \rightarrow x-3 = 0 \rightarrow \boxed{x=3}$$

$$\text{زـ) } x^2 = 5 - x^2 \rightarrow 2x^2 - 5 = 0 \rightarrow 2x^2 = 5 \rightarrow x^2 = \frac{5}{2} \rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{5}{2}}$$

$$(\sqrt{5}x - \sqrt{5})(\sqrt{5}x + \sqrt{5}) = 0 \rightarrow \sqrt{5}x - \sqrt{5} = 0 \rightarrow x = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$$

$$\sqrt{5}x + \sqrt{5} = 0 \rightarrow x = -\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$$

$$\text{رـ) } x^2 + 4x + 4 = 0 \rightarrow x^2 + 2(2x) + (2)^2 = 0 \rightarrow (x+2)^2 = 0 \rightarrow x+2 = 0 \Rightarrow x = -2$$

$$\text{دـ) } 4x^2 + 3x - 2 = 0 \quad \text{لـ) } (3x)^2 + 1(3x) - 2 = 0 \quad \text{رـ) } (3x+2)(3x-1) = 0$$

$$3x+2 = 0 \rightarrow 3x = -2 \rightarrow x = -\frac{2}{3}$$

$$3x-1 = 0 \rightarrow 3x = 1 \rightarrow x = \frac{1}{3}$$

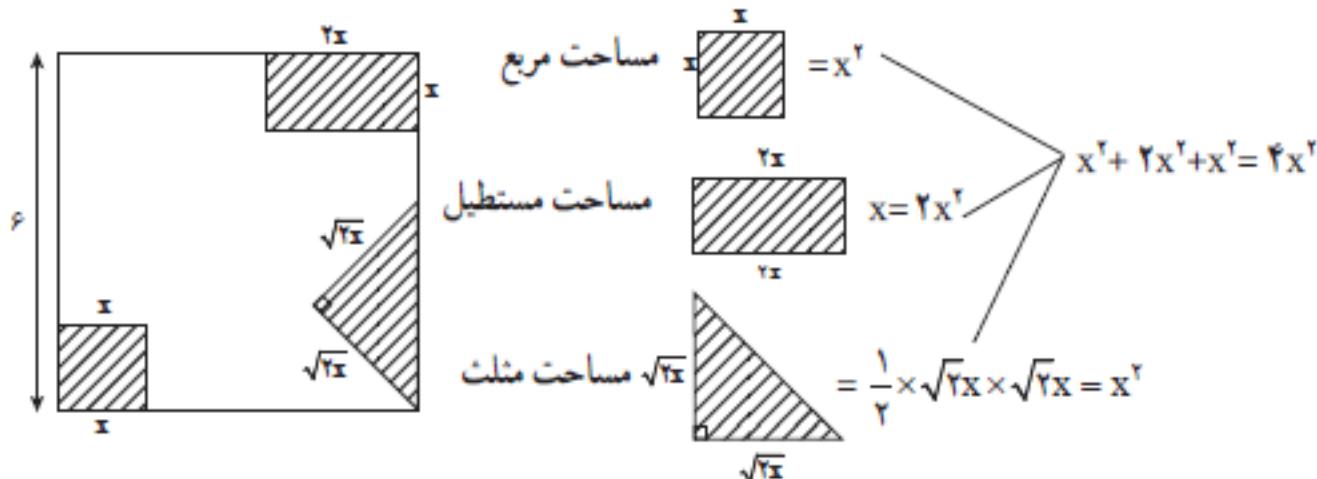
$$\text{ذـ) } (x-2)^2 = 4 \rightarrow (x-2)^2 - 4 = 0 \rightarrow [(x-2)-2][(x-2)+2] = 0 \rightarrow (x-4)(x-1) = 0$$

$$x-5 = 0 \rightarrow x=5$$

$$\text{لـ) } x-1 = 0 \rightarrow x=1$$

۲ از مربعی به ضلع ۶cm سه شکل زیر بریده شده است، مساحت باقی مانده ۲۴cm² است. طول ضلع کوچک بریده شده چقدر است؟

$$\text{مساحت مربع} = 6 \times 6 = 36$$



$$36 - 4x^2 = 0 \rightarrow (9 - 4x)(9 + 4x) = 0$$

$$9 - 4x = 0 \rightarrow x = \frac{9}{4}$$

چون طول ضلع است نمی تواند منفی باشد. \rightarrow غ.ق.ق.

۳ معادله درجه دومی بنویسید که $x=2$ و $x=3$ جواب های آن باشد. آیا این معادله منحصر به فرد است؟ چرا؟

$$x=2 \rightarrow x-2=0$$

$$x=3 \rightarrow x-3=0 \Rightarrow (x-2)(x-3)=0$$

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

خبر، می توان این معادله را در هر عدد ثابت ضرب کرد مثل:

$$2x^2 - 10x + 12 = 0 \quad \leftarrow 2$$

$$-3x^2 + 15x - 18 = 0 \quad \leftarrow 3$$

۴ معادله درجه دومی بنویسید که $x=1$ ریشه مضاعف آن باشد. آیا این معادله منحصر به فرد است؟

$$x=1 \rightarrow (x-1)=0 \Rightarrow (x-1)^2=0$$

$$x=1 \rightarrow (x-1)=0$$

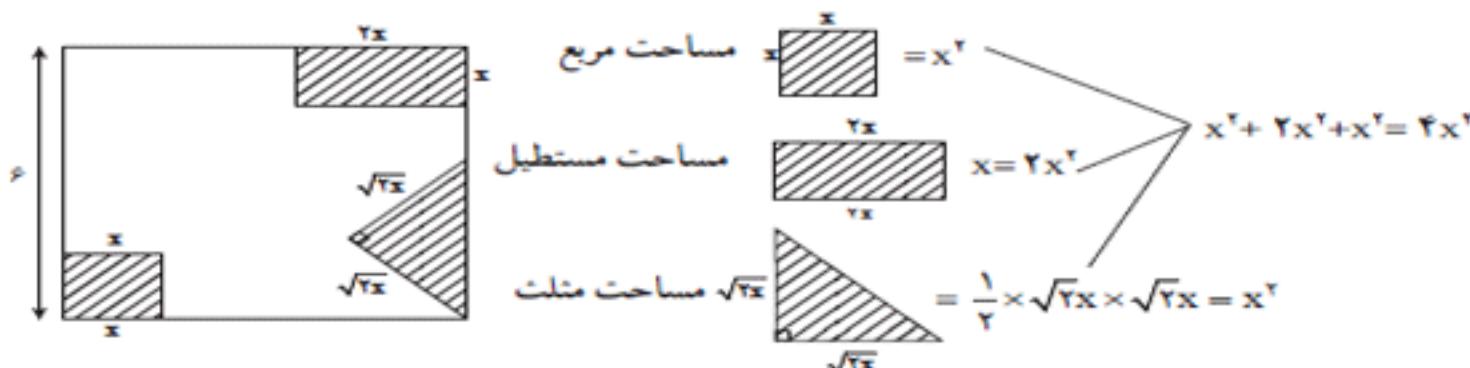
$$x^2 - 2x + 1 = 0$$

خبر، می تواند در هر عدد ثابتی ضرب شود مانند:

$$-\frac{1}{2}x^2 + x - \frac{1}{2} = 0$$

از مربعی به ضلع 6 cm سه شکل زیر بریده شده است، مساحت باقی مانده 24 cm^2 است. طول ضلع کوچک بریده شده چقدر است؟

$$\text{مساحت مربع} = 6 \times 6 = 36$$



$$36 - 4x^2 = 0 \rightarrow (9 - 2x)(9 + 2x) = 0$$

$$9 - 2x = 0 \rightarrow x = \frac{9}{2}$$

$$9 + 2x = 0 \rightarrow x = -\frac{9}{2}$$

چون طول ضلع است نمی تواند منفی باشد. \rightarrow غ.ق.ق. $x = \frac{9}{2}$

معادله درجه دومی بنویسید که $x=2$ و $x=3$ جواب های آن باشد. آیا این معادله منحصر به فرد است؟ چرا؟

$$x=2 \rightarrow x-2=0 \Rightarrow (x-2)(x-3)=0$$

$$x=3 \rightarrow x-3=0$$

خبر، می توان این معادله را در هر عدد ثابت ضرب کرد مثل:

$$2x^2 - 10x + 12 = 0 \quad \leftarrow$$

$$-3x^2 + 15x - 18 = 0 \quad \leftarrow$$

معادله درجه دومی بنویسید که $x=1$ ریشه مضاعف آن باشد. آیا این معادله منحصر به فرد است؟

$$x=1 \rightarrow (x-1)=0 \Rightarrow (x-1)^2=0$$

$$x^2 - 2x + 1 = 0$$

خبر، می تواند در هر عدد ثابتی ضرب شود مانند:

$$-\frac{1}{2}x^2 + x - \frac{1}{2} = 0$$

در معادله $(x-1)^2 = K$

الف) جواب این معادله را در صورت وجود به ازای $K=-4$ ، $K=0$ ، $K=4$ ، $K=2$ به دست آورید.

$$(x-1)^2 = 4 \Rightarrow \begin{cases} x-1 = \sqrt{4} \rightarrow x = \sqrt{4} + 1 \\ x-1 = -\sqrt{4} \rightarrow x = -\sqrt{4} + 1 \end{cases}$$

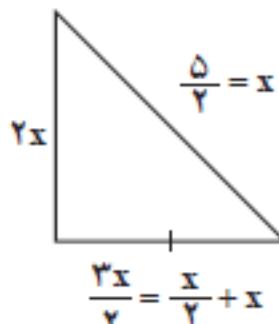
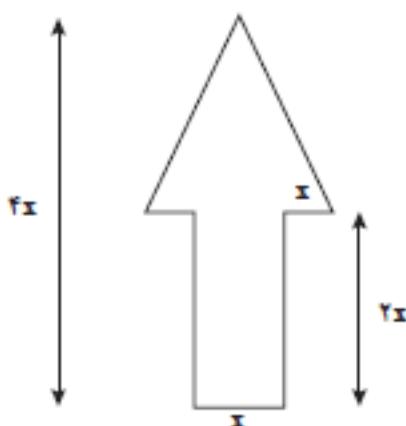
$$(x-1)^2 = 4 \Rightarrow \begin{cases} x-1 = 2 \rightarrow x = 3 \\ x-1 = -2 \rightarrow x = -1 \end{cases}$$

$$(x-1)^2 = 0 \rightarrow x-1 = 0 \rightarrow x = 1$$

جواب ندارد چون توان دوم یک عدد هیچ وقت بک عدد منفی نمی باشد.

ب) به ازای چه مقادیری از K معادله ریشه مضاعف دارد؟ در صورتی که $K=0$ باشد.

۶ برای ساخت تابلوی راهنمایی «پک طرفه» روی یک پل مطابق شکل زیر از برجسب‌های آبی و سفید استفاده می‌شود. هزینه 1cm^2 برجسب سفید 3° تومان و هزینه 1cm^2 برجسب آبی 1° تومان است. مجموع هزینه برجسب‌های سفید و آبی 27000 تومان شده است.



$$\text{مساحت مستطیل}^2 = 2x \times x = 2x^2$$

$$\text{مساحت مستطیل} + \text{مساحت مثلث} = 5x^2$$

الف) اندازه x چقدر است؟

ارتفاع

$$5x^2 = \frac{1}{2} \times 2x \times 3x = 3x^2 \quad \text{مساحت مثلث}$$

قاعده مثلث

آبی سفید

$$5x^2 \times 3^\circ + (2400 - 5x^2)(1^\circ) = 27000$$

$$15^\circ x^2 + 24000 - 5^\circ x^2 = 27000 = 100^\circ x^2 = 3000$$

$$x^2 = \frac{3000}{100} = 30$$

$$x = \sqrt{30}$$

ب) اگر در این تابلوی راهنمایی مطابق شکل کتاب درسی از خطوط برجسب شبرنگ زرد استفاده کنیم که هزینه 1cm^2 آن 100 تومان است هزینه رنگ‌آمیزی تابلو 2480 تومان می‌شود. در این حالت اندازه x چقدر است؟

باید محیط فلش نیز اضافه شود. $p=12x \leftarrow (2x+2x+x+x+x+2 \times \frac{5}{2}x)$ می‌باشد.

$$5x^2 \times 3^\circ + (2400 - 5x^2)(1^\circ) + 12x \times 100 = 34800$$

$$15^\circ x^2 + 24000 - 5^\circ x^2 + 1200x - 34800 = 0$$

$$100^\circ x^2 + 1200x - 10800 = 0$$

$$100(x^2 + 12x - 108) = 0 \rightarrow x^2 + 12x - 108 = 0$$

$$a=1$$

$$b=12$$

$$c=-108$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (12)^2 - 4(1)(-108) = 144 + 432 = 576$$

$$-\frac{36}{2} = -18 \quad \text{غ.ق.ق}$$

$$x = \frac{-12 \pm 24}{2} \quad \begin{cases} \frac{12}{2} = 6 \\ -\frac{12}{2} = -6 \end{cases} \quad \text{ق.ق}$$

با محاسبه مجموع زمان هی کردن پادهای زیر برای مرحل حل معادله درجه دو در چند نایه می تواند به بالای پله برسید؟ بهترین نتیجه بدست آمده در کلاس چند نایه با عملکرد شما اختلاف دارد؟

فرش خود را

$$1) 2x^2 - 6x - 1 = 0$$

$$2x^2 - 4x - 2 + 1 = 0 + 1$$



موافق
گروه ریاضی استان خوزستان

$$\frac{2x^2 - 6x}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned} x^2 - 3x &= \frac{1}{2} \\ x^2 - 2 \times \frac{3}{2}x &= \frac{1}{2} \\ \downarrow \\ \left(\frac{x}{2}\right)^2 &= \frac{9}{4} \\ x^2 - 2\left(-\frac{3}{2}x\right) + \frac{9}{4} &= \frac{1}{2} + \frac{9}{4} \end{aligned}$$

تمرین قبل از مسابقه

$$\begin{aligned} x - \frac{3}{2} &= \pm \frac{\sqrt{11}}{2} \\ x &= \frac{3}{2} + \frac{\sqrt{11}}{2} \\ x &= \frac{3}{2} - \frac{\sqrt{11}}{2} \end{aligned}$$

$$2) 2x^2 - 4 = 6x$$

$$\begin{aligned} x^2 - 2x - \frac{2}{2} &= \frac{6}{2} \\ x^2 - 2x &= \frac{6}{2} \\ \downarrow \\ \left(\frac{x}{2}\right)^2 &= (1)^2 = 1 \\ x^2 - 2x + 1 &= \frac{6}{2} + 1 \end{aligned}$$

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{2}x^2$$

مسابقه

$$\begin{cases} x = \dots \\ x = \dots \end{cases}$$



$$x - 1 = \pm \sqrt{\frac{6}{2}}$$

$$\begin{cases} x = 1 + \sqrt{\frac{6}{2}} \\ x = 1 - \sqrt{\frac{6}{2}} \end{cases}$$

پ) اگر Δ باند معادله جواب ندارد. (چرا؟) چهل اعداد متنی، رسمی درم ندارند.

فعالیت



۱. جواب‌های معادله $x^2 - 3x + 2 = 0$ را در صورت وجود به دست آورید.

حل: با توجه به ضرایب معادله، به ترتیب: $a = 1$ و $b = -3$ و $c = 2$ است.
بنابراین:

$$\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = (-3)^2 - 4 \times 1 \times 2 = 9 - 8 = 1$$

پس معادله دارای ۲ جواب است:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{1}}{2} \Rightarrow x = 2 \text{ یا } x = 1$$

۲. جواب‌های معادله $4x^2 + 7x - 2 = 0$ را در صورت وجود به دست آورید.

حل: با در نظر گرفتن $a = 4$, $b = 7$, $c = -2$

$$\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = 49 - 4 \times 4 \times (-2) = 81$$

و معادله دارای دو جواب است:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow x = \frac{-7 \pm \sqrt{81}}{2 \times 4} = \frac{-7 \pm 9}{8} \Rightarrow x = \frac{2}{8} = \frac{1}{4} \quad \text{یا} \quad x = \frac{-16}{8} = -2$$

۳. Δ چهارمین حرف الفبای یونانی است که آن را در تابعی خوانند. در الفبای یونانی، دلایل بزرگ را با علامت Δ و دلایل کوچک را با علامت δ نشان می‌دهند.

۳. جواب‌های معادله $3x^2 + x + 7 = 0$ را در صورت وجود به دست آورید.

حل: با در نظر گرفتن $a = 3$, $b = 1$, $c = 7$

$$\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = (1)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 7 = 1 - 84 = -83$$

بنابراین معادله ریشه حقیقی ندارد.

پس Δ باند معادله جواب ندارد.
بنابراین Δ مسند ندارد.
حال نمود. Δ که جزو اصل نزد
جهعن مقال برای Δ پس Δ مسند ندارد.
جهعن رئیسی صاغع عمل نمود.

$$(الف) 3x^2 + 5x - 2 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 5^2 - 4(3)(-2) = 49 \Rightarrow \Delta = 49 > 0 \quad \text{معادله ۲ ریشه دارد.}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-5 \pm \sqrt{49}}{2(3)} \Rightarrow x_1 = -2 \quad \text{و} \quad x_2 = \frac{1}{3}$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{5}{3} \quad \begin{matrix} \text{مولفه} \\ \text{گویند} \end{matrix} \quad \begin{matrix} \text{با میان} \\ \text{استثناء خورستان} \end{matrix} \quad \Rightarrow x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$(ب) 4x^2 + 3x - 7 = 0$$

$$\Delta = 3^2 - 4(4)(-7) = 121 > 0$$

معادله ۲ حیلاب دارد.

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{121}}{8}$$

$$x_1 = -\frac{7}{4} \quad \text{و} \quad x_2 = 1$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{7}{4} + 1 = -\frac{3}{4}$$

نتیجه:

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

کار در کلاس



معادلات زیر را حل کنید و با به دست آوردن ریشه های معادله، x_1 و x_2 حاصل $x_1 + x_2$ را به دست آورید.

آیا ارتباطی میان مجموع ریشه ها و ضرایب a , b و c در معادله درجه دو گفتہ شده وجود دارد؟

$$3x^2 + 5x - 2 = 0$$

$$4x^2 + 3x - 7 = 0$$

(الف)

۱ معادلات درجه دوم زیر را حل کنید.

$$1) x^2 - x + 5 = 0 \quad a=1 \quad b=-1 \quad c=5$$

$\Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4(1)(5) = 1 - 20 = -19 < 0$ معادله جواب ندارد.

$$2) 2x^2 + x - 1 = 0 \quad a=2 \quad b=1 \quad c=-1$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 1 - 4(2)(-1) = 1 + 8 = 9 \rightarrow x = \frac{-1 \pm 3}{4}$$

$$x = \frac{-1 + 3}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{-1 - 3}{4} = \frac{-4}{4} = -1$$

$$3) 4x^2 - 4x + 1 = 0 \rightarrow (2x)^2 - 2(2x) + 1 = (2x-1)^2 = 0 \rightarrow 2x-1 = 0 \rightarrow x = \boxed{\frac{1}{2}}$$

$$4) x^2 + 11x - 18 = 0 \rightarrow (x+18)(x-1) = 0 \rightarrow x = -18, \quad x = 1$$

$$5) 3x^2 - x + 4 = 0 \rightarrow a=3 \quad b=-1 \quad c=4$$

$\Delta = (-1)^2 - 4(3)(4) = 1 - 48 = -47 < 0$ معادله ریشه ندارد.

$$6) x^2 + \sqrt{3}x - 1 = 0 \quad a=1 \quad b=\sqrt{3} \quad c=-1$$

$$\Delta = b^2 - 4ac \rightarrow (\sqrt{3})^2 - 4(1)(-1) = 3 + 4 = 7$$

$$x = \frac{-\sqrt{3} \pm \sqrt{7}}{2}$$

۲ معادله $2x^2 - 2x - 5 = 0$ را به روش Δ حل کنید. با محاسبه ریشه های x_1 و x_2 حاصل ضرب آنها را دست آورید.

$$a=2$$

$$b=-2$$

$$c=-5$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4(2)(-5) = 4 + 40 = 44 \rightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{44}}{4}$$

$$x = \frac{2 + \sqrt{44}}{4} = \frac{1 + \sqrt{11}}{2} = x_1$$

$$x = \frac{2 - \sqrt{44}}{4} = \frac{-1 - \sqrt{11}}{2} = x_2$$

$$x_1 \times x_2 = \frac{1 + \sqrt{11}}{2} \times \frac{-1 - \sqrt{11}}{2} = -\frac{12}{4} = -3$$

اگر یکی از جواب های معادله $2x^2 - 2x - 5 = 0$ برابر -4 باشد جواب دیگر این معادله چیست؟

در معادله به جای $x = -4$ قرار می دهیم چون جواب ها در معادله صدق می کند.

$$2(-4)^2 - a(-4) + 28 = 0 \rightarrow 2 \times 16 + 4a + 28 = 0$$

$$60 = -4a \rightarrow a = \boxed{-15}$$

$$2x^2 + 15x + 28 = 0$$

$$a=2$$

$$b=15$$

$$c=28$$

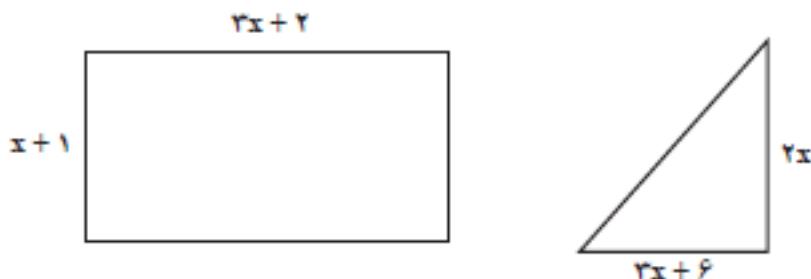
$$\Delta = (15)^2 - 4(2)(28) = 1$$

$$x = \frac{-15 \pm 1}{4}$$

$$x = \frac{-15 + 1}{4} = \frac{-14}{4} = -\frac{7}{2}$$

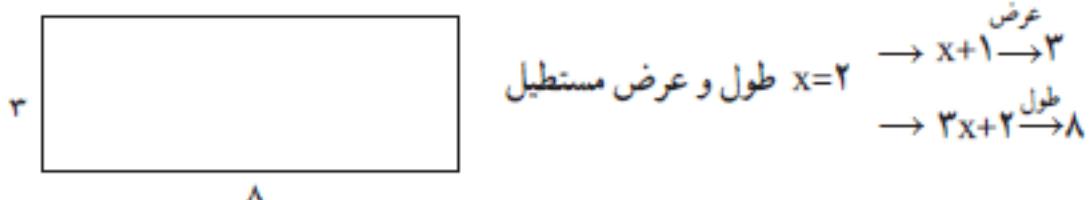
$$x = \frac{-15 - 1}{4} = \frac{-16}{4} = -4$$

۴ مساحت مثلث و مستطیل در شکل زیر مساوی‌اند، طول و عرض این مستطیل چقدر است؟



$$(x+1)(3x+2) = \frac{x(3x+6)}{x}$$

$$\cancel{x} + 5x + 2 = \cancel{x} + 6x \rightarrow 2 = 6x - 5x \rightarrow x = 2$$



۵ کدام‌یک از معادلات زیر به ازای هر مقدار a همواره دارای جواب‌های حقیقی است؟

الف) $x^2 + ax - 1 = 0$

$$a=1$$

$$b=a$$

$$c=-1$$

$\Delta = b^2 - 4ac = (a)^2 - 4(1)(-1) = a^2 + 4 > 0$. همواره مثبت است پس جواب دارد.

ب) $x^2 - x + a = 0$

$$a=1$$

$$b=-1$$

$$c=a$$

$\Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4(1)(a) = 1 - 4a$ بستگی به a دارد.

* نشان دهید در معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ باشد یکی از ریشه‌ها برابر -1 و دیگری $x = -\frac{c}{a}$ است.

$$-b = -(a+c)$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \rightarrow \frac{-(a+c) \pm \sqrt{+(a+c)^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-a - c \pm \sqrt{a^2 + c^2 + 2ac - 4ac}}{2a} \rightarrow \frac{-a - c \pm \sqrt{(a - c)^2}}{2a}$$

$$\begin{cases} x = \frac{-a - c + \sqrt{(a - c)^2}}{2a} = \frac{-2c}{2a} = -\frac{c}{a} \\ x = \frac{-a - \cancel{c} - a + \cancel{c}}{2a} = \frac{-2a}{2a} = -1 \end{cases}$$

دو حالت دارد

* با تعیین ریشه‌های معادله نشان دهید حاصل ضرب ریشه‌های معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ برابر $\frac{c}{a}$ است.

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_1 \times x_2 = \frac{(-b + \sqrt{b^2 - 4ac})(-b - \sqrt{b^2 - 4ac})}{2a \times 2a} = \text{انحدار مزدوج}$$

$$x_1 \times x_2 = \frac{(-b)^2 - \sqrt{(b^2 - 4ac)^2}}{4a^2} = \frac{b^2 - b^2 + 4ac}{4a^2} = \frac{c}{a}$$

* : نشان دهید در هر معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ اگر مجموع ضرایب معادله برابر صفر باشد $a+b+c=0$ یکی از ریشه‌های معادله $x=1$ و دیگری $x = \frac{c}{a}$ است.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{a+c \pm \sqrt{(a+c)^2 - 4ac}}{2a} = \frac{(a+c) \pm \sqrt{(a-c)^2}}{2a}$$

$$x_1 = \frac{a + \cancel{c} + a - \cancel{c}}{2a} = \frac{2a}{2a} = 1$$

$$x_2 = \frac{\cancel{a} + c - \cancel{a} + c}{2a} = \frac{2c}{2a} = \frac{c}{a}$$



علی هر روز صبح با دوچرخه به مدرسه می رود. او از در منزل تا سر خیابان اصلی را ۴ دقیقه رکاب می زند و از آنجا تا مدرسه مسافت ۲۵۰۰ متری را از مسیر ورزش دوچرخه سواری با سرعت متوسط ۱۵ کیلومتر بر ساعت طی می کند.

می خواهیم با النجام فعالیت زیر مدت زمانی را که طول می کشد علی از منزل به مدرسه برسد، محاسبه کنیم.

۲۵۰۰ ÷ ۱۵ = ۱۶۶

۱. دستور محاسبه سرعت متوسط $v = \frac{x}{t}$ است که در آن x مسافت طی شده و t مدت زمان طی مسیر است.

داده های مسئله را در این دستور جایگزین کنید.

$$15 = \frac{2500}{t}$$

۲. برای برابری $15 = \frac{2500}{t}$ یک معادله شامل عبارت $\frac{2500}{t}$ است. از آنجا که $t \neq 0$, پس معادله با معنایست.

$$\frac{2500}{t} - 15 = 0 \Rightarrow \frac{2500}{t} = 15 \Rightarrow t = \frac{2500}{15}$$

۳. با مخرج مشترک گیری سمت چپ معادله را به صورت یک کسر بنویسید.

توجه: ۴. کسری که مخرج آن مخالف صفر است، فقط وقتی برای برابر با صفر می شود که صورت آن صفر شود، بنابراین صورت کسر بالا را برای برابر با صفر قرار دهد.

$$2500 - 15t = 0$$

۵. از آینجا به بعد یک معادله بکمجهولی درجه اول به دست می آید. آن را حل و مقدار t را محاسبه کنید.

۶. مدت زمان رسیدن علی از منزل تا مدرسه چقدر است؟

$$t = \frac{2500}{15} \Rightarrow t = 166$$

$$\text{صحت} = 16,6 \stackrel{+ 10,2}{=} 26,8$$

$$\text{زن} \rightarrow 16,6 + 10,2 = 26,8$$

$$\text{آنچنان امثله هدفم}$$

$$\text{آنچنان امثله هدفم}$$

$$\text{آنچنان امثله هدفم}$$

$$\text{آنچنان امثله هدفم}$$

$$1 + \frac{A}{x^r} = \frac{t}{x} \Rightarrow 1 + \frac{A}{x^{r+1}} - \frac{t}{x^{r+1}} = 0 \Rightarrow \frac{t}{x^r} = A \Rightarrow x^r - tx + A = 0$$

$$\Delta = (-t)^r - t(A)(A) = 14 - t^2 = -14 \Rightarrow t < 0$$

$$\text{جواب (ب)}: \frac{x-t}{x-t} = \frac{x+1}{x+t} \Rightarrow \frac{(x-t)(x+t)}{(x-t)(x+t)} - \frac{(x+1)(x-t)}{(x+t)(x-t)} = 0$$

$$\frac{x^2+x-4}{(x-t)(x+t)} - \frac{x^2+t^2x+t}{(x-t)(x+t)} = 0 \Rightarrow \frac{tx-t}{(x-t)(x+t)} = 0 \Rightarrow tx-t=0 \Rightarrow x=\frac{1}{t}$$

جواب (ث)

$$x=2 \Rightarrow \frac{t}{a-t} + \frac{a-t}{t} = \frac{a}{t}$$

$$\frac{t}{a-t} + \frac{a-t-a}{t} = 0$$

$$\frac{t}{a-t} - \frac{1 \times (a-t)}{t \times (a-t)} = 0 \Rightarrow \frac{t-a+t}{(a-t)} = 0 \Rightarrow t-a=0$$

$$a=t$$

$$\text{جواب (پ)}: \frac{t^r}{1+m} + 1 = \frac{t^r}{1-m}$$

$$\frac{t^r(1-m)}{(1+m)(1-m)} + \frac{1(1-m)(1+m)}{(1+m)(1-m)} = \frac{t^r(1-m) + 1(1-m)(1+m)}{(1-m)(1+m)} = 0$$

$$t^r(1-m) + 1(1-m)(1+m) - t^r(1-m) - t^r(1-m)(1+m) = 0$$

$$\frac{-m^r - t^r m + 1 + m}{(1-m)(1+m)} = 0$$

$$-m^r - t^r m + 1 + m = 0$$

$$\Delta = (-t^r)^r - t^r(-1)(1+m) = 2V + t^r$$

$$\Delta = 2V + t^r = 0$$

$$m = \frac{-t^r \pm \sqrt{2V + t^r}}{-t^r} = \frac{t^r \pm \Delta V}{-t^r}$$

$$m = -3 \quad L \quad m = 2$$

کار در کلاس



معادله های زیر را حل کنید.

$$(الف) 1 + \frac{A}{x^r} = \frac{t}{x}$$

$$(ب) \frac{x-t}{x-t} = \frac{x+1}{x+t}$$

$$(پ) \frac{t^r}{1+m} + 1 = \frac{t^r}{1-m}$$

$$(ث) \frac{y+t}{y+t} - \frac{y^r}{y^r-1} = 1 - \frac{y-1}{t-y}$$

$$(ج) \frac{x}{a-x} + \frac{a-x}{x} = \frac{a}{x} \quad \text{دارای جواب } x=2 \text{ است؟}$$

$$\frac{y^r - y - 1 - y^r}{(y-t)(y+t)} = \frac{y - t + y - 1}{y-t}$$

$$\frac{-y - 1}{(y-t)(y+t)} = \frac{(y-t)(y+t)}{(y-t)(y+t)} = 0$$

$$\frac{-y - 1 - y^r - y^r + t^r y + t^r y + t^r}{(y-t)(y+t)} = 0$$

$$-2y^r - 3y + 1 = 0$$

$$\Delta = (-3)^r - t(-2)(1) = 0$$

$$\Delta = \Delta V > 0 \quad \text{معادله داریست}$$

$$y = \frac{t^r \pm \sqrt{\Delta V}}{-t^r}$$

$$y = \frac{-t^r - \sqrt{\Delta V}}{t^r} \quad L \quad y = \frac{-t^r + \sqrt{\Delta V}}{t^r}$$

$$\frac{-t^r - 3y + 1}{(y-t)(y+t)} = 0$$

$$1 \quad \frac{rx - d}{x + r} = 1$$

$$\frac{rx - d}{x + r} - 1 = 0 \rightarrow \frac{(rx - d) - 1(x + r)}{x + r} = \frac{rx - d - x - r}{x + r} = \frac{rx - x - d - r}{x + r} = 0$$

$$rx - x - d - r = 0 \rightarrow x = \boxed{d}$$

ف.ق.

$$2 \quad \frac{rx - y}{x} + \frac{ry + d}{x + r} = d$$

$$\frac{rx - y}{x} + \frac{ry + d}{x + r} - d = 0 \Rightarrow \frac{(rx - y)(x + r) + (ry + d)x - dx(x + r)}{x(x + r)} = 0$$

$$\frac{rx^2 + ry - yx - ry + dy + dx - dx^2 - dyx}{x(x + r)} = \frac{-rx - y}{x(x + r)} = 0 \rightarrow -rx - y = 0 \rightarrow -rx = y \rightarrow \boxed{x = -y}$$

$$3 \quad \frac{r}{x + r} + \frac{x}{x + r} = x + r$$

$$\frac{r + x}{x + r} - x - r = \frac{(r + x) - (x + r)(x + r)}{x + r} = \frac{x + r - x^2 - rx - r^2}{x + r} = 0$$

$$-x^2 - rx - r^2 = 0 \rightarrow x^2 + rx + r^2 = 0 \rightarrow (x + r)^2 = 0 \rightarrow x = -r$$

غ.ق.ق.

چون ریشه مخرج است پس این معادله جواب ندارد.

$$4 \quad \frac{x^2 - rx + y}{x^2 - ry} - \frac{1+x}{x} = \frac{x-1}{x-y}$$

$$\frac{x^2 - rx + y}{x^2 - ry} - \frac{1+x}{x} - \frac{(x-1)}{x-y} = 0$$

$$\frac{x^2 - rx + y - (1+x)(x-y) - x(x-1)}{x(x-y)} = 0$$

$$\text{م.م.م: } x^2 - rx + y = x(x-y)$$

$$\Rightarrow \frac{x^2 - rx + y - x^2 + y + rx - x^2 + x}{x(x-y)} = \frac{-x^2 + y}{x(x-y)} = 0 \rightarrow -x^2 + y = 0$$

$$x^2 = y \Rightarrow x = \pm\sqrt{y} \begin{cases} x=2 \\ x=-2 \end{cases}$$

غ.ق.ق.

$$5 \quad \frac{r}{x-1} - \frac{r}{x+r} = \frac{r}{x-y}$$

$$\frac{r}{x-1} - \frac{r}{x+r} - \frac{r}{x-y} = 0 \Rightarrow \frac{\frac{x^2 + xy - y^2}{(x+y)(x-y)}}{(x-1)(x+r)(x-y)} = 0 \Rightarrow \frac{x^2 + xy - y^2 - (x-1)(x+r)(x-y) - (x-1)(x+r)(x-y)}{(x-1)(x+r)(x-y)} = 0$$

$$\frac{rx^2 + rx^2 - rx - ry^2 - rx^2 - rx + xy + y^2}{(x-1)(x+r)(x-y)} = \frac{-ry^2 + xy + y^2}{(x-1)(x+r)(x-y)} = 0$$

$$\Rightarrow -ry^2 + xy + y^2 = 0$$

$$\begin{cases} a = -r \\ b = y \\ c = -y^2 \end{cases} \quad \Delta = b^2 - 4ac = y^2 - 4(-r)(-y^2) = y^2 - 4r^2 = -3r^2 < 0$$

ریشه ندارد.

$$6 \quad \frac{1}{x^2 - r} + \frac{x+r}{y-x} = \frac{rx - r}{x+y}$$

$$\frac{1}{x^2 - r} - \frac{\frac{x^2 + rx + r^2}{(x+r)(x-r)} - \frac{rx^2 - ry + r^2}{(rx - r)(x-r)}}{(x-r)(x+r)} = 0$$

$$\begin{cases} a = -r \\ b = r \\ c = -1 \end{cases} \quad \Delta = b^2 - 4ac = (r)^2 - 4(-r)(-1) = r^2 - 4r = -3r < 0$$

ریشه ندارد.

$$\frac{1}{x^2 - r} - \frac{x+r}{x-y} - \frac{rx - r}{x+y} = 0$$

$$\frac{1}{x^2 - r} - \frac{x^2 - rx - ry + r^2 - rx^2 - ry + r^2}{(x-y)(x+r)} = \frac{-rx^2 + rx - ry + r^2}{(x-y)(x+r)} = 0$$

۷ مجموع معکوس دو عدد زوج طبیعی متولی برابر $\frac{5}{12}$ است آن دو عدد را بیابید.

$2k \rightarrow 2k+2$ عدد زوج باید مضربی از ۲ باشد.

$$\frac{1}{2k} + \frac{1}{2k+2} = \frac{5}{12}$$

$$\frac{1}{2k} + \frac{1}{2k+2} - \frac{5}{12} = 0$$

$$\frac{6(k+1) + 6k - 5k(k+1)}{12k(k+1)} = \frac{6k+6+6k-5k^2-5k}{12k(k+1)} = 0$$

$$12k(k+1) : \text{م.خ.م} \quad a=-5$$

$$-5k^2 + 7k + 6 = 0 \quad b=7$$

$$c=6$$

$$\Delta = 49 + 120 = 169$$

$$k = \frac{-7 \pm \sqrt{169}}{-10} \begin{cases} k = 2 \\ k = -\frac{2}{5} \end{cases}$$

ق.ق.

پس آن دو عدد ۲ و ۴ هستند.

غ.ق.ق

اگر $k=2$ باشد اعداد زوج متولی ۴ و ۶ که معکوس آنها $\frac{1}{4}$ و $\frac{1}{6}$ می‌باشد.

هر کدام از چاپگرها به تنهایی در چند ساعت این کار را تکمیل می‌کنند؟

زمان انجام کار توسط چاپگر جدید x چاپگر جدید

زمان انجام کار، توسط چاپگر قدیمی برحسب ساعت: $x+3$

زمان انجام کار، توسط چاپگر قدیمی برحسب ساعت: $x+3$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+3} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{x+3} - \frac{1}{4} = 0$$

$$\frac{4(x+3) + 4x - x(x+3)}{4x(x+3)} = 0$$

$$4x + 12 + 4x - x^2 - 3x = 0 \rightarrow -x^2 + 5x + 12 = 0$$

$$\begin{cases} a = -1 \\ b = 5 \\ c = 12 \end{cases} \Rightarrow \Delta = 25 - 4(-1)(12) = 25 + 48 = 73$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{73}}{-2} \begin{cases} x_1 = \frac{-5 + \sqrt{73}}{-2} & \text{غیر قابل قبول} \\ x_2 = \frac{-5 - \sqrt{73}}{-2} = \frac{5 + \sqrt{73}}{2} & \text{قابل قبول} \end{cases}$$

در نتیجه اگر چاپگر به تنهایی کار کند، فیش حقوقی کارگران را در مدت زمان $\frac{5+\sqrt{73}}{2}$ ساعت و چاپگر قدیمی تر در مدت زمان $3 + \frac{5+\sqrt{73}}{2}$ ساعت این کار را انجام می‌دهد.

۹- به ازای چه مقدار k ، معادله $\frac{4-t}{2-2t} = \frac{3t^7+k}{(t^7+1)^7-68}$ دارای جواب $t=-3$ است؟
به جای $t=-3$ قرار می‌دهیم.

$$\frac{4-(-3)}{2-2(-3)} = \frac{3(-3)^7+k}{((-3)^7+1)^7-68}$$

$$\frac{4+3}{2+6} = \frac{27+k}{1000-68} \Rightarrow \frac{7}{8} - \frac{27+k}{32} = 0$$

$$\frac{4 \times 7 - 27 - k}{32} = 0 \rightarrow \frac{28 - 27 - k}{32} = \frac{1-k}{32} = 0 \rightarrow 1-k = 0 \rightarrow k = 1$$

فصل دوم

می دانیم مساحت دایره از تساوی $\pi \times r^2 = S$ بدست می آید. در این رابطه π عددی است ثابت که تقریباً

مولفه:

گروه ریاضی استان خوزستان

$\pi = 3.14$ در نظر گرفته می شود و اشعاع دایره است:

۱. آیا متغیر S تابعی از اشعاع دایره است؟ **بله**

۲. آیا محیط دایره نیز تابعی از اشعاع است؟ **بله**

۳. کدام متغیر، مستقل و کدام متغیر، وابسته است؟ **اعشار (L) متغیر مستقل**

۴. جدول زیر را کامل کنید.

r بر حسب سانتی متر (شعاع)	۱	$1/5$	۲	۳	۴
S بر حسب سانتی متر مربع (مساحت)	π	3.14π	4π	9π	16π
P بر حسب سانتی متر (محیط)	$2\pi r$	3.14π	4π	6π	8π

در رابطه خطی $y = 2x + 1$ ، نیز y ، تابعی از تغییرات متغیر مستقل x است، یعنی وقتی x را به دلخواه و مستقل، تغییر می دهیم، لا نیز تغییر می کند. حال اگر x هارا روی محور افقی و y های حاصل را روی محور عمودی در نظر بگیریم، به ازای هر x و y حاصل، یک نقطه در صفحه مشخص می شود که آن را با یک زوج به شکل (y, x) نمایش می دهیم. ترتیب قرار گرفتن x و y در این زوج اهمیت دارد و به همین دلیل آن را یک زوج مرتب می نامیم. در زوج مرتب (y, x) ، x را مؤلفه یا مختص اول و y را مؤلفه دوم می نامیم.

اگر $(a, b) = (c, d)$ آنگاه $a = c$ و $b = d$ و بر عکس اگر $a = c$ و $b = d$ آنگاه $(a, b) = (c, d)$

یکسان از تساوی دو زوج مرتب زد شود

۱. جدول زیر را کامل کنید.

x	-1	0	$\frac{1}{2}$	1	$\sqrt{2}$	2	
y	-2	1	-3	4	$2\sqrt{2}+1$	7	
(x,y)	(-1, -2)	(0, 1)	($\frac{1}{2}$, -3)	(1, 4)	($\sqrt{2}$, $2\sqrt{2}+1$)	(2, 7)	

$$y = 2x + 1$$

$$2x+1=1 \Rightarrow 2x=0 \Rightarrow x=\frac{0}{2} \Rightarrow x=0$$

$$2\sqrt{2}+1$$

۵۶

$$2x+1=2\sqrt{2}+1 \Rightarrow 2x=2\sqrt{2} \Rightarrow x=\sqrt{2}$$

$$y=2(1)+1=2+1=3$$

$$y=2(2)+1=4+1=5$$

www.fera.ir

$$y=(-1)^2+1=1+1=2$$

$$y=(0)^2+1=0+1=1$$

$$y=(-2)^2+1=4+1=5$$

$$x^2+1=\frac{2}{\epsilon} \Rightarrow x^2=\frac{2}{\epsilon}-1$$

$$x^2=\frac{1}{\epsilon} \Rightarrow x=\frac{1}{\sqrt{\epsilon}}$$

$$x=-\frac{1}{\sqrt{\epsilon}}$$

x	1	2	$\frac{1}{2} \approx -1.4$	-1	
y	2	5	$\frac{5}{4}$	1	

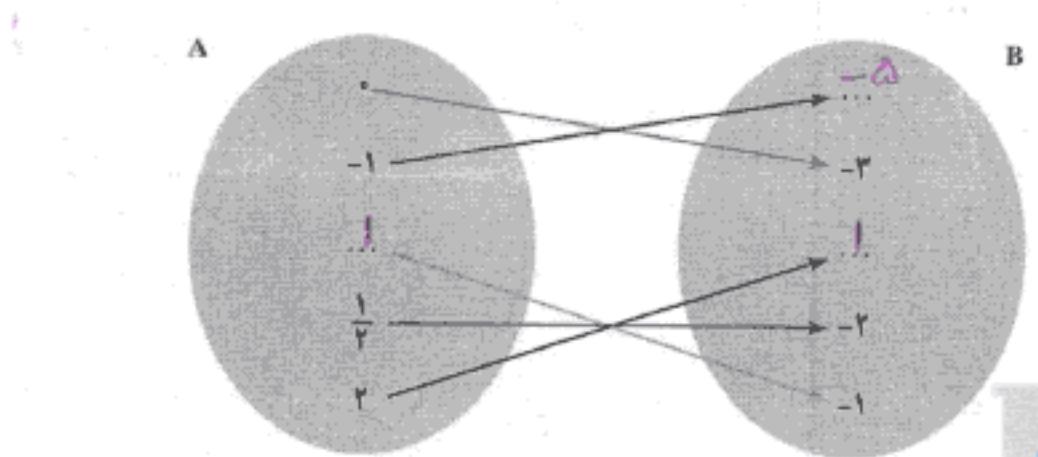
$$y=x^2+1$$

با توجه به رابطه خطی $y = 2x - 3$ ، اگر فرض کنیم، x ها یا متغیرهای مستقل اعضای مجموعه

$A = \left\{ -1, -\frac{1}{2}, 0, 1, 2 \right\}$ باشند. اینجا جدول مربوط به این رابطه را مشابه جدول قبل، تشکیل می‌دهیم و سپس

نمودار پیکانی آن را رسم می‌کنیم. (جاهای خالی را بر کنید).

x	-1	0	$\frac{1}{2}$	1	2	
y	-5	-3	-2	-1	1	
(x, y)	(-1, -5)	(0, -3)	($\frac{1}{2}$, -2)	(1, -1)	(2, 1)	
C	D	E	F	G		$y = 2x - 3$



$$D: y = 2(0) - 3 = 0 - 3 = -3$$

$$E: y = 2(\frac{1}{2}) - 3 = 1 - 3 = -2$$

$$F: y = 2(1) - 3 = 2 - 3 = -1$$

$$G: y = 2(2) - 3 = 4 - 3 = 1$$

$$J = x^2$$

$$J = (-3)^2 = 9$$

$$J = (-2)^2 = 4$$

$$J = (-1)^2 = 1$$

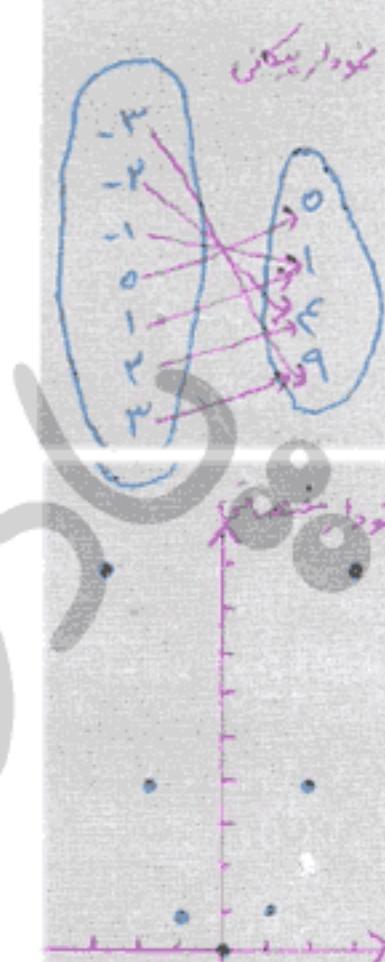
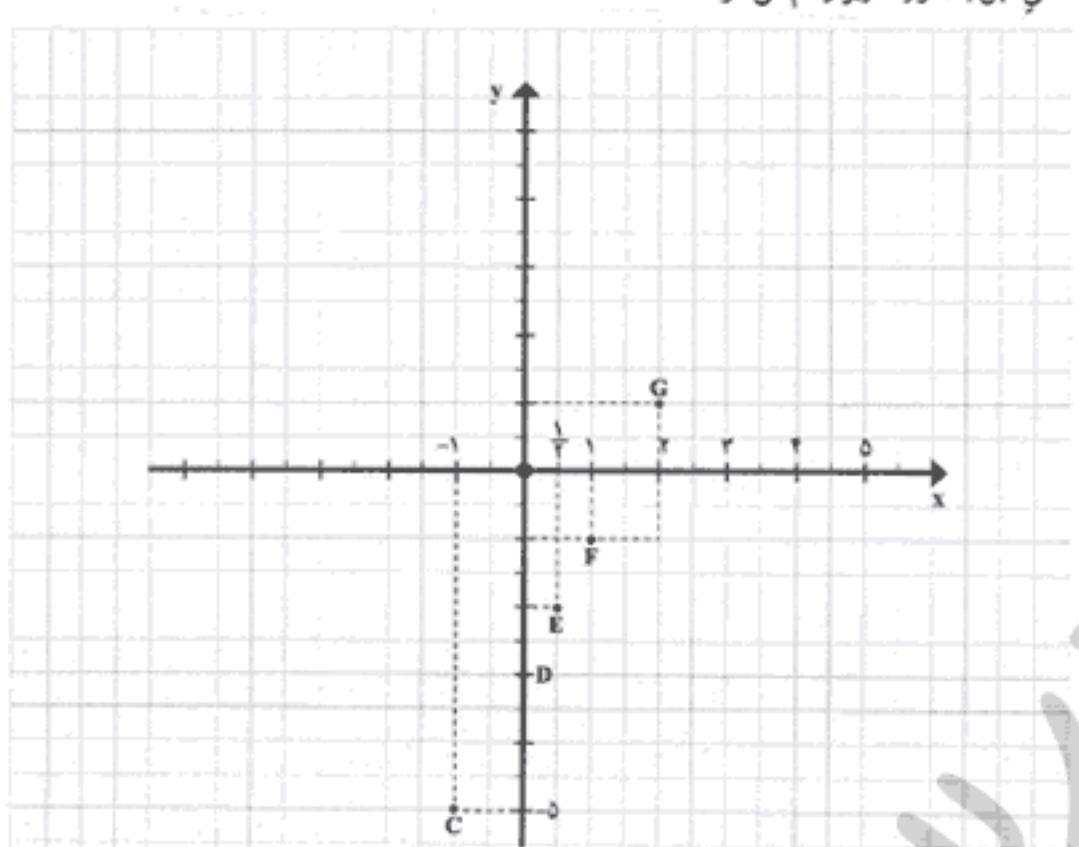
$$J = (0)^2 = 0$$

$$J = (1)^2 = 1$$

$$J = (2)^2 = 4$$

$$J = (3)^2 = 9$$

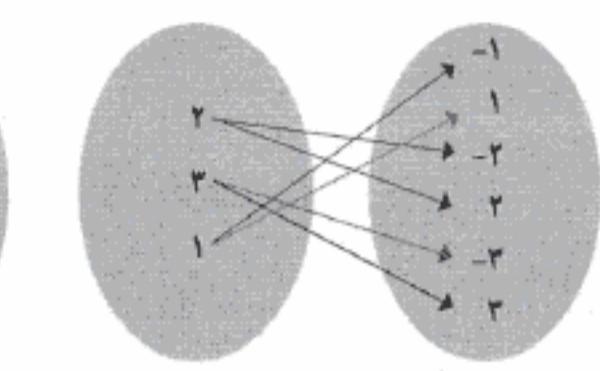
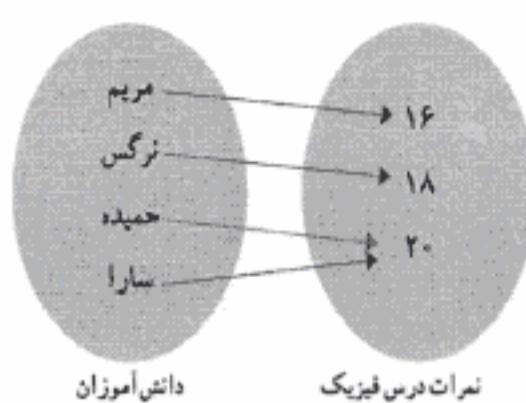
اگر هر یک از «زوج مرتب»های جدول قبل را یک نقطه در صفحه فرض کنیم، نمودار مختصاتی رابطه خطی قبل به صورت زیر رسم می‌شود:



سؤال: برای رابطه $y = x^2$ که $x \in A = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ ، جدول نمودار پیکانی و نمودار مختصاتی را تشکیل دهید.

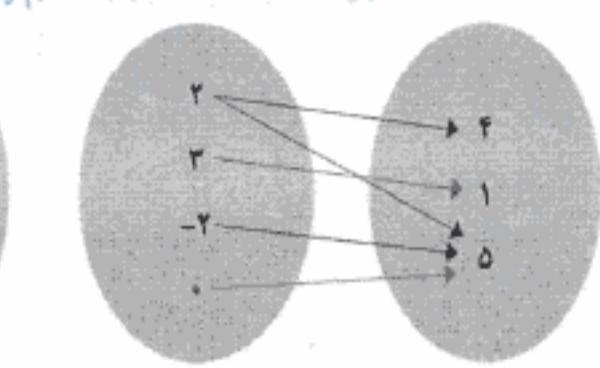
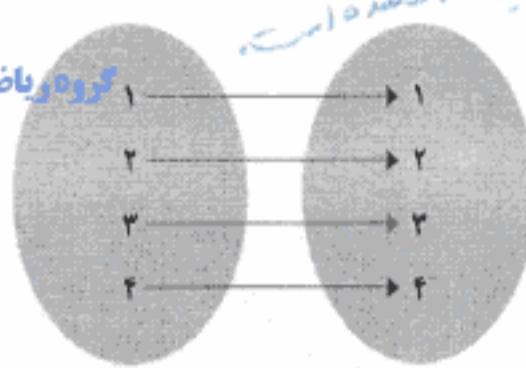
-3	9
-2	4
-1	1
0	0
1	1
2	4
3	9

۱. کدام یک از رابطه‌ها که با نمودار بیکانی نمایش داده شده‌اند، تابع‌اند؟ چرا؟



تابع است زیرا به هر فرد یک عدد نسبت داده شده.

مولفه
گروه ویاضی استان خوزستان



تابع است زیرا

تابع نیست زیرا

هر عضو از مجموعه اول در عضوی از مجموعه دوم نسبت داده شده است.

۲. کدام مجموعه از زوج مرتب‌ها، نمایش یک تابع است؟

تابع است. $F = \{(2,3), (3,2), (4,2), (5,2)\}$ (الف)

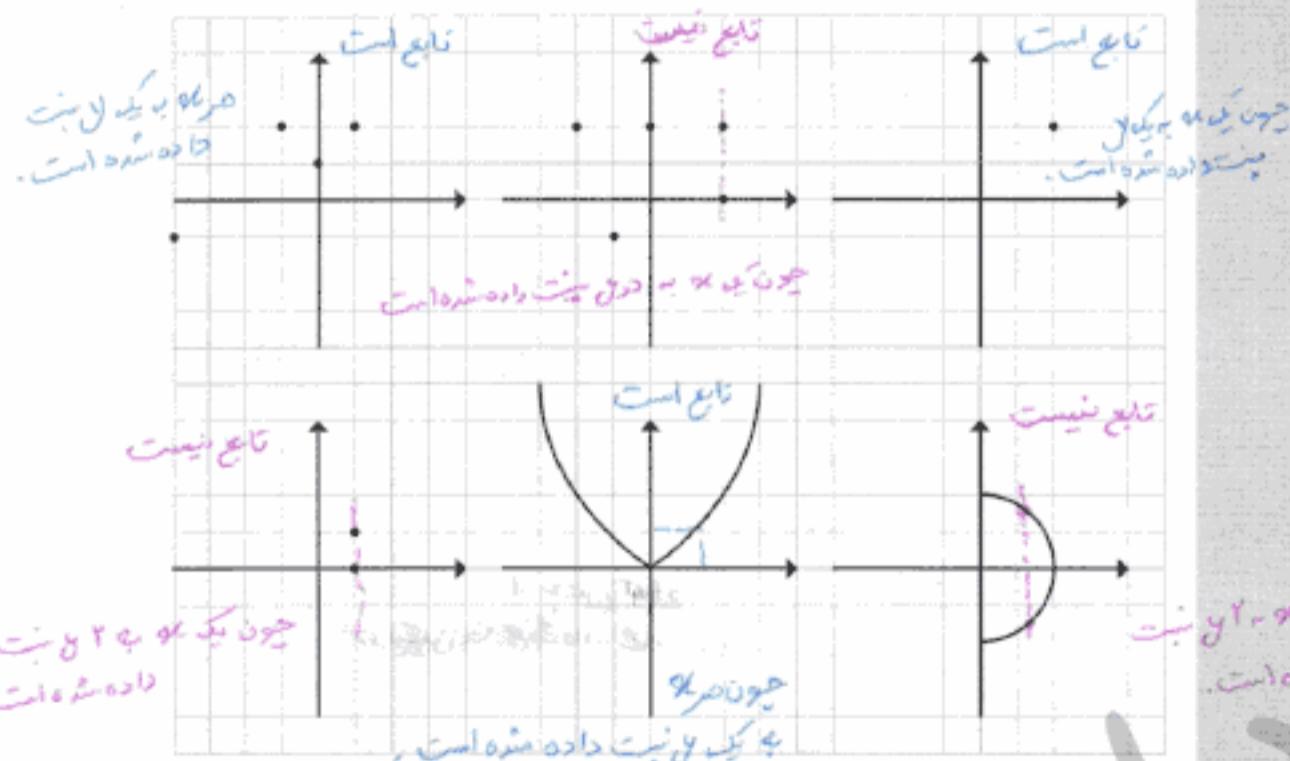
تابع نیست $G = \{(4,1), (2,-1), (1,-1), (4,2)\}$ (ب)

تابع است $H = \{(2,2)\}$ (پ)

تابع است $I = \{(3,3)\}$ (ت)

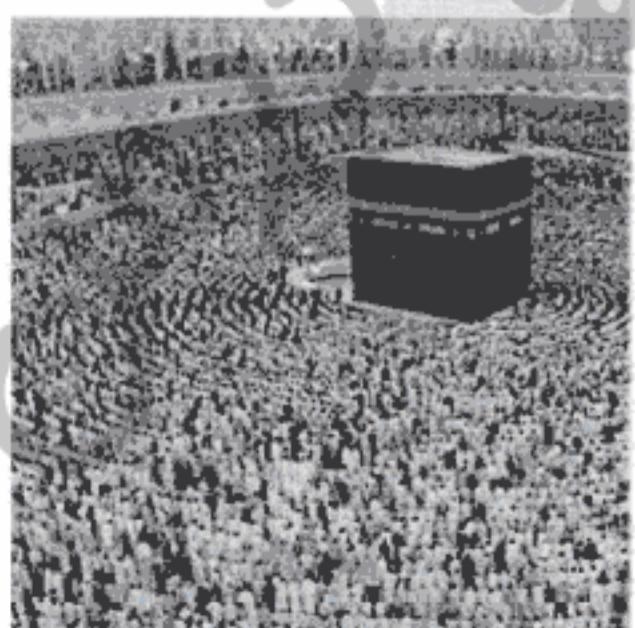
تابع نیست $J = \{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4)\}$ (ث)

۳. کدام یک از رابطه‌ها که نمودار مختصاتی آنها رسم شده است، تابع‌اند؟ چرا؟



۴. کدام یک از رابطه‌های تعریف شده زیر، تابع‌است و کدام تابع نیست؟ دلایل خود را بنویسید.

(الف) رابطه‌ای که به هر شهر در ایران، سوگانی آن شهر را نسبت می‌دهد.
 یک سکرینکن است جزو سوگانی داشته باشد
 تابع نیست



(ب) رابطه‌ای که به هر فرد، روز تولد او را نسبت می‌دهد.
 هر فرد یک روز تولد دارد
 تابع نیست

(پ) رابطه‌ای که به هر شهر، نماینده آن شهر در مجلس شورای اسلامی را نسبت می‌دهد.
 چون همه شهر را نماینده داشته باشند
 تابع نیست

(ث) رابطه‌ای که به هر مسلمان، قبله او را نسبت می‌دهد.
 تابع نیست

(ج) رابطه‌ای که به هر مسلمان، قبله او را نسبت می‌دهد.
 تابع نیست

از هر مسلمان یک قبله دارد

۱۰ اگر رابطه از مجموعه A به مجموعه B را با نمودار پیکانی نمایش دهیم، در صورتی این رابطه تابع است که از هر عضو A دقیقاً یک پیکان خارج شود.

۱۱ اگر نمودار مختصاتی یک رابطه رسم نشود، در صورتی این رابطه تابع است که هیچ دو نقطه‌ای روی خطی که موازی محور لها باشد، قرار نگیرند.

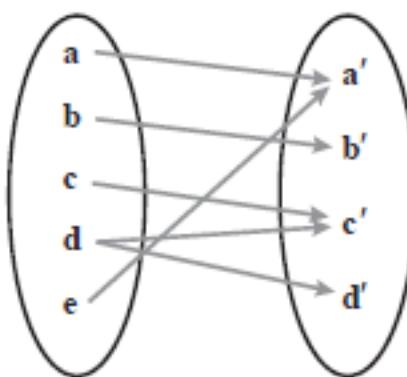
کار در کلاس



در جدول زیر در هر سطر یکی از نمایش‌های رابطه‌ای مشخص شده است. ابتدا برای هر رابطه جاهای خالی را پر کنید مبتنی تشخیص دهید که کدام رابطه، تابع است.

نمایش پیکانی	نمایش مختصاتی	نمایش زوج مرتبی	نوصیفی	جدولی												
		$F = \{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4)\}$	اگر رابطه‌ای است که به هر عضو مجموعه A که از مجموعه B بیشتر از یک نسبت من دهد.	<table border="1"> <tr> <td>x</td><td>y</td></tr> <tr> <td>۱</td><td>۱</td></tr> <tr> <td>۲</td><td>۴</td></tr> <tr> <td>۳</td><td>۳</td></tr> <tr> <td>۴</td><td>۵</td></tr> <tr> <td></td><td>۶</td></tr> </table>	x	y	۱	۱	۲	۴	۳	۳	۴	۵		۶
x	y															
۱	۱															
۲	۴															
۳	۳															
۴	۵															
	۶															
		$F = \{(1,1), (2,4), (3,9), (4,14)\}$	اگر رابطه‌ای است که به هر عضو مجموعه A دو یا دو مکان را نسبت من دهد	<table border="1"> <tr> <td>x</td><td>y</td></tr> <tr> <td>۱</td><td>۱</td></tr> <tr> <td>۲</td><td>۴</td></tr> <tr> <td>۳</td><td>۹</td></tr> <tr> <td>۴</td><td>۱۴</td></tr> </table>	x	y	۱	۱	۲	۴	۳	۹	۴	۱۴		
x	y															
۱	۱															
۲	۴															
۳	۹															
۴	۱۴															
		$F = \{(-1,1), (1,-1), (2,1), (3,-1)\}$	اگر رابطه‌ای است که به هر عضو مجموعه A = {۰, ۱, -۱, ۲} یک نوان چهارم آن را نسبت من دهد	<table border="1"> <tr> <td>x</td><td>y</td></tr> <tr> <td>-۲</td><td>۱</td></tr> <tr> <td>۲</td><td>۱</td></tr> <tr> <td>-۱</td><td>-۱</td></tr> <tr> <td>۱</td><td>-۱</td></tr> </table>	x	y	-۲	۱	۲	۱	-۱	-۱	۱	-۱		
x	y															
-۲	۱															
۲	۱															
-۱	-۱															
۱	-۱															
			اگر رابطه‌ای است که نهایتی و مجموعه از مورد علاقه را نسبت من دهد													
		$F = \{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4)\}$	اگر رابطه‌ای است که وزن آن را نسبت من دارد	<table border="1"> <tr> <td>وزن</td><td>۱</td></tr> <tr> <td>۱</td><td>۱</td></tr> <tr> <td>۲</td><td>۲</td></tr> <tr> <td>۳</td><td>۳</td></tr> <tr> <td>۴</td><td>۴</td></tr> </table>	وزن	۱	۱	۱	۲	۲	۳	۳	۴	۴		
وزن	۱															
۱	۱															
۲	۲															
۳	۳															
۴	۴															
		$F = \{(-1,1), (1,-1), (2,1), (3,-1)\}$	اگر رابطه‌ای است که وزن آن را نسبت من دارد	<table border="1"> <tr> <td>وزن</td><td>۱</td></tr> <tr> <td>۱</td><td>۱</td></tr> <tr> <td>۲</td><td>-۱</td></tr> <tr> <td>۳</td><td>۱</td></tr> <tr> <td>۴</td><td>-۱</td></tr> </table>	وزن	۱	۱	۱	۲	-۱	۳	۱	۴	-۱		
وزن	۱															
۱	۱															
۲	-۱															
۳	۱															
۴	-۱															
		$F = \{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4)\}$	اگر رابطه‌ای است که وزن آن را نسبت من دارد	<table border="1"> <tr> <td>وزن</td><td>۱</td></tr> <tr> <td>۱</td><td>۱</td></tr> <tr> <td>۲</td><td>۲</td></tr> <tr> <td>۳</td><td>۳</td></tr> <tr> <td>۴</td><td>۴</td></tr> </table>	وزن	۱	۱	۱	۲	۲	۳	۳	۴	۴		
وزن	۱															
۱	۱															
۲	۲															
۳	۳															
۴	۴															
		$F = \{(-1,1), (1,-1), (2,1), (3,-1)\}$	اگر رابطه‌ای است که وزن آن را نسبت من دارد	<table border="1"> <tr> <td>وزن</td><td>۱</td></tr> <tr> <td>۱</td><td>۱</td></tr> <tr> <td>۲</td><td>-۱</td></tr> <tr> <td>۳</td><td>۱</td></tr> <tr> <td>۴</td><td>-۱</td></tr> </table>	وزن	۱	۱	۱	۲	-۱	۳	۱	۴	-۱		
وزن	۱															
۱	۱															
۲	-۱															
۳	۱															
۴	-۱															

۱ نمودار پیکانی یک رابطه رسم شده است. با حذف کدام عضو این رابطه تابع خواهد شد؟



حل : حذف d از مجموعه سمت چپ با حذف d' از مجموعه سمت راست

۲ اگر A مجموعه‌ای سه عضوی و B مجموعه‌ای ۲ عضوی فرض شود، سه تابع از مجموعه A به مجموعه B را تعریف کنید.

$$A = \{a, b, c\} \quad B = \{1, 2\}$$

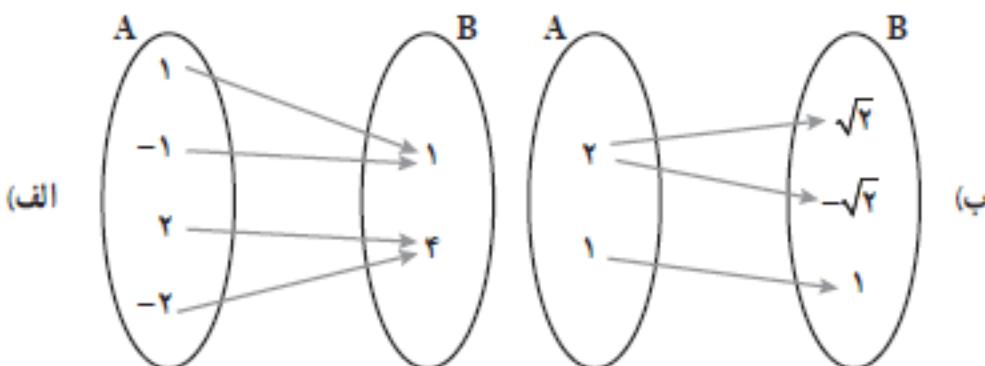
$$f = \{(a, 1), (b, 1), (c, 1)\} \quad h = \{(a, 1), (b, 1), (c, 2)\} \quad g = \{(a, 1), (b, 2), (c, 1)\}$$

در رابطه زیر، جاهای خالی را اعدادی قرار دهید که این رابطه تابع نباشد.

$$f = \{(2, 3), (2, 5), (3, 1), (\dots, 5), (\dots, \dots)\} \Rightarrow f = \{(2, 3), (2, 5), (3, 1), (4, 2)\}$$

توجه دارید که تمرین های ۲ و ۳ باز پاسخ بوده و داشت آموزان جواب های درست و مختلفی می توانند برای این تمرین ها بیابند.

۳ کدام رابطه تابع است و کدام رابطه تابع نیست؟ چرا؟



(الف) تابع هست

ب) تابع نیست زیرا از ۲، دو پیکان خارج شده است.

پ) تابع نیست زیرا مؤلفه اول ۲ برابر تکرار شده است. $\{(2, 1), (3, 2), (2, 2), (2, 4), (5, 1)\}$

ت) رابطه‌ای که به هر شخص، شماره ملی او را نسبت می دهد.

ث) تابع هست زیرا هر شخصی دقیقاً یک کد ملی دارد.

۵ اگر رابطه f تابع باشد، در این صورت حاصل $x+y$ را به دست آورید. (مجموعه f را پس از محاسبه x و y بنویسید.)

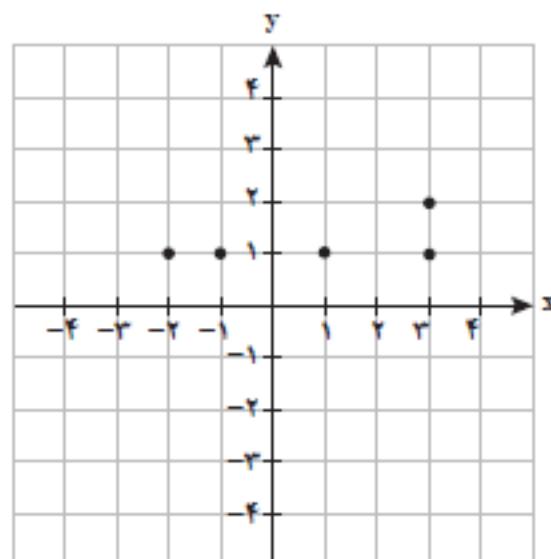
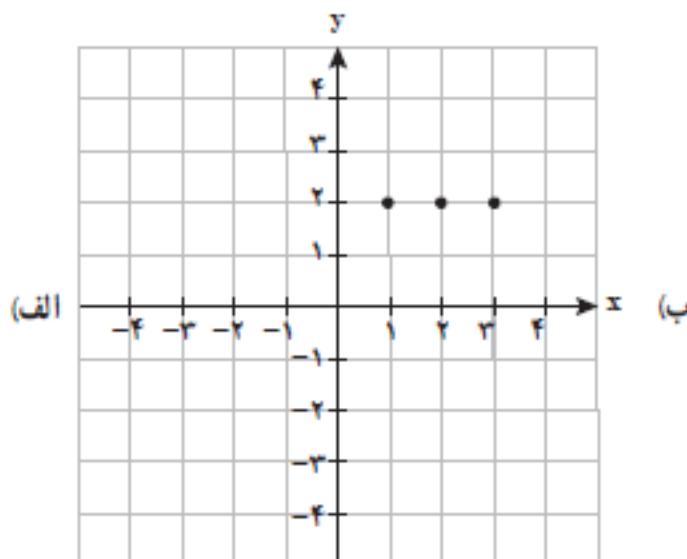
حل :

$$\begin{cases} x + y = 4 \\ x - y = 2 \end{cases} \Rightarrow x = 3, y = 1$$

$$f = \{(2, x+y), (2, 4), (5, 2), (3, 4), (5, x-y)\}$$

$$f = \{(2, 4), (5, 2), (3, 4)\}$$

۶ نمودار کدام رابطه یک تابع را مشخص می‌کند؟



نمودار الف تابع هست.

حل : نمودار ب تابع نیست،

با توجه به ضابطه هر تابع و ماتند نموده، مجموعه مقادیر باشد هر تابع را مشخص کنید.

بررسی
B

$$f: A \rightarrow \mathbb{R} \\ f(x) = \sqrt{x} + 1 \quad , \quad A = \left\{ -1, \sqrt{7}, 7, 1, \frac{1}{7} \right\}$$

مولفه
گروه ریاضی استان خوزستان

x	$f(x) = \sqrt{x} + 1$
-1	$f(-1) = \sqrt{-1} + 1 = 1$
$\sqrt{7}$	$f(\sqrt{7}) = \sqrt{\sqrt{7}} + 1 = 2$
7	$f(7) = \sqrt{7} + 1 = 3$
1	$f(1) = \sqrt{1} + 1 = 2$
*	$f(*) = \sqrt{*} + 1 = 2$
$\frac{1}{7}$	$f\left(\frac{1}{7}\right) = \sqrt{\frac{1}{7}} + 1 = \frac{8}{7}$

بررسی
B

$$\rightarrow R_f = \left\{ 1, 2, \frac{8}{7} \right\}$$

a) $f(1) = 1^{\frac{1}{2}} - 1 = 1 - 1 = 0$

$f(-1) = (-1)^{\frac{1}{2}} - 1 = -1 - 1 = -2$

$f(f) = (4)^{\frac{1}{2}} - 1 = 4 - 1 = 3$

الف) $f: A \rightarrow B$ $f(x) = x^{\frac{1}{2}} - 1$ $A = \left\{ 1, -1, *, \sqrt{7}, \frac{1}{7}, 7 \right\}$ $B = \left\{ 0, -2, -1, 3, 2, \frac{8}{7}, \sqrt{7} \right\}$

$f(\sqrt{7}) = (\sqrt{7})^{\frac{1}{2}} - 1 = 2 - 1 = 1$

ب) $f: A \rightarrow B$ $f(x) = \sqrt{x+1} - 1$ $A = \{*, -1, 1, 7, 7\}$ $B = \{0, -1, 2, 1, \sqrt{7} - 1\}$

$f\left(\frac{1}{7}\right) = \left(\frac{1}{7}\right)^{\frac{1}{2}} - 1 = \frac{1}{\sqrt{7}} - 1 = \frac{1 - \sqrt{7}}{\sqrt{7}}$

ب) $f: A \rightarrow B$ $f(x) = \frac{x+1}{x-7}$ $A = \{-7, *, 1, \sqrt{7}, \frac{1}{7}\}$ $B = \left\{ \frac{1}{6}, -\frac{1}{6}, -7, \frac{\sqrt{7}+1}{\sqrt{7}-7}, -1 \right\}$

ب) $f(0) = \sqrt{0+1} - 1 = 1 - 1 = 0$

$f(-1) = \sqrt{-1+1} - 1 = 0 - 1 = -1$

$f(\infty) = \sqrt{\infty+1} - 1 = \infty - 1 = \infty$

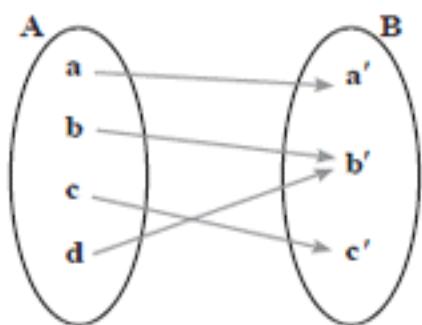
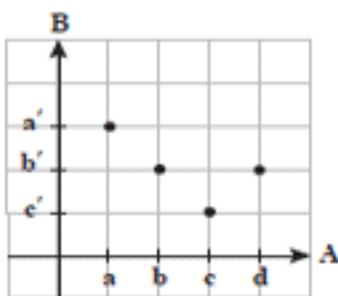
$f(7) = \sqrt{7+1} - 1 = \sqrt{8} - 1$

$f(-7) = \frac{-7+1}{-7-7} = \frac{-6}{-14} = \frac{3}{7} = \frac{1}{\frac{7}{3}}$ $f(-7) = \frac{0+1}{0-7} = \frac{1}{-7} = -\frac{1}{7}$

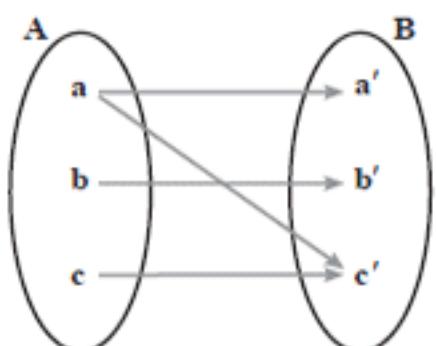
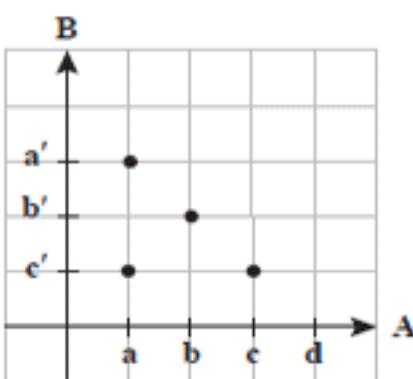
$f(\sqrt{7}) = \frac{\sqrt{7}+1}{\sqrt{7}-7}$ $f\left(\frac{1}{7}\right) = \frac{\frac{1}{7}+1}{\frac{1}{7}-7} = \frac{\frac{8}{7}}{-\frac{48}{7}} = -\frac{1}{6}$

کدام یک از رابطه‌های زیر تابع است؟ چرا؟ برای هر رابطه نمودار مختصاتی را رسم کنید.

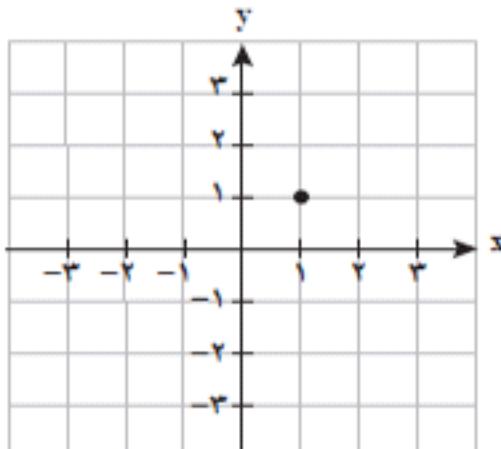
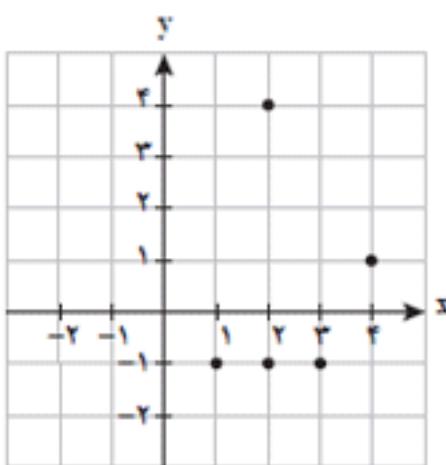
حل:



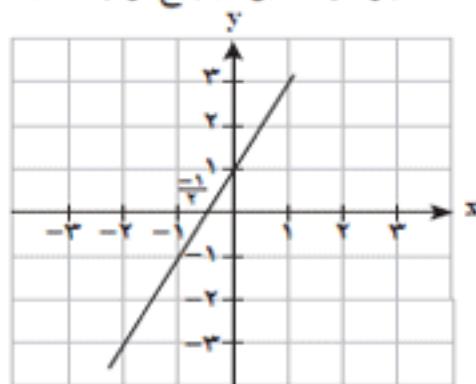
الف) تابع هست.



ب) تابع نیست زیرا از a، دو پیکان خارج شده است.



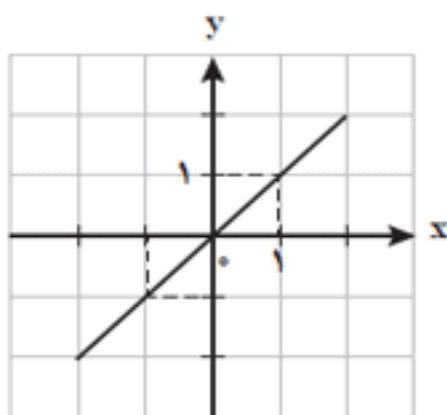
ت) $\{g = \{(1, 1)\}\}$ تابع هست.



$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ (ت)

$$f(x) = 2x + 1$$

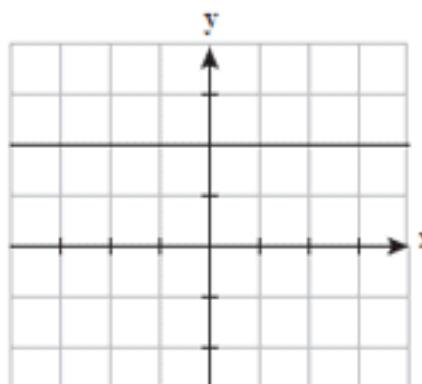
تابع هست.



احبه اول و سوم

$$f(x) = x$$

تابع هست.



$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ (ج)

$$f(x) = 2$$

تابع ثابت است.

۲) بُرُد هر یک از توابع زیر را با توجه به ضابطه و دامنه داده شده، به دست آورید.

الف) $f: A \rightarrow B$: حل

$$f(x) = x^r + x + 1 \quad , A = \{0, -1, 1, 2, -2\} \quad R_f = \{1, 2, 7\} \quad f(0) = 1 \quad f(2) = 7$$

$$f(-1) = -1 - 1 + 1 = 1 \quad f(-2) = -2$$

$$f(1) = 1 + 1 + 1 = 3$$

ب) $f: A \rightarrow B$: حل

$$f(x) = \frac{x+1}{x} \quad , A = \left\{\frac{1}{2}, 1, -1, 2, -2\right\} \quad R_f = \left\{0, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, 2, 3\right\} \quad f\left(\frac{1}{2}\right) = 3 \quad f(2) = \frac{3}{2}$$

$$f(1) = 2 \quad f(-1) = 0 \quad f(-2) = \frac{1}{2}$$

پ) $f: A \rightarrow B$: حل

$$f(x) = \sqrt{x+1} \quad , A = \{0, 1, 2, 3, 4, 8\} \quad R_f = \{1, 2, 3, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}\} \quad f(0) = 1 \quad f(3) = 2$$

$$f(1) = \sqrt{2} \quad f(4) = \sqrt{5}$$

$$f(2) = \sqrt{3} \quad f(8) = 3$$

ت) $f: A \rightarrow B$: حل

$$f(x) = x \quad , A = W = \{0, 1, 2, 3, \dots\} \quad R_f = W \quad f(0) = 0 \quad f(1) = 1 \quad f(2) = 2 \dots$$

ث) $f: A \rightarrow B$: حل

$$f(x) = 0 \quad , A = \mathbb{R} \quad R_f = \{0\}$$

برد تابع ثابت تنها یک عضو دارد.

۳) تابع f به هر عدد حقیقی، دو برابر مکعب همان عدد، منهاج ۴ را نسبت می‌دهد. f کدام تابع است؟ حاصل $f(3)$ را بیابید.

الف) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ب) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = 2(x-4)^r \quad f(x) = 2^r \sqrt[r]{x-4}$$

پ) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ت) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

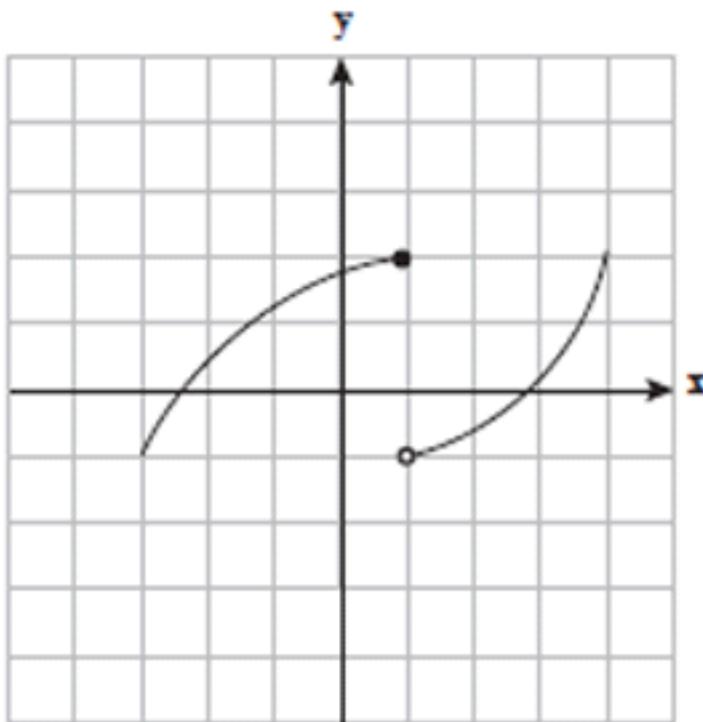
$$f(x) = 2x^r - 4 \quad f(x) = 2\sqrt[r]{x-4}$$

حل: قسمت پ صحیح است.

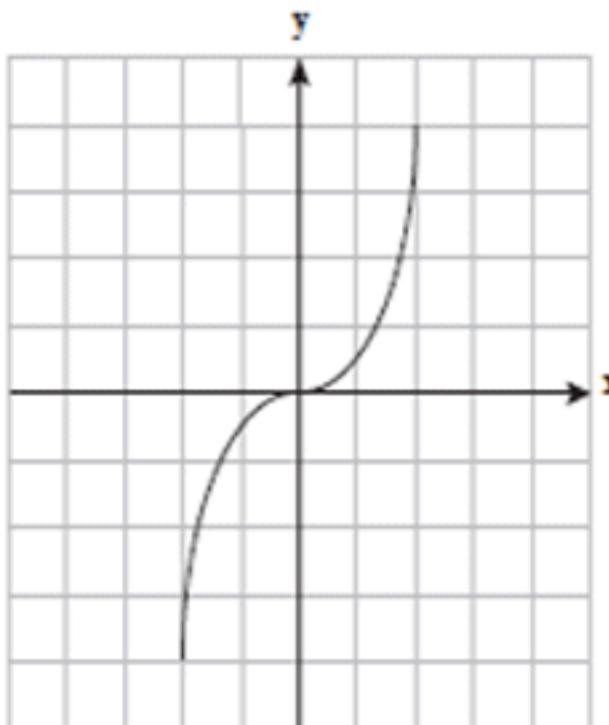
$$f(x) = 2x^r - 4$$

$$f(3) = 2(27) - 4 = 50$$

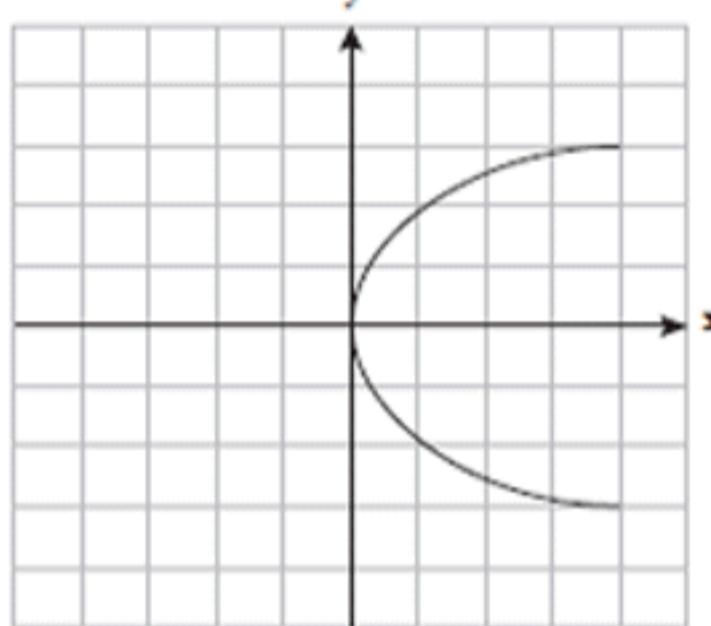
۱) کدام نمودار، نمایش یک تابع می‌باشد؟ چرا؟



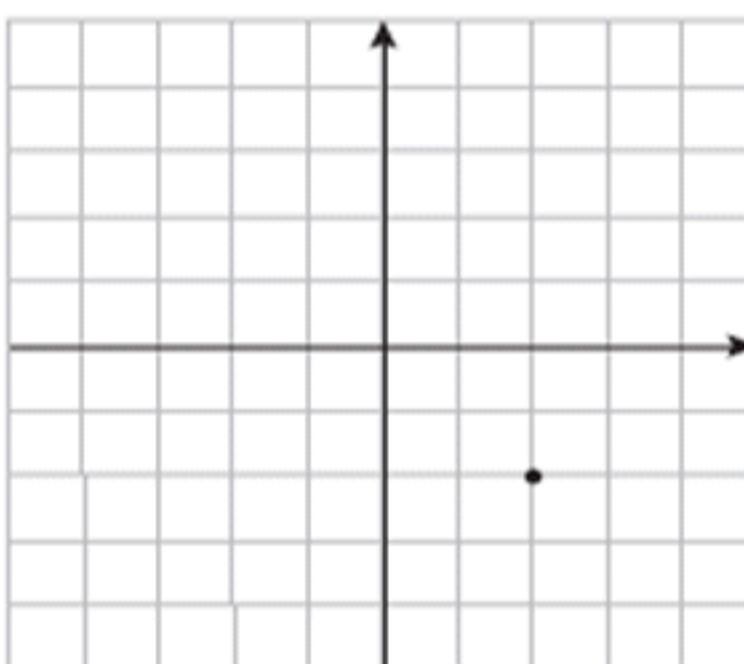
ب) تابع هست.



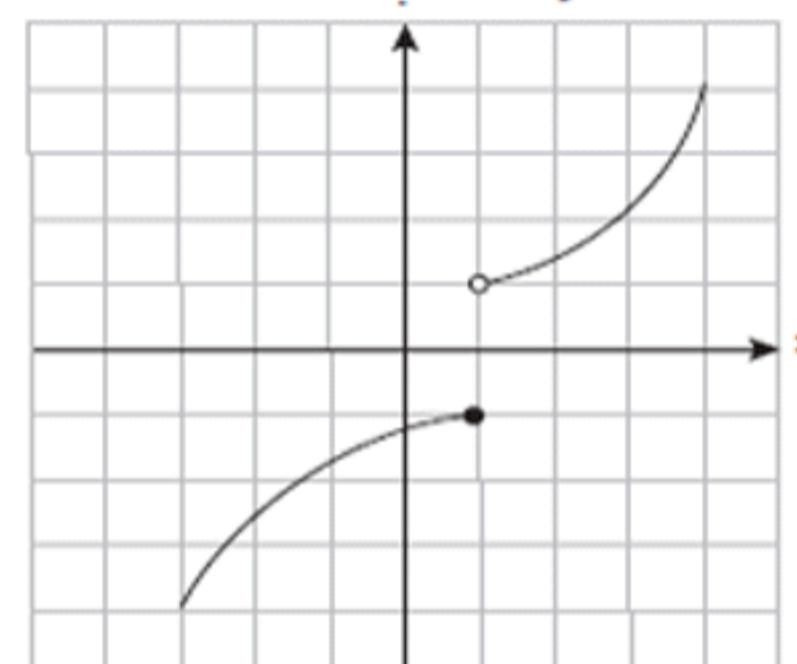
لف) تابع هست زیرا هر خطی موازی محور y را حداقل در یک نقطه قطع می‌کند.



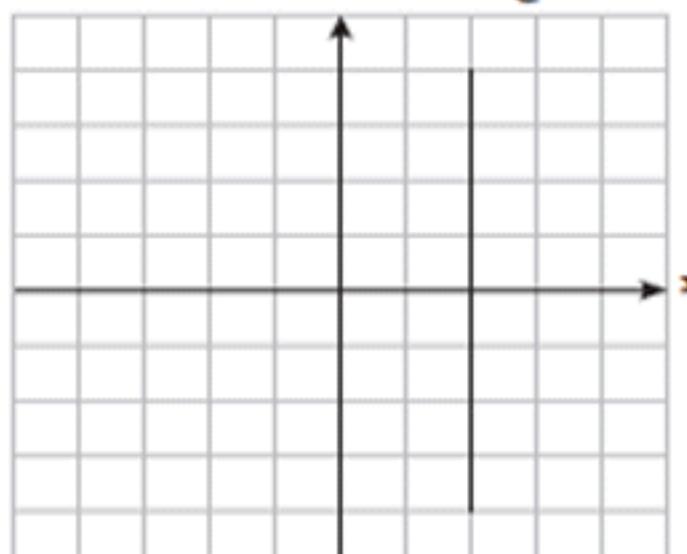
پ) تابع نیست، زیرا خطی وجود دارد که موازی محور y را در بیش از یک نقطه قطع



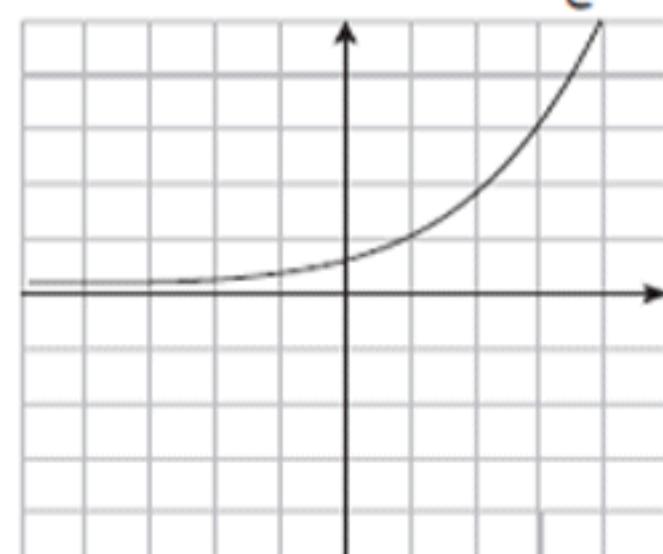
ت) تابع هست.



ت) تابع هست.



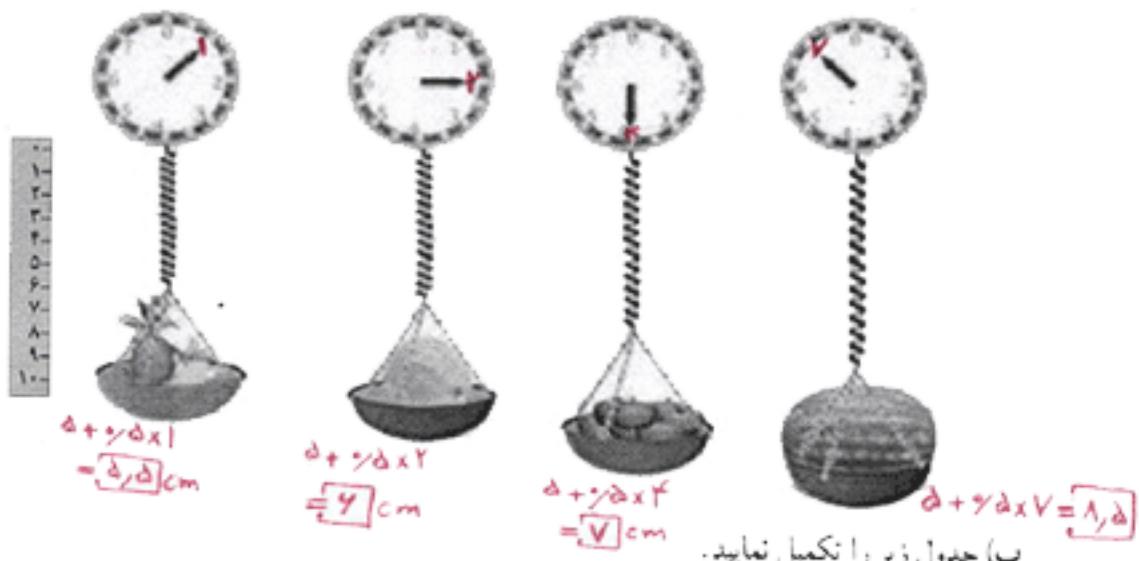
ج) تابع نیست.



ج) تابع هست.

الف) طول یک فنر در حالتی که به آن هیچ وزنه‌ای آویزان نشده است ۵ سانتی‌متر است و به ازای هر کیلوگرم وزنه‌ای که به آن آویزان شود، نیم سانتی‌متر به طول آن افزوده می‌شود.

طول فنر را در شکل‌های زیر مشخص کنید.



ب) جدول زیر را تکمیل نماید.

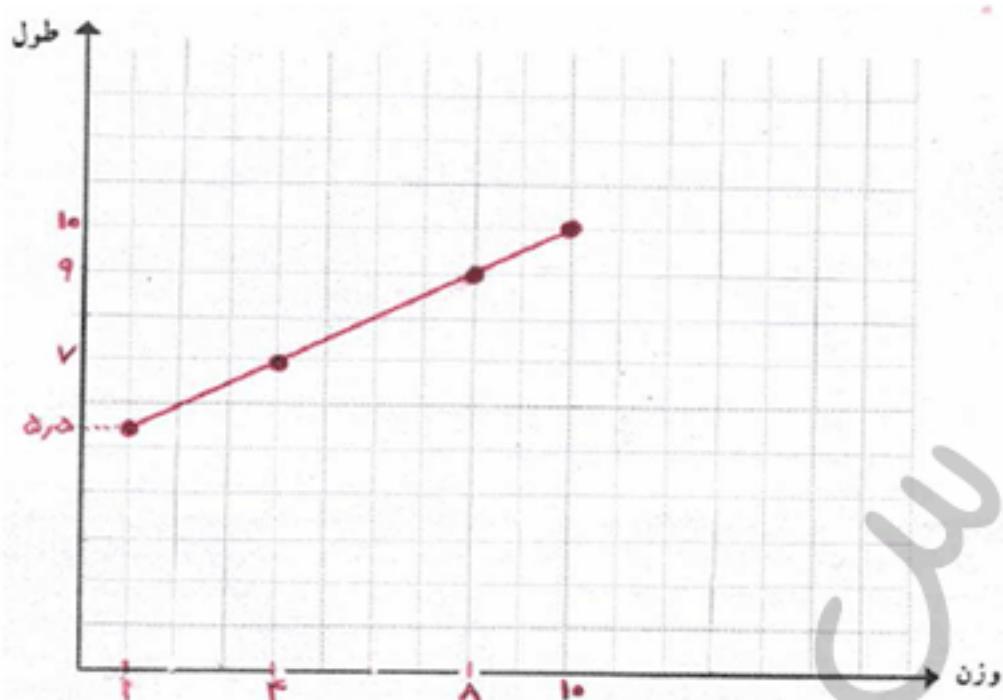
اندازه وزنه (بر حسب کیلوگرم)	۱	۲	۵	۷	۲۰	a
طول فنر (بر حسب سانتی‌متر)	۵,۵	۷	۷,۵	۸,۵	۱۵	$5 + 0.5a$

ب) اگر تابع طول فنر را با f نشان دهیم، مقادیر $f(1)$, $f(8)$, $f(4)$, $f(1)$ و $f(10)$ (بر حسب سانتی‌متر) را محاسبه

$$L = f(a) = \Delta + \gamma \Delta a \rightarrow f(1) = 5 + 0.5 \times 1 = 5.5 \quad | \quad f(8) = 5 + 0.5 \times 8 = 9 \\ f(4) = 5 + 0.5 \times 4 = 7 \quad | \quad f(10) = 5 + 0.5 \times 10 = 10$$

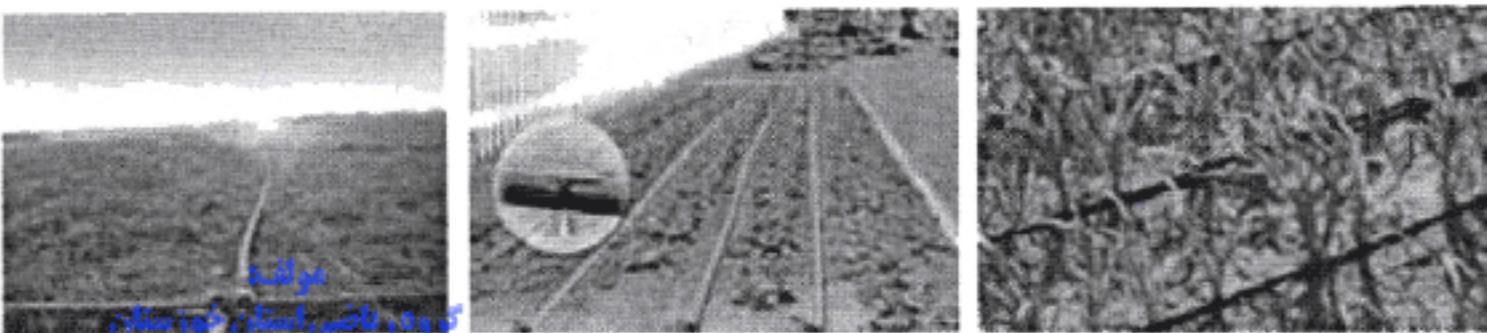
ت) نقاط به دست آمده از قسمت قبل را در یک دستگاه در محور عمود بر هم، مشخص کنید.

نقاط حاصل را به هم وصل کنید.



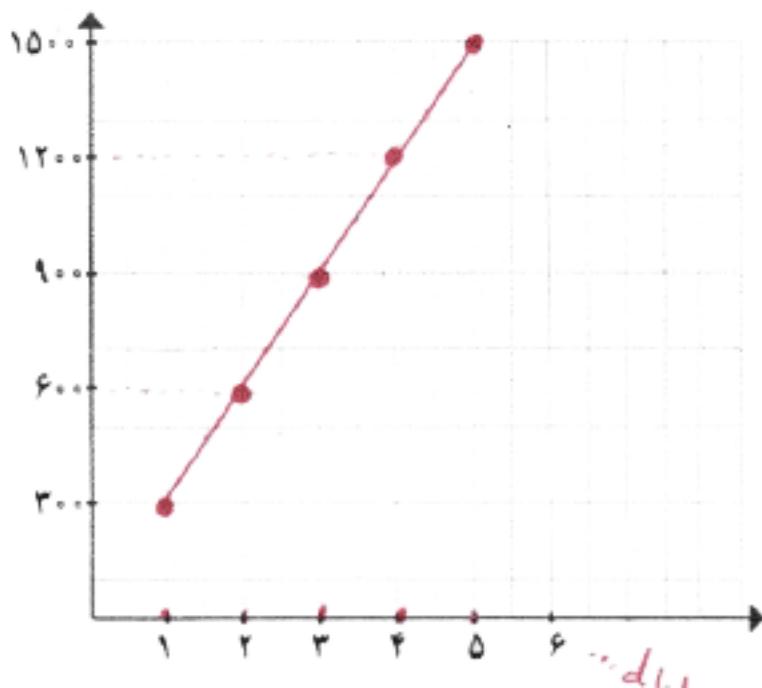
$\text{متر} = 300 \times \frac{1}{1000} \times 3 = 900 \text{ متر}$

یک کارخانه تولید لوله‌های آبیاری کشاورزی^۱ در هر ساعت $\frac{1}{3}$ کیلومتر لوله تولید می‌کند.



x بر حسب ساعت	$f(x)$ بر حسب متر
۱	۳۰۰
۲	۶۰۰
۳	۹۰۰
۴	۱۲۰۰
۵	۱۵۰۰

اگر متراز لوله‌ای را که این کارخانه بس از x ساعت تولید می‌کند، بر حسب متر با $f(x)$ نشان دهیم. جدول رو به رو را برای $f(x)$ به ازای مقادیر مختلف x کامل نمایید.



نقاط بدست آمده از جدول قسمت قبل را در یک دستگاه دو محور عمود بر هم مشخص کنید. نقاط حاصل را به هم وصل کنید.

می خواهیم بهترین خط رسم

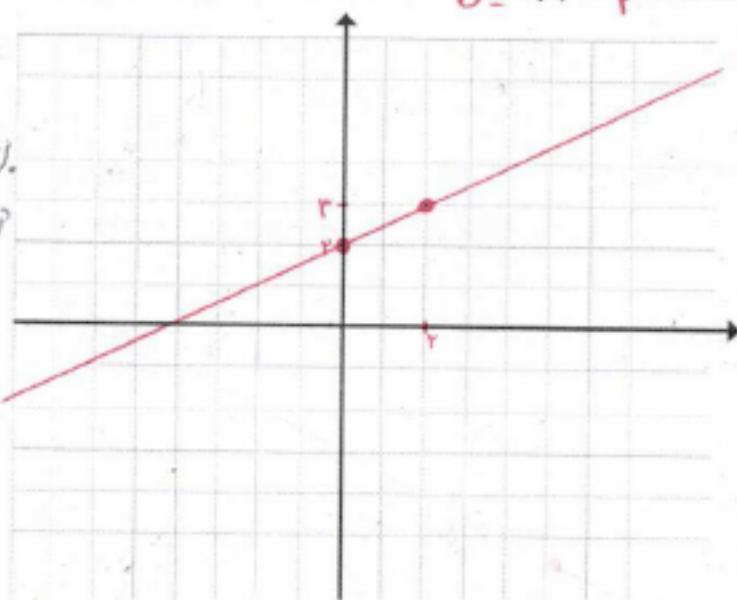
در یک تابع خطی $f(x) = mx + b$ با توجه به معادله خط که در کتاب ریاضیات نهم دیده اید، ابتدا m و سپس به کمک آن $f(x)$ را مشخص و نمودار تابع را رسم کنید.

$$m = \frac{3 - 2}{2 - 0} = \boxed{\frac{1}{2}}$$

$$y = mx + b \Rightarrow \text{معادله خط } y = \frac{1}{2}x + 2$$

$$y = mx + b \\ f(0) = 2 \rightarrow 2 = \frac{1}{2} \times 0 + b \Rightarrow \boxed{b = 2}$$

$$\text{بنابراین } \dots f(x) = \frac{1}{2}x + 2$$



(رسم از عاطفه‌زاده)
(رسانید اسحاق‌فرز)

مولفه
گروه ریاضی استان خوزستان

لر (س

مولفه:

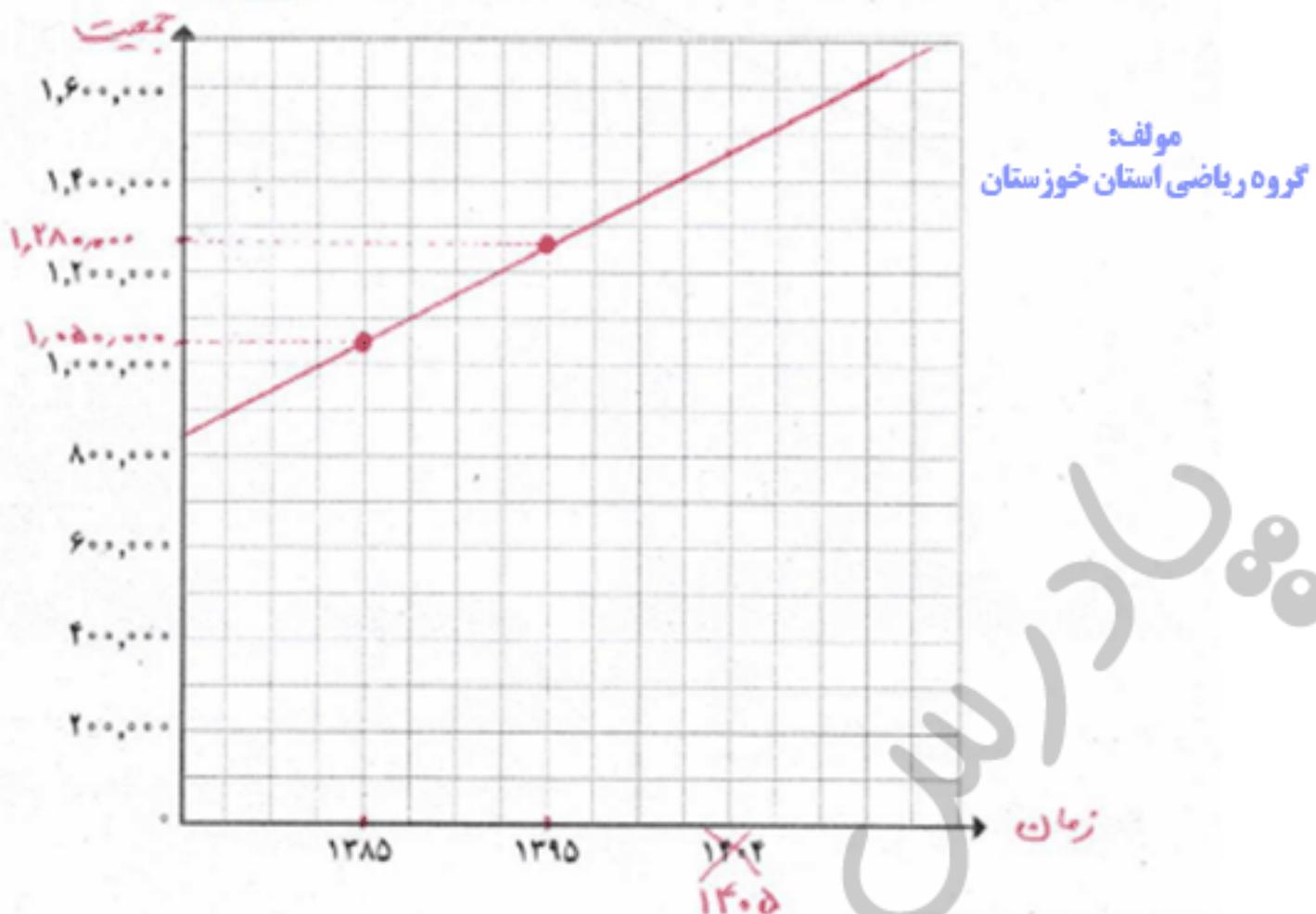
اگر دمای سنگ های تابع خطی بر حسب عمق باشد، ابتدا چدول زیر را **گام ۱: کنید و بروی مکاتبان** (جیو(x)) آغاز نماییم
 $y = 5x - 35$
 $\Delta x = \Delta y$
 $x = 1, y = ?$

را مشخص نموده سپس تعیین کنید در چه عمقی دما به 40° درجه سانتی گراد می رسد؟

نیوب خط	معادله خط با ضابطه تابع	$f(1)$	$f(2)$
$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ $m = \frac{180 - 70}{5 - 2} = 50$	$y = f(x) = mx + b$ $(70, 50) \rightarrow 70 = 50 \times 2 + b$ $b = 70 - 100 = -30$ $y = 50x - 30$	$y_1 = 70$	$y_2 = 180$

لار (س

در برنامه‌ریزی اقتصادی، اجتماعی و مواردی از این قبیل، اولین گام، پیش‌بینی جمعیت در برنامه‌ریزی است. برای برآورد جمعیت، مدل‌های مختلف وجود دارد که هر کدام ویژگی‌های خود را دارند. انتخاب نوع مدل و استفاده از آن در درجه اول به اطلاعات موجود در زمان و سپس به هدف برنامه‌ریزی بستگی دارد. پکی از این روش‌ها، مدل رشد خطی است. این مدل، الگویی از رشد جمعیت را توصیه می‌کند که در آن میزان جمعیت همچنان با نرخ فعلی خود تغییر می‌کند. (روند رشد جمعیت به صورت تابعی خطی نسبت به متغیر زمان است.). فرض کنیم جمعیت یک شهر در سال ۱۳۸۵ برای یک میلیون و پنجاه هزار نفر و در سال ۱۳۹۵ برای یک میلیون و دویست و هشتاد هزار نفر بوده است. اگر برای رشد جمعیت این شهر، مدل الگویی رشد خطی را در نظر بگیریم، با رسم نمودار تابع جمعیت، جمعیت این شهر را در سال ۱۴۰۵ به طور تقریبی برآورد کنید.



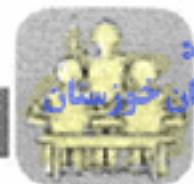
$$x = y + 4$$

$$P = 2(x+y) = 2(y+4+y) \Rightarrow P = 2(2y+4)$$

$\rightarrow P = 4y + 8$

محیط نایاب حفظ است چون بر
مکعب $y = mx + b$ درگذده است.

کار در کلاس



مولفه
گروه ریاضی استان خوزستان

ضابطه نایاب محیط مستطیل هایی را که طول آنها 4 واحد بیشتر از عرض آنها است، بر حسب عرض آن بنویسید و نشان دهید یک تابع خطی است.

$$x = y + 4$$

$$S = xy = (y+4)y$$

آیا نایاب مساحت آنها نیز یک تابع خطی است؟ خیر

$$S = y^2 + 4y$$

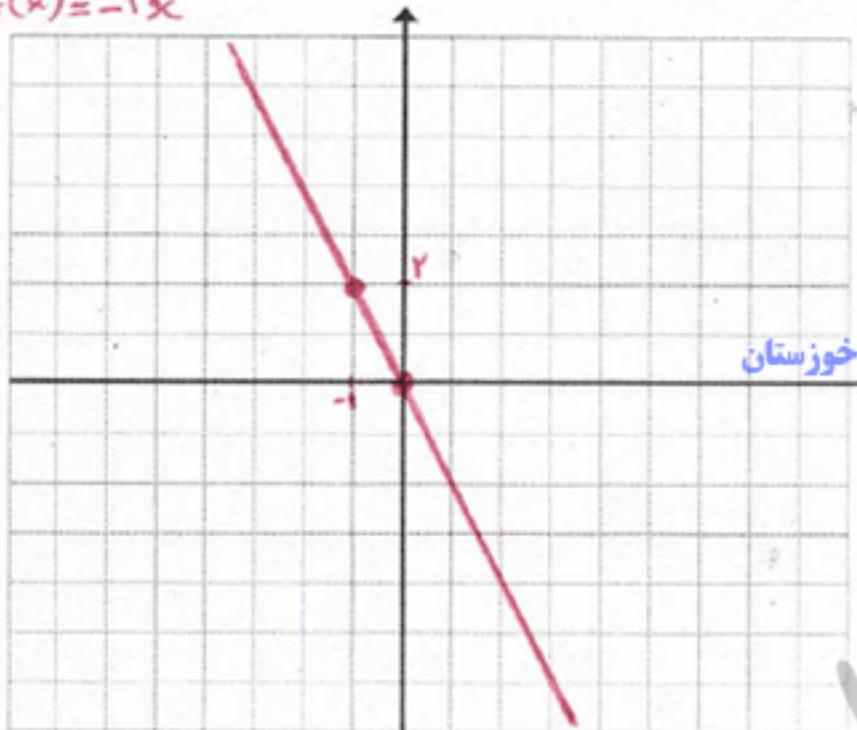
مساحت نایاب حفظ نشود چون بر مکعب $y = mx + b$ در نیاز نداشت (معنی بازیابی ندارد)

$$f(0) = 0$$

اگر نمودار تابع خطی f از مبدأ عبور کرده و $f(-1) = 2$ باشد، نمودار و ضابطه تابع f را مشخص کنید.

$$m = \frac{2 - 0}{-1 - 0} = -2 \quad \text{و } (0, 0) \rightarrow 0 = -2 \times 0 + h \Rightarrow h = 0$$

$$f: y = f(x) = -2x \quad \text{؛ معادله ضابطه تابع}$$



مولف:
گروه ریاضی استان خوزستان

۱) مقادیر m و n را چنان باید تا در تابع با ضابطه $f(x) = mx + n$ داشته باشیم : $f(1) = 1$ و $f(2) = 4$

حل :

$$1) \begin{cases} m+n=1 \\ 2m+n=4 \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{l} m=3 \\ n=-2 \end{array}$$

۲) ضابطه تابع خطی f را که از نقاط $(2, 3)$ و $(4, 1)$ می‌گذرد، مشخص کنید و نمودار آن را رسم نماید.

$$2) m = \frac{3-1}{2-4} = -1 \quad y = -x + n \xrightarrow{f(4)=1} 1 = -4 + n \Rightarrow n = 5$$

حل :

$$f(x) = -x + 5$$

۳) در تابع خطی f داریم $f(1) = 5$ و $f(2) = 8$ ، مقادیر $f(-3)$ و $f(5)$ را باید.

$$3) m = \frac{8-5}{2-1} = 3$$

حل :

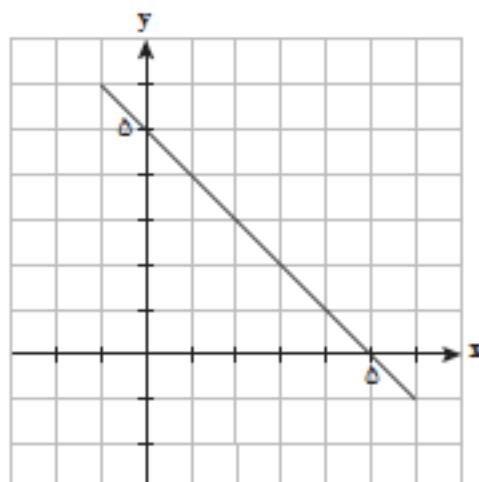
$$f(x) = 3x + n \xrightarrow{f(1)=5}$$

$$5 = 3 + n \Rightarrow n = 2$$

$$f(x) = 3x + 2$$

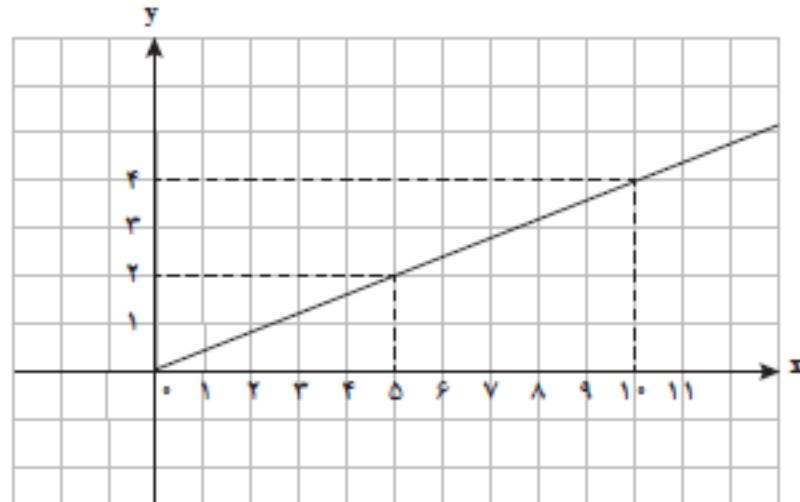
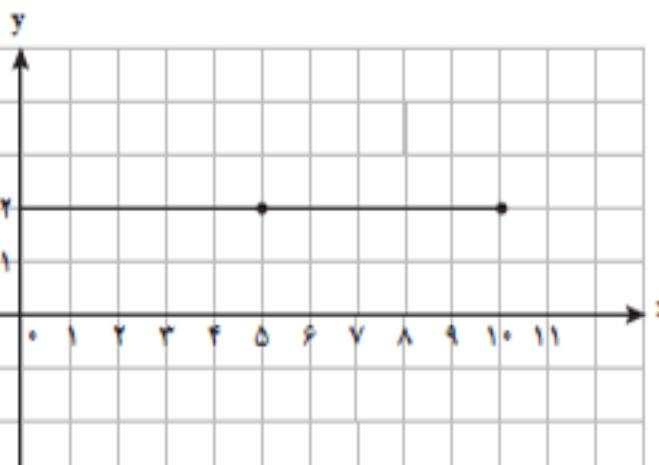
$$f(-3) = 3(-3) + 2 = -7$$

$$f(5) = 3(5) + 2 = 17$$



۴) نمودار تابعی خطی را رسم کنید که دامنه آن برابر $A = \{x \in \mathbb{R} | 0 \leq x \leq 10\}$ باشد و از نقطه $\left(\frac{5}{2}, 0\right)$ بگذرد.

حل : جواب سؤال منحصر به فرد نیست.



فعالیت



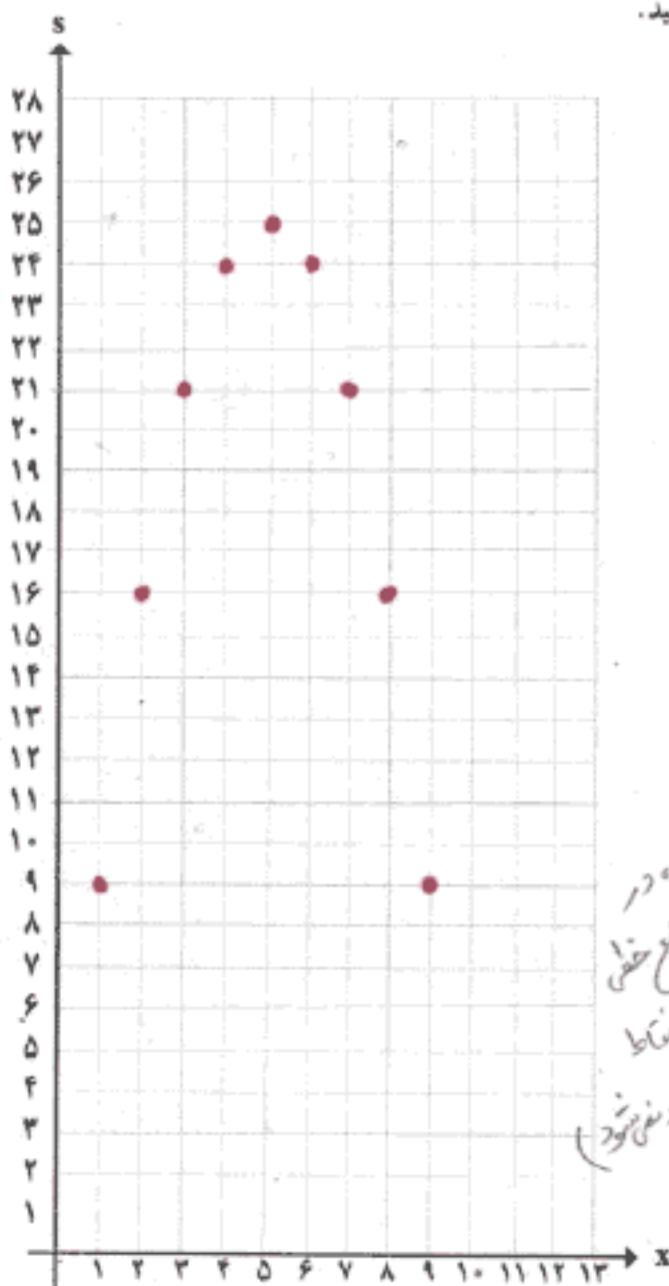
$$x+y=10$$

برای برگزاری یک جلسه، با کتاب هم قرار دادن تعدادی میز به صورت مربع های 1×1 ، یک میز مستطیل شکل به محیط ثابت 20 تهیه می کنیم. اندازه ضلعی را که متوجه ریاضی استان خوزستان در آن قرار می گیرد با x و اندازه ضلع دیگر را با y نشان می دهیم همچنین مساحت مستطیل را با s نشان می دهیم.

(الف) جدول زیر را کامل کنید.

x	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹
y	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
s	۹	۱۶	۲۱	۲۴	۲۵	۲۴	۲۱	۱۶	۹
(x, s)	(۱, ۹)	(۲, ۱۶)	(۳, ۲۱)	(۴, ۲۴)	(۵, ۲۵)	(۶, ۲۴)	(۷, ۲۱)	(۸, ۱۶)	(۹, ۹)

ب) اگر هر زوج مرتب (x, s) را یک نقطه فرض کنیم، این نقاط را در دستگاه مختصات محو رهای زیر مشخص کنید.



بادق در عالم سیفی میوه در
نشست، من بینشیدم که نجف خوش
شیرت (با وصل کردن نکلا
هم، خل را است ایجاد نمی شود)

فعالیت

در کادر

یک شرکت ناقصی ساختمانی قیمتی را که برای رنگ آمیزی روزانه هر مترمربع از دیوار بیرونی بکار خانه تعیین می‌کند، مبلغ $x - 1200$ تومان است. x میزان رنگ آمیزی روزانه گروه بر حسب مترمربع است. هزینه رفت و آمد و صرف غذای گروه به طور ثابت روزانه 30000 تومان و همچنین مترمبع x تومان هزینه لوازم مصرفی بر عهده گروه است.

متلاعی کردن کند قیمت گروه ریاضی استان خوزستان

(نیازی به ضرب کرد) شرکت حیران درست (ب) شد (است)

$$C(x) = 30000 + 200x$$

۷۸

الف) قیمت پرداختی شرکت برای هر مترمربع رنگ آمیزی به ازای $x = 200$ متر کار در یک روز و $x = 300$ چقدر است؟

$$\begin{aligned} \text{تومان} &= 1200 - 200 = 1000 \\ x = 200 &\Rightarrow \text{قیمت} \\ x = 300 &\Rightarrow \text{قیمت} \end{aligned}$$

(ب) هزینه گروه در یک روز به ازای $x = 200$ و $x = 300$ چقدر است؟

$$\left\{ \begin{array}{l} x = 200 \Rightarrow C(200) = 30000 + 200 \times 200 = 50000 \\ x = 300 \Rightarrow C(300) = 30000 + 200 \times 300 = 60000 \end{array} \right.$$

پ) اگر تابع سود گروه را با P نشان دهیم ($P(200)$, $P(250)$, $P(300)$, $P(350)$) را محاسبه کنید.

$$P(x) = R(x) - C(x)$$

$$\begin{aligned} P(x) &= x(1200 - x) - (30000 + 200x) \\ P(200) &= 200 \times (1200 - 200) - (30000 + 200 \times 200) = -10000 \\ P(250) &= 250 \times (1200 - 250) - (30000 + 200 \times 250) = 40000 \\ P(300) &= 300 \times (1200 - 300) - (30000 + 200 \times 300) = 100000 \\ P(350) &= 350 \times (1200 - 350) - (30000 + 200 \times 350) = 180000 \end{aligned}$$

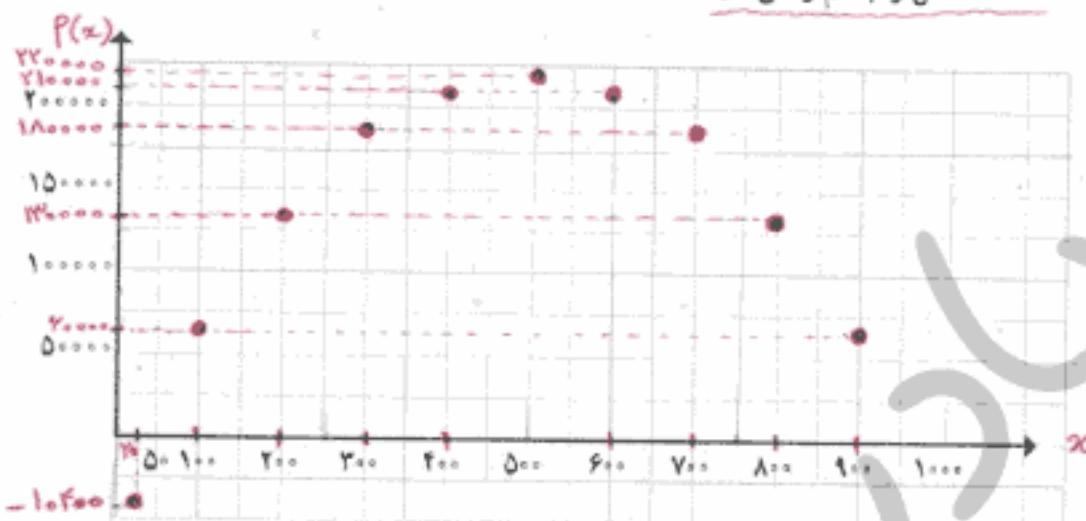
ت) حاصل $P(x)$ را به دست آورید و آن را ساده کنید.

ث) جدول زیر را برای $P(x)$ به ازای مقادیر مختلف x کامل کنید.

x	۲۰۰	۲۵۰	۳۰۰	۳۵۰	۴۰۰	۴۵۰	۵۰۰	۵۵۰	۶۰۰	۶۵۰	۷۰۰	۷۵۰	۸۰۰	۸۵۰	۹۰۰
$P(x)$	-10000	40000	100000	180000	250000	320000	390000	460000	530000	600000	670000	740000	810000	880000	950000

ج) نقاط بدست آمده از جدول قسمت قبل را در یک دستگاه دو محور عمود بر هم مشخص کنید.

نقاط حاصل را به هم وصل کنید.



ج) چرا بعضی از نقاط، پایین تر از محور افقی قرار می‌گیرند؟ آیا هرچه متراز بیشتری رنگ آمیزی شود، گروه سود بیشتری کسب می‌کند؟

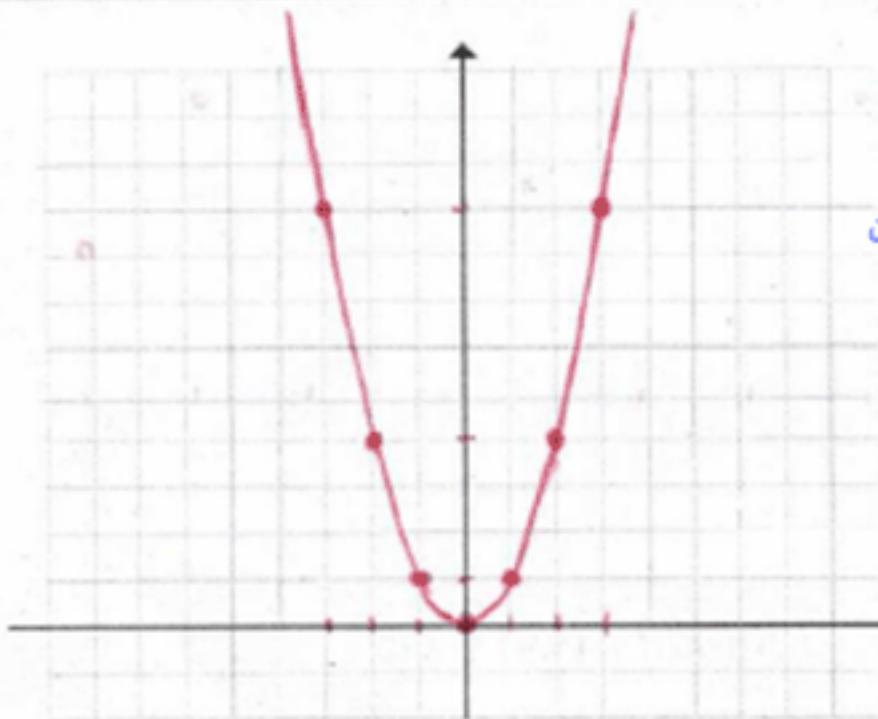
چون $(x, P(x))$ متفق شد (عنی شرکت ضرر داشته است)

خبر - از $x = 500$ به بعد سود نمتر من شود.

درجی ۲ - سعف

ابتدا جدول زیر را کامل کنید؛ سپس به کمک آن نمودار تابع با ضابطه $f(x) = x^3$ را رسم کنید.

x	...	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	...
y	...	16	9	4	1	0	1	4	9	16	...



مؤلفه:
گروه ریاضی استان خوزستان

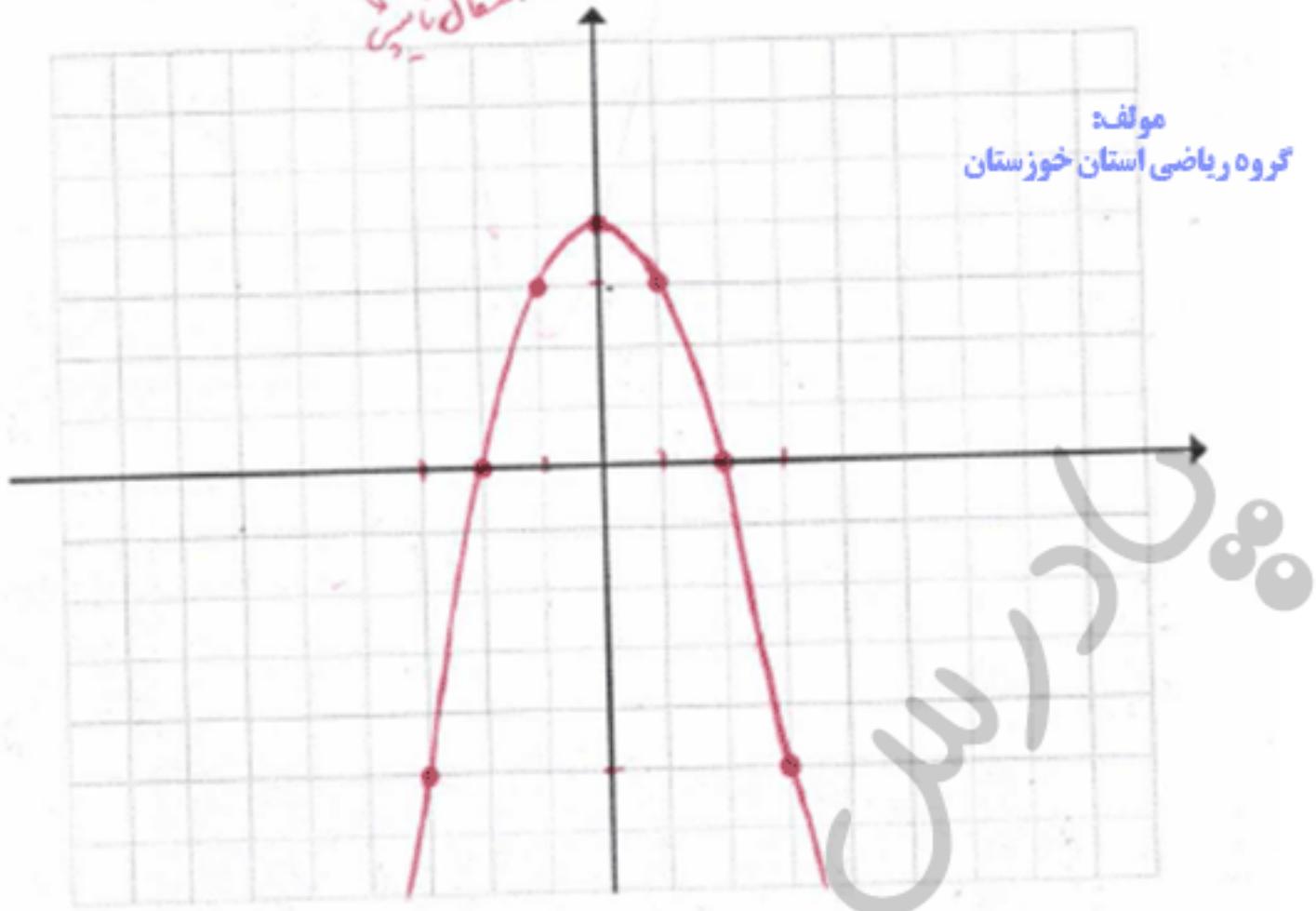
پلر (س)

درجهٔ ۲ بیهمی

جدول زیر را کامل کنید و به کمک آن نمودار تابع با ضابطه $f(x) = 4 - x^2$ را رسم کنید.

x	...	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	...
y	...	-12	-5	0	3	4	3	0	-5	-12	...

اسعادل نامی



مولفه:
گروه ریاضی استان خوزستان

به کمترین مقدار می‌باشد

الف) رأس سهمی به معادله $y = 2(x-1)^2 + 1$ را مشخص کنید به کمک آن نمودار سهمی را رسم کنید.

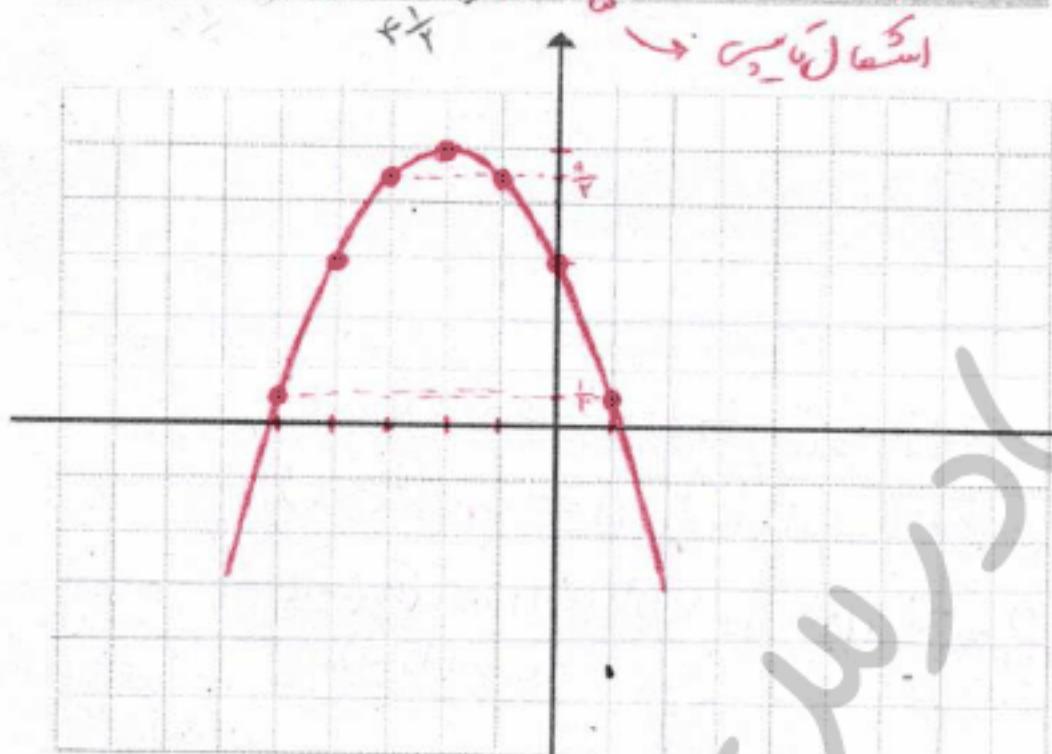
لحوظه: که در نتیجه از

(رأس سهمی (1, 1))

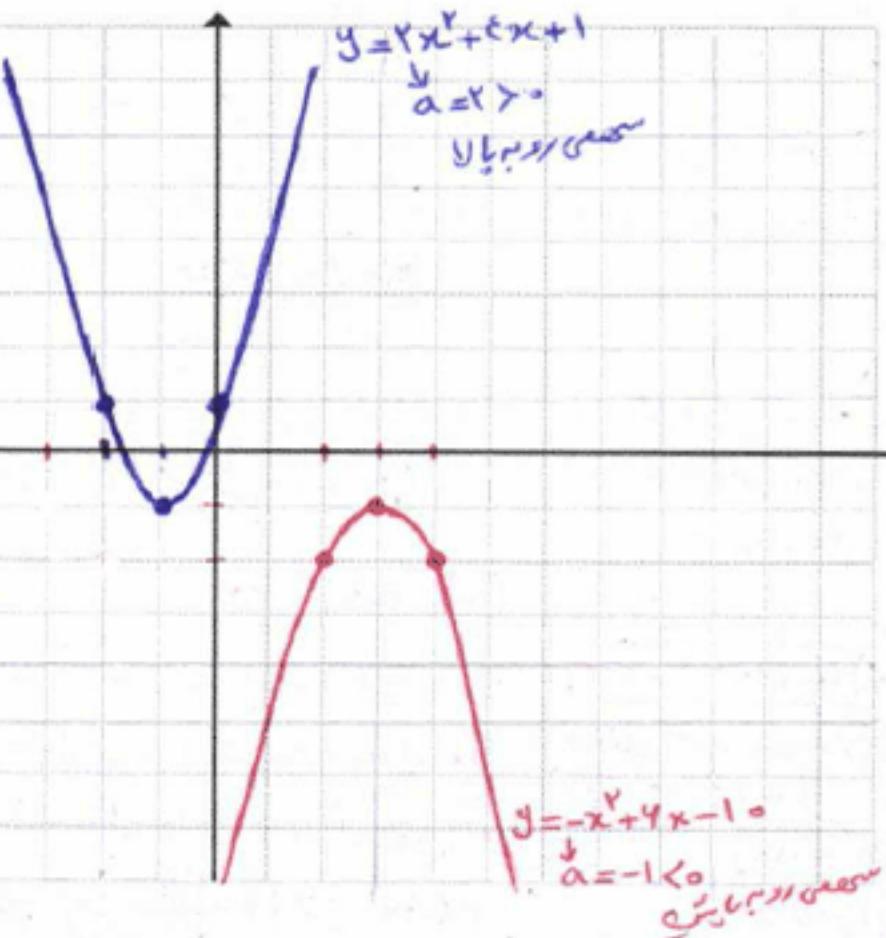
x	...	0	1	2	...
y	...	3	1	3	...



x	...	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	...
y	...	$\frac{1}{2}$	3	$\frac{1}{2}$	X	$\frac{1}{2}$	3	$\frac{1}{2}$...



نمودار توابع درجه دوم $y = 2x^2 + 4x + 1$ و $y = -x^2 + 4x - 1$ را رسم کنید.



$$y = -x^2 + 4x - 1 = 0$$

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2(-1)} = 2$$

حلول راسی ریس

x	...	2	3	4	...
y	...	-2	-1	-2	...

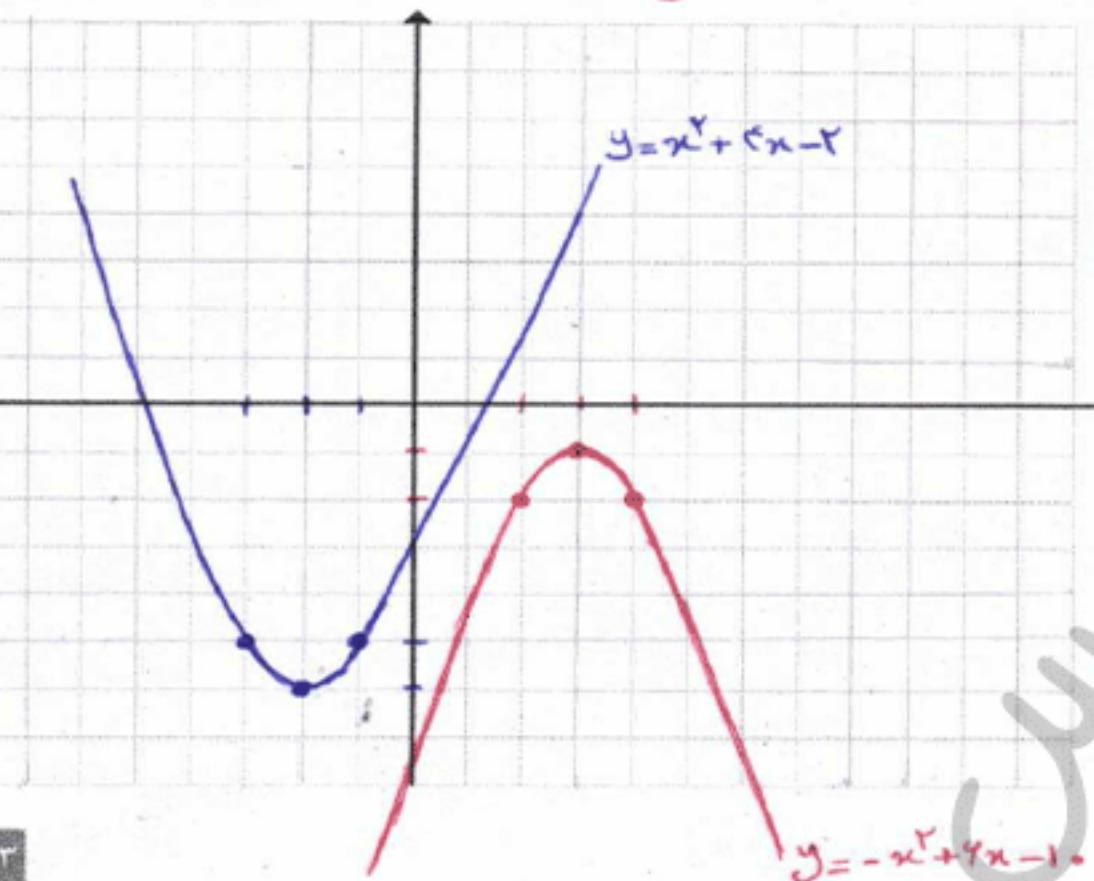
$$y = 2x^2 + 4x + 1$$

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2(2)} = -1$$

حلول راسی ریس

x	...	-2	-1	0	...
y	...	1	-1	1	...

نمودار توابع درجه دوم $y = x^2 + 4x - 2$ و $y = -x^2 + 4x - 1$ را رسم کنید و در ادامه، مختصات خود را مشخص کنید. خطای سالم ندارند.



$$y = -x^2 + 4x - 1 = 0$$

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2(-1)} = 2$$

حلول راسی ریس

x	...	2	3	4	...
y	...	-9	-1	-2	...

$$y = x^2 + 4x - 2$$

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2(1)} = -2$$

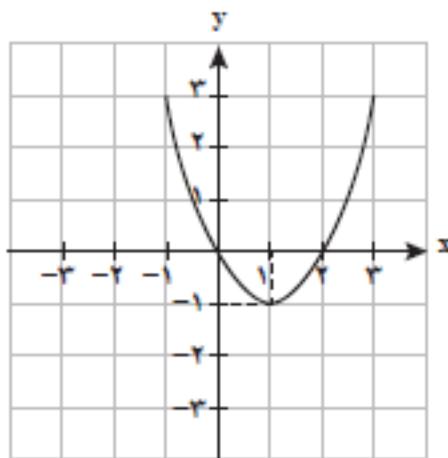
حلول راسی ریس

x	...	-3	-2	-1	...
y	...	-5	-4	-3	...

۱ نمودار سهیمی‌های به معادلات $y = x^2 - 2x + 1$ و $y = -(x-1)^2 + 1$ را رسم کنید.

الف) $y = (x-1)^2 - 1$

x	0	1	2
y	0	-1	0



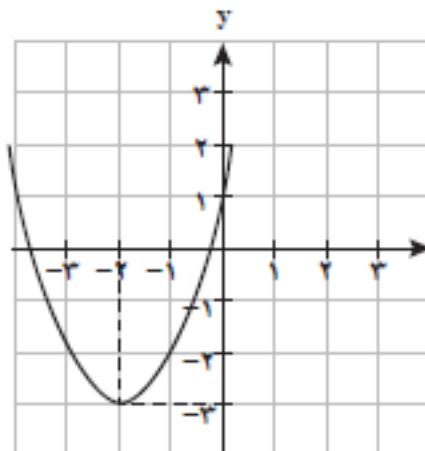
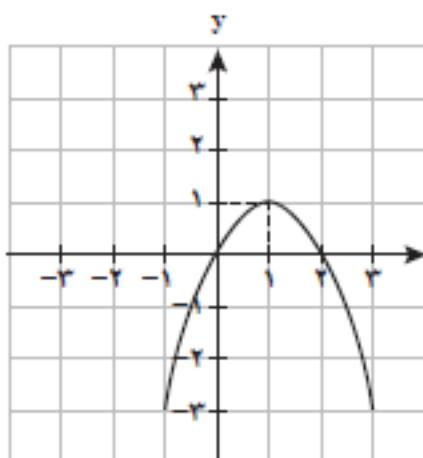
ب) $x = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2} = -2$

ب) $y = -(x-1)^2 + 1$

x	0	1	2
y	0	1	0

$f(-2) = -3$

x	-3	-2	-1
y	-3	-2	-1



۲ اگر تابع درآمد به صورت $y = -\frac{1}{2}x^2 + 3x + 4$ و تابع هزینه به صورت $P(x) = \frac{1}{2}x^2 + 12x - 40$ باشد، مаксیمم مقدار سود را مشخص کنید.

$P(x) = \frac{1}{2}x^2 + 12x - 40$

$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-12}{2(-\frac{1}{2})} = 12$

$P(12) = 32$: حل

۲) محیط مستطیلی ۲۶ متر است. اگر اندازه یکی از اضلاع آن را با x و مساحت آن را با S نشان دهیم، ابتدا نمودار تابع مساحت را بر حسب x رسم کنید. سپس به کمک نمودار مشخص کنید به ازای چه مقداری از x مساحت مستطیل ماقسیم می شود.

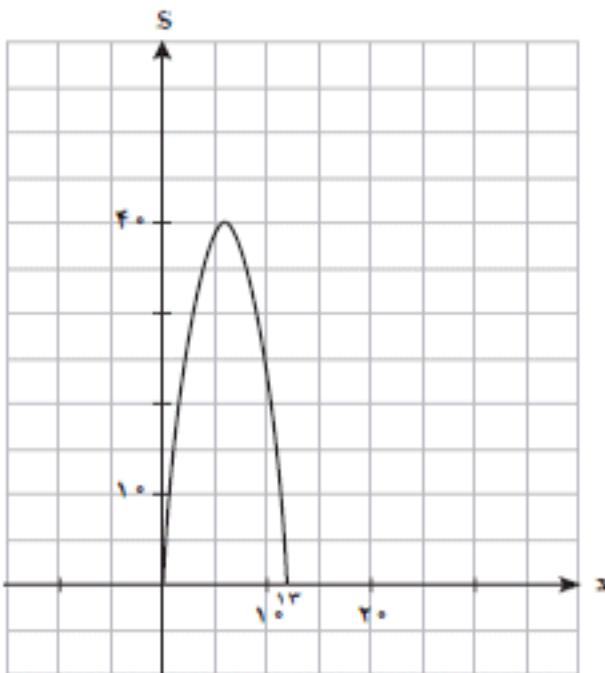
$$2(x+y) = 26 \Rightarrow x+y = 13 \Rightarrow S = xy = x(13-x) = 13x - x^2$$

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-13}{-2} = \frac{13}{2} = 6.5$$

$$f\left(\frac{13}{2}\right) = \frac{169}{4} = 42.25$$

x	6	6.5	7
$P(x)$	42	42.25	42

$$x = 6.5$$



۳) اگر $2x + a = 100$ باشد، x و a طوری باید که $y = xa$ ماقسیم شود.

$$a = 100 - 2x$$

$$y = xa = x(100 - 2x) = 100x - 2x^2$$

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{100}{2} = 50$$

$$a = 100 - 2(50) = 0$$

۴) در یک تولیدی نوعی لامپ برای مصارف پزشکی تولید می شود. این تولیدی هر یک از لامپ ها امی تواند به قیمت ۲۰۰ تومان بفروشد. اگر در هر روز x واحد لامپ تولید کند و بفروشد و تابع هزینه آن باشد:

$$P(x) = x^2 + 40x + c$$

الف) تابع سود روزانه این تولیدی را بنویسید.

ب) چند لامپ در روز تولید کند تا بیشترین سود را داشته باشد؟

پ) بیشترین سود روزانه این کارگاه چقدر است؟

الف) $R(x) = 200x$

$$P(x) = -x^2 + 160x - 100$$

$$\text{ب) } x = \frac{-b}{2a} = \frac{-160}{2(-1)} = 80$$

$$\text{پ) } P(80) = 6300$$

فصل سوم



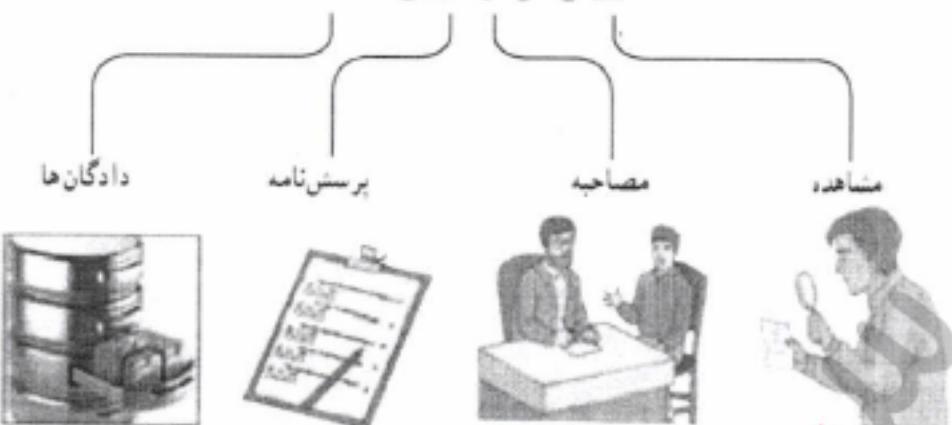
کار در کلاس

موقفه

گروه ریاضی استان خوزستان

۱. چه راه دیگری برای آمارگیری طول قد دانش آموزان یک مدرسه پیشنهاد می کند؟ پرس از تعدادی از دانش آموز
۲. فرض کنید زمان لازم را برای گردآوری تمامی داده های دانش آموزان در اختیار نداشته باشد. اگر بخواهیم نمونه ای را انتخاب و آمارگیری کیم، چه راهی پیشنهاد می کنید که نمونه به صورت تصادفی انتخاب شود؟ از هر کلاس چند نفر آنرا به طور لعما دخانی ب من کنیم.

روش های گردآوری داده ها



پاسخ خود

در زیر متن

کدام روش جمع‌آوری داده‌ها برای موارد زیر مناسب است؟ یک دلیل برای انتخاب خود ذکر کنید.

۱ میزان رضایت مشتریان بانک از نحوه برخورد و رسیدگی به درخواست‌های آنها

پاسخ: پرسشنامه: زیرا در این صورت مشتریان به راحتی و بدون نگرانی پاسخ درست را می‌دهند (به صورت کتبی).

۲ سن همه دانش‌آموزان مدرسه بر حسب ماه در پایه دهم

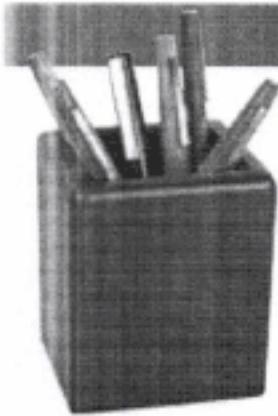
پاسخ: استفاده از دادگان، اطلاعات ثبتنامی دانش‌آموزان و کتاب شناسنامه آنان در یروانده مدرسه موجود و دسترسی به آن از هر روش دیگری ساده‌تر است.

۳ تعداد سرنشیان خودروهای سواری در یکی از محورهای خروجی شهر

پاسخ: مشاهده، زیرا دسترسی به همه و نگهداری و مصاحبه و پرسشنامه دادن وقت‌گیر و مشکل‌ساز می‌باشد.



کار در کلاس



مصادیق

مشاهده

مصادیق

مؤلفه

مشاهده

گروه ریاضی استان خوزستان

الف) کدام روش برای جمع‌آوری هر یک از داده‌ها مناسب است؟

۱. تعداد قلم‌های هر دانش‌آموز در یک کلاس.
۲. ساعات خواب دانش‌آموزان کلاس درس شما در شب گذشته.
۳. طول قد دانش‌آموزان یک کلاس.

پرسش نامه: اگر تعداد واحدهای نمونه زیاد باشد، این روش زمانبر است.

مشاهده: اگر بعدقت زیادی نیاز داریم، مناسب نیست.

دادگان: همیشه اطلاعات نبی را در اختیار آمارگیر قرار نمی‌دهند.

پرسش نامه: نمونه‌گیری مشاهده: اندازه‌گیری دادگان: توجه ملاحظه اطلاعات

کار در کلاس

مولفه:
گروه ریاضی استان خوزستان

یک شبکه تلویزیونی می‌خواهد نسبت دارندگان تلویزیون در شیراز را، که برنامه جدید این شبکه را حداقل یک بار در هفته تماشا می‌کنند، بداند. بدین منظور یک گروه ۱۰۰۰ نفری از دارندگان تلویزیون را در این شهر بررسی می‌کند.

الف) داده‌ها و متغیرهایی را که بررسی می‌شوند، مشخص کنید.

جواب: داده‌ها اطلاعات گروه ۱۰۰۰ نفری دارندگان تلویزیون در شیرازند، و متغیر، تماشای تلویزیون است که پاسخ آن «تماشا می‌کند» با «تماشا نمی‌کند» افراد مورد بررسی است.

ب) آیا این داده‌ها یک نمونه‌اند؟ جامعه آماری کدام است؟ **بله - جامعه کل ساکنان شیراز هستند.**

پ) متغیر کمی است یا کیفی؟ **کیفی**

ت) چند متغیر کمی را که ممکن است در اینجا جالب باشد، مشخص کنید.

جواب: سه درآمد، **و ۱۰۰۰**

ث) نسبت افرادی در نمونه که برنامه جدید را تماشا می‌کنند، آماره است یا پارامتر؟ (تعداد اعضای مورد نظر تقسیم بر تعداد کل اعضای یک مجموعه را نسبت می‌گوییم). **آماره**

مؤلفه:
گروه ریاضی استان خوزستان

نوع متغیر داده‌های زیر را مشخص کند:

الف) محسن، محمود، محمد و میثم همگی اسمای مذکور هستند. **(اسم "لینف")**

ب) در یک دیبرستان ۲۱۹ دانشآموز فارغ‌التحصیل وجود دارد. احمد رتبه بیست و پنجم، رضا رتبه نوزدهم، صادق رتبه دهم و جواد رتبه چهارم را کسب کرده است و می‌دانیم که رتبه یک، بالاترین است. **(رتبه)**

پ) دمای بدن ماهی‌های قزل‌آلای رودخانه هراز (بر حسب درجه سلسیوس) **(دفرمه)**

ت) طول ماهی‌های قزل‌آلای در رودخانه هراز **(رسی نسی)**

پلر (س)

داده‌های زیر مربوط به یک نماینده مجلس است. در هر یک از سوالات زیر نوع داده‌ها را مشخص کنید.

(الف) نام نماینده حسین ایرانی است. (جواب کیفی اسمی)

(ب) این نماینده ۵۸ سال سن دارد. (جواب کمی نسبتی)

(پ) سال‌هایی که این نماینده در مجلس انتخاب شده است، ۱۳۹۴، ۱۳۹۰، ۱۳۸۶ است. (جواب : کمی فاصله‌ای)

(ت) مجموع حقوق این نماینده، در سال گذشته ۶۰۰،۰۰۰،۰۰۰ ریال بوده است (جواب : کمی نسبتی)

(ث) این نماینده در حال بررسی لایحه پیشنهادی حفاظت از منابع آبی کشور است. گزینه‌های موردنظر: حمایت کامل، حمایت، بی طرف، مخالف و کاملاً مخالف است. (پاسخ : کیفی ترتیبی)

(ج) وضعیت تأهل این نماینده: «متأهل» است. (پاسخ : کیفی اسمی)

(ج) می‌گویند این نماینده، در رأی‌گیری لایحه مرتبط با آموزش عمومی، هفتمین نفری است که از آن حمایت کرده است. (پاسخ : کیفی ترتیبی)

به نظر شما یک شهروند در زندگی روزمره خود از اطلاعات بیان شده در دو مثال زیر، چه استفاده‌ای می‌کند؟ این اطلاعات در رسانه‌ها منتشر شده‌اند.

نه کب هست آغاز تصمیم رزینه‌ها تغییر گرفت.

سلامت

- بیشترین آسیب‌دیدگی در منازل، افتادن با زمین خوردن است.
- پنج درصد افراد به واکسن آنفولانزا واکنش شدید نشان می‌دهند.
- افراد سیگاری دو برابر دیگران در معرض سرطان قرار دارند.
- مصرف روزانه ۵ نوع میوه و سبزی بیشتر ویتامین‌های موردنیاز بدن را تأمین می‌کند.

حمل و نقل

- اولین دلیل تماس با امداد خودرو فراموش کردن کلید داخل خودرو است.
 - بیشتر راننده‌های مرد و زن یک کشوار خارجی، در پشت چراغ قرمز به ترتیب با یعنی خود کلنجار می‌روند و در آینه نگاه می‌کنند.
 - رانندن بین خطوط راهنمایی در اتوبان‌ها باعث کاهش ۳۰ درصدی شدآمد می‌شود.
 - متوسط تعداد کشته‌های تصادفات حدود ۵۰ نفر در روز اعلام شده است.
- چگونه این اطلاعات را به دست آورده‌اند؟ آیا تعریف دقیق کلمات پرنگ شده را حدس می‌زنید؟ جامعه، و پارامتر یا نمونه و اماره را در هریک از مثال‌ها مشخص کنید.

تصمیم‌گیری یکی از مهم‌ترین جنبه‌های زندگی ماست. ما بر اساس اطلاعاتمان و ارزش‌هایمان تصمیم‌گیری می‌کنیم. روش‌های آماری برای بررسی این اطلاعات به ما کمک می‌کنند. بعلاوه، آمار در شرایطی که با عدم

۱ فرق بین داده و متغیر چیست؟

پاسخ: داده‌ها در واقع اطلاعات مربوط به موضوع هستند و متغیر ویژگی مورد بررسی داده‌ها می‌باشد. در مثال، افرادی که کوه دنا را طی می‌کنند، آدم‌ها، داده‌ها هستند و وزن و قد افراد و زمان طی شده به قله متغیر می‌باشند.

۲ داده‌های در سطح اسمی، کتی هستند یا کفی؟

پاسخ: کفی

۳ فرق بین آماره و پارامتر چیست؟

پاسخ: مشخصه عددی که برای توصیف جنبه‌های خاص از جامعه به کار می‌رود پارامتر نامیده می‌شود و مشخصه عددی که توصیف کننده جنبه‌ای خاص از نمونه باشد را آماره می‌نامند، بنابراین آماره مربوط به نمونه تصادفی و پارامتر مربوط به جامعه آماری است.

۴ در یک جامعه آماری، آیا ممکن است که یک پارامتر تغییر کند؟ اگر سه نمونه با اندازه یکسان از یک جامعه داشته باشیم، آیا می‌توان سه مقدار متناوب از یک آماره به دست آورد؟

پاسخ: در یک جامعه آماری پارامتر تغییر نمی‌کند و ثابت است اما می‌توان سه مقدار متفاوت از یک آماره به دست آورد.

۵ در یک مطالعه از ۱۲۶۱ مشتری غذاخوری‌های گیاهخوار، سؤال شده است که برای کدام وعده

غذایی (ناهار یا شام) سفارش داده‌اند؟
الف) متغیر را مشخص کنید.

پاسخ: وعده غذایی (ناهار یا شام)

ب) این متغیر کتی است یا کفی؟

پاسخ: کفی

پ) جامعه آماری در اینجا چیست؟

پاسخ: مشتریان غذاخوری گیاهخواری

پاسخ: نسبتی

ب) زمان اولین کلاس

پاسخ: فاصله‌ای

پ) رشته تحصیلی

پاسخ: اسمی

ن) مقیاس ارزیابی تحصیلی: ضعیف، معمولی و خوب

پاسخ: ترتیبی

ث) نمره آخرین آزمون (از ۱۰۰ امتیاز)

پاسخ: فاصله‌ای

ج) سن داش آموز

پاسخ: نسبتی

می خواهیم کلاس های دهم سه دیبرستان را بر اساس نتایج آزمون جامعی که همزمان بین دانش آموزان ممتاز برگزار شده است، رتبه بندی کنیم. از هر دیبرستان ۱۰ نفر به تصادف انتخاب شده اند. نمرات آزمون جامع هر سه کلاس از ۱۲۰ نمره است.

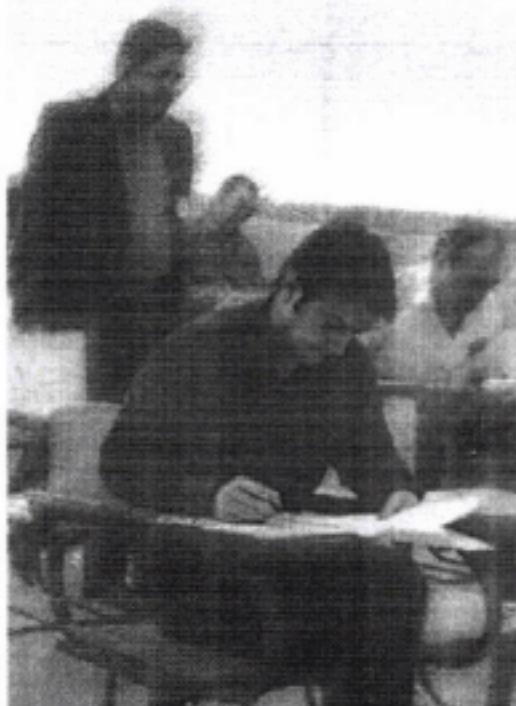
داده های مربوط به سه کلاس دهم:

(الف) $\{ 85, 75, 73, 50, 60, 64, 69, 62, 67, 85 \}$

(ب) $\{ 85, 79, 57, 39, 45, 71, 67, 87, 91, 49 \}$

مؤلف:

گروه ریاضی استان خوزستان



$$\bar{x} = 67$$

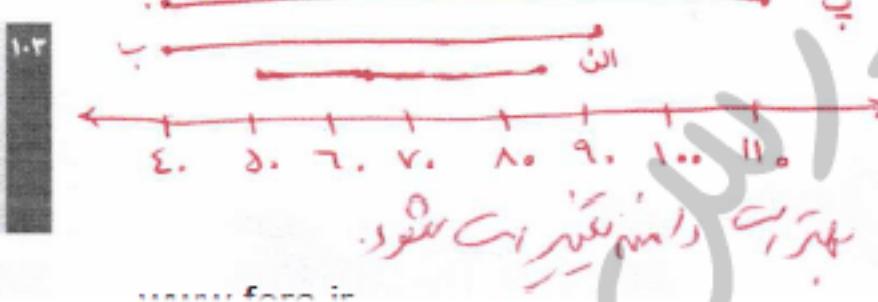
$$\bar{y} = 67$$

$$\bar{z} = 67$$

با اینکی سه کلاس را محاسبه کید. به نظر نماید
برآورده گشته نمرات در کدام کلاس بیشترین $\frac{\text{تفاوت}}{\text{کل}}$ و در کدام کلاس کمترین است؟ برای پاسخ به این سؤال، داده ها را روی سه محور موازی تماشی دهید. کدام دیبرستان

نتایج بهتری با اطلاعات داده شده کسب کرده است؟ $\frac{\text{الف}}{\text{ب}} \frac{\text{ب}}{\text{الف}} \frac{\text{ب}}{\text{الف}}$

حرا؟ مثلاً اگر والدین برای نیت نام فرزند بازیگوش خود در سال آینده بخواهند بر اساس این نتایج یکی از مدرسه هارا انتخاب کنند، مدرسه ای بهتر است که برآورده گشته نمرات در آن کمتر است در مقابل برای فرزندی که به قصد شرکت در المپیاد می خواهد مدرسه را انتخاب کند، مدرسه ای بهتر است که برآورده گشته نمرات در آن بیشتر باشد. چرا؟ $\frac{\text{رقابتمند}}{\text{رقابتمند}}$.



مؤلف:
گروه ریاضی استان خوزستان

کار در کلاس



جدول زیر را تکمیل کید.

$$(\bar{x} - 3\sigma, \bar{x} + 3\sigma)$$

تقریباً ۹۹/۹ درصد از مشاهدات بین سه برابر انحراف معیار از میانگین قرار دارند

$$(\bar{x} - 2\sigma, \bar{x} + 2\sigma)$$

تقریباً ۹۵٪ مشاهدات بین دو برابر انحراف معیار از میانگین قرار دارند

$$(\bar{x} + 2\sigma, \bar{x} - 2\sigma)$$

تقریباً ۶۸٪ مشاهدات بین یک برابر انحراف معیار از میانگین قرار دارند

کار در کلاس

جملات زیر را کامل کنید:

۱. میانگین‌ها و میانه‌ها برای توصیف مجموعه داده‌ها مفیدند. ... **میانده** ... و ... **میانه** ... انواعی از معیارهای گرایش به مرکزی هستند.
۲. نسبتاً معمولاً آنها معدل یک مجموعه را می‌خواهند، بلکه میزان تغیرات حوالی آن نقطه را هم نیاز دارند که آن معیار **میانگین نسبتی** است. **انحراف از میانگین**
۳. معیار برآورده‌گی که معمولاً بای میانگین بیان می‌شود، ... **انحراف مطلق** است.
۴. معیار برآورده‌گی که معمولاً بای میانه بیان می‌شود **دایره میانه چهارک** کلام دارد. **IQR**
۵. **میانه** ... و **دامنه** **میانه** اطلاعات سرعی درباره داده‌ها بدون نیاز به هرگونه محاسبه می‌دانند.
۶. آماری که برای توصیف یک مجموعه داده، میانگین‌ها و میانه‌ها، انحرافات معیار و دامنه‌های میان چارکی به کار می‌رود، **آمده** **میانه** دارد.
۷. ۵ درصد داده‌ها قبل از ... **میانه** ... و ۵ درصد داده‌ها بعد از ... **میانه** ... فوار دارند.
۸. ۷۵ درصد داده‌ها قبل از ... **چهارک اول** ... یا بعد از ... **چهارک اول** ... فوار دارند.
۹. ۲۵ درصد داده‌ها قبل از ... **چهارک اول** یا بعد از ... **چهارک سوم** فوار دارند.
۱۰. ۵ درصد داده‌ها بین ... **چهارک اول** ... و ... **چهارک سوم** ... فوار دارند.

شالیسته اکت ترینی اهدافی سردد که روایه لازم اکت رامنه
میان چهارکی نظر می‌لسم سوود.

نویسنده

۱۱. تقریباً ۹۶ درصد مشاهدات در فاصله ... از میانگین هستند.
۱۲. تقریباً ۶۸ درصد مشاهدات در فاصله **کم انحراف میانه** از میانگین هستند.

۱ میانه داده‌های ۱، ۹۹، ۶۸، ۲، ۸۶، ۱۰، ۱۴ چقدر است؟

پاسخ: ابتدا داده‌ها را از کوچک به بزرگ، مرتب کرده سپس داده وسط را به دست می‌آوریم.

۱، ۲، ۱۰، ۱۴، ۶۸، ۸۶، ۹۹

میانه این داده‌ها عدد ۱۴ می‌باشد.

۲ میانه داده‌های ۱، ۹۹، ۶۸، ۲، ۸۶، ۱۰، ۱۱، ۱۴ چقدر است؟

پاسخ: بعد از مرتب کردن داده‌ها از کوچک به بزرگ چون تعداد آنها ۸ است، بنابراین برای تعیین میانه بین داده شماره چهارم و پنجم قرار می‌گیرد. سپس میانگین این دو داده را به دست می‌آوریم.

۱، ۲، ۱۰، ۱۱، ۱۴، ۶۸، ۸۶، ۹۹

$$\frac{11+14}{2} = 12.5$$

میانه این داده‌ها عدد ۱۲/۵ است.

۱ یک نمونه ۲ تابی از بین اعداد ۱ تا ۶ انتخاب کنید. اگر بخواهید این نمونه، حتماً تصادفی باشد چه راهی پیشنهاد می‌کنید. اگر بخواهید اعضای انتخابی این نمونه تصادفی تکراری نباشند چگونه این کار را انجام می‌دهید؟

پاسخ: با پرتاب یک تاس سالم در دو مرحله و نوشتن اعداد نمونه به دست می‌آید و یا می‌توان اعداد ۱ تا ۶ را روی شش کارت پکسان نوشته و دو کارت را بدون جایگزینی انتخاب کرد. در این حالت نمونه تصادفی تکراری نخواهد شد (به جای کارت می‌توان از شش گوی نیز استفاده کرد).

۲ سؤال ۱ را برای اعداد ۱ تا ۳۶ تکرار کنید (راهنمایی: می‌تواند از پرتاب دو تاس به عنوان روشی برای انتخاب اعداد ۱ تا ۳۶ استفاده کنید).

پاسخ: اعداد ۱ تا ۳۶ را روی کارت‌های جداگانه نوشته و از بین آنها دو تا را بدون جایگزینی برداریم اعداد تکراری نخواهند بود.

۳ مجموعه افراد فامیل درجه اول و درجه دوم خود را بنویسید و آنها را شماره‌گذاری کنید سپس یک نمونه ۴ تابی از این جامعه انتخاب کنید.

پاسخ: پس از لیست کردن اسامی فامیل و شماره دادن به آنها، شماره‌ها را روی گوی یا کاغذ نوشته و بدون جایگذاری ۴ تا از آنها را انتخاب می‌کنیم.

- موضوع‌های زیر را درنظر بگیرید. درباره بهترین روش جمع‌آوری داده برای این فرضیه‌ها تصمیم گیرید:

الف) بیشتر مردم فکر می‌کنند «حداکثر سرعت در اتوبان‌ها باید تعیین شود».

پاسخ: پرسشنامه

ب) آیی رنگ مورد علاقه بیشتر مردم برای ماشین است.

پاسخ: مصاحبه

پ) در زمان مطالعه، گوش دادن به موسیقی کلاسیک به یادگیری کمک می‌کند.

پاسخ: پرسشنامه

ت) بیشتر تصادفات اتومبیل‌ها را رانندگان با سن کمتر از ۲۵ سال موجب می‌شوند.

پاسخ: دادگان

ث) رژیم گرفتن، موجب کاهش هوش می‌شود.

پاسخ: دادگان یا پرسشنامه

۲ دو موضوع برای هر یک از روش‌های جمع‌آوری داده، بیان کنید.

الف) از طریق مصاحبه

پاسخ :

۱ برنامه تلویزیونی مورد علاقه دانش‌آموزان

۲ تعداد افراد خانواده ساکن در خانه‌های یک آپارتمان

ب) از طریق مشاهده

پاسخ :

۱ چه تعداد افراد در یک روز از پل عابر پیاده در یک خیابان استفاده می‌کنند.

۲ چه تعداد از کودکان وارد شده به یک پارک در یک روز از وسایل بازی استفاده می‌کنند.

پ) از طریق دادگان

پاسخ :

۱ مقایسه پیشرفت نمرات دانش‌آموزان در دو ترم سال

۲ میزان بارندگی در مازندران در ماه‌های فصل بهار

ث) از طریق پرسشنامه

پاسخ :

۱ دانش‌آموزان اوقات فراغت را چگونه می‌گذرانند؟

۲ زمان برگزاری آزمون صبح بهتر است یا بعد از ظهر؟

۲ کدام یک از نمونه‌گیری‌های زیر، یک نمونه‌گیری تصادفی است؟ در هر یک واحدهای آماری، جامعه

و نمونه را مشخص کید.

الف) با تمام پلیس‌های یک پاسگاه پلیس برای پیدا کردن نظر پلیس‌های این پاسگاه راجع به تخلفات مصاحبه شد.

پاسخ : جامعه : پلیس‌های این پاسگاه می‌باشد و این کار چون با تمام آنها مصاحبه شده نمونه‌گیری تصادفی نیست و سرشماری است.

ب) با بجهه‌هایی که وارد یک پارک بازی می‌شوند پنج در میان مصاحبه شد تا وسیله بازی مورد علاقه کودکان را مورد بررسی قرار دهیم.

پاسخ : جامعه : کودکانی که وارد پارک بازی می‌شوند. نمونه : کودکان پنج در میانی که مصاحبه می‌شوند. این یک نمونه‌گیری تصادفی است.

پ) برای بررسی pH شامپوهای تولیدی یک کارخانه، شامپوهارا صد در میان مورد آزمایش قرار دادیم.

پاسخ : جامعه : شامپوهای تولیدی کارخانه و نمونه : شامپوهای صد در میان آزمایش شده که یک نمونه‌گیری تصادفی است.

۲) برای تحقیقات و بررسی‌های زیر جامعه را مشخص کرده و روش نمونه‌گیری پیشنهاد کنید.

الف) پیدا کردن درصد بیکاران استان مازندران

پاسخ: جامعه کسانی که مستعد و آماده کار کردن هستند در استان مازندران. برای نمونه تصادفی، از چندین ناحیه استان مازندران به تصادف افرادی را انتخاب می‌کیم.

ب) مردان کدام شامپو را پیشتر ترجیح می‌دهند؟

پاسخ: جامعه: مردانی که شامپو مصرف می‌کنند انتخاب به صورت تصادفی از این افراد (با دادن شماره و انتخاب تعدادی از آن شماره‌ها)

۳) می‌خواهیم مدت زمانی را که دانشآموزان کلاس شما در طول یک هفته صرف مطالعه کتاب‌های غیردرسی می‌کنند آمارگیری کیم.

الف) در این آمارگیری جامعه را مشخص کنید.

پاسخ: دانشآموزان کلاس جامعه هستند.

ب) یک روش نمونه‌گیری برای انتخاب نمونه معرفی کنید.

پاسخ: با توجه به لیست شماره‌گذاری شده دانشآموزان در دفتر کلاس اعداد را به تصادف انتخاب می‌کیم.

پ) از چه روشی برای گردآوری اطلاعات استفاده می‌کنید؟

پاسخ: پرسشنامه

ت) اندازه (تعداد) این جامعه چقدر است؟

پاسخ: تعداد دانشآموزان کلاس

ث) اندازه نمونه مورد بررسی چقدر است؟ آیا این تعداد برای بررسی موردنظر مناسب است؟ در صورت مناسب نبودن، روش نمونه‌گیری و نمونه خود را اصلاح کنید.

پاسخ: اندازه نمونه همان تعداد دانشآموزان انتخاب شده است و اگر تعداد مناسب نباشد نمونه و اندازه آن را مجدداً انتخاب می‌کیم.

ج) متغیر مورد مطالعه در این مسئله چیست؟ توضیح دهید.

پاسخ: متغیر مورد مطالعه: مدت زمانی که صرف مطالعه کتاب‌های غیردرسی توسط دانشآموزان کلاس می‌شود، می‌باشد.

ج) متغیر مورد مطالعه از چه نوعی است؟

پاسخ: کمی فاصله‌ای

۶ نوع هریک از متغیرهای زیر را مشخص کرده و بهترین مقیاس اندازه‌گیری آنها را ذکر کید.
 الف) رنگ اتومبیل‌های موجود در یک نمایشگاه اتومبیل

پاسخ : کیفی اسمی
 ث) درآمد دانشجویان شاغل کار

پاسخ : درجه حرارت کلاس درس شما در روزهای سال

پاسخ : کمی نسبتی
 چ) وضعیت تأهل کارمندان یک شرکت

پاسخ : کمی فاصله‌ای (برحسب سلسیوس)

پاسخ : کیفی اسمی
 چ) سن دانشجویان شرکت کننده در یک دوره هنری

پاسخ : گنجایش آب یک تانکر

پاسخ : کمی نسبتی
 چ) تعداد شکایات رسیده به یک پاسگاه پلیس

پاسخ : کمی فاصله‌ای

پاسخ : کمی نسبتی
 چ) میزان برداخت حقوق در یک شرکت خصوصی در جدول زیر امده است.

پاسخ : کمی فاصله‌ای

نسبت	مدیر شرکت	معاون	حسابدار	بازاریاب	۲ نفر فروشنده	منشی	مستخدم
حقوق میلیون ریال	۱۰۰	۶۰	۳۰	۲۰	۲۰	۱۲	۸

مدیر شرکت در آگهی دعوت به همکاری در روزنامه اعلام می‌دارد که میانگین برداخت حقوق در این شرکت بیشتر از ۳۵ میلیون ریال است. آیا این رقم می‌تواند دلیلی برای برداخت حقوق بالا در این شرکت باشد؟ چرا؟ کدام یک از معیارهای گرایش مرکزی برای نشان دادن وضع برداختی کارکنان این شرکت مناسب‌تر است؟

پاسخ : خیر زیرا در این جدول داده دورافتاده (۱۰۰ و ۸) وجود دارد. میانه معیار گرایش به مرکز برای نشان دادن وضع برداختی کارکنان این شرکت مناسب‌تر است.

الف) میانه و میانگین را برای نمرات این دانشآموز حساب کنید.

ب) کدام یک از شاخص‌های فوق، بیانگر بهتری از وضع این دانشآموز در درس فیزیک است؟

پ) اگر معلم درس فیزیک این دانشآموز، برای جبران نمره ۷، امکان امتحان مجدد را به او بدهد، برای اینکه میانگین وی در این درس بیشتر از ۱۸ شود، او در این امتحان چه نمره‌ای باید کسب کند؟

پاسخ : الف) برای تعیین میانه داده‌ها را مرتب کرده (از کوچک به بزرگ) و چون تعداد آنها شش‌تاست پس میانگین داده سوم و چهارم میانه می‌باشد.

۷، ۱۷، ۱۸، ۱۸، ۱۹، ۱۹

$$\bar{x} = \frac{7+17+18+18+19+19}{6} = \frac{98}{6} = 16\frac{2}{3}$$

میانه این داده‌ها ۱۸ است.

ب) به دلیل وجود داده دورافتاده (۷) میانه بیانگر بهتری از وضع دانشآموز است.

پ) برای اینکه میانگین بیشتر از ۱۸ شود باید بهجای ۷ عددی را پیدا کنیم که این امر حاصل شود. بهجای آن x قرار می‌دهیم؛ بنابراین باید نامعادله زیر را حل کنیم.

$$\frac{7+17+18+18+19+19}{6} > 18 \Rightarrow 91 + x > 6 \times 18$$

$$\Rightarrow x > 108 - 91 \Rightarrow x > 17$$

۱ دو دسته داده زیر، قیمت کالای را در دو بازار جداگانه بر حسب هزار ریال نشان می‌دهد.

۸	۱۲	۹	۱۲	۱۰	۱۱	۱۲	۹	۱۰	۱۱	۱۰	بازار الف
۱۰	۱۲	۸	۱۰	۹	۱۱	۱۰	۱۰	۱۱	۹	۱۰	بازار ب

الف) در کدام دسته پراکندگی بیشتر است؟

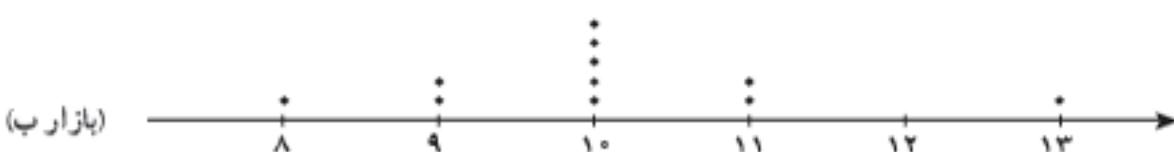
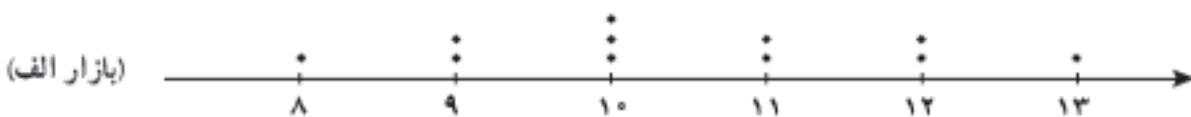
ب) دامنه تغییرات را محاسبه کنید.

پ) آیا دامنه تغییرات با پراکندگی مشاهده شده در «الف» همخوانی دارد؟

ت) ترجیح می‌دهید از کدام بازار خرید کنید؟ چرا؟

ث) اگر داده‌ها را در اختیار نداشته باشید، فقط به صرف داشتن دامنه تغییرات می‌توانید تصمیم‌گیری کنید؟

پاسخ: الف) داده‌ها را روی دو محور اعداد مشخص می‌کنیم.



پراکندگی داده‌ها به نظر یکسان می‌آید هرچند (بازار ب) متصرف‌تر کار کرده است.

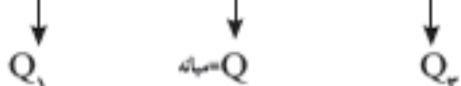
ب) دامنه تغییرات اختلاف بین بزرگ‌ترین داده و کوچک‌ترین داده می‌باشد بنابراین در هر دو بازار $13 - 8 = 5$ دامنه تغییرات عدد ۵ است.

پ) بله در این حالت دامنه تغییرات پراکندگی را یکسان نشان می‌دهد.

ت) با تعیین میان‌چارکی دو بازار می‌توان به این سؤال بهتر پاسخ داد.

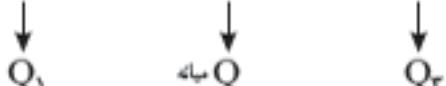
با مرتب کردن داده‌های دو بازار و تعیین چارک‌ها و میان‌چارکی داریم:

۸، ۹، ۹، ۱۰، ۱۰، ۱۱، ۱۱، ۱۲، ۱۲، ۱۳ (بازار الف)



$$IQR = 12 - 9 = 3$$

۸، ۹، ۹، ۱۰، ۱۰، ۱۰، ۱۱، ۱۱، ۱۲ (بازار ب)



$$IQR = 11 - 9 = 2$$

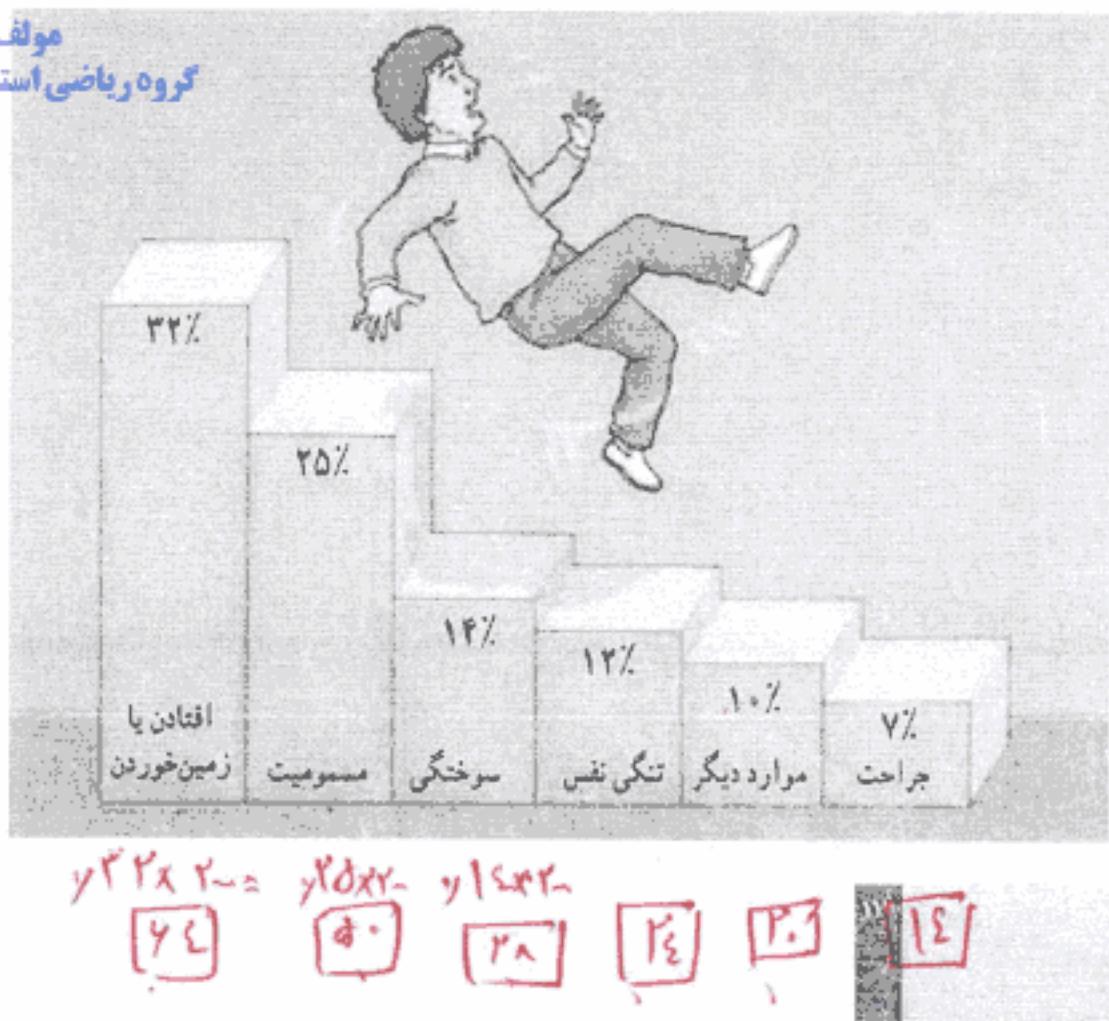
با توجه به دو میان‌چارکی (بازار ب) پراکندگی کمتری دارد؛ بنابراین خرید از این بازار را ترجیح می‌دهیم.

ث) خیر فقط با داشتن دامنه تغییرات نمی‌توان تصمیم‌گیری درستی انجام داد.

فصل چهارم

در کلاس قرار شد هر داش آموز با توجه به داده های موجود در رسانه ها، درباره یک موضوع اجتماعی یا فرهنگی گزارشی در قالب یک شکل ارائه کند. مثلاً حسن در مورد موضوع علل آسیب دیدگی ۲۰۰ نفر در منازل اطلاعاتی کسب کرده بود. او گزارش خود را در یک شکل خلاصه کرده است. او با اطلاعاتی که در اختیار داشته است، ابتکار جالبی به خروج داده و نمودار زیر را رسم کرده است. از این نمودار چه اطلاعاتی می توان کسب کرد؟ به عنوان مثال، بینترین آسیب دیدگی در منازل بر اثر افتادن یا زمین خوردن است.

مؤلفه گروه ریاضی استان خوزستان

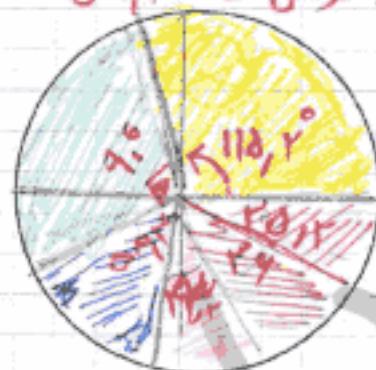
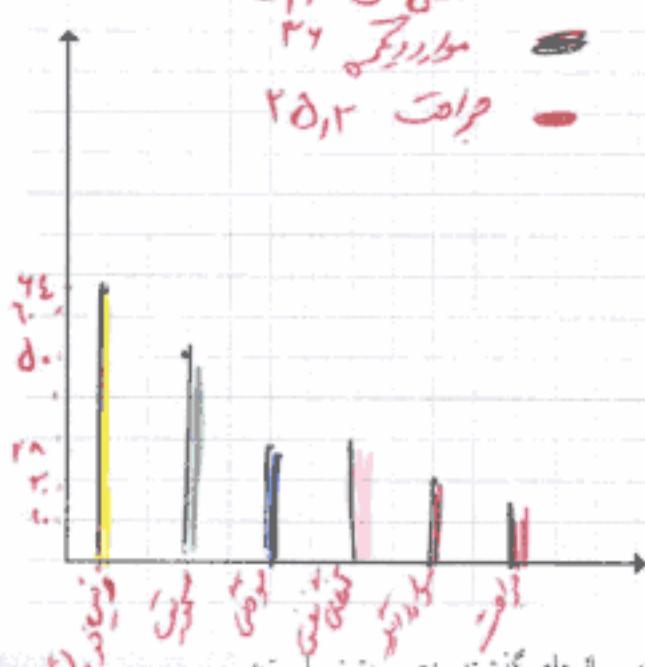


علم از موضوع انتخابی و نمایش ترتیبی مکعب ها بر حسب طول آنها رضایت کامل داشت؛ ولی از داش آموزان درخواست کرد که اگر می توانند پیشنهادی برای بهتر شدن آن ارائه کنند. آبا شما قبل از دیدن نظرها می توانید چند پیشنهاد برای بهبود نمودار ارائه کنید؟
نمودار میله ای انواع آسیب دیدگی را، بر حسب تعداد رسم کنید. مراحل رسم نمودار دایره ای را به باد بیاورید و آن را در چند گام خلاصه کنید. نمودار دایره ای در صد آسیب دیدگی ها را نیز رسم کنید.

$$\text{مکعب} = ۱۱۵,۲$$

$$\text{مربع} = ۹۰$$

$$\text{سوکن} = ۵۹,۲$$



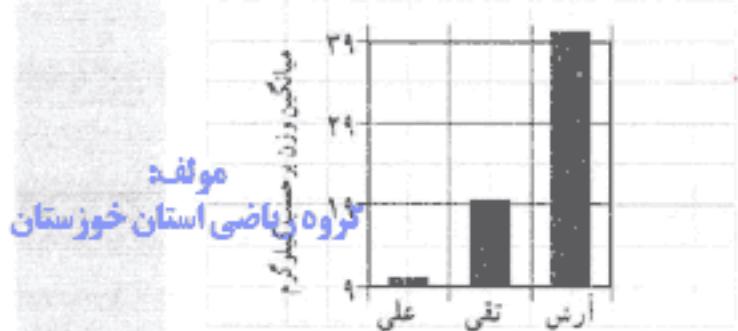
جمع بندی پیشنهادها بر اساس آموخته های مادرسال های گذشته، به صورت زیر است:

- رسم مکعب مستطیل یه چهای مستطیل خوب نیست، چون ممکن است اطلاعات دقیق را به بیننده انتقال ندهد.

• برای متغیر های اسمی نمودار میله ای بهتر از بافت نگاشت (هیستوگرام) است.

- زمانی که درصد را گزارش می کنیم، بهتر است از نمودار دایره ای استفاده کنیم تا

۳. اگر نقطه شروع محور عرض هارا از صفر به عدد ۹ تغییر دهیم، چه تغییری در نتیجه حاصل می شود؟



در واقع اعداد همان اعداد قبلی‌اند، اما محور عرض‌ها تغییر کرده‌است. اکنون این طور به نظر

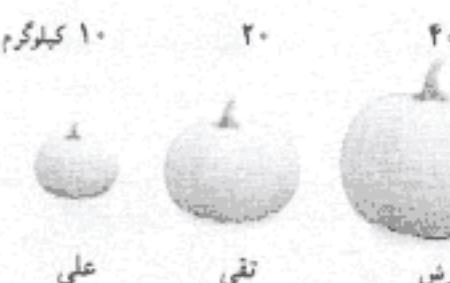
می‌رسد که گدوتبل‌های **بایج علی هوزن سیز را فریز کنند**.

۴. اینک اگر کسی بخواهد دیگران را متقاعد کند که همه گدوتبل‌ها حدوداً به یک اندازه‌اند، **از چه کاری می‌تواند بکشد؟** به این نمودار نگاه کنید:



اعداد تغییری نکردند؛ اما محصور عمودی دوباره تغییر کرده‌است. **چه تغییری کرده است؟**

متیس محروم حا نه کسر طار



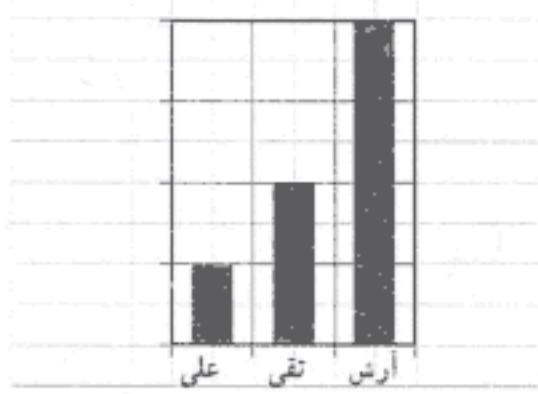
کدوتبل تفق (با وزن ۲۰ کیلوگرم) دو برابر ارتفاع کدوتبل آرش (۱۰ کیلوگرم) دو برابر ارتفاع کدوتبل تفق و چهار برابر ارتفاع کدوتبل علی است. آیا این شکل اطلاعات مورد نظر را به درستی به بیننده منتقل می‌کند؟ **از اهمیتی: فرمول‌های محاسبه و مساحت را به بیاد آورید؛ مساحت مستطیل = طول × عرض و مساحت دایره = πr^2**

شما چگونه این شکل را در می‌کنید تا اطلاعات موجود را بهتر نمایش دهد؟

فرز

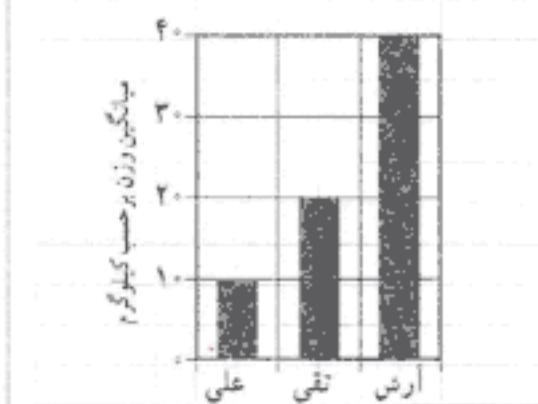
به کارگیری غلط نمودارها، راه ساده‌ای برای گمراه کردن افراد آست. افراد مایل‌اند به نمودارها به عنوان روشنی سریع برای ارزیابی مجموعه‌ای از اعداد بنگرنند. اما امر اقبال باشد که فربخورید.

۱. باید از گدوتبل‌های باعث‌های آرش، تفق و علی استفاده کنیم. اولین نمودار به صورت زیر است:



این نمودار چه چیزی را نمایش می‌دهد؟ وزن، حجم، پهنا با ارتفاع گدوتبل‌ها **از سه کنتر**

۲. نمودار زیر چه تفاوتی با نمودار بالا دارد؟



این نمودار به چه اطلاعات پیشتری اشاره می‌کند؟

**عنی سه وزن گدوتبل را نه
پیشتر آرش تفیز ترقی و ترقی تر
از علی است.**

گاهی برای نمایش داده‌ها از یک تصویر استفاده می‌شود، مانند شکل رویه‌رو.

این تصویر، داده‌ها را از شکل طبیعی خارج می‌کند. برای نمایش تفاوت میانگین وزن‌ها، این تصویر ارتفاع هر گدوتبل را، برای نشان دادن وزنش، تغییر می‌دهد. ارتفاع

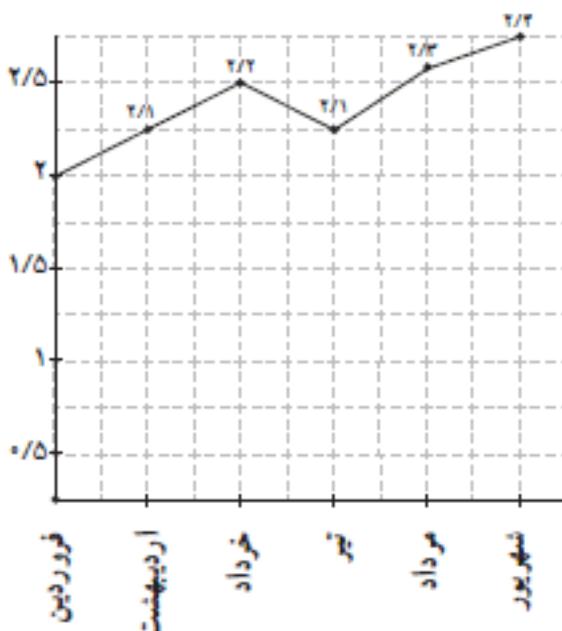
کدوتبل تفق (با وزن ۲۰ کیلوگرم) دو برابر ارتفاع کدوتبل آرش (۱۰ کیلوگرم) است؛ اما این شکل اطلاعات مورد نظر را به درستی به بیننده منتقل می‌کند؟ **از اهمیتی: فرمول‌های محاسبه و مساحت دایره = πr^2**

به نظر شما آیا رنگ در انتقال نظرتان به بیننده تأثیر دارد؟

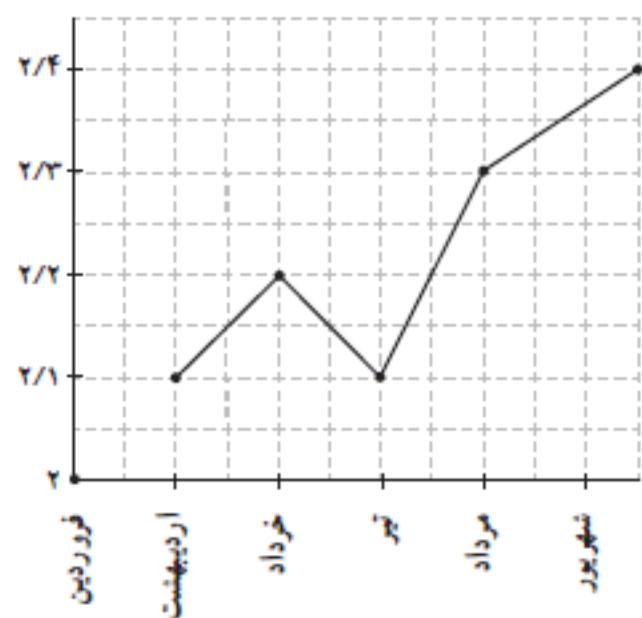
۱ سود خالص یک شرکت خدماتی در شش ماه نخست سال بر حسب میلیارد ریال به صورت زیر است :

شهریور	مرداد	تیر	خرداد	اردیبهشت	فروردین
۲/۴	۲/۳	۲/۱	۲/۲	۲/۱	۲/۰

خریدار و فروشنده سهام این شرکت نمودارهای زیر را رسم کرده‌اند. اعداد روی محورها را مشخص کنید.



از دید خریدار



از دید فروشنده

به نظر شما کدام یک منطقی‌تر است؟ آیا می‌توانید نموداری بهتر از این دو نمودار رسم کنید؟

حل : اگر سودی که به دست می‌آید زیاد نباشد نمودار از دید خریدار و در غیراین صورت نمودار از دید فروشنده منطقی‌تر است.

برای رسم نمودار بهتر می‌توان واحد محورها را بزرگ‌تر در نظر گرفت.

۲ اگر درصد با فراوانی متغیرهایی که نمودارهای آنها را رسم می‌کنیم تزدیک به هم باشند، آیا نمودار میله‌ای یا دایره‌ای برای مقایسه مناسب‌تر است؟

حل : در این صورت هردو مناسب است اما نمودار دایره‌ای بهتر است.

۳ رسم نمودارهای میله‌ای و دایره‌ای برای داده‌های کمی مناسب‌تر هستند یا داده‌های کمی؟

پاسخ : داده‌های کمی

۴ چگونه برای داده‌های کمی نمودار میله‌ای یا دایره‌ای رسم می‌کنید؟ پاسخ : در حالت کمی تنها تفاوتی که با حالت کمی دارد این است که در نمودار میله‌ای روی محور افقی داده کمی قرار می‌گیرد و در نمودار دایره‌ای، درصد داده‌های کمی قرار می‌گیرد.

برای مجموعه داده‌های زیر نمودار جعبه‌ای پکشید.

۴/۸, ۲/۵, ۴/۱, ۱/۲۵, ۱/۵, ۲/۵, ۳/۱, ۳/۲, ۴/۲۵, ۴/۹۵, ۵/۱

۱/۲۵ ۱/۵ ۲/۵ ۳/۰ ۳/۱ ۳/۲ ۴/۱ ۴/۲۵ ۴/۹۵ ۵/۱ راهنمایی:

گام اول: کمترین مقدار و بیشترین مقدار را مشخص کنید.

از آنجا که اعداد به ترتیب چیزی شده‌اند، اولین عدد ~~کمترین~~ مقدار است و آخرین عدد ~~بزرگترین~~ مقدار.

گام دوم: چارک‌ها را مشخص کنید.

در این مجموعه ۱۲ عدد وجود دارد. می‌توانیم از شکل زیر با از فرمول برای تعیین چارک‌ها استفاده کنیم.



بانگاه به شکل بالا در می‌باشیم که میانه بین مقادیر $\frac{4}{1}, \frac{2}{1}$... است، بنابراین، مقدار میانه

$\frac{4}{1}, 90$ می‌شود.

چارک اول، بین مقادیر $\frac{4}{1}, 8$ و $\frac{4}{1}, 70$ قرار می‌گرد. بنابراین، مقدار اولین چارک می‌شود: $\frac{4}{1}, 70$.

چارک سوم بین مقادیر $\frac{4}{1}, 70$ و $\frac{4}{1}, 80$ قرار می‌گرد. بنابراین، مقدار سومین چارک می‌شود: $\frac{4}{1}, 80$.

نوبت سوال ۳۰

۱۸ ۱۹ ۲۰ ۲۱ ۲۲ ۲۳ ۲۴ ۲۵ ۲۶ ۲۷ ۲۸ ۲۹ ۳۰ ۳۱ ۳۲



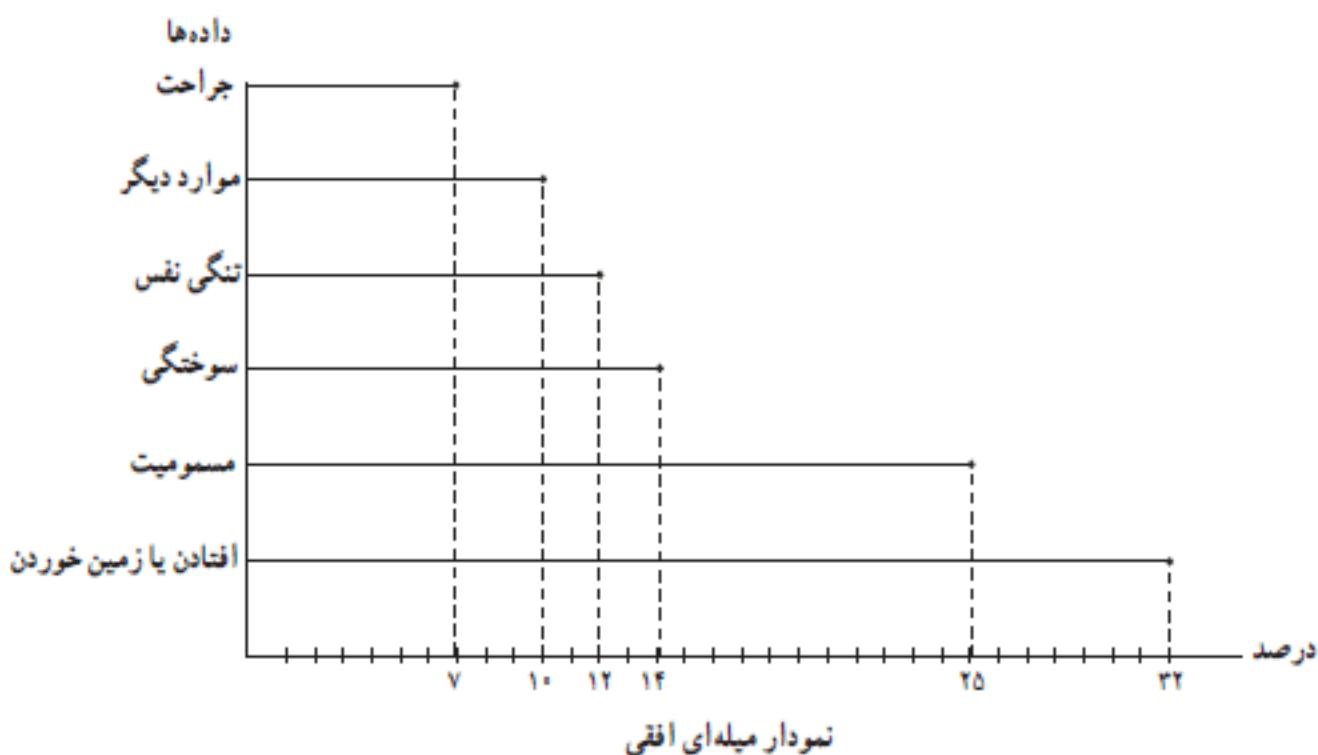
۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷ ۸ ۹
۱/۲۵ ۱/۷۵ ۲/۱۲۵ ۴/۷۵۰

۱ نمودارهای میله‌ای فراوانی با درصدها را نشان می‌دهند. چه زمانی باید از فراوانی‌ها و چه زمانی از درصدها استفاده کرد؟

پاسخ: در صورت مقایسه دو دسته داده از نمودار میله‌ای با درصد استفاده کنیم بهتر است و اگر بررسی یک دسته داده باشد از نمودار میله‌ای با فراوانی استفاده می‌شود.

۲ نمودارهای میله‌ای افقی درست شیوه نمودارهای میله‌ای عمودی هستند، با این تفاوت که محورها چرخیده‌اند. نمودارهای میله‌ای عمودی مرسوم‌تر هستند. به نظر شما رسم نمودارهای میله‌ای افقی چه زمانی مفید است؟

پاسخ: زمانی که اسم طبقات (متغیر کیفی) طولانی باشند نمودار میله‌ای افقی مفید‌تر است و برای نمایش اسامی هر طبقه نیاز نیست به پهلو نوشته شود. به عنوان نمونه مثال اول درس را در اینجا رسم می‌کنیم.



۲۷	۲۴	۲۶	۲۶	۲۹	۱۹	۳۱	۱۸	۲۲	۲۲	۲۵	۲۶	۲۷	۲۲	۲۹	۲۵	۲۵	۲۵	۳۲	۳۱	۲۱	۲۶	۲۵
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

الف) نمودار نقطه‌ای رسم کنید و مقادیر میانگین، مد و میانه سن بازیکنان این تیم را روی محور افقی نشان دهید.

ب) نمودار جعبه‌ای داده‌ها را رسم کنید.

پ) تعداد بازیکنانی که سن آنها بیشتر از میانگین است، بیشتر است یا تعداد بازیکنانی که سن آنها از میانگین کمتر است؟

ت) تعداد بازیکنانی که سن آنها بالاتر از میانه است بیشتر است یا تعداد بازیکنانی که سن آنها از میانه کمتر است؟ میانه و میانگین را در این بررسی مقایسه کنید، چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

ث) چه تعداد از بازیکنان سن آنها بین چارک اول و چارک سوم قرار دارد؟ آیا بدون محاسبه چارک‌ها می‌توانستید به این سؤال پاسخ دهید؟

پاسخ : الف) ابتدا داده‌ها را مرتب می‌کنیم.

۱۸, ۱۹, ۲۱, ۲۲, ۲۲, ۲۳, ۲۴, ۲۵, ۲۵, ۲۵, ۲۶, ۲۶, ۲۷, ۲۷, ۲۹, ۳۱, ۳۱, ۳۲

با توجه به داده‌ها، مُد دو عدد ۲۵ و ۲۶ با تکرار چهار بار می‌باشند و

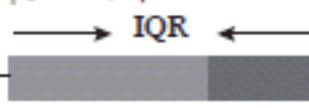
$$Q_1 = \frac{۲۵+۲۶}{۴} = ۲۵/۵$$

$$\bar{x} = \frac{۱۸+۱۹+...+۳۲}{۲۳} = \frac{۵۶۱}{۲۳} = ۲۵/۵$$



ب) $Q_1 = ۲۳ =$ چارک اول و $\bar{x} = ۳۱ =$ بزرگ‌ترین داده = کوچک‌ترین داده

پ) $IQR = ۲۷ - ۲۳ = ۴$ = دامنه میان چارکی $Q_3 = ۲۷$ چارک سوم و $Q = ۲۵/۵$ = میانه



پ) تعداد بازیکنانی که سن آنها بیشتر از میانگین و تعداد بازیکنانی که سن آنها کمتر از میانگین است برابر است و ۱۱ نفر در هر قسمت می‌باشند.

ت) تعداد بازیکنانی که سن آنها بیشتر از میانه و تعداد بازیکنانی که سن آنها کمتر از میانه می‌باشد برابر است. در این مثال میانه و میانگین باهم برابر هستند.

ث) ۱۰ نفر از بازیکنان سن آنها بین چارک اول و سوم قرار می‌گیرد.

با توجه به اینکه بین چارک اول و سوم هر دسته داده همیشه ۵ درصد داده‌ها قرار می‌گیرد؛ بدون داشتن چارک‌ها می‌توانیم تعداد را مطرح کنیم.

$$22 \times \frac{5}{100} = 11 \quad , \quad 11 - 1 = 10$$

۱ مقدار متغیر سوم در نمودار حبابی، متناسب با کدام یک از موارد زیر است؟

- الف) شعاع دایره ب) قطر دایره پ) محیط دایره ت) مساحت دایره

پاسخ: مساحت دایره (قسمت یا گزینه ت)

۲ نمودارهای حبابی برای نمایش چند متغیر عددی در یک نمودار به کار می روند؟

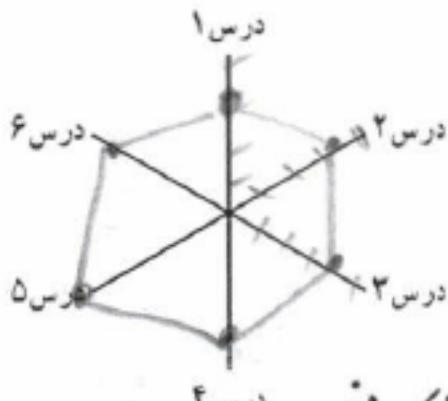
- الف) یک متغیر ب) دو متغیر پ) سه متغیر ت) محدودیتی ندارد

پاسخ: گزینه ت یعنی محدودیتی ندارد

مؤلف:

آموزگاران	شش درس را انتخاب و برای شما به صورت زیر فهرست می‌کنند	و ریاضی استان خوزستان
۱	برهانی	در کتاب
۲	جعفر
۳	عمری
۴	مارف
۵	فرز
۶	ابراهیم

الف) نمودار را داری نمره‌های خود را به صورت مقابل رسم کنید:



ب) نمودار خود را با یکی دیگر از داش آموزان ادغام کنید و با کمک یکدیگر، نمودار جدیدی رسم کنید.

پ) به نظر شما نمره‌های کدام تان بهتر است؟ **حرنمودار** (ردی گر بفر).

۱ نمودار راداری برای نمایش داده‌های چند متغیر که به طور هم‌زمان به کار می‌رود؟

پاسخ: درست است.

۲ زاویه بین شعاع‌های مجاور در نمودار راداری، چه چیزی را نشان می‌دهد؟

پاسخ: اگر زاویه بین شعاع‌های مجاور در نمودار راداری پکسان باشد می‌توان از روی آن، تعداد متغیرها را تعیین کرد و اطلاعات دیگری نمی‌دهد.

۳ نمودار راداری چه چیزی به ما می‌گوید؟

پاسخ: نمودار راداری به ما می‌گوید: - کدام مشاهده‌ها شبیه به یکدیگرند؟ - آیا داده دورافتاده‌ای وجود دارد؟ - مقدار کدام متغیر برای یک مشاهده نسبت به مشاهده‌های دیگر بیشتر با کمتر است؟

- مقدار کدام متغیر برای یک مشاهده نسبت به مشاهده‌های دیگر بیشتر با کمتر است؟
۴ کاربرد نمودار راداری در ورزش چیست؟

پاسخ: از این نمودار در ورزش برای نشان دادن میزان قدرت وضعیت بازیکنان نسبت به یکدیگر استفاده می‌شود.

۵ اگر زاویه بین دو شعاع مجاور در نمودار راداری 40° درجه باشد، چند متغیر در نمودار حضور دارد؟

پاسخ: چون زاویه بین دو شعاع مجاور در نمودار راداری 40° درجه است و اگر بین تمام شعاع این زاویه رعایت شده باشد پکسان باشند در این صورت تعداد متغیرها، $9 = \frac{360}{40}$ ناست زیرا:

۶ داده‌های زیر را که مربوط به شاخص‌های سلامت است، در قالب یک نمودار راداری نمایش دهید.

متغیر	شاخص آمادگی اجرای مقررات بین‌المللی سلامت	نسبت جمعیت دارای دسترسی به شبکه فاضلاب	نسبت ولادت‌ها به وسیله متخصصان سلامت (درصد)	نسبت متخصصان سلامت (به ازای هر ۱۰ هزار نفر جمعیت)	عمر مورد انتظار در بدو تولد (سال)	تکیه	بیشته	ایران	پاکستان	ترکیه	x _۱
x _۱	۸۴	۷۵/۸	۶۶/۴	۷۵/۵	۳۶۰						
x _۲	۲۴۵	۴۱/۱	۱۴/۰	۲۲/۰							
x _۳	۱۰۰	۹۷	۵۲	۹۶							
x _۴	۱۰۰	۹۵	۶۴	۹۰							
x _۵	۱۰۰	۷۸	۴۲	۸۵							

پاسخ: برای رسم نمودار، ابتدا یعنی خط که زاویه بین آنها $= 72^\circ = \frac{360}{5}$ است را رسم کرده و هر نیم خط معرف x_1, x_2, \dots, x_5 می‌باشد. با انتخاب یک کشور روی این نیم خط، تقسیم‌بندی با توجه به مقیاس را انجام داده مثلاً روی هر نیم خط فاصله‌های 20° و 40° و 60° و 80° و 100° را انتخاب کرده (دایره‌ای به شعاع‌های داده شده) و اعداد داده شده را روی آن مشخص می‌کنیم. برای نمونه، نمودار ایران را رسم می‌کنیم و نقاط را به هم وصل می‌کنیم (در صورتی که دایره‌ها باعث اشتباه کشیدن شکل می‌شود می‌توان آنها را رسم نکرد).

به کمک اکسل، نمودار قابل تشخیص بهتری قابل رسم است.

