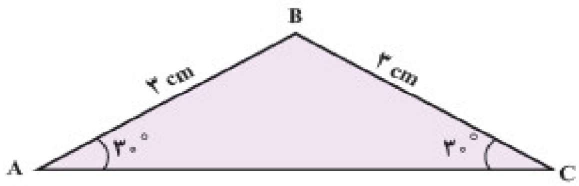
۱- مساحت مثلث ABC را پیدا کنید.



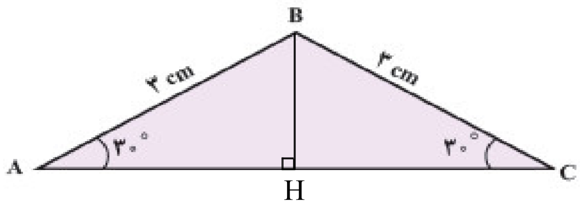
« **پاسخ** »

روش اول (با استفاده از ماشین‌حساب):

$$\widehat{B} + ۳۰^\circ + ۳۰^\circ = ۱۸۰^\circ \Rightarrow \widehat{B} = ۱۲۰^\circ$$

$$S = \frac{۱}{۲} \times ۳ \times ۳ \times \mathrm{Sin}\,۱۲۰^\circ = \frac{۹}{۲} \times ۰/۸۶۶ = ۳/۸۹۷$$

روش دوم (بدون استفاده از ماشین‌حساب):

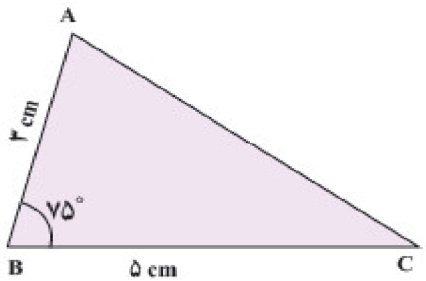


$$\mathrm{Cos}\,۳۰^\circ = \frac{AH}{AB} \Rightarrow \frac{\sqrt{۳}}{۲} = \frac{AH}{۳} \Rightarrow AH = \frac{۳\sqrt{۳}}{۲}$$

$$S_{A\overset{\triangle}{B}H} = \frac{۱}{۲} AH \times AB \times \mathrm{Sin}\,۳۰^\circ = \frac{۱}{۲} \times \frac{۳\sqrt{۳}}{۲} \times ۳ \times \frac{۱}{۲} = \frac{۹\sqrt{۳}}{۸}$$

$$S_{A\overset{\triangle}{B}C} = ۲ \times S_{A\overset{\triangle}{B}H} = ۲ \times \frac{۹\sqrt{۳}}{۸} = \frac{۹\sqrt{۳}}{۴} = ۳/۸۹۷$$

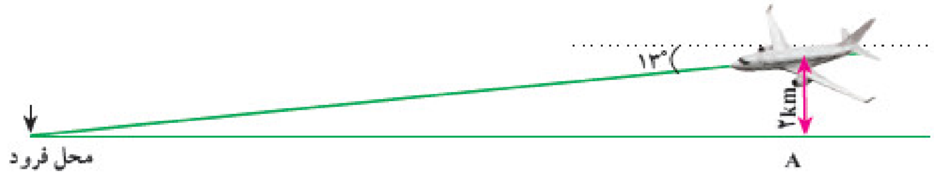
۲- فرض کنید $\mathrm{Sin}\,۷۵^\circ \simeq ۰/۹۶$. مساحت مثلث ABC در شکل زیر را به دست آورید.



« **پاسخ** »

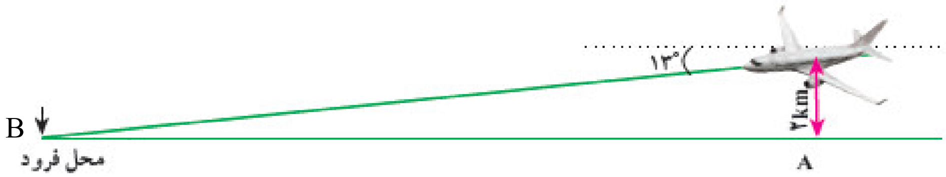
$$S = \frac{۱}{۲} AB \times BC \times \mathrm{Sin}\,۷۵^\circ = \frac{۱}{۲} \times ۳ \times ۵ \times ۰/۹۶ = ۷/۲$$

۳- یک هواپیما در ارتفاع ۲km از سطح زمین در حال فرود آمدن است. اگر زاویه‌ی هواپیما با افق حدود ۱۳° باشد، هواپیما در چه فاصله‌ای از نقطه‌ی A فرود می‌آید. $tg\,۱۳^\circ \simeq ۰/۲۳$



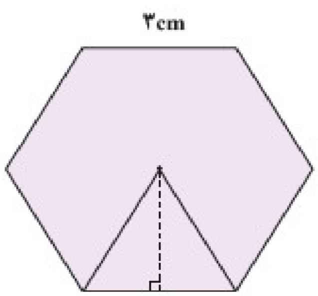
« **پاسخ** »

طبق قضیه‌ی خطوط موازی، زاویه‌ی B نیز ۱۳ درجه است.



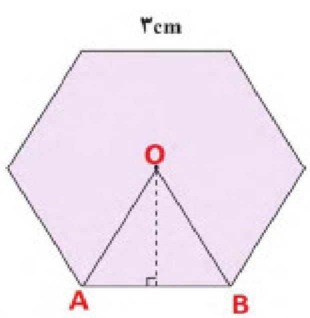
$$tg B = \frac{۲}{AB} \xrightarrow{B = ۱۳^\circ} ۰/۲۳ = \frac{۲}{AB} \Rightarrow AB = \frac{۲}{۰/۲۳} = ۸/۶۹۵$$

۴- مساحت شش‌ضلعی منتظم زیر را به دست آورید.



« **پاسخ** »

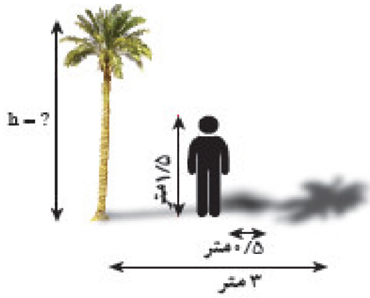
مطابق شکل، هر شش‌ضلعی منتظم از ۶ مثلث متساوی‌الاضلاع ساخته شده است بنابراین مثلث AOB متساوی‌الاضلاع است. بنابراین:
$$\left.\begin{aligned} OA &= ۳ \\ \hat{A} &= ۶۰^\circ \end{aligned}\right\}$$



$$S_{AOB} = \frac{۱}{۲} OA \times AB \times \sin ۶۰^\circ = \frac{۱}{۲} \times ۳ \times ۳ \times \frac{\sqrt{۳}}{۲} = \frac{۹\sqrt{۳}}{۴}$$

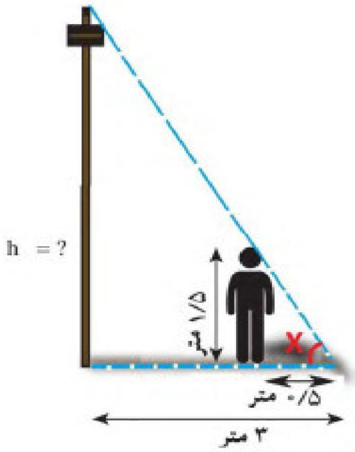
$$\text{مساحت شش ضلعی منتظم} = ۶ \times S_{AOB} = ۶ \times \frac{۹\sqrt{۳}}{۴} = \frac{۲۷\sqrt{۳}}{۲}$$

۵- علی می‌خواهد ارتفاع یک درخت را که طول سایه‌ی آن ۳ متر است، حساب کند. قد علی ۱/۵ متر و طول سایه‌ی او در همان لحظه ۰/۵ متر است. ارتفاع درخت چه‌قدر است؟



« **پاسخ** »

در مثلث قائم‌الزاویه‌ی کوچک $tg\,x = \frac{۱/۵}{۰/۵}$ و در مثلث قائم‌الزاویه‌ی بزرگ $tg\,x = \frac{h}{۳}$ می‌باشد. در نتیجه می‌توان نوشت: $\frac{۱/۵}{۰/۵} = \frac{h}{۳} \Rightarrow h = ۹$. یعنی ارتفاع تیر برق ۹ متر است.

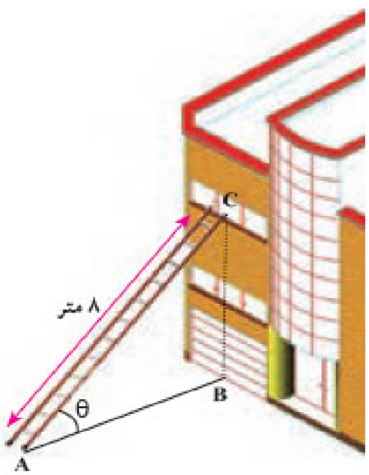


۶- مطابق شکل مقابل، نردبانی به طول ۸ متر در زیر پنجره‌ی ساختمانی قرار گرفته است. اگر زاویه‌ی نردبان با سطح زمین $\theta = ۳۰^\circ$ باشد، ارتفاع پنجره تا زمین را محاسبه کنید. فاصله‌ی پای نردبان تا ساختمان چه‌قدر است؟

$$Sin\theta = \frac{\dots}{۸} \Rightarrow \frac{۱}{۲} = \frac{BC}{۸} \Rightarrow ۲BC = \dots \Rightarrow BC = \dots$$

اکنون به کمک رابطه‌ی فیثاغورس داریم:

$$AB^۲ = AC^۲ - BC^۲ = \dots - \dots = \dots \Rightarrow AB = \dots$$

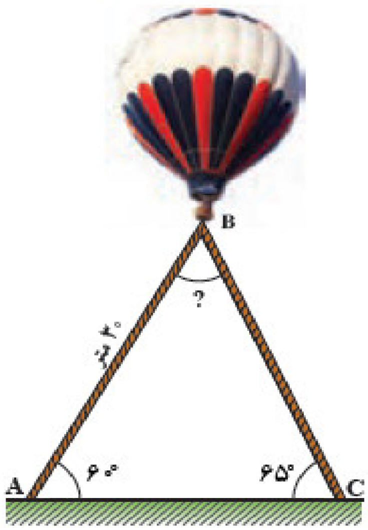


« **پاسخ** »

$$Sin\theta = \frac{BC}{۸} \Rightarrow \frac{۱}{۲} = \frac{BC}{۸} \Rightarrow ۲BC = ۸ \Rightarrow BC = ۴$$

$$AB^۲ = AC^۲ - BC^۲ = ۸^۲ - ۴^۲ = ۴۸ \Rightarrow AB = \sqrt{۴۸}$$

۷- در راه‌پیمایی ۲۲ بهمن، یک بالن اطلاع‌رسانی توسط دو طناب به زمین بسته شده است. طول یکی از طناب‌ها ۳۰ متر است. می‌خواهیم طول طناب دوم را پیدا کنیم.



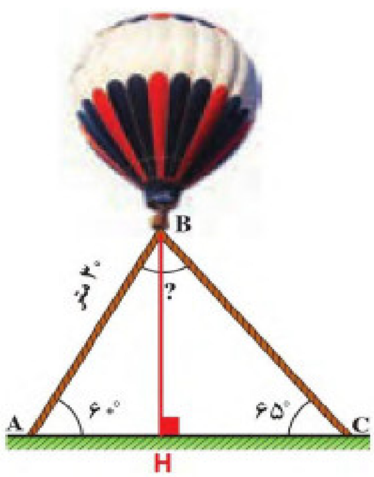
الف) ابتدا اندازه‌ی زاویه‌ی B را به دست آورید. سپس ارتفاع وارد بر ضلع AC را رسم کنید و آن‌را BH بنامید.

ب) طول BH را با استفاده از سینوس زاویه‌ی A به دست آورید.

پ) اکنون با استفاده از سینوس زاویه‌ی ۶۵°، طول طناب دوم را پیدا کنید.

$(\text{Sin}\,۶۵^\circ \simeq ۰/۹)$

« **پاسخ** »



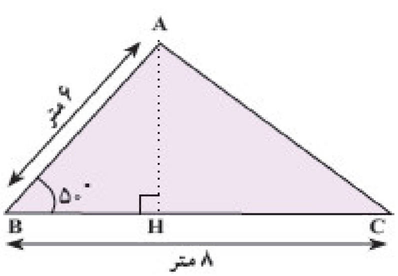
الف) $\widehat{B} + ۶۰^\circ + ۶۵^\circ = ۱۸۰^\circ \Rightarrow \widehat{B} = ۵۵^\circ$

ب) $\text{Sin}\,۶۰^\circ = \dfrac{BH}{AB} \Rightarrow \dfrac{\sqrt{۳}}{۲} = \dfrac{BH}{۳۰} \Rightarrow BH = ۱۵\sqrt{۳}$

پ)

$$\text{Sin}\,۶۵^\circ = \frac{BH}{BC} \Rightarrow ۰/۹۰۶ = \frac{۱۵\sqrt{۳}}{BC} \Rightarrow BC = \frac{۱۵\sqrt{۳}}{۰/۹۰۶} \simeq ۲۸/۶۶۶۵$$

۸- می‌خواهیم مساحت مثلث ABC در شکل زیر را پیدا کنیم. می‌دانیم:



$$\text{ABC مساحت مثلث} = \frac{۱}{۲} \times \text{قاعده} \times \text{ارتفاع}$$

الف) با توجه به این‌که $\text{Sin}\,۵۰^\circ \simeq ۰/۷۶$، داریم:

$$\text{Sin}\,۵۰^\circ = \frac{AH}{\text{وتر}} = \frac{AH}{\quad} \Rightarrow AH \simeq \ldots$$

ب) با توجه به قسمت الف داریم:

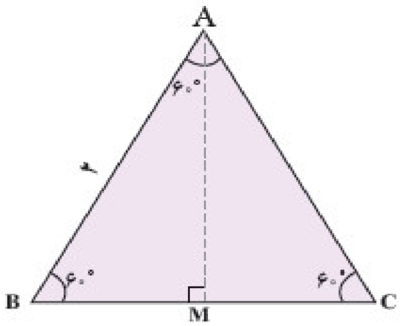
$$\text{ABC مساحت مثلث} = \frac{۱}{۲} AH \times BC \simeq \frac{۱}{۲} \times \ldots \times \ldots \simeq \ldots$$

« **پاسخ** »

الف) $\text{Sin}\,۵۰^\circ = \dfrac{AH}{\text{وتر}} = \dfrac{AH}{۶} \Rightarrow AH \simeq ۰/۷۶ \times ۶ = ۴/۵۶$

ب) $\text{ABC مساحت مثلث} = \dfrac{۱}{۲} AH \times BC \simeq \dfrac{۱}{۲} \times ۴/۵۶ \times ۸ = ۱۸/۲۴$

۹- به کمک شکل، با پیدا کردن نسبت‌های مثلثاتی زاویه‌های ۳۰° و ۶۰°، جدول زیر را کامل کنید. (در صورت لزوم، کسرها را گویا کنید)



مقدار	۳۰°	۴۵°	۶۰°
Sin A		$\frac{\sqrt{۲}}{۲}$	
Cos A		$\frac{\sqrt{۲}}{۲}$	
tg A	$\frac{\sqrt{۳}}{۳}$	۱	$\sqrt{۳}$
Cotg A	$\sqrt{۳}$	۱	$\frac{\sqrt{۳}}{۳}$

« **پاسخ** »

مقدار	۳۰°	۴۵°	۶۰°
Sin A	$\frac{۱}{۲}$	$\frac{\sqrt{۲}}{۲}$	$\frac{\sqrt{۳}}{۲}$
Cos A	$\frac{\sqrt{۳}}{۲}$	$\frac{\sqrt{۲}}{۲}$	$\frac{۱}{۲}$
tg A	$\frac{\sqrt{۳}}{۳}$	۱	$\sqrt{۳}$
Cotg A	$\sqrt{۳}$	۱	$\frac{\sqrt{۳}}{۳}$

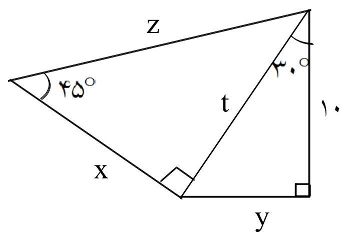
۱۰- حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

$$\frac{\mathrm{Cotg}\,۶۰^\circ - \mathrm{tg}\,۳۰^\circ + ۵\mathrm{Cotg}\,۴۵^\circ}{۸\mathrm{Cotg}\,۴۵^\circ - \mathrm{Sin}\,۹۰^\circ + ۵\mathrm{tg}\,۴۵^\circ} =$$

« **پاسخ** »

$$\frac{\frac{\sqrt{۳}}{۳} - \frac{\sqrt{۳}}{۳} + ۵}{۸ - ۱ + ۵} = \frac{۵}{۱۲}$$

۱۱- در شکل زیر طول اضلاع t ، z ، y و x را به دست آورید.



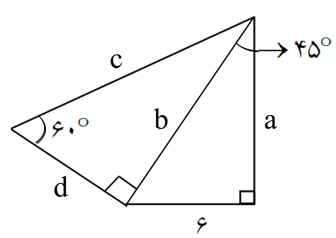
« **پاسخ** »

$$tg۳۰° = \frac{y}{۱۰} \Rightarrow \frac{\sqrt{۳}}{۳} = \frac{y}{۱۰} \Rightarrow y = \frac{۱۰\sqrt{۳}}{۳} \; , \; Cos۳۰° = \frac{۱۰}{t} \Rightarrow \frac{\sqrt{۳}}{۲} = \frac{۱۰}{t} \Rightarrow t = \frac{۲۰}{\sqrt{۳}} \times \frac{\sqrt{۳}}{۳} = \frac{۲۰\sqrt{۳}}{۳}$$

$$tg۴۵° = \frac{t}{x} \Rightarrow ۱ = \frac{\frac{۲۰\sqrt{۳}}{۳}}{x} \Rightarrow x = \frac{۲۰\sqrt{۳}}{۳} \; , \; Sin۴۵° = \frac{t}{z} \Rightarrow \frac{\sqrt{۲}}{۲} = \frac{\frac{۲۰\sqrt{۳}}{۳}}{z}$$

$$\Rightarrow z = \frac{\frac{۲۰\sqrt{۳}}{۳}}{\frac{\sqrt{۲}}{۲}} = \frac{۴۰\sqrt{۳}}{۳\sqrt{۲}} \times \frac{\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}} = \frac{۴۰\sqrt{۶}}{۶} = \frac{۲۰\sqrt{۶}}{۳}$$

۱۲- در شکل مقابل d , c , b , a را حساب کنید.



« **پاسخ** »

$$Sin۴۵ = \frac{۶}{b} \Rightarrow \frac{\sqrt{۲}}{۲} = \frac{۶}{b} \Rightarrow b = \frac{۱۲}{\sqrt{۲}} \times \frac{\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}} = \frac{۱۲\sqrt{۲}}{۲} \Rightarrow b = ۶\sqrt{۲}$$

$$Cos۴۵ = \frac{a}{b} \Rightarrow \frac{\sqrt{۲}}{۲} = \frac{a}{۶\sqrt{۲}} \Rightarrow a = ۶$$

$$Sin۶۰ = \frac{b}{c} \Rightarrow \frac{\sqrt{۳}}{۲} = \frac{۶\sqrt{۲}}{c} \Rightarrow \sqrt{۳}c = ۱۲\sqrt{۲} \Rightarrow c = \frac{۱۲\sqrt{۲}}{\sqrt{۳}} \times \frac{\sqrt{۳}}{\sqrt{۳}} = \frac{۱۲\sqrt{۶}}{۳} = ۴\sqrt{۶}$$

$$Cos۶۰ = \frac{d}{c} \Rightarrow \frac{۱}{۲} = \frac{d}{۴\sqrt{۶}} \Rightarrow d = ۲\sqrt{۶}$$

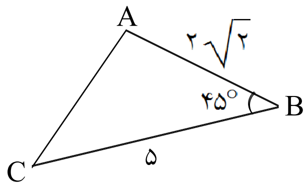
۱۳- طول دو ضلع مثلثی $۲\sqrt{۳}$ و ۴ و زاویه‌ی بین این دو ضلع ۶۰° است. مساحت این مثلث را به دست آورید.

« **پاسخ** »

۱ نمره

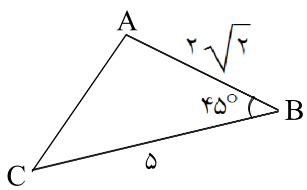
$$S = \frac{۱}{۲}AB \times AC \times \sin A = \frac{۱}{۲}\left(۲\sqrt{۳}\right)(۴)\sin ۶۰^\circ = ۴\sqrt{۳} \times \frac{\sqrt{۳}}{۲} = ۶$$

۱۴- مساحت مثلث شکل مقابل را بیابید. (فرمول و راه‌حل نوشته شود.)



« **پاسخ** »

۱/۵ نمره



$$S_{ABC} = \frac{۱}{۲}c \times a \times \sin B$$

$$S_{ABC} = \frac{۱}{۲} \times ۲\sqrt{۲} \times ۵ \times \sin ۴۵^\circ$$

$$= \frac{۱}{۲} \times ۲\sqrt{۲} \times ۵ \times \frac{\sqrt{۲}}{۲} = ۵$$

۱۵- مقدار عبارت زیر را به دست‌آورید.

$$A = \frac{\cos^۲(۴۵^\circ) - ۳\sin(۳۰^\circ)}{۵\tan^۲(۴۵^\circ) + ۵\cos(۶۰^\circ)}$$

« **پاسخ** »

$$A = \frac{\cos^۲(۴۵^\circ) - ۳\sin(۳۰^\circ)}{۵\tan^۲(۴۵^\circ) + ۵\cos(۶۰^\circ)} = \underbrace{\frac{\left(\frac{\sqrt{۲}}{۲}\right)^۲ - ۳\left(\frac{۱}{۲}\right)}{۵(۱)^۲ + ۵\left(\frac{۱}{۲}\right)}}_{۰/۵} = \underbrace{\frac{\frac{۱}{۲} - \frac{۳}{۲}}{۵ + \frac{۵}{۲}}}_{۰/۵} = \underbrace{\frac{-\frac{۲}{۲}}{\frac{۱۵}{۲}}}_{۰/۲۵} = \underbrace{\frac{-۲}{۱۵}}_{۰/۲۵}$$

۱۶- اگر x زاویه‌ی حاده و $\text{Cos}\,x = \frac{۳}{۵}$ باشد، $\text{Sin}\,x$ و $\tan x$ را محاسبه کنید.

« **پاسخ** »

$$\text{Sin}^{۲}x + \text{Cos}^{۲}x = ۱ \Rightarrow \text{Sin}^{۲}x + \left(\frac{۳}{۵}\right)^{۲} = ۱ \Rightarrow \text{Sin}^{۲}x = ۱ - \frac{۹}{۲۵} = \frac{۱۶}{۲۵} \Rightarrow \text{Sin}\,x = \frac{۴}{۵}$$

$$\tan x = \frac{\text{Sin}\,x}{\text{Cos}\,x} = \frac{\frac{۴}{۵}}{\frac{۳}{۵}} = \frac{۴}{۳}$$

۱۷- مقدار عددی عبارت $\frac{۲\text{tg}\,۴۵^\circ - ۳\text{Cos}\,۱۸۰^\circ}{(\text{Sin}\,۳۰^\circ\ \text{Cos}\,۶۰^\circ) + (\text{Cos}\,۳۰^\circ\ \text{Sin}\,۶۰^\circ)}$ را بدست آورید.

« **پاسخ** »

θ	۳۰°	۴۵°	۶۰°	۱۸۰°
$\text{Sin}\,\theta$	$\frac{۱}{۲}$	$\frac{\sqrt{۲}}{۲}$	$\frac{\sqrt{۳}}{۲}$	۰
$\text{Cos}\,\theta$	$\frac{\sqrt{۳}}{۲}$	$\frac{\sqrt{۲}}{۲}$	$\frac{۱}{۲}$	-۱
$\text{tg}\,\theta$	$\frac{\sqrt{۳}}{۳}$	۱	$\sqrt{۳}$	۰

$$\Rightarrow \frac{۲(۱) - ۳(-۱)}{\left(\frac{۱}{۲} \times \frac{۱}{۲}\right) + \left(\frac{\sqrt{۳}}{۲} \times \frac{\sqrt{۳}}{۲}\right)} = \frac{۵}{\frac{۱}{۴} + \frac{۳}{۴}} = \frac{۵}{۱} = ۵$$

۱۸- اگر $\tan\alpha = -\frac{۵}{۱۲}$ و انتهای کمان α در ربع چهارم باشد مطلوبست محاسبه‌ی سایر نسبت‌های مثلثاتی زاویه‌ی α.

« **پاسخ** »

$$\tan\alpha = \frac{y}{x} = \frac{-۵}{۱۲} \Rightarrow y = -۵\,,\ x = ۱۲$$

$$r = \sqrt{x^{۲} + y^{۲}} = \sqrt{۱۲^{۲} + (-۵)^{۲}} = \sqrt{۱۴۴ + ۲۵} = \sqrt{۱۶۹} \Rightarrow r = ۱۳$$

$$\text{Sin}\,\alpha = \frac{y}{r} = \frac{-۵}{۱۳}$$

$$\text{Cos}\,\alpha = \frac{x}{r} = \frac{۱۲}{۱۳}$$

$$\cot\alpha = \frac{x}{y} = \frac{-۱۲}{۵}$$

راهنمایی: در ربع چهارم $x > ۰$ و $y < ۰$ می‌باشد.

۱۹- اگر $\cos\theta = \frac{۳}{۵}$, $r = ۱۰$ و انتهای کمان θ در ربع اول دایره‌ی مثلثاتی باشد سایر نسبت‌های مثلثاتی زاویه‌ی θ را به‌دست آورید.

« **پاسخ** »

$$\cos\theta = \frac{x}{r} = \frac{۳}{۵} \Rightarrow x = ۶ \Rightarrow y^۲ = r^۲ - x^۲ = ۱۰۰ - ۳۶ = ۶۴ \Rightarrow y = \pm ۸$$

چون انتهای کمان در ربع اول است پس $y = ۸$ قابل قبول است.

$$\sin\theta = \frac{y}{r} = \frac{۸}{۱۰} = \frac{۴}{۵}$$

$$\tan\theta = \frac{y}{x} = \frac{۸}{۶} = \frac{۴}{۳}$$

$$\cot\theta = \frac{x}{y} = \frac{۶}{۸} = \frac{۳}{۴}$$

۲۰- اگر انتهای کمان α در ربع دوم دایره‌ی مثلثاتی باشد و $\mathrm{Sin}\,\alpha = \frac{۴}{۵}$ مطلوب است محاسبه‌ی سایر نسبت‌های مثلثاتی کمان α.

« **پاسخ** »

$$\mathrm{Sin}\,\alpha = \frac{y}{r} = \frac{۴}{۵} \Rightarrow y = ۴ , r = ۵ \Rightarrow x = \pm\sqrt{r^۲ - y^۲} = \pm\sqrt{۲۵ - ۱۶} = \pm ۳$$

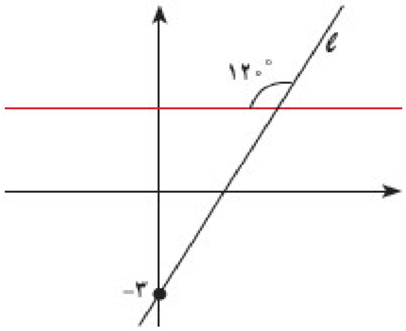
چون α در ربع دوم است پس $x < ۰$ یعنی $x = -۳$ قابل قبول است. پس داریم:

$$\mathrm{Cos}\,\alpha = \frac{x}{r} = -\frac{۳}{۵}$$

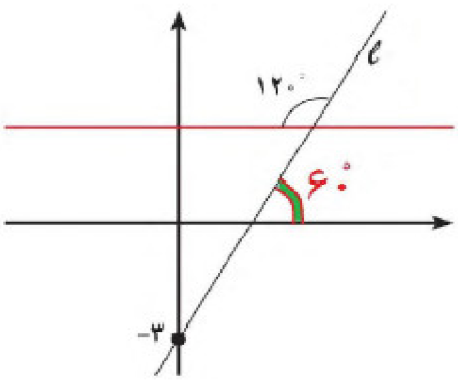
$$\tan\alpha = \frac{y}{x} = -\frac{۴}{۳}$$

$$\cot\alpha = \frac{x}{y} = -\frac{۳}{۴}$$

۲۱- با توجه به شکل زیر، معادله‌ی خط L را به دست آورید.



« **پاسخ** »



$m = tg ۶۰^{\circ} = \sqrt{۳}$, $(۰ , -۳) \Rightarrow y - (-۳) = \sqrt{۳}(x - ۰)$

$\Rightarrow y = \sqrt{۳}x - ۳$

۲۲- معادله‌ی خطی را بنویسید که زاویه‌ی آن با جهت مثبت محور x ها ۴۵° است و نقطه‌ی $(۲ , ۰)$ روی آن قرار دارد.

« **پاسخ** »

$m = tg ۴۵^{\circ} = ۱ \Rightarrow y - ۲ = ۱(x - ۰) \Rightarrow y = x + ۲$

۲۳- حدود زاویه‌ی θ را در هر یک از حالات زیر مشخص کنید.

الف) $Sin\theta > ۰ , Cos\theta > ۰$ ب) $Sin\theta < ۰ , Cos\theta > ۰$

« **پاسخ** »

الف) ربع اول   ب) ربع چهارم

۲۴- در هریک از موارد زیر، نسبت مثلثاتی زاویه‌ای داده شده است. سایر نسبت‌های مثلثاتی را به دست آورید.

الف) $\text{Cos}\alpha = \frac{۳}{۷}$ (α در ربع چهارم)   ب) $\text{Sin}\beta = \frac{-۱}{۲}$ (β در ربع سوم)

« **پاسخ** »

الف) $x = \frac{۳}{۷} \xrightarrow{x^۲ + y^۲ = ۱} \frac{۹}{۴۹} + y^۲ = ۱ \Rightarrow y^۲ = \frac{۴۰}{۴۹} \Rightarrow y = -\frac{\sqrt{۴۰}}{۴}$

$\Rightarrow \text{Sin}\alpha = -\frac{\sqrt{۴۰}}{۷} , \text{tg}\alpha = -\frac{\sqrt{۴۰}}{۳}$

ب) $y = -\frac{۱}{۲} \xrightarrow{x^۲ + y^۲ = ۱} x^۲ + \frac{۱}{۴} = ۱ \Rightarrow x^۲ = \frac{۳}{۴} \Rightarrow x = -\frac{\sqrt{۳}}{۲}$

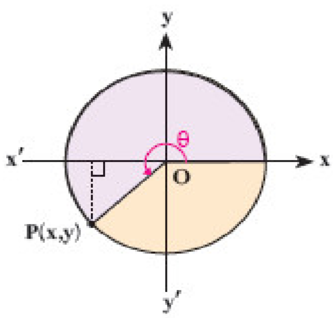
$\Rightarrow \text{Cos}\beta = -\frac{\sqrt{۳}}{۲} , \text{tg}\beta = \frac{۱}{\sqrt{۳}}$

۲۵- فرض کنید نقطه‌ی P روی دایره‌ی مثلثاتی قرار دارد به طوری‌که $\text{Cos}\theta = \frac{-\sqrt{۲}}{۲}$.

می‌دانیم θ در ربع سوم مثلثاتی قرار دارد، بنابراین ... $y = \text{Sin}\theta =$.

الف) مختصات نقطه‌ی P را به دست آورید.

ب) سایر نسبت‌های مثلثاتی زاویه‌ی θ را به دست آورید.



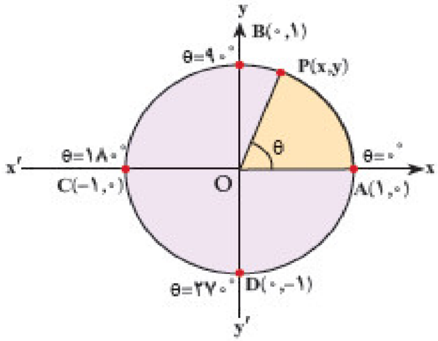
« **پاسخ** »

$y = \text{Sin}\theta = -\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

الف) $\left(-\frac{\sqrt{۲}}{۲} , -\frac{\sqrt{۲}}{۲}\right)$

ب) $\text{Cotg}\theta = \frac{x}{y} = ۱ , \text{tg}\theta = \frac{y}{x} = ۱$

۲۶- ۱) در دایره‌ی مثلثاتی روبه‌رو اگر $\theta = ۹۰^\circ$، نسبت‌های مثلثاتی θ را پیدا کنید.
۲) اگر $\theta = ۱۸۰^\circ$، نسبت‌های مثلثاتی θ را پیدا کنید.
۳) اگر $\theta = ۲۷۰^\circ$، نسبت‌های مثلثاتی θ را پیدا کنید.



« **پاسخ** »

۱) ۹۰° روی نقطه‌ی $B(۰ , ۱)$ واقع است بنابراین:

$tg\,۹۰^\circ = \frac{y}{x} = \frac{۱}{۰}$ تعریف نشده , $Cos\,۹۰^\circ = x_B = ۰$, $Sin\,۹۰^\circ = y_B = ۱$

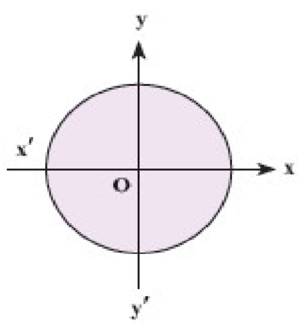
۲) ۱۸۰° روی نقطه‌ی $C(-۱ , ۰)$ واقع است بنابراین:

$tg\,۱۸۰^\circ = \frac{y}{x} = \frac{۰}{-۱} = ۰$, $Cos\,۱۸۰^\circ = x_C = -۱$, $Sin\,۱۸۰^\circ = y_C = ۰$

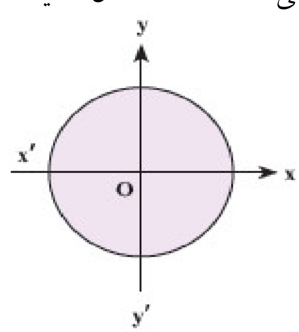
۳) ۲۷۰° روی نقطه‌ی $D(۰ , -۱)$ واقع است بنابراین:

$tg\,۲۷۰^\circ = \frac{y}{x} = \frac{-۱}{۰} =$ تعریف نشده , $Cos\,۲۷۰^\circ = x_D = ۰$, $Sin\,۲۷۰^\circ = y_D = -۱$

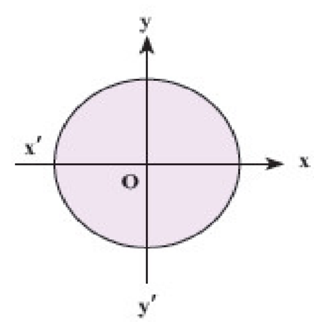
۲۷- هریک از زاویه‌های زیر را روی دایره‌های مثلثاتی داده شده، نشان دهید.



-۳۰°

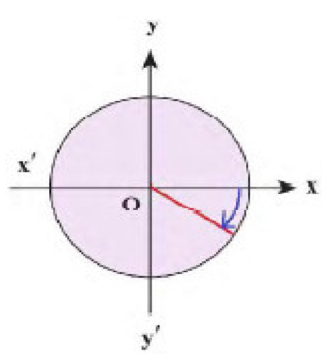


۱۳۵°

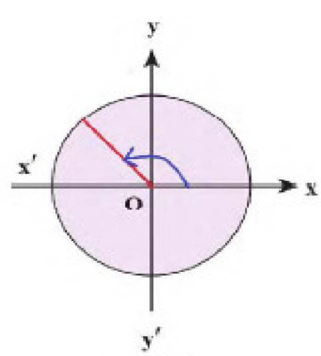


-۲۷۰°

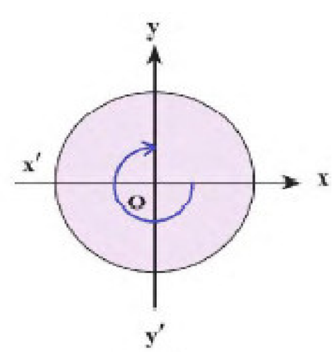
« **پاسخ** »



-۳۰°



۱۳۵°



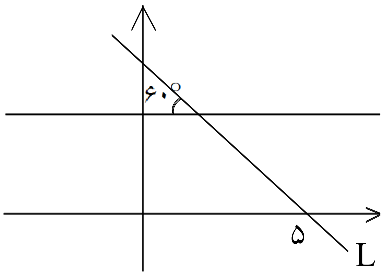
-۲۷۰°

۲۸- اگر $۹۰^\circ < \alpha < ۱۸۰^\circ$ باشد، $tg\alpha$ همواره عددی .... است.

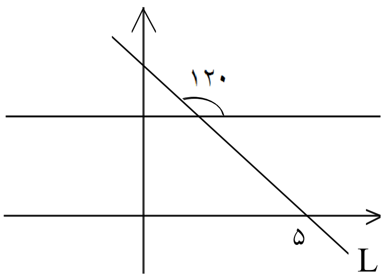
« **پاسخ** »

منفی

۲۹- با توجه به شکل زیر معادله‌ی خط L را به دست آورید.



« **پاسخ** »



$$m = tg۱۲۰ = -\sqrt{۳}$$
$$y - y_۱ = m(x - x_۱)$$
$$y - ۰ = -\sqrt{۳}(x - ۵)$$
$$y = -\sqrt{۳}x + ۵\sqrt{۳}$$

۳۰- اگر $Sin\theta > ۰$ و $tg\theta < ۰$ باشد، آن‌گاه انتهای کمان θ در کدام ناحیه‌ی مثلثاتی قرار می‌گیرد؟

« **پاسخ** »

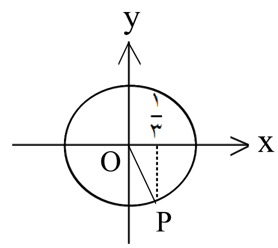
۱ نمره

سینوس در ناحیه‌های اول و دوم، مثبت و تانژانت در ناحیه‌ی دوم و چهارم، منفی می‌باشند، بنابراین اگر θ در ناحیه‌ی دوم مثلثاتی باشد، آن‌گاه $Sin\theta > ۰$ و $tg\theta < ۰$

۳۱- نقطه‌ی P به طول $\frac{۱}{۳}$ روی دایره‌ی مثلثاتی و در ناحیه‌ی چهارم مثلثاتی قرار دارد. اگر θ زاویه‌ی بین نیم‌خط $\overrightarrow{OP}$ با محور $\overrightarrow{Ox}$ باشد، حاصل $Cos\theta + tg^{۲}\theta$ را به دست آورید.

« **پاسخ** »

۱/۲۵ نمره



$P(x , y) \; , \; x = \frac{۱}{۳} \; , \; y < ۰$

$$x^{۲} + y^{۲} = ۱ \Rightarrow \frac{۱}{۹} + y^{۲} = ۱ \Rightarrow y^{۲} = \frac{۸}{۹} \Rightarrow y = \frac{\pm ۲\sqrt{۲}}{۳}$$

$$\xrightarrow{y < ۰} y = -\frac{۲\sqrt{۲}}{۳} \Rightarrow Cos\theta = x = \frac{۱}{۳} \; , \; tg\theta = \frac{y}{x} = -۲\sqrt{۲}$$

$$\Rightarrow Cos\theta + tg^{۲}\theta = \frac{۱}{۳} + ۸ = \frac{۲۵}{۳}$$

۳۲- معادله‌ی خطی که نقطه‌ای به مختصات $C = \begin{bmatrix} ۶ \\ ۰ \end{bmatrix}$ را قطع کند و با محور x ها زاویه ۴۵ درجه بسازد، کدام است؟

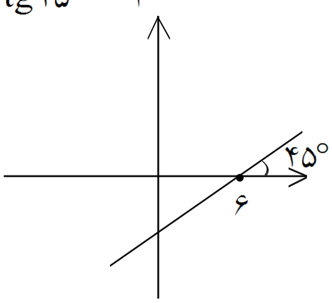
« **پاسخ** »

اطلاعات مسأله

$tg\theta = m$

$C = \begin{vmatrix} ۶ \\ ۰ \end{vmatrix}$

$tg ۴۵^{\circ} = ۱$



زاویه و نقطه موردنظر را در فرمول قرار می‌دهیم.

$$y - y_{۱} = m\left(x - x_{۱}\right)$$

$$y - ۰ = ۱(x - ۶)$$

$$y = x - ۶$$

۳۳- اگر $۶۰^\circ \le x < ۹۰^\circ$ و $\operatorname{Cos} x = -۲m - ۱$ باشد، حدود m را بیابید.

« **پاسخ** »

$$۶۰^\circ \le x < ۹۰^\circ \xrightarrow{*} ۰ < \operatorname{Cos} x \le \frac{۱}{۲} \Rightarrow ۰ < -۲m - ۱ \le \frac{۱}{۲}$$

$$\Rightarrow ۰ + ۱ < -۲m \le \frac{۱}{۲} + ۱ \Rightarrow +۱ < -۲m \le \frac{۳}{۲} \Rightarrow -\frac{۱}{۲} > m \geqslant \frac{-۳}{۴}$$

هرگاه طرفین یک نامساوی را بر عددی منفی تقسیم و یا در عددی منفی ضرب کنیم جهت نامساوی عوض می‌شود.

۳۴- در تمرین زیر $\operatorname{Sin}\theta$، $\operatorname{Cos}\theta$، $\tan\theta$ و $\cot\theta$ را بدست آورید، می‌دانیم که θ زاویه‌ی شعاع $\overrightarrow{OP}$ با محور $\overrightarrow{O}x$ است. $P\left(-\sqrt{۲}, \sqrt{۶}\right)$

« **پاسخ** »

$$r = \sqrt{x^۲ + y^۲} = \sqrt{۲ + ۶} = \sqrt{۸} = ۲\sqrt{۲}$$

$$\operatorname{Sin}\theta = \frac{y}{r} = \frac{\sqrt{۶}}{۲\sqrt{۲}} = \frac{\sqrt{۳}}{۲} \qquad \operatorname{Cos}\theta = \frac{x}{r} = \frac{-\sqrt{۲}}{۲\sqrt{۲}} = \frac{-۱}{۲}$$

$$\tan\theta = \frac{y}{x} = \frac{\sqrt{۶}}{-\sqrt{۲}} = -\sqrt{۳} \qquad \cot\theta = \frac{x}{y} = \frac{-\sqrt{۲}}{\sqrt{۶}} = \frac{-۱}{\sqrt{۳}} = \frac{-\sqrt{۳}}{۳}$$