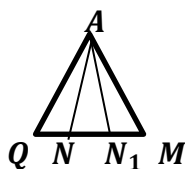


نام و نام خانوادگی:
 مقطع و رشته: دهم ریاضی
 نام پدر:
 شماره داوطلب:
 تعداد صفحه سؤال: ۴ صفحه

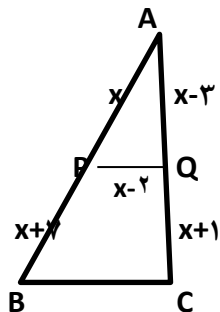
جمهوری اسلامی ایران
 اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران
 اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۴ تهران
 دبیرستان غیردولتی دخترانه متوسطه دوم سرای دانش واحد رسالت
 آزمون پایان ترم نوبت دوم سال تمصیلی ۹۸-۱۳۹۷

نام درس: هندسه (۱)
 نام دبیر: مرجان یغمایی
 تاریخ امتحان: ۱۸ / ۰۳ / ۱۳۹۸
 ساعت امتحان: ۰۵ : ۰۸ : صبح / عصر
 مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

محل مهر و امضاء مدیر	نمره به عدد:	نمره به حروف:	نمره به عدد:	نمره به حروف:
	نام دبیر:	تاریخ و امضاء:	نام دبیر:	تاریخ و امضاء:
۱۲۵	۱	مثلت قائم الزاویه ای که طول وتر $BC=5$ و ضلع $AB=2$ را رسم کنید. (تمام مراحل رسم به طور کامل توضیح داده شود)	۱	با کمک برهان خلف ثابت کنید اگر در مثلث ABC ، $AB \neq AC$ آنگاه $\hat{B} \neq \hat{C}$
۰.۷۵	۳	الف) نقیض گزاره «مستطیلی وجود دارد که مربع نیست» را بنویسید. ب) مثال نقض برای گزاره « حاصلضرب هر عدد گویا در هر عدد گنگ همواره گنگ است » بیاورید. ج) عکس قضیه « اگر یک چهارضلعی لوزی باشد، قطرهایش عمود منصف یکدیگرند. » را بنویسید.	۱	طول اضلاع مثلثی ۴، ۶، ۸ است. نسبت مجموع دو ارتفاع کوچکتر به بزرگترین ارتفاع را بدست آورید.
۱	۵	در شکل زیر $MN = 2NQ$ و N_1 وسط MN است و مساحت مثلث PNQ برابر با ۸ است. مساحت مثلث PN_1M را بدست آورید.	۱	



در شکل مقابل $PQ \parallel BC$ است. طول ضلع BC را بیابید.

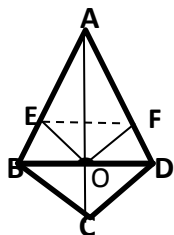


۱

۶

در چهارضلعی $ABCD$ مطابق شکل $\widehat{B} = \widehat{D} = 90^\circ$. از نقطه O محل تلاقی قطر های آن بر اضلاع AB و AC

عمودهای OE و OF را رسم می کنیم. ثابت کنید: $EF \parallel BD$.



۱

۷

از سه رأس متوالی یک چند ضلعی محدب ۱۷ قطر عبور کرده است. مجموع زاویه های داخلی این چندضلعی را محاسبه نمایید.

۱.۲۵

۸

ثابت کنید در هر متوازی الاضلاع، قطر ها یکدیگر را نصف می کنند.

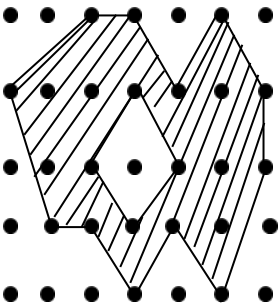
۱

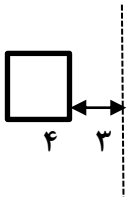
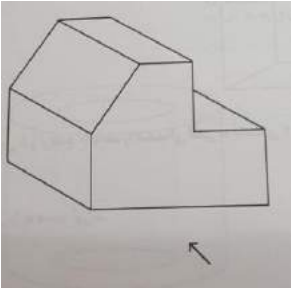
۹

ثابت کنید چهارضلعی حاصل از وصل کردن وسط های اضلاع یک دوزنقه متساوی الساقین لوزی است.

۱.۲۵

۱۰

۱.۲۵	<p>ثابت کنید در هر مثلث <u>متساوی الساقین</u> مجموع فاصله های هر نقطه روی قاعده تا ساق ها برابر است با طول ارتفاع وارد بر یکی از ساق ها.</p>	۱۱
۱	<p>ثابت کنید محل برخورد میانه های مثلث از هر یک از ضلع های مثلث $\frac{1}{3}$ ارتفاع وارد بر آن است.</p>	۱۲
۱.۲۵	<p>با توجه به مساحت چندضلعی های شبکه ای ، مساحت قسمت سایه زده را محاسبه کنید.</p> 	۱۳
۱	<p>دو خط d_1 و d_2 در فضا با هم موازی اند.</p> <p>الف) اگر صفحه P با یکی از دو خط موازی باشد ، نسبت به دیگری چه وضعیتی دارد ؟</p> <p>ب) اگر صفحه P شامل یکی از دو خط باشد ، نسبت به هم چه وضعیتی دارند؟</p>	۱۴
۱.۵	<p><u>درستی و نادرستی</u> هر یک از عبارات های زیر را مشخص کنید و در صورت نادرست بودن <u>مثال نقض</u> بیاورید.</p> <p>الف) از دو خط متقاطع <u>تنها یک</u> صفحه می گذرد.</p> <p>ب) از یک نقطه غیر واقع بر یک صفحه ، <u>تنها یک</u> خط می توان موازی با آن صفحه رسم کرد.</p> <p>ج) دو صفحه عمود بر یک صفحه ، همواره با هم موازی اند.</p> <p>د) اگر خطی بر یکی از خطوط صفحه های عمود باشد ، لزوما بر آن عمود نیست.</p>	۱۵
صفحه ی ۳ از ۴		

۱	<p>الف (سطح مقطع یک استوانه قائم با صفحه ای که از محور آن میگذرد را رسم کنید.</p> <p>ب (اگر مساحت سطح مقطع ۸ باشد ، آنگاه مساحت جانبی استوانه را محاسبه نمائید.</p>	۱۶
۲	<p>به سوالات زیر پاسخ دهید.</p> <p>الف (از دوران یک دوزنقه قائم الزاویه حول ضلع عمود بر قاعده ها ، چه شکلی حاصل می شود ؟</p> <p>ب (از دوران مستطیل حل طول آن ، چه شکلی بدست می آید؟</p> <p>پ (شکل حاصل از دوران مربعی به ضلع ۴ حول محور تعیین شده را رسم نمائید.</p>  <p>د (حجم شکل حاصل در قسمت «پ» را محاسبه نمائید.</p>	۱۷
۰.۵	<p>در شکل زیر نمای بالا و روبرو را رسم کنید.</p> 	۱۸
صفحه ی ۴ از ۴		

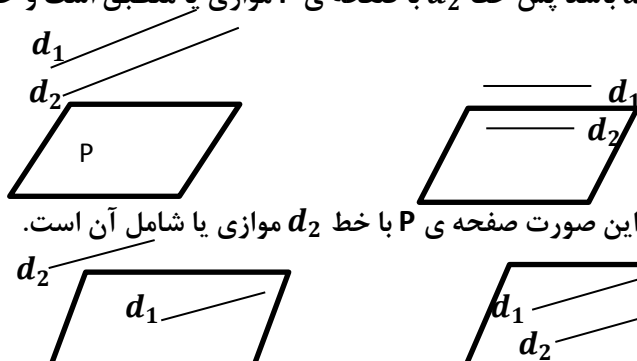

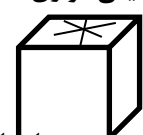
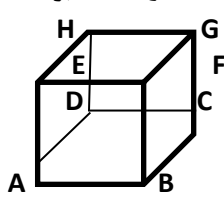
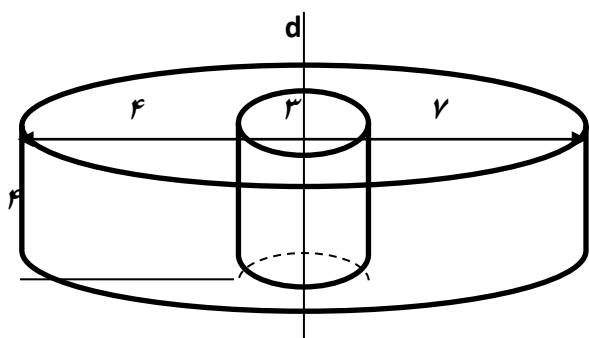


اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران
اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۴ تهران
دبیرستان غیر دولتی دخترانه متوسطه دوره دوم سرای دانش واحد رسالت
کلید سؤالات پایان ترم نوبت دوم سال تمصیلی ۹۸-۹۷

نام درس: هندسه (۱)
نام دبیر: مرجان یغمایی
تاریخ امتحان: ۱۸ / ۰۳ / ۱۳۹۸
ساعت امتحان: ۰۸:۰۰ - ۰۹:۰۰ (صبح)
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضاء مدیر
۱	ابتدا نقطه A را روی خط d در نظر می گیریم و خط d' را در این نقطه بر خط d عمود رسم می کنیم. سپس به مرکز A و شعاع ۲ کمانی رسم می کنیم تا خط d' را در نقطه B قطع کند و در نهایت به مرکز B و شعاع ۵ کمانی رسم می کنیم و خط d را در نقاط C و F قطع می کند.	
۲	فرض خلف: فرض می کنیم $\widehat{B} = \widehat{C}$. لذا در مثلث ABC، نتیجه می شود که $AB=AC$ که تناقض است یعنی خلاف فرض است پس فرض خلف باطل و حکم ثابت می شود.	
۳	الف) هر مستطیل مربع است. ب) $0 \times \sqrt{2} = 0 \in \mathbb{Q}$ ج) اگر قطر های یک چهارضلعی عمود منصف یکدیگر باشند، آنگاه آن چهارضلعی لوزی است.	
۴	بزرگترین ارتفاع $h_a \rightarrow a = 4, b = 6, c = 8$ $\frac{hb + hc}{h_a} = \frac{hb}{h_a} + \frac{hc}{h_a} \xrightarrow{\text{عکس}} \frac{a}{b} + \frac{a}{c} = \frac{4}{6} + \frac{4}{8} = \frac{2}{3} + \frac{1}{2} = \frac{7}{6}$	
۵	اگر $NQ=x$ پس $MN=2x$. مثلث های PNQ و PN_1M دو ارتفاع دارد از راس P مشترک اند. پس نسبت مساحت های آن ها برابر نسبت قاعده هایشان است. $\frac{S_{PN_1M}}{S_{PNQ}} = \frac{MN_1}{NQ} = \frac{x}{x} = 1$ چون $S_{PNQ} = 8$ پس $S_{PN_1M} = 8$	
۶	حال طبق تعمیم قضیه تالس: $PQ \parallel BC \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AP}{PB} = \frac{AQ}{QC}$ $\frac{x}{x+7} = \frac{x-3}{x+1} \rightarrow x(x+1) = (x-3)(x+7)$ $x^2 + x = x^2 + 4x - 21 \rightarrow 3x = 21 \rightarrow x = 7$ $\frac{AP}{AB} = \frac{PQ}{BC}$ $\frac{7}{21} = \frac{5}{BC} \rightarrow BC = 15$	
۷	چون BC و OE بر AB عمودند، پس $OE \parallel BC$ ، به طریق مشابه داریم $OF \parallel CD$ لذا داریم: $\Delta ACD : OF \parallel CD \rightarrow \frac{AF}{DF} = \frac{OA}{OC}$ $\Delta ABC : OE \parallel BC \rightarrow \frac{AE}{BE} = \frac{OA}{OC}$ $\frac{AF}{DF} = \frac{AE}{BE} \xrightarrow{\text{عکس تالس}} EF \parallel BD$	
۸	از هر راس n ضلعی محدب n-۳ قطر می گذرد. پس به نظر می رسد که از سه راس متوالی آن $3(n-3)$ قطر می گذرد. ولی یکی از قطر ها دوبار حساب شده است و آن قطری است که دو راس غیر مجاور را به هم وصل می کند. بنابراین تعداد قطر های رسم شده از سه راس متوالی n ضلعی محدب برابر با $3(n-3)-1=17$ است. پس: $n=9$ بنابراین مجموع زاویه های داخلی این ۹ ضلعی محدب $1260 = 180 \times (9-2)$ است.	

<p>فرض می کنیم در متوازی الاضلاع ABCD قطر های AC و BD یکدیگر را در نقطه O قطع کرده باشند (مانند شکل). در این صورت طبق قضیه نتیجه می شود که AB=CD و از موازی بودن AB و CD و مورب بودن AC و BD نتیجه می شود که $\widehat{A_1} = \widehat{C_1}$ و $\widehat{B_1} = \widehat{D_1}$ به این ترتیب مثلث های AOB و COD هم نهشت اند (ز ز). بنابراین $OB=OD$ و $OA=OC$ یعنی قطر ها یکدیگر را نصف میکنند.</p>	۹
<p>فرض می کنیم نقاط E و F و G و H نقاط وسط اضلاع باشند.</p> $\Delta ADC : \frac{DH}{AD} = \frac{DG}{DC} = \frac{1}{2} \xrightarrow{\text{عکس تالس}} GH \parallel AC, GH = \frac{AC}{2}$ $\Delta ABC : \frac{BF}{BC} = \frac{BE}{AB} = \frac{1}{2} \xrightarrow{\text{عکس تالس}} EF \parallel AC, EF = \frac{AC}{2}$ <p>پس چهارضلعی EFGH متوازی الاضلاع است و با استدلال مشابه می توان نشان داد که EH و GF هر دو با BD موازی اند و نصف BD اند. ($GF = HE = \frac{BD}{2}$)</p> <p>اما در دوزنقه متساوی الساقین قطر ها برابرند. ($AC=BD$) پس $EF=GH=GF=HE$ پس EFGH لوزی است.</p>	۱۰
<p>فرض می کنیم مثلث ABC متساوی الساقین باشد. ($AB=AC$) و M نقطه ای روی قاعده BC باشد. فرض کنید H_1 و H_2 پای عمودهای وارد از M به ترتیب بر ساق های AB و AC باشند. توجه کنید که:</p> $S_{ABC} = S_{ABM} + S_{ACM} = \frac{1}{2}MH_1 \times AB + \frac{1}{2}MH_2 \times AC = \frac{1}{2}AB(MH_1 + MH_2) \quad (۱)$ <p>از طرف دیگر اگر طول ارتفاع وارد بر ساق AB برابر h باشد:</p> $S_{ABC} = \frac{1}{2}h \times AB \quad (۲)$ $(۱, ۲) \rightarrow MH_1 + MH_2 = h$	۱۱
$GH' = \frac{1}{3}AH$ <p>فرض می کنیم G نقطه ی برخورد میانه های مثلث ABC باشد و GH' فاصله ی G از BC و AH ارتفاع وارد بر BC باشد.</p> <p>می دانیم مساحت مثلث BGC مساوی $\frac{1}{3}$ مساحت مثلث ABC است. بنابراین:</p> $S_{BGC} = \frac{1}{3}S_{ABC} \Rightarrow \frac{1}{2}OH' \times BC = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}BC \times AH \rightarrow GH' = \frac{1}{3}AH$	۱۲
<p>طبق قضیه پیک داریم:</p> $S = \frac{b}{2} + i - 1$ <p>مساحت چندضلعی کوچکتر - مساحت چندضلعی بزرگ تر = مساحت ناحیه رنگی</p> $S = \left(\frac{12}{2} + 11 - 1\right) - \left(\frac{4}{2} + 1 - 1\right) = 16 - 2 = 14$	۱۳

<p>الف (طبق فرض $d_1 \parallel d_2$. اگر صفحه ی P موازی خط d_1 باشد پس خط d_2 با صفحه ی P موازی یا منطبق است و خط d_2 نمی تواند P را قطع کند.</p> 	۱۴
<p>ب (فرض می کنیم صفحه ی P شامل خط d_1 باشد . در این صورت صفحه ی P با خط d_2 موازی یا شامل آن است.</p> 	۱۵
<p>الف (درست) ب (نادرست . در مکعب روبرو می دانیم که صفحه های وجه های روبرو در مکعب موازی اند. اگر O نقطه ای در وجه بالایی مکعب باشد ، هر خط گذرنده از O در صفحه ی وجه بالایی با صفحه وجه پائینی موازی است.</p> 	۱۶
<p>ب (نادرست . در مکعب دو صفحه ی AEFB و BCGF بر صفحه وجه ABCD عمودند ، اما صفحه این دو وجه ها موازی نیستند.</p> 	۱۷
<p>الف (مخروط ناقص) ب (استوانه توپر) پ (شکلی شبیه به لاستیک ماشین) د (حجم شکل حاصل برابر یک استوانه تو خالی به شعاع ۷ است :</p> $V = \pi 7^2 \times 4 - \pi 3^2 \times 4 = 196\pi - 36\pi = 160\pi$ <p>استوانه کوچک - استوانه بزرگ = V هاشور</p> 	۱۸

امضاء:

نام و نام خانوادگی مصحح : مرجان یغمایی

جمع بارم : ۲۰۰ نمره