۳۵- با فرض با معنی بودن هر کسر، درستی هریک از تساوی‌های زیر را بررسی کنید.

الف) $\frac{۱}{\sin\theta}\times \operatorname{tg}\theta = \frac{۱}{\cos\theta}$ ب) $\frac{\cos\theta}{۱+\sin\theta} = \frac{۱-\sin\theta}{\cos\theta}$

پ) $\frac{۱+\operatorname{tg}\alpha}{۱+\operatorname{Cotg}\alpha} = \operatorname{tg}\alpha$ ت) $۱ - \frac{\cos^۲ x}{۱+\sin x} = \sin x$

ث) $\frac{۱}{\cos x} - \operatorname{tg} x = \frac{\cos x}{۱+\sin x}$

« پاسخ »

الف) $چپ = \frac{۱}{\cancel{\sin\theta}}\times\frac{\cancel{\sin\theta}}{\cos\theta} = \frac{۱}{\cos\theta}$

ب) $چپ = \frac{\cos\theta}{۱+\sin\theta}\times\frac{۱-\sin\theta}{۱-\sin\theta} = \frac{\cos\theta(۱-\sin\theta)}{۱-\sin^۲\theta} = \frac{\cancel{\cos\theta}(۱-\sin\theta)}{\cos^{\cancel{۲}}\theta} = \frac{۱-\sin\theta}{\cos\theta}$

پ) $چپ = \frac{۱+\operatorname{tg}\alpha}{۱+\operatorname{Cotg}\alpha} = \frac{۱+\operatorname{tg}\alpha}{۱+\frac{۱}{\operatorname{tg}\alpha}} = \frac{\operatorname{tg}\alpha\cancel{(۱+\operatorname{tg}\alpha)}}{\cancel{\operatorname{tg}\alpha+۱}} = \operatorname{tg}\alpha$

ت) $چپ = ۱ - \frac{\sin^۲ x}{۱+\sin x} = ۱ - \frac{۱-\sin^۲ x}{۱+\sin x} = ۱ - \frac{(۱-\sin\alpha)\cancel{(۱+\sin x)}}{\cancel{۱+\sin x}}$
$= ۱ - ۱ + \sin x = \sin x$

ث) $چپ = \frac{۱}{\cos x} - \operatorname{tg} x = \frac{۱}{\cos x} - \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{۱-\sin x}{\cos}\times\frac{۱+\sin x}{۱+\sin x} = \frac{۱-\sin^۲ x}{\cos x(۱+\sin x)}$
$= \frac{\cos^{\cancel{۲}} x}{\cancel{\cos x}(۱+\sin x)} = \frac{\cos x}{۱+\sin x}$

۳۶- اگر $\operatorname{tg}۲۴۰^\circ = \sqrt{۳}$، آن‌گاه نسبت‌های دیگر مثلثاتیِ زاویه‌ی ۲۴۰° را به دست آورید.

« پاسخ »

$\frac{۱}{\cos^۲\alpha} = ۱ + \operatorname{tg}^۲\alpha = ۱ + ۳ = ۴ \Rightarrow \cos^۲\alpha = \frac{۱}{۴} \Rightarrow \cos\alpha = -\frac{۱}{۲},\ \sin\alpha = \operatorname{tg}\alpha\cos\alpha$
$= \sqrt{۳}\times\frac{-۱}{۲} = -\frac{\sqrt{۳}}{۲}$

۳۷- اگر $\text{Sin}\,۱۳۵° = \frac{\sqrt{۲}}{۲}$، آن‌گاه نسبت‌های دیگر مثلثاتیِ زاویه‌ی $۱۳۵°$ را به دست آورید.

« **پاسخ** »

$$\text{Cos}^۲\,۱۳۵° = ۱ - \text{Sin}^۲\,۱۳۵° = ۱ - \frac{۲}{۴} = \frac{۲}{۴} \Rightarrow \text{Cos}\,۱۳۵° = -\frac{\sqrt{۲}}{۲}\,,\ \text{tg}\,۱۳۵° = \frac{\text{Sin}\,۱۳۵°}{\text{Cos}\,۱۳۵°} = \frac{\cancel{\frac{\sqrt{۲}}{۲}}}{-\cancel{\frac{\sqrt{۲}}{۲}}}$$

$$= -۱$$

۳۸- فرض کنید α زاویه‌ای در ناحیه‌ی دوم مثلثاتی باشد و $\text{Cos}\,\alpha = -\frac{۳}{۵}$. نسبت‌های دیگر مثلثاتیِ زاویه‌ی α را به دست آورید.

« **پاسخ** »

$$\text{Sin}^۲\alpha = ۱ - \text{Cos}^۲\alpha = ۱ - \frac{۹}{۲۵} = \frac{۱۶}{۲۵} \Rightarrow \text{Sin}\,\alpha = \frac{۴}{۵}\ ,\ \ \text{tg}\,\alpha = \frac{\text{Sin}\,\alpha}{\text{Cos}\,\alpha} = \frac{۴}{۵} \div \frac{-۳}{۵} = \frac{۴}{۵} \times \frac{-۵}{۳} = -\frac{۴}{۳}$$

۳۹- کدام‌یک از تساوی‌های زیر یک اتحاد است؟ چرا؟

الف) $\text{Sin}^۴\alpha + \text{Cos}^۴\alpha = ۱ - ۲\,\text{Sin}\,\alpha\,\text{Cos}\,\alpha$

ب) $\text{Sin}^۴\alpha + \text{Cos}^۴\alpha = ۱ - ۲\,\text{Sin}^۲\alpha\,\text{Cos}^۲\alpha$

« **پاسخ** »

الف) $\alpha = ۳۰° \Rightarrow \left(\frac{۱}{۲}\right)^۴ + \left(\frac{\sqrt{۳}}{۲}\right)^۴ = ۱ - ۲ \times \frac{۱}{۲} \times \frac{\sqrt{۳}}{۲} \Rightarrow \frac{۱}{۱۶} + \frac{۹}{۱۶} = ۱ - \frac{\sqrt{۳}}{۲}$

$\Rightarrow$ تساوی صحیح نیست

ب) $\alpha = ۳۰° \Rightarrow \left(\frac{۱}{۲}\right)^۴ + \left(\frac{\sqrt{۳}}{۲}\right)^۴ = ۱ - ۲ \times \left(\frac{۱}{۲}\right)^۲ \times \left(\frac{\sqrt{۳}}{۲}\right)^۲ \Rightarrow \frac{۱}{۱۶} + \frac{۹}{۱۶} = ۱ - \frac{۶}{۱۶}$

$\Rightarrow$ تساوی صحیح است

حال باید درستی آن‌را در حالت کلی اثبات نماییم:

$$\text{Sin}^۴\alpha + \text{Cos}^۴\alpha = (\underbrace{\text{Sin}^۲\alpha + \text{Cos}^۲\alpha}_{۱})^۲ - ۲\,\text{Sin}^۲\alpha\,\text{Cos}^۲\alpha = ۱ - ۲\,\text{Sin}^۲\alpha\,\text{Cos}^۲\alpha$$

۴۰- در این قسمت رابطه‌ای برای تانژانت برحسب کسینوس یک زاویه و هم‌چنین رابطه‌ای برای کتانژانت برحسب سینوس، به دست می‌آوریم:

$$\mathrm{Sin}^{۲}\alpha + \mathrm{Cos}^{۲}\alpha = ۱ \Rightarrow \frac{\mathrm{Sin}^{۲}\alpha}{\mathrm{Cos}^{۲}\alpha} + \frac{\mathrm{Cos}^{۲}\alpha}{\dots} = \frac{۱}{\dots}$$

$$\Rightarrow \mathrm{tg}^{۲}\alpha + ۱ = \frac{۱}{\mathrm{Cos}^{۲}\alpha} \qquad (\mathrm{Cos}\alpha \neq ۰)\ \ (۱)$$

$$\mathrm{Sin}^{۲}\alpha + \mathrm{Cos}^{۲}\alpha = ۱ \Rightarrow \frac{\mathrm{Sin}^{۲}\alpha}{\mathrm{Sin}^{۲}\alpha} + \dots = \dots$$

$$\Rightarrow ۱ + \mathrm{Cotg}^{۲}\alpha = \frac{۱}{\mathrm{Sin}^{۲}\alpha} \qquad (\mathrm{Sin}\alpha \neq ۰)\ \ (۲)$$

۳) اگر $۹۰^\circ < \alpha < ۱۸۰^\circ$ و $\mathrm{tg}\alpha = \frac{-۳}{۴}$، آن‌گاه سایر نسبت‌های مثلثاتی زاویه‌ی α را به دست آورید.

« پاسخ »

$$\mathrm{Sin}^{۲}\alpha + \mathrm{Cos}^{۲}\alpha = ۱ \Rightarrow \frac{\mathrm{Sin}^{۲}\alpha}{\mathrm{Cos}^{۲}\alpha} + \frac{\mathrm{Cos}^{۲}\alpha}{\mathrm{Cos}^{۲}\alpha} = \frac{۱}{\mathrm{Cos}^{۲}\alpha}$$

$$\Rightarrow \mathrm{tg}^{۲}\alpha + ۱ = \frac{۱}{\mathrm{Cos}^{۲}\alpha} \qquad (\mathrm{Cos}\alpha \neq ۰)\ \ (۱)$$

$$\mathrm{Sin}^{۲}\alpha + \mathrm{Cos}^{۲}\alpha = ۱ \Rightarrow \frac{\mathrm{Sin}^{۲}\alpha}{\mathrm{Sin}^{۲}\alpha} + \frac{\mathrm{Cos}^{۲}\alpha}{\mathrm{Sin}^{۲}\alpha} = \frac{۱}{\mathrm{Sin}^{۲}\alpha}$$

$$\Rightarrow ۱ + \mathrm{Cotg}^{۲}\alpha = \frac{۱}{\mathrm{Sin}^{۲}\alpha} \qquad (\mathrm{Sin}\alpha \neq ۰)\ \ (۲)$$

$$۳)\ \frac{۱}{\mathrm{Cos}\alpha} = ۱ + \mathrm{tg}^{۲}\alpha = ۱ + \frac{۹}{۱۶} = \frac{۲۵}{۱۶} \Rightarrow \mathrm{Cos}^{۲}\alpha = \frac{۱۶}{۲۵} \Rightarrow \mathrm{Cos}\alpha = -\frac{۴}{۵}$$

$$\mathrm{Sin}^{۲}\alpha = ۱ - \mathrm{Cos}^{۲}\alpha = ۱ - \frac{۱۶}{۲۵} = \frac{۹}{۲۵} \Rightarrow \mathrm{Sin}\alpha = \frac{۳}{۵}$$

۴۱- اگر $\text{Sin}\alpha = \frac{-\sqrt{۵}}{۵}$ و انتهای کمان α در ربع سوم باشد، مقدار $\text{tg}\alpha$ را به دست آورید.

« **پاسخ** »

در ربع سوم: $\text{Sin}\alpha < ۰ \,,\, \text{Cos}\alpha < ۰$

$$\text{Sin}^{۲}\alpha + \text{Cos}^{۲}\alpha = ۱ \Rightarrow \left(-\frac{\sqrt{۵}}{۵}\right)^{۲} + \text{Cos}^{۲}\alpha = ۱ \Rightarrow \text{Cos}^{۲}\alpha = ۱ - \frac{۱}{۵} = \frac{۴}{۵}$$

$$\Rightarrow \text{Cos}\alpha = -\frac{۲}{\sqrt{۵}} = -\frac{۲\sqrt{۵}}{۵}$$

$$\text{tg}\alpha = \frac{\text{Sin}\alpha}{\text{Cos}\alpha} = \frac{-\frac{\sqrt{۵}}{۵}}{-\frac{۲\sqrt{۵}}{۵}} = \frac{۱}{۲}$$

۴۲- اگر $\text{Sin}\theta = \frac{-\sqrt{۳}}{۲}$ و θ در ربع سوم مثلثاتی باشد، سایر نسبت‌های مثلثاتی را بیابید.

« **پاسخ** »

$$\text{Sin}^{۲}\theta + \text{Cos}^{۲}\theta = ۱ \Rightarrow \frac{۳}{۴} + \text{Cos}^{۲}\theta = ۱ \Rightarrow \text{Cos}^{۲}\theta = \frac{۱}{۴} \Rightarrow \text{Cos}\theta = -\frac{۱}{۲}$$

$$\tan\theta = \frac{\text{Sin}\theta}{\text{Cos}\theta} = \frac{-\frac{\sqrt{۳}}{۲}}{-\frac{۱}{۲}} = \sqrt{۳} \Rightarrow \cot\theta = \frac{\sqrt{۳}}{۳}$$

۴۳- فرض کنید θ زاویه‌ای در ناحیه سوم مثلثاتی باشد و $\text{tg}\theta = \frac{۳}{۴}$، نسبت‌های مثلثاتی دیگر زاویه θ را به دست آورید.

« **پاسخ** »

$$۱ + \text{tg}^{۲}\theta = \frac{۱}{\text{Cos}^{۲}\theta} \Rightarrow ۱ + \frac{۹}{۱۶} = \frac{۱}{\text{Cos}^{۲}\alpha} \Rightarrow \text{Cos}^{۲}\theta = \frac{۱۶}{۲۵} \Rightarrow \text{Cos}\theta = -\frac{۴}{۵}$$

$$\text{tg}\theta = \frac{\text{Sin}\theta}{\text{Cos}\theta} \Rightarrow \frac{۳}{۴} = \frac{\text{Sin}\theta}{-\frac{۴}{۵}} \Rightarrow \text{Sin}\theta = -\frac{۳}{۵} \,,\, \text{Cotg}\theta = \frac{۴}{۳}$$

۴۴- فرض کنید α زاویه‌ای در ناحیه‌ی سوم مثلثاتی باشد و $tg\alpha = \frac{۱}{۲}$، نسبت‌های دیگر مثلثاتی زاویه α را به دست آورید.

« **پاسخ** »

$$۱ + tg^{۲}\alpha = \frac{۱}{Cos^{۲}\alpha} \Rightarrow ۱ + \frac{۱}{\frac{۱}{۴}} = \frac{۱}{Cos^{۲}\alpha} \Rightarrow ۵ = \frac{۱}{Cos^{۲}\alpha} \Rightarrow Cos\alpha = -\frac{۱}{\sqrt{۵}} \times \frac{\sqrt{۵}}{\sqrt{۵}} = -\frac{\sqrt{۵}}{۵}$$

$$Sin^{۲}\alpha + Cos^{۲}\alpha = ۱ \Rightarrow Sin^{۲}\alpha + \frac{۱}{۵} = ۱ \Rightarrow Sin^{۲}\alpha = \frac{۴}{۵} \Rightarrow Sin\alpha = -\frac{۲}{\sqrt{۵}} \times \frac{\sqrt{۵}}{\sqrt{۵}} = -\frac{۲\sqrt{۵}}{۵}$$

$$Cotg\alpha = ۲$$

۴۵- ثابت کنید:

$$\frac{۱ + Sin\,x}{Sin\,x} + \frac{Cotg\,x - Cos\,x}{Cos\,x} = \frac{۲}{Sin\,x}$$

« **پاسخ** »

$$\frac{۱ + Sin\,x}{Sin\,x} + \frac{Cotg\,x - Cos\,x}{Cos\,x} = \frac{(۱ + Sin\,x)Cos\,x + Sin\,x\left(\frac{Cos\,x}{Sin\,x} - Cos\,x\right)}{Sin\,x\ Cos\,x}$$

$$= \frac{(۱ + Sin\,x)\ Cos\,x + Sin\,x\left(\frac{Cos\,x}{Sin\,x} - Cos\,x\right)}{Sin\,x\ Cos\,x}$$

$$= \frac{Cos\,x + \cancel{Sin\,x\,Cos\,x} + Cos\,x - \cancel{Sin\,x\,Cos\,x}}{Sin\,x\,Cos\,x} = \frac{۲Cos\,x}{Sin\,x\,Cos\,x} = \frac{۲}{Sin\,x}$$

سمت چپ تساوی با سمت راست آن برابر شد، پس رابطه‌ی داده شده صحیح است.

۴۶- اتحاد مثلثاتی $\frac{Sin\,x}{۱ + Cos\,x} = \frac{۱}{Sin\,x} - Cotg\,x$ را ثابت کنید.

« **پاسخ** »

۱/۲۵ نمره

$$\frac{۱}{Sin\,x} - Cotg\,x = \frac{۱}{Sin\,x} - \frac{Cos\,x}{Sin\,x} = \frac{۱ - Cos\,x}{Sin\,x} \times \frac{۱ + Cos\,x}{۱ + Cos\,x} = \frac{۱ - Cos^{۲}x}{Sin\,x(۱ + Cos\,x)}$$

$$= \frac{Sin^{\cancel{۲}}x}{\cancel{Sin\,x}(۱ + Cos\,x)} = \frac{Sin\,x}{۱ + Cos\,x}$$

۴۷- اتحاد مثلثاتی $\mathrm{Sin}^{۲}\theta = \dfrac{\mathrm{tg}^{۲}\theta}{۱ + \mathrm{tg}^{۲}\theta}$ را ثابت کنید.

« **پاسخ** »

۰/۵ نمره

$$۱ + \mathrm{tg}^{۲}\theta = \frac{۱}{\mathrm{Cos}^{۲}\theta} \Rightarrow \frac{\mathrm{tg}^{۲}\theta}{۱ + \mathrm{tg}^{۲}\theta} = \frac{\dfrac{\mathrm{Sin}^{۲}\theta}{\cancel{\mathrm{Cos}^{۲}\theta}}}{\dfrac{۱}{\cancel{\mathrm{Cos}^{۲}\theta}}} = \mathrm{Sin}^{۲}\theta$$

۴۸- اگر $\mathrm{Sin}\,۱۵۰^{\circ} = \dfrac{۱}{۲}$ باشد، آن‌گاه سایر نسبت‌های مثلثاتی زاویه‌ی ۱۵۰° را به دست آورید.

« **پاسخ** »

۰/۷۵ نمره

$\theta = ۱۵۰^{\circ}$ در ناحیه دوم قرار دارد $\Leftarrow ۹۰^{\circ} < ۱۵۰^{\circ} < ۱۸۰^{\circ}$

در ناحیه‌ی دوم $\mathrm{Sin}\theta$، مثبت و بقیه‌ی نسبت‌های مثلثاتی θ منفی هستند، پس داریم:

$$\mathrm{Cos}\,۱۵۰^{\circ} = -\sqrt{۱ - \mathrm{Sin}^{۲}۱۵۰^{\circ}} = -\sqrt{۱ - \frac{۱}{۴}} = -\sqrt{\frac{۳}{۴}} = -\frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

$$\mathrm{tg}\,۱۵۰^{\circ} = \frac{\mathrm{Sin}\,۱۵۰^{\circ}}{\mathrm{Cos}\,۱۵۰^{\circ}} = \frac{\frac{۱}{۲}}{-\frac{\sqrt{۳}}{۲}} = -\frac{۱}{\sqrt{۳}} \times \frac{\sqrt{۳}}{\sqrt{۳}} = -\frac{\sqrt{۳}}{۳} \;,\; \mathrm{Cotg}\,۱۵۰^{\circ} = \frac{۱}{\mathrm{tg}\,۱۵۰^{\circ}} = \frac{۱}{\frac{-۱}{\sqrt{۳}}} = -\sqrt{۳}$$

۴۹- درستی تساوی $۲\mathrm{Cos}^{۲}\theta - ۱ = \dfrac{۱ - \mathrm{tg}^{۲}\theta}{۱ + \mathrm{tg}^{۲}\theta}$ را ثابت کنید.

« **پاسخ** »

۱/۲۵ نمره

$$\frac{۱ - \mathrm{tg}^{۲}\theta}{۱ + \mathrm{tg}^{۲}\theta} = \frac{۱ - \dfrac{\mathrm{Sin}^{۲}\theta}{\mathrm{Cos}^{۲}\theta}}{\dfrac{۱}{\mathrm{Cos}^{۲}\theta}} = \frac{\dfrac{\mathrm{Cos}^{۲}\theta - \mathrm{Sin}^{۲}\theta}{\mathrm{Cos}^{۲}\theta}}{\dfrac{۱}{\mathrm{Cos}^{۲}\theta}} = \mathrm{Cos}^{۲}\theta - \mathrm{Sin}^{۲}\theta$$

$$= \mathrm{Cos}^{۲}\theta - \left(۱ - \mathrm{Cos}^{۲}\theta\right) = ۲\mathrm{Cos}^{۲}\theta - ۱$$

۵۰- درستی تساوی‌های زیر را ثابت کنید.

الف - $\dfrac{۱ + tg\alpha}{۱ + Cotg\alpha} = tg\alpha$

ب - $\dfrac{Cos\theta}{۱ + Sin\theta} = \dfrac{۱ - Sin\theta}{Cos\theta}$

« **پاسخ** »

۲ نمره

الف- $\dfrac{۱ + tg\alpha}{۱ + Cotg\alpha} = \dfrac{\dfrac{Cos\alpha}{Cos\alpha} + \dfrac{Sin\alpha}{Cos\alpha}}{\dfrac{Sin\alpha}{Sin\alpha} + \dfrac{Cos\alpha}{Sin\alpha}} = \dfrac{\dfrac{Cos\alpha + Sin\alpha}{Cos\alpha}}{\dfrac{Cos\alpha + Sin\alpha}{Sin\alpha}} = \dfrac{Sin\alpha}{Cos\alpha} = tg\alpha$

ب- $\dfrac{Cos\theta}{۱ + Sin\theta} \times \dfrac{۱ - Sin\theta}{۱ - Sin\theta} = \dfrac{Cos\theta(۱ - Sin\theta)}{۱ - Sin^{۲}\theta} = \dfrac{Cos\theta(۱ - Sin\theta)}{Cos^{۲}\theta} = \dfrac{۱ - Sin\theta}{Cos\theta}$

۵۱- مقدار عددی عبارت زیر را به‌دست‌آورید.

$A=\left(\left(Sin^{۲}(۵۰^\circ)+Cos^{۲}(۵۰^\circ)\right)+۲\ tan^{۲}(۴۵^\circ)\right)$

« **پاسخ** »

$A=\left(Sin^{۲}(۵۰^\circ)+Cos^{۲}(۵۰^\circ)+۲tan^{۲}(۴۵^\circ)\right)=۱+۲(۱)^{۲} = ۳$ ۱

۵۲- درستی تساوی مقابل را ثابت کنید.

$\dfrac{۲tan\theta}{۱ + tan^{۲}\theta} = ۲Sin\theta.Cos\theta$

« **پاسخ** »

$\dfrac{۲tan\theta}{۱ + tan^{۲}\theta} = \dfrac{\dfrac{۲Sin\theta}{Cos\theta}}{\dfrac{۱}{Cos^{۲}\theta}} = \dfrac{۲Sin\theta\ .\ Cos^{۲}\theta}{Cos\theta} = ۲Sin\theta\ .\ Cos\theta$

۵۳- درستی تساوی‌های زیر را نشان دهید.

الف) $\dfrac{۲\text{Cos}۶۰^\circ}{\text{Cotg}۴۵^\circ - \text{Sin}۳۰^\circ} = ۲\text{Sin}۹۰^\circ$ ب) $\text{Cos}^۲\theta\left(۲ + \text{tg}^۲\theta\right) = ۲ - \text{Sin}^۲\theta$

« **پاسخ** »

الف) $\dfrac{۲\text{Cos}۶۰^\circ}{\text{Cotg}۴۵^\circ - \text{Sin}۳۰^\circ} = ۲\text{Sin}۹۰^\circ \Rightarrow \dfrac{۲ \times \frac{۱}{۲}}{۱ - \frac{۱}{۲}} = ۲ \times ۱ \Rightarrow \dfrac{۱}{\frac{۱}{۲}} = ۲ \Rightarrow ۲ = ۲$

ب)

طرف اول $= \text{Cos}^۲\theta\left(۲ + \text{tg}^۲\theta\right) = ۲\text{Cos}^۲\theta + \text{Cos}^۲\theta \,.\, \text{tg}^۲\theta = ۲\left(۱ - \text{Sin}^۲\theta\right) + \text{Sin}^۲\theta =$

$۲ - ۲\text{Sin}^۲\theta + \text{Sin}^۲\theta = ۲ - \text{Sin}^۲\theta =$ طرف دوم

۵۴- اگر $\text{cot}\alpha = m - ۱ \,,\, \text{Sin}\alpha = \dfrac{۱}{m + ۱}$ باشد مقدار عددی $\text{Cos}\alpha$ را بیابید.

« **پاسخ** »

در رابطه‌ی $۱ + \text{cot}^۲\alpha = \dfrac{۱}{\text{Sin}^۲\alpha}$ مقادیر $\text{Sin}\alpha \,,\, \text{cot}\alpha$ را از فرض سؤال قرار می‌دهیم.

$۱ + (m - ۱)^۲ = (m + ۱)^۲ \Rightarrow ۱ + m^۲ - ۲m + ۱ = m^۲ + ۲m + ۱ \Rightarrow m = \dfrac{۱}{۴}$

$\Rightarrow \text{Sin}\alpha = \dfrac{۱}{\frac{۱}{۴} + ۱} = \dfrac{۱}{\frac{۵}{۴}} = \dfrac{۴}{۵}$ و $\text{cot}\alpha = \dfrac{۱}{۴} - ۱ = -\dfrac{۳}{۴} \Rightarrow$ α در ربع دوم است.

$\text{Cos}^۲\alpha = ۱ - \text{Sin}^۲\alpha = ۱ - \left(\dfrac{۴}{۵}\right)^۲ = ۱ - \dfrac{۱۶}{۲۵} = \dfrac{۹}{۲۵} \Rightarrow \text{Cos}\alpha = \pm\dfrac{۳}{۵} \Rightarrow \text{Cos}\alpha = \dfrac{-۳}{۵}$

۵۵- اگر $\text{cot}\theta = ۲$ باشد حاصل عددی عبارت $\dfrac{۳\text{Sin}\theta + ۲\text{Cos}\theta}{۵\text{Sin}\theta - ۴\text{Cos}\theta}$ را بیابید.

« **پاسخ** »

$\text{cot}\theta = ۲ \Rightarrow \dfrac{\text{Cos}\theta}{\text{Sin}\theta} = ۲ \Rightarrow \text{Cos}\theta = ۲\text{Sin}\theta$

$\Rightarrow \dfrac{۳\text{Sin}\theta + ۲\text{Cos}\theta}{۵\text{Sin}\theta - ۴\text{Cos}\theta} = \dfrac{۳\text{Sin}\theta + ۲(۲\text{Sin}\theta)}{۵\text{Sin}\theta - ۴(۲\text{Sin}\theta)} = \dfrac{۷\text{Sin}\theta}{-۳\text{Sin}\theta} = -\dfrac{۷}{۳}$

۵۶- اگر $\sin\theta + \cos\theta = a$ باشد، مطلوبست محاسبه‌ی عبارت مثلثاتی $\sin\theta \, . \, \cos\theta$ برحسب a.

« **پاسخ** »

$$\sin\theta + \cos\theta = a \Rightarrow (\sin\theta + \cos\theta)^{۲} = a^{۲} \Rightarrow ۱ + ۲\sin\theta \cos\theta = a^{۲}$$

$$\Rightarrow ۲\sin\theta \cos\theta = a^{۲} - ۱ \Rightarrow \sin\theta \, . \, \cos\theta = \frac{a^{۲} - ۱}{۲}$$