



جمهوری اسلامی ایران  
وزارت آموزش و پرورش  
اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران  
دبیرستان غیر دولتی موحّد

**امتحانات**  
دبیرستان غیر دولتی موحّد

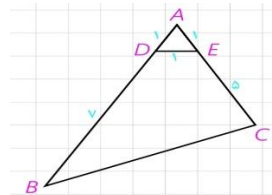
نام و نام خانوادگی :	نام دبیر : آقای امین پناه
پایه : یازدهم	تاریخ امتحان : ۱۳۹۹/۴/۷
کلاس :	زمان پاسخگویی : ۷۰ دقیقه

بارم	سوالات	ردیف
------	--------	------

۱  
مثلاً با اضلاع ۵ و ۶ و ۹ مفروض است.  
الف: مساحت مثلث را بدست آورید  
ب: طول بزرگترین ارتفاع مثلث را بدست آورید  
پ: Sin زاویه کوچکتر را بدست آورید.

الف:  $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$  (۱)  
 $p = \frac{5+6+9}{2} = 10$   
 $S = \sqrt{10(5)(6)(9)} = 5 \times 2\sqrt{2} = 10\sqrt{2}$   
 ب: بزرگترین ارتفاع همان ارتفاع را در مربع کوچکتر است.  
 $S = \frac{5 \times h_a}{2} \Rightarrow 10\sqrt{2} = \frac{5 \times h_a}{2} \Rightarrow h_a = 4\sqrt{2}$   
 پ: زاویه کوچکتر همان زاویه در مربع کوچکتر است.  
 $S = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times \sin \theta$   
 $10\sqrt{2} = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times \sin \theta \Rightarrow \sin \theta = \frac{10\sqrt{2}}{8}$

در مثلث زیر  
الف: طول BC را بدست آورید  
ب: Cos زاویه B را بدست آورید.



الف:  $\hat{A} = 40^\circ$ ,  $AB = 4$ ,  $AC = 4$  (۲)  
 الف:  $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2(AB)(AC) \cos \hat{A}$   
 $BC^2 = 4^2 + 4^2 - 2(4)(4) \cos 40^\circ$   
 $BC^2 = 16 + 16 - 32 \cos 40^\circ$   
 $BC = \sqrt{32 - 32 \cos 40^\circ} = 2\sqrt{2(1 - \cos 40^\circ)}$   
 ب:  $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2(AB)(BC) \cos \hat{B}$   
 $4^2 = 4^2 + 32 - 2(4)(2\sqrt{2(1 - \cos 40^\circ)}) \cos \hat{B}$   
 $16 - 16 - 32 = -32\sqrt{2(1 - \cos 40^\circ)} \cos \hat{B} \Rightarrow \cos \hat{B} = \frac{10}{32\sqrt{2(1 - \cos 40^\circ)}}$



جمهوری اسلامی ایران  
وزرات آموزش و پرورش  
اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران  
دبیرستان غیر دولتی موحّد

**امتحانات**  
دبیرستان غیر دولتی موحّد

نام و نام خانوادگی :	نام دبیر : آقای امین پناه
پایه : یازدهم	تاریخ امتحان : ۱۳۹۹/۴/۷
کلاس :	زمان پاسخگویی : ۷۰ دقیقه

**امتحانات نوبت دوم**  
**کلید هندسه**

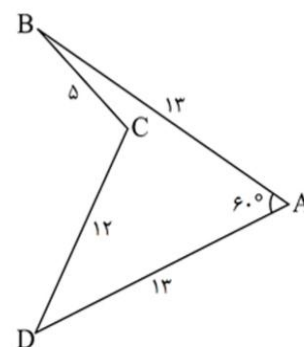
در مثلثی اندازه های دو ضلع ۴ و ۶ و زاویه بین دو ضلع ۶۰ درجه است. طول نیمساز وارد بر ضلع دیگر مثلث را بدست آورید.

$$AD = \frac{2AB \cdot AC \cdot \cos \hat{A}}{AB + AC} \quad (3)$$

$$\text{طول نیمساز} = \frac{2 \times 4 \times 6 \times \cos 60^\circ}{4 + 6} = \frac{24 \sqrt{3}}{10}$$

در شکل زیر:

- الف: طول پاره خط BD را بدست آورید  
ب: مساحت مثلث BCD را بدست آورید  
پ: کوچکترین ارتفاع مثلث BCD را بدست آورید



۳

۴

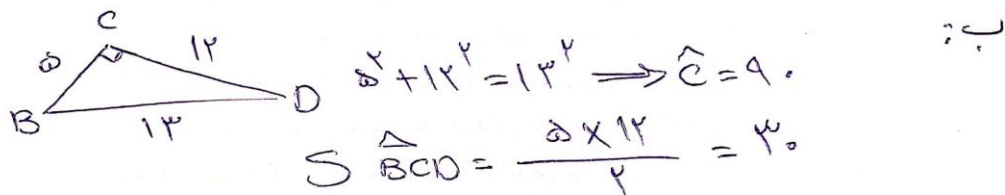


نام و نام خانوادگی :	نام دبیر : آقای امین پناه
پایه : یازدهم	تاریخ امتحان : ۱۳۹۹/۴/۷
کلاس :	زمان پاسخگویی : ۷۰ دقیقه

**امتحانات نوبت دوم**

**کلید هندسه**

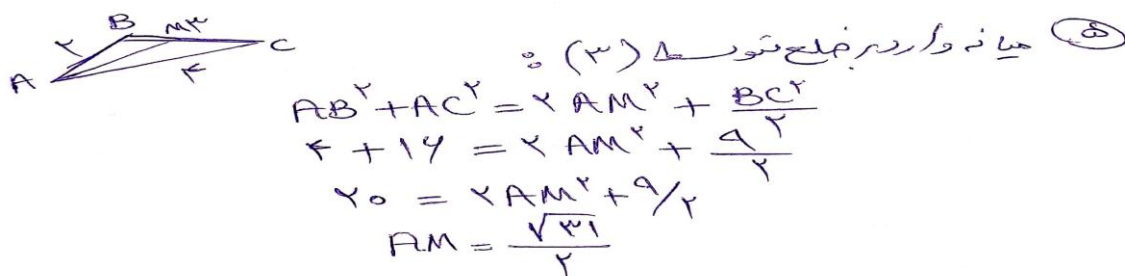
Ⓐ ان:  $\hat{A} = 40^\circ \Rightarrow \widehat{BC} = \widehat{AC} \Rightarrow BD = 13$   $\triangle ABD$  :  $\widehat{A} = 40^\circ$  در  $\widehat{BC} = \widehat{AC}$



ب: کوتاهترین ارتفاع همان ارتفاع وارد بر بزرگترین ضلع است.

$$S = \frac{13 \times h}{2} \rightarrow 30 = \frac{13 \times h}{2} \Rightarrow h_{\min} = \frac{40}{13}$$

در مثل با اضلاع ۲ و ۳ و ۴ طول میانه وارد بر ضلع متوسط را بدست آورید



دو شهر A و B در ساحل رودخانه ای به فاصله ۴۳ کیلومتری ساحل رودخانه قرار دارند. فاصله این دو شهر از یکدیگر ۱۰ کیلومتر است. می خواهیم از A به B جادهای بسازیم بطوریکه ۲ کیلومتر از این جاده در ساحل رودخانه باشد. کوتاهترین مسیر ممکن برای این جاده کدام است.

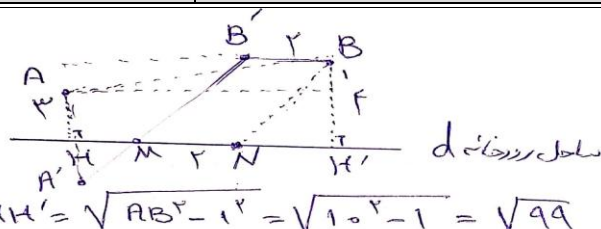
۵



نام و نام خانوادگی :	نام دبیر : آقای امین پناه
پایه : یازدهم	تاریخ امتحان : ۱۳۹۹/۴/۷
کلاس :	زمان پاسخگویی : ۷۰ دقیقه

**امتحانات نوبت دوم**

**کلید هندسه**

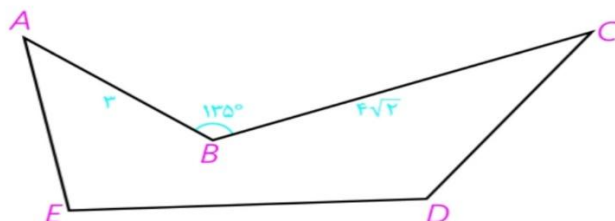


از شهر B دو کیلومتر موازات ساحل رودخانه در سمت شرق A حرکت نکنیم و این نقطه را به نام A' نقطه A به خط d وصل کنیم

$$\text{کوته‌ترین مسیر} = AM + 2 + NB = A'M + 2 + MB' = A'B' + 2$$

$$AB' = \sqrt{(\sqrt{99} - 2)^2 + 5^2}$$

زمینی به شکل زیر در اختیار داریم. می‌خواهیم بدون تغییر محیط مساحت آن را افزایش دهیم. میزان افزایش مساحت زمین را بدست آورید.



⑤ افزایش مساحت همان در برابر مساحت مثلث ABC است.

$$\begin{aligned} \text{میزان افزایش مساحت} &= 2S_{\triangle ABC} = 2 \times \frac{1}{2} \times 3 \times 4\sqrt{2} \times \sin 135^\circ \\ &= 3 \times 4\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 12 \end{aligned}$$

یک مربع را در تجانس با نسبت تجانس  $\frac{4}{5}$  و به مرکز محلی تلاقی قطرهای تصویر کرده ایم. اگر مساحت بین مربع و تصویرش ۹ باشد، محیط مربع اولیه را بدست آورید.



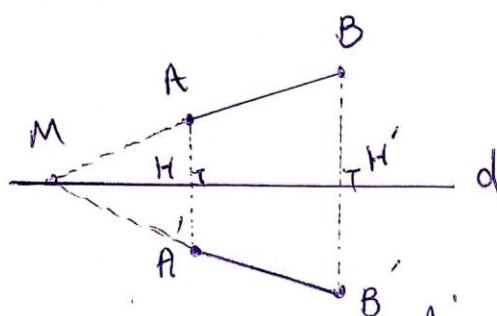
نام و نام خانوادگی : پایه : یازدهم کلاس :	نام دبیر : آقای امین پناه تاریخ امتحان : ۱۳۹۹/۴/۷ زمان پاسخگویی : ۷۰ دقیقه	امتحانات نوبت دوم کلید هندسه
---	--	---------------------------------

۸) ارضاع مربع اولیہ  $x$  و شطرنج مربع یازمین است  $\frac{4}{5}x$ .

$$S - S' = x^2 - \frac{14}{25}x^2 = 4 \rightarrow \frac{9}{25}x^2 = 4 \rightarrow x = 5$$

$$عطر مربع = 4 \times 5 = 20$$

دو نقطه A و B در یک طرف محور بازتاب d قرار دارند. امتداد AB خط d را قطع می کند. ثابت کنید این بازتاب طولی است.



چون خط d عمود منصف  $AA'$  و  $BB'$  است  
در نقطه روی عمود منصف هر خط از دو سر به خط  
بیک فاصله است.

①  $MB = MB'$

②  $MA = MA'$

① - ② :  $MB - MA = MB' - MA'$

$AB = A'B'$

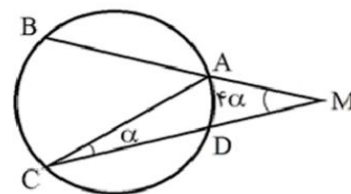
دو خط متقاطع d و d' را که زاویه بین آنها ۶۰ درجه است را رسم کنید. اگر بازتاب نقطه A نسبت به d برابر B و بازتاب B نسبت به d' برابر C باشد تحت چه تبدیلی نقطه A به نقطه C تبدیل می شود. (رسم شکل و توضیح کامل)



نام و نام خانوادگی :	نام دبیر : آقای امین پناه
پایه : یازدهم	تاریخ امتحان : ۱۳۹۹/۴/۷
کلاس :	زمان پاسخگویی : ۷۰ دقیقه

۱۰) ترکیب دو قعرن محوری با محورهای متقاطع یک دوران است که زاویه دوران در برابر زاویه بین دو خط متقاطع است و مرکز دوران نقطه تلاقی دو محور قعرن می باشد. «رسم شکل در کتاب درسی»

در شکل زیر کمانهای  $AB, BC, DC$  با هم برابرند. اندازه زاویه  $M$  را بدست آورید.



۱۱)

$$\widehat{AB} = \widehat{BC} = \widehat{DC} = x \Rightarrow \widehat{AD} = 340 - 3x$$

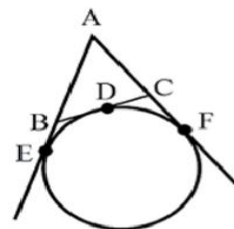
$$\widehat{C} = \frac{\widehat{AD}}{2} \rightarrow \alpha = \frac{340 - 3x}{2} \rightarrow 2\alpha + 3x = 340^\circ$$

$$\widehat{A} = \alpha + 4\alpha = \frac{\widehat{BC}}{2} \rightarrow 5\alpha = \frac{x}{2} \rightarrow \boxed{x = 10\alpha}$$

$$2\alpha + 3(10\alpha) = 340^\circ \rightarrow 32\alpha = 340^\circ \rightarrow \boxed{\alpha = \frac{340}{32}}$$

۱۰

در شکل زیر  $AB=7$  و  $AC=5$  و  $BC=6$ . طول  $BD, CD$  را بدست آورید.



۱۱





نام و نام خانوادگی :	نام دبیر : آقای امین پناه
پایه : یازدهم	تاریخ امتحان : ۱۳۹۹/۴/۷
کلاس :	زمان پاسخگویی : ۷۰ دقیقه

**امتحانات نوبت دوم**

**کلید هندسه**

۱۲) از نقطه  $T$  در بیرون دایره دو مماس به دایره رسم شود طول مماسها  $3$  و  $4$  برابر است.

$$\left. \begin{array}{l} BE = BD = x \\ CD = CF = y \end{array} \right\} \begin{array}{l} AE = AF \\ y + x = 5 + y \rightarrow x = 5 - y \\ BC = y = x + y \end{array}$$

$$\begin{cases} y - x = 2 \\ x + y = 4 \end{cases} \rightarrow 2y = 8 \rightarrow \boxed{y = 4} \quad \boxed{x = 2}$$

دو دایره به شعاعهای  $3$  و  $5$  متخارج هستند. اگر کمترین فاصله دو دایره  $2$  باشد طول مماس مشترک خارجی دو دایره و فاصله نقطه تلاقی دو مماس مشترک داخلی و خارجی را تا مرکز دایره بزرگتر بدست آورید.

۱۳)

$$OO' = 5 + 3 + 2 = 10$$

$$OT = r = 5$$

$$O'T' = r' = 3$$

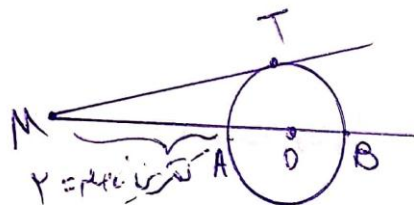
$$OO' = 5 + 3 + 2 = 10$$

$$\text{فاصله مشترک خارجی} = \sqrt{d^2 - (r - r')^2} = \sqrt{100 - (5 - 3)^2} = \sqrt{96}$$

$$\triangle MTO \sim \triangle MT'O' \Rightarrow \frac{MO}{MO'} = \frac{OT}{O'T'} \rightarrow \frac{MO}{MO'} = \frac{5}{3}$$

$$\frac{MO}{10} = \frac{5}{8} \rightarrow \boxed{MO = \frac{50}{8}}$$

نقطه  $M$  در بیرون دایره  $C(O, 6)$  قرار دارد. اگر کمترین فاصله نقطه  $M$  تا دایره  $2$  باشد طول مماسی را بدست آورید که از نقطه  $M$  بر دایره رسم میشود.



$$MT^2 = MA \cdot MB$$

$$MT^2 = 2 \times (2 + 12)$$

$$MT^2 = 2 \times 14 \rightarrow MT = 2\sqrt{7}$$



جمهوری اسلامی ایران  
وزرات آموزش و پرورش  
اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران  
دبیرستان غیر دولتی موحّد

**امتحانات**  
دبیرستان غیر دولتی موحّد

نام و نام خانوادگی : پایه : یازدهم کلاس :	امتحانات نوبت دوم کلید هندسه	نام دبیر : آقای امین پناه تاریخ امتحان : ۱۳۹۹/۴/۷ زمان پاسخگویی : ۷۰ دقیقه
---	---------------------------------	--

		۱۳
		۱۴
۲۰	موفق باشید	