

۱- کدام یک از رابطه‌های تعریف شده زیر، تابع است و کدام تابع نیست، دلایل خود را بنویسید.
 (الف) رابطه‌ای که به هر شهر در ایران، سوگاتی آن شهر را نسبت می‌دهد.

تابع نیست تابع است

(ب) رابطه‌ای که به هر فرد، روز تولد او را نسبت می‌دهد.

تابع نیست تابع است

(پ) رابطه‌ای که هر شهر، نماینده آن شهر در مجلس شورای اسلامی را نسبت می‌دهد.

تابع نیست تابع است

(ت) رابطه‌ای که به هر مسلمان، قبله‌ی او را نسبت می‌دهد.

تابع نیست تابع است

(الف) تابع نیست. یک شهر ممکن است چند سوگاتی داشته باشد.

(ب) تابع است. هر فرد یک روز تولد دارد.

(پ) تابع نیست. چون ممکن است یک شهر چند نماینده داشته باشد.

(ت) تابع است. زیرا هر مسلمان یک قبله دارد.

۲- کدام مجموعه از زوج مرتب‌ها، نمایش یک تابع است؟

(الف) $F = \{(2, 3), (3, 3), (4, 3), (5, 3)\}$

(ب) $G = \{(4, 1), (2, -1), (1, -1), (4, 2)\}$

(پ) $H = \{(2, 3)\}$

(ت) $I = \{(3, 3)\}$

(ث) $J = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (2, 4)\}$

(الف) $F = \{(2, 3), (3, 3), (4, 3), (5, 3)\}$ تابع است.

(ب) $G = \{(4, 1), (2, -1), (1, -1), (4, 2)\}$ تابع نیست.

(پ) $H = \{(2, 3)\}$ تابع است.

(ت) $I = \{(3, 3)\}$ تابع است.

تابع نیست.

۳- اگر رابطه $R = \{(1, 3), (m, 7), (3, 9), (1, m^2 - 2m)\}$ تابع باشد، کدام مقادیر را می‌تواند پذیرد؟

$$m^2 - 2m = 3 \Rightarrow m = 3, -1$$

$$\Rightarrow m = -1$$

مولفه اول زوج‌های اول و چهارم برابر است پس:

ولی اگر $m = 3$ باشد، باز هم تابع نمی‌باشد. (زوج دوم و سوم)

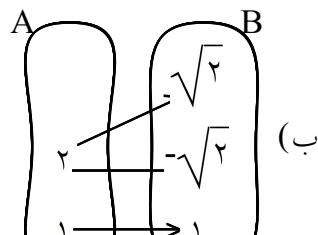
۴- در صورتی که رابطه $R = \{(2, m^2 + 4), (1, 3), (2, -m - 6)\}$ تابع باشد، در این صورت m را بدست آورید.

چون زوج مرتب اول و سوم دارای مولفه‌های اول یکسان هستند، باید y های مساوی داشته باشند:

$$m^2 + 4 = -m - 6 \Rightarrow m^2 + m + 10 = 0 \Rightarrow \Delta < 0$$

به ازاء هیچ مقدار m تابع نیست.

۵- کدام رابطه تابع است و کدام رابطه تابع نیست؟ چرا؟



$$f = \{(2, 1), (3, 2), (2, 2), (3, 4), (5, 1)\}$$

ت) رابطه‌ای که به هر شخص، شماره‌ی ملی او را نسبت می‌دهد.

(الف) تابع است از هر عضو یک پیکان خارج شده است.

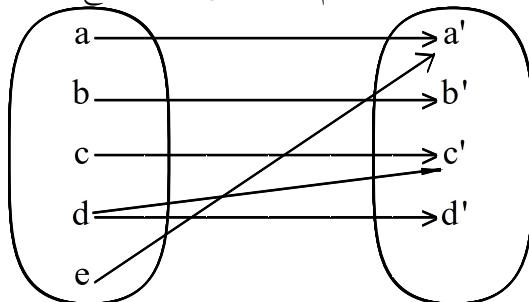
(ب) تابع نیست از عدد ۲ دو پیکان خارج شده است.

(پ) تابع نیست زیرا دو زوج مرتب متمایز دارای مولفه‌ی اول برابر هستند.

$$f = \{(2, 1), (\underline{3, 2}), (\underline{2, 2}), (\underline{3, 4}), (5, 1)\}$$

ت) تابع است زیرا به هر شخص یک شماره‌ی ملی نسبت داده می‌شود.

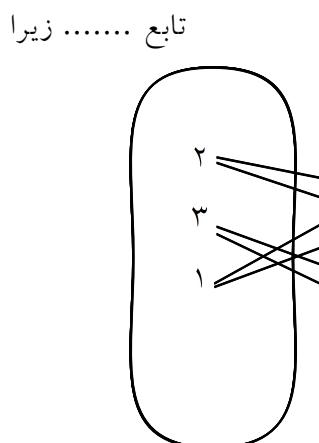
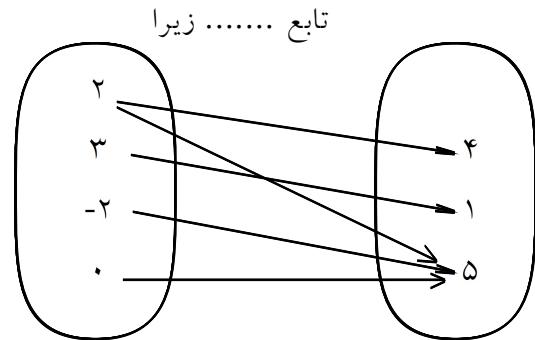
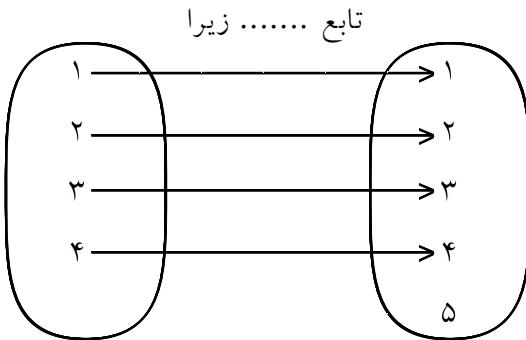
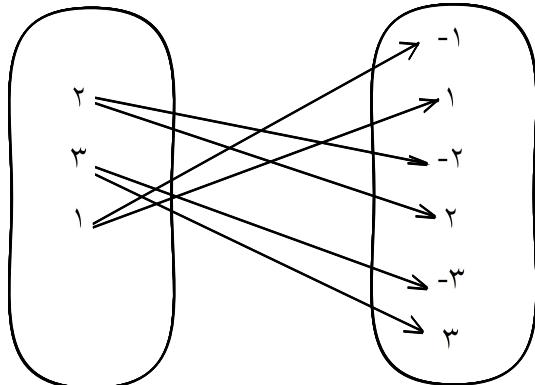
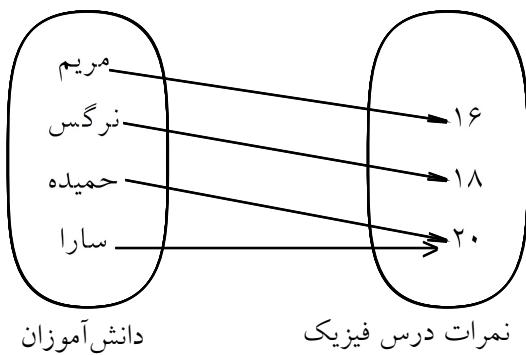
۶- نمودار پیکانی یک رابطه رسم شده است. با حذف کدام عضو این رابطه تابع خواهد شد؟



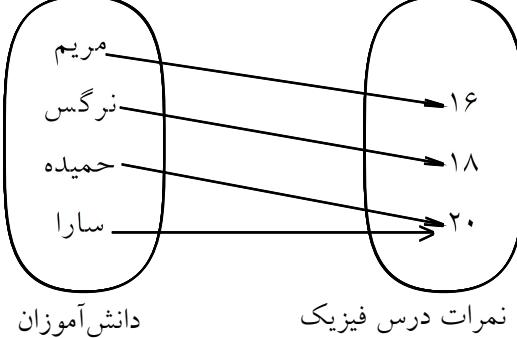
باید d' یا d حذف شود تا نمودار پیکانی نمودار یک تابع شود.

نکته: اگر c' حذف شود به هیچ عضو وصل نمی‌شود و باز هم نمودار یک تابع نخواهد بود.

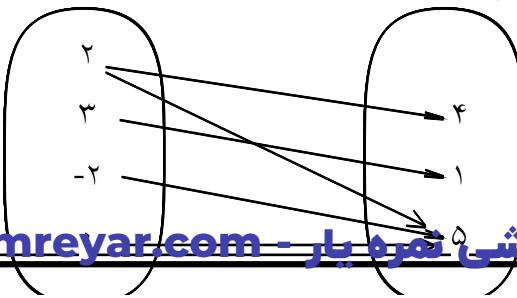
۷- کدام یک از رابطه‌ها که با نمودار پیکانی نمایش داده شده‌اند، تابع‌اند؟ چرا؟



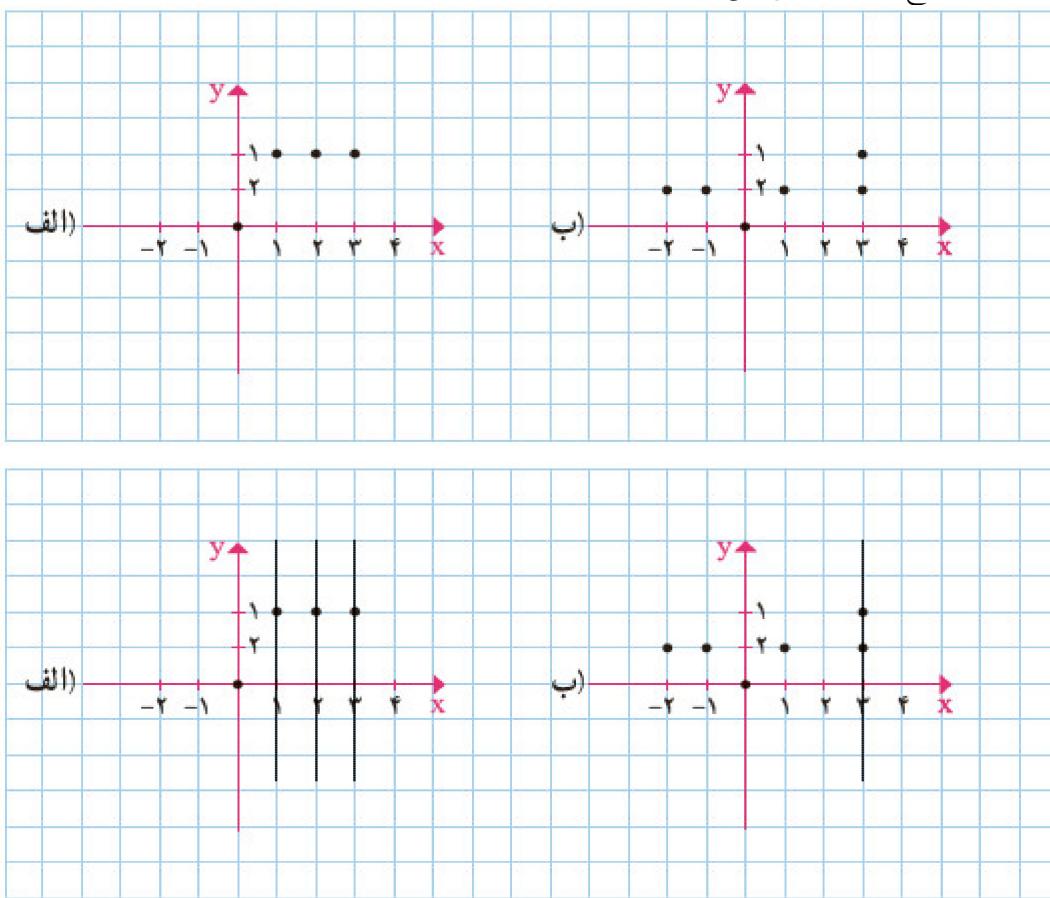
تابع نیست زیرا به هر عضو از مجموعه اول دو عضو از مجموعه دوم نسبت داده شده است.



تابع است زیرا به هر فرد یک نمره نسبت داده شده است.



-۸- نمودار کدام رابطه یک تابع را مشخص می‌کند؟



ب) تابع نیست.

الف) تابع است.

-۹- اگر رابطه‌ی f تابع باشد، در این صورت حاصل $x^2 + y^2$ را به دست آورید. (مجموعه‌ی f را پس از محاسبه‌ی x و $y = \{(2, x+y), (2, 4), (5, 2), (3, 4), (5, x-y)\}$ بنویسید).

$$(2, x+y) = (2, 4) \Rightarrow x+y=4$$

$$(5, 2) = (5, x-y) \Rightarrow x-y=2$$

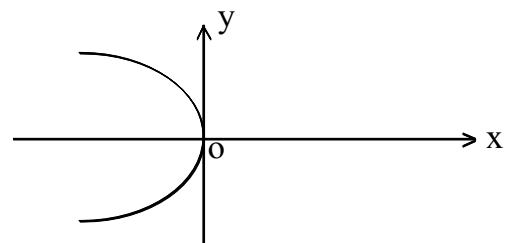
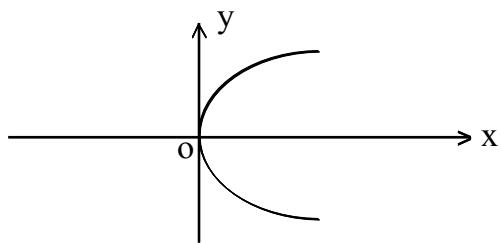
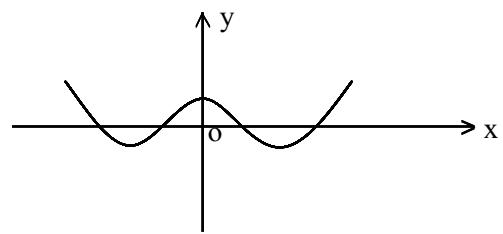
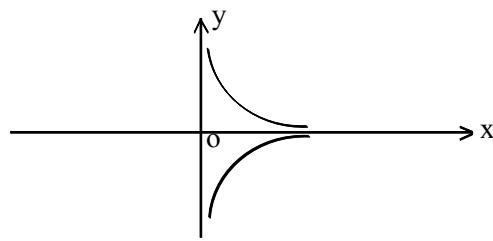
$$\begin{cases} x+y=4 \\ x-y=2 \end{cases}$$

$$2x=6 \Rightarrow x=\frac{6}{2} \Rightarrow x=3$$

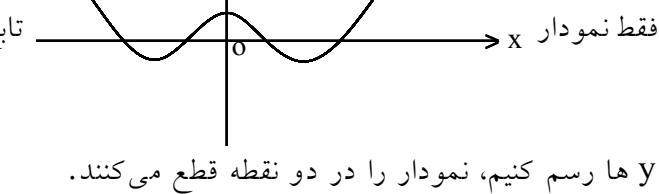
$$3+y=4 \Rightarrow y=4-3 \Rightarrow y=1$$

$$x^2 + y^2 = (3)^2 + (1)^2 = 9+1 = 10 \Rightarrow f = \{(2, 4), (5, 2), (3, 4)\}$$

۱۰- کدام یک از نمودارهای زیر نمودار یک تابع است؟

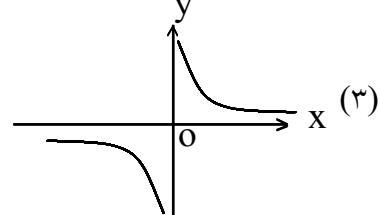
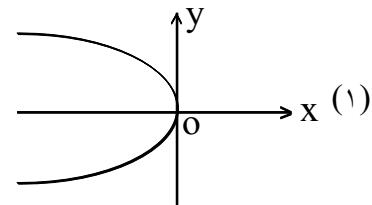
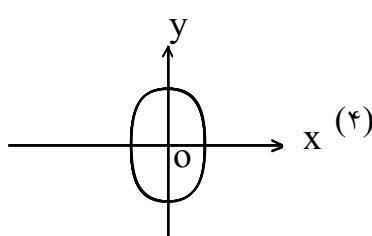
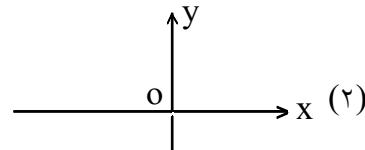


تابع است. زیرا اگر در نمودارهای دیگر خطی موازی محور



y ها رسم کنیم، نمودار را در دو نقطه قطع می‌کنند.

۱۱- کدام یک از اشکال زیر نمودار یک تابع است؟



اگر خطوط موازی محور y ها رسم کنیم آنگاه متوجه می‌شویم در نمودارهای (۱) و (۴) خطی وجود دارد که منحنی را بیش از یکبار قطع می‌کنند پس تابع نیستند، یعنی فقط (۲) و (۳) تابع‌اند.

۱۲- تابع $\{(-1, 0), (0, 1), (1, -1), (2, 3), (-2, 2)\}$ مفروض است، مطلوب است:

$$f(2), f(3), f(1), f(-1)$$

$$\begin{array}{ll} f(2) = 3 & f(1) = -1 \\ f(3) = 2 & f(-1) = 0 \end{array}$$

۱۳- تابع f به صورت $f(x) = \begin{cases} \sqrt{2+x} & x \geq 1 \\ \sqrt{2-x} & x < 1 \end{cases}$ تعریف شده است. برابری‌های زیر را کامل کنید.

$$f(\sqrt{2}-1) = \dots , \quad f(3-\sqrt{2}) = \dots , \quad f(-\sqrt{2}) = \dots$$

$$f(\sqrt{2}-1) = \sqrt{2} + (\sqrt{2}-1) = 2\sqrt{2}-1, \quad f(3-\sqrt{2})$$

۱۴- اگر $f(x) = 2x+3$ و $g(x) = x-4$ مقدار $\frac{f(g(2))}{g(f(-1))}$ را بدست آورید.

$$\left. \begin{array}{l} f(g(2)) = f(-1) = -1 \\ g(f(-1)) = g(1) = -3 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{f(g(2))}{g(f(-1))} = \frac{1}{3}$$

۱۵- بُرد هریک از توابع زیر را با توجه به ضابطه و دامنه داده شده، به دست آورید.

الف) $f: A \rightarrow B$
 $f(x) = x^2 + x + 1$, $A = \{0, -1, 1, 2, -2\}$

ب) $f: A \rightarrow B$
 $f(x) = \frac{x+1}{x}$, $A = \left\{\frac{1}{2}, 1, -1, 2, -2\right\}$

ت) $f: A \rightarrow B$
 $f(x) = x$, $A = \mathbb{W} = \{0, 1, 2, \dots\}$

ث) $f: A \rightarrow B$
 $f(x) = \cdot$, $A = \mathbb{R}$

الف) $f(0) = 0 + 0 + 1 = 1$

$$f(-1) = (-1)^2 + (-1) + 1 = 1 - 1 + 1 = 1$$

$$f(1) = (1)^2 + 1 + 1 = 1 + 1 + 1 = 3$$

$$f(2) = (2)^2 + 2 + 1 = 4 + 2 + 1 = 7$$

$$B = \{1, 3, 7\}$$

ب) $B = \left\{3, 2, 0, \frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right\}$

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\frac{1}{2}+1}{\frac{1}{2}} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{1}{2}} = \frac{3}{1} = 3$$

$$f(2) = \frac{2+1}{2} = \frac{3}{2}$$

$$f(1) = \frac{1+1}{1} = 2$$

$$f(-1) = \frac{-1+1}{-1} = \frac{0}{-1} = 0$$

$$f(-2) = \frac{-2+1}{-2} = \frac{-1}{-2} = \frac{1}{2}$$

$$f(1) = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$$

$$f(2) = \sqrt{2+1} = \sqrt{3}$$

$$f(3) = \sqrt{3+1} = \sqrt{4} = 2$$

$$f(4) = \sqrt{4+1} = \sqrt{5}$$

$$f(8) = \sqrt{8+1} = \sqrt{9} = 3$$

$$B = \{1, \sqrt{2}, \sqrt{3}, 2, \sqrt{5}, 3\}$$

$$\text{ث) } f(\cdot) = \cdot$$

$$f(1) = 1$$

$$B = W = \{ \cdot, 1, 2, \dots \}$$

$$\text{ث) } f(\cdot) = \cdot$$

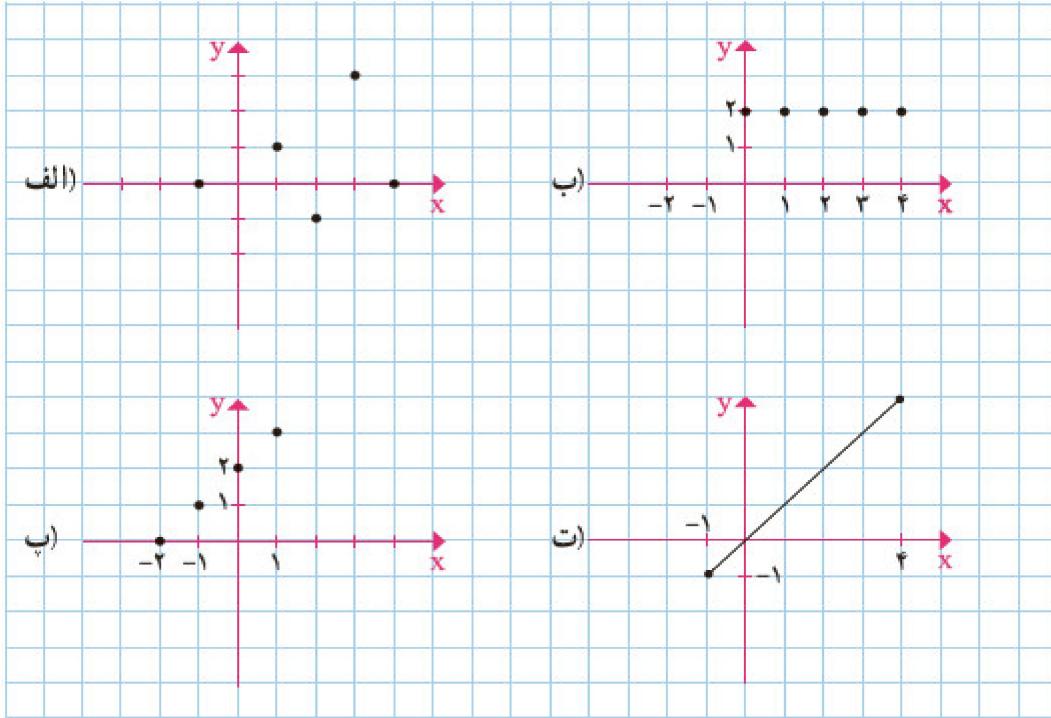
$$f(1) = \cdot$$

$$f(-100) = \cdot$$

$$f(500) = \cdot$$

$$B = \{\cdot\}$$

۱۶- برای هریک از توابع زیر، دامنه و بُرد را مشخص کنید و در صورت امکان ضابطهٔ هر تابع را بنویسید.



$$\text{ب) } f = \{(0, 2), (1, 2), (2, 2), (3, 2), (4, 2)\} \Rightarrow D_f = \{0, 1, 2, 3, 4\} \Rightarrow R_f = \{2\} \Rightarrow f(x) = 2 \quad \text{ضابطه}$$

$$\text{د) } D_f = [-1, 4] \Rightarrow f(x) = x \quad \text{ضابطه تابع}$$

$$R_f = [-1, 4]$$

۱۷- معادلهٔ خطی را بنویسید که از نقطهٔ (۱, ۲) می‌گذرد و با خط $2x + 3y - ۵ = ۰$ موازی است.

$$2x + 3y - ۵ = ۰ \Rightarrow 3y = -2x + ۵ \Rightarrow y = -\frac{2}{3}x + \frac{5}{3} \Rightarrow m = -\frac{2}{3}$$

$$m = m' \Rightarrow m' = -\frac{2}{3} \Rightarrow \text{معادله خط: } y - 2 = -\frac{2}{3}(x - 1)$$

$$\Rightarrow 3y - 6 = -2x + 2 \Rightarrow 3y + 2x - 8 = 0$$

۱۸- معادلهٔ خطی را بنویسید که از دو نقطهٔ (۰, ۰) و (۲, ۵) می‌گذرد.

$$y - ۰ = \frac{5 - ۰}{2 - ۰} (x - ۰) \Rightarrow y = \frac{5}{2}x$$

۱۹- معادله‌ی خطی را بنویسید که از نقطه‌ی $(2, 3)$ می‌گذرد و با محور y ها موازی است.
در خطوط موازی با محور y ها شیب، تعریف نشده است و معادله آن‌ها به صورت $x = X$ می‌باشد بنابراین معادله خط مذبور به صورت $x = 2$ می‌باشد.

۲۰- با استفاده از تعریف شیب خط بگویید خط‌های مقابل دو به دو نسبت به هم چه وضعی دارند.
 $\begin{cases} 2x + 3y - 5 = 0 \\ 4x + 2y - 1 = 0 \end{cases}$

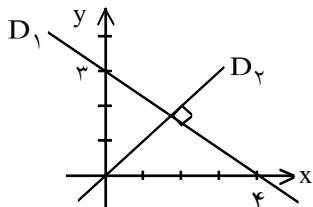
$$2x + 3y - 5 = 0 \Rightarrow m_1 = \frac{-a}{b} = \frac{-2}{3} \Rightarrow m_1 = -\frac{2}{3} \quad \text{دو خط متقاطع هستند} \\ 4x + 2y - 1 = 0 \Rightarrow m_2 = \frac{-4}{2} = -2$$

۲۱- در مقابل معادله‌ی یک خط و مختصات یک نقطه داده شده است. معادله‌ی خطی را بنویسید که از این نقطه بگذرد و برآن خط عمود باشد.
 $y = x + 3 \quad A(2, 3)$

$$y = x + 3 \Rightarrow m = 1 \quad \text{خطوط عمود} \Rightarrow m' = \frac{-1}{m} = \frac{-1}{1} = -1 \\ \Rightarrow y - y_A = m'(x - x_A) \Rightarrow y - 3 = -1(x - 2) \Rightarrow y = -x + 2 + 3 \Rightarrow y = -x + 5$$

۲۲- در حالت زیر شیب خطی را که از A و B می‌گذرد حساب کنید و سپس معادله‌ی آن خط را بنویسید.
 $A(0, 2)$ ، $B(-2, 0)$

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{0 - 2}{-2 - 0} = 1 \\ y - y_A = m(x - x_A) \Rightarrow y - 2 = 1(x - 0) \Rightarrow y = x + 2$$



۲۳- معادله‌ی دو خط عمود بر هم زیر را بنویسید.

نقاط برخورد خط D_1 با محورها $\Rightarrow A(0, 3)$ و $B(4, 0)$

$$\Rightarrow D_1: m_1 = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{0 - 3}{4 - 0} = -\frac{3}{4} \quad \text{شیب خط } D_1$$

$$D_1: y - y_A = m_1(x - x_A) \Rightarrow y - 3 = -\frac{3}{4}(x - 0) \Rightarrow y = -\frac{3}{4}x + 3$$

شیب دو خط عمود برهم، عکس و قرینه یکدیگرند: $D_1 \perp D_2 \Rightarrow D_2: m_2 = \frac{1}{m_1} = \frac{4}{3}$

$$D_2: y - y_A = m_2(x - x_A) \Rightarrow y - 0 = \frac{4}{3}(x - 0) \Rightarrow y = \frac{4}{3}x$$

۲۴- در معادله خط $y + mx - m + \lambda = 0$ مقدار m را طوری بیابید که این خط از نقطه $A(-3, -2)$ بگذرد.

برای این که خطی از نقطه‌ای بگذرد و یا به عبارتی دیگر برای این که نقطه‌ای روی خطی قرار داشته باشد بایستی مختصات آن نقطه در معادله خط صدق کند. پس مختصات نقطه A را در معادله قرار می‌دهیم:

$$-2 + m(-3) - m + \lambda = 0 \Rightarrow -4m + 6 = 0 \Rightarrow m = \frac{3}{2}$$

۲۵- به ازای چه مقداری از a دو خط $(3a+2)x - y = 0$ و $y = (a-2)x + 5$ باهم موازی‌اند؟

$$(a-2)x - y + 5 = 0 \quad (3a+2)x - y = 0$$

$$\frac{a-2}{a'} = \frac{b}{b'} \Rightarrow \frac{a-2}{3a+2} = \frac{-1}{-1} = 1 \Rightarrow a-2 = 3a+2 \Rightarrow a = -2$$

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$$

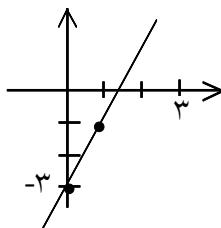
شرط توازی دو خط:

۲۶- نمودار معادله خط $y - 3x - 3 = 0$ را رسم نمایید.

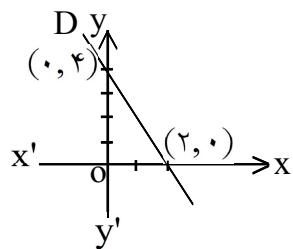
$$y = 3x - 3$$

x	0	1
y	-3	-1

جدول



۲۷- در شکل مقابل شیب خط D را تعیین نمایید.



$$m = \frac{4 - 0}{0 - 2} \Rightarrow m = -2$$

۲۸- در تابع خطی f داریم $f(5) = 5$ و $f(2) = 2$ ، مقادیر $f(-3)$ و $f(0)$ را بیابید.

$$m = \frac{\lambda - 5}{2 - 0} = 2 ; 5 = 2 \times 0 + h \Rightarrow h = 5 - 2 \Rightarrow h = 3$$

معادله خط: $y = f(x) = 2x + 3$

$$f(-3) = 2(-3) + 3 = -6 + 3 = -3$$

$$f(0) = 2(0) + 3 = 0 + 3 = 3$$

-۲۹- یک شرکت برای تولید x کالا، $C(x) = 3000 + 50x$ تومان هزینه می‌کند و هر کالا را ۷۰ تومان می‌فروشد.

(الف) تابع سود را تعیین و نمودار آنرا رسم کنید.

(ب) این شرکت حداقل چه تعداد از این کالا را باید بفروشد تا سوددهی آغاز شود؟

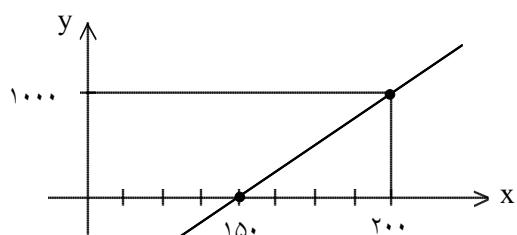
$$R(x) = 70x \text{ درآمد}$$

$$p(x) = R(x) - C(x)$$

$$p(x) = 70x - (3000 + 50x)$$

$$y : \text{سود} = p(x) = 20x - 3000$$

x	150	200
y	0	1000



$$p(x) = 0 \\ 20x - 3000 = 0 \Rightarrow \frac{20x}{20} = \frac{3000}{20} \Rightarrow x = 150$$

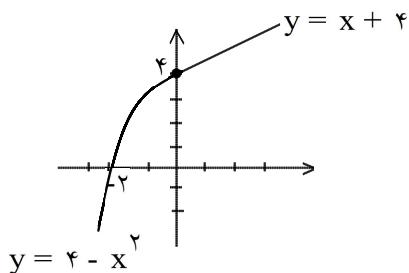
پس باید حداقل یکی بیشتر، یعنی ۱۵۱ کالا بفروشد تا سوددهی آغاز شود.

-۳۰- اگر $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx$ باشد، a و b و c را طوری بیابید که سهمی محور y ها را در نقطه‌ای به عرض ۳ و محور x ها را در نقطه‌ای به طول ۱ قطع کند و از نقطه‌ی $A(2, 3)$ نیز بگذرد.

$$\begin{cases} f(0) = 3 \Rightarrow c = 3 \\ f(1) = 0 \Rightarrow a + b + c = 0 \Rightarrow a + b = -3 \\ f(2) = 3 \Rightarrow 8a + 4b + c = 3 \Rightarrow 8a + 4b = -6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2a - 2b = +6 \\ 4a + 2b = -6 \end{cases} \Rightarrow 2a = 0 \Rightarrow a = 0 \Rightarrow b = -3$$

-۳۱- نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} 4 - x^2 & x < 0 \\ x + 4 & x \geq 0 \end{cases}$ را رسم کنید.

$$f(x) = \begin{cases} 4 - x^2 & x < 0 \\ x + 4 & x \geq 0 \end{cases}$$



-۳۲- اگر $f(x) = ax^2 + bx + c$ باشد، a ، b و c را طوری بیابید که سهمی محور y ها را در نقطه‌ای به عرض ۳ و محور x ها در نقطه‌ای به طول ۱ قطع کند و از نقطه‌ی $A(2,3)$ نیز بگذرد.

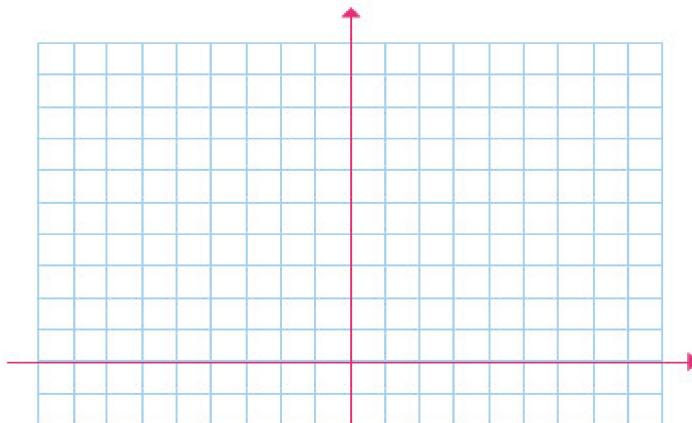
$$(0,3) \in \text{سهمی} \Rightarrow 3 = a \times (0)^2 + b \times (0) + c \Rightarrow c = 3$$

$$(1,0) \in \text{سهمی} \Rightarrow 0 = a \times (1)^2 + b \times (1) + c$$

$$(2,3) \in \text{سهمی} \Rightarrow 3 = a \times (2)^2 + b \times (2) + c$$

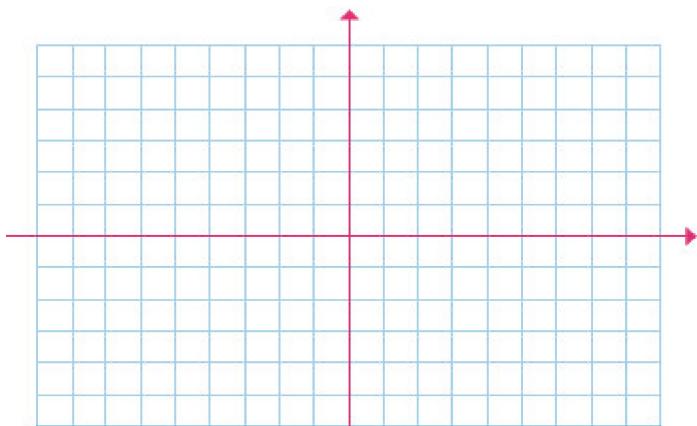
$$\begin{cases} a + b = -3 \\ 2a + b = 0 \end{cases} \Rightarrow a = 3, b = -6$$

۳۳- (الف) رأس سهمی به معادله $y = 2(x - 1)^2 + 1$ را مشخص کنید به کمک آن نمودار سهمی را رسم کنید.



ب) جدول زیر را کامل کنید و به کمک آن نمودار سهمی به معادله $y = -\frac{1}{2}(x + 2)^2 + 5$ را رسم کنید.

x	...	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	...
y	...				5				...

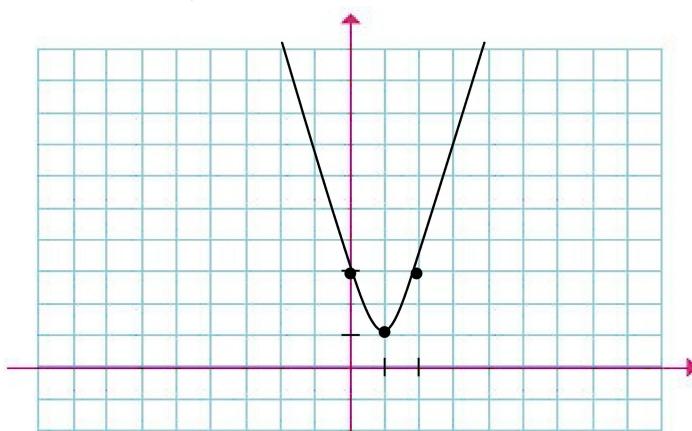


x	...	0	1	2	...
	y	...	3	1	3

(الف)

رأس

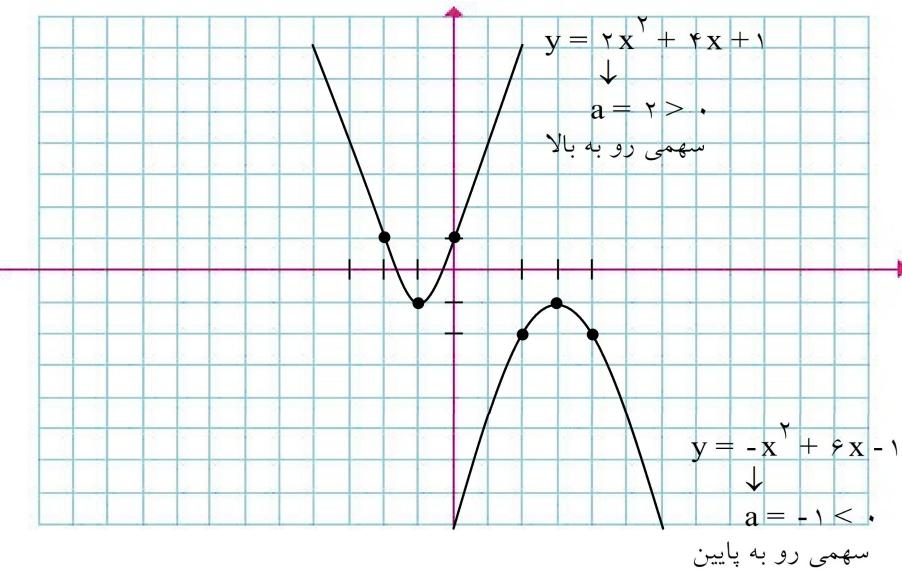
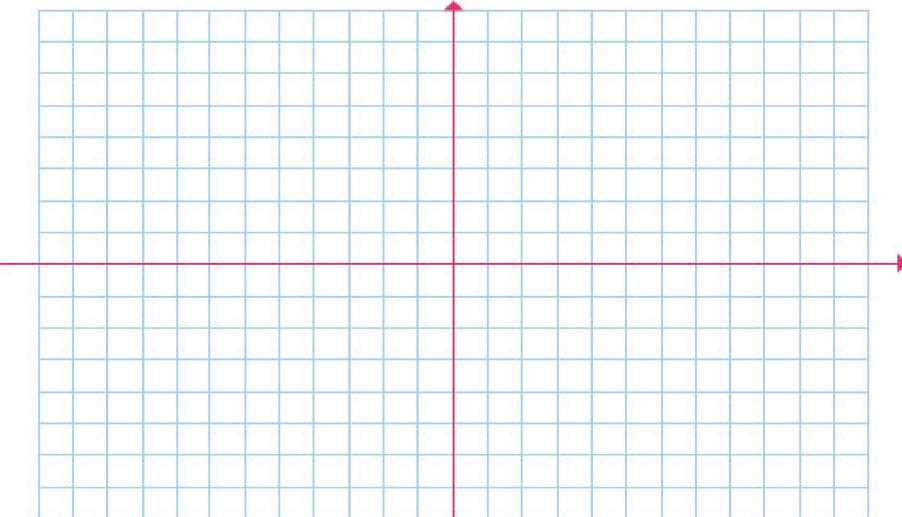
x	...	0	1	2	...
y	...	3	1	3	...



x	...	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	...
y	...	$\frac{1}{2}$	3	$\frac{9}{2}$	5	$\frac{9}{2}$	3	$\frac{1}{2}$...

(ب)

۳۴- نمودار توابع درجهی دوم $y = -x^2 + 6x - 10$ و $y = 2x^2 + 4x + 1$ را رسم کنید.



$$y = -x^2 + 6x - 10 \Rightarrow x = \frac{-b}{2a} = \frac{-6}{2(-1)} = 3 \quad \text{طول رأس}$$

	راس
x	...
y	...

$$y = 2x^2 + 4x + 1 \Rightarrow x = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2(2)} = -1 \quad \text{طول رأس}$$

	راس
x	...
y	...

۳۵- نمودار سهمی‌های به معادله‌ی $y = x^2 - 2x$ و $y = -(x-1)^2 + 1$ را رسم کنید.

$$* \quad y = x^2 - 2x$$

	راس
x	...
y	...

0 1 2 ...

-1 0 ...

	راس
x	...
y	...

0 1 2 ...

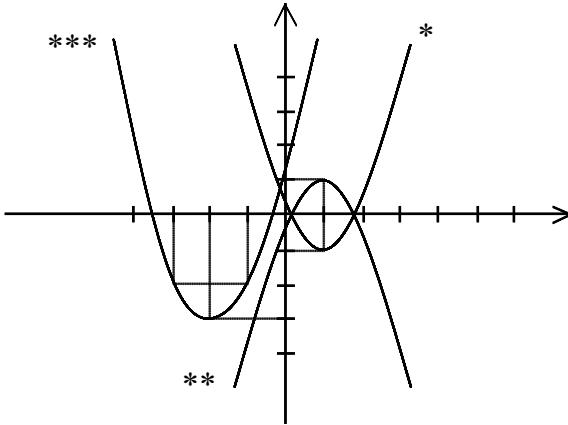
1 0 ...

$$*** \quad y = x^2 + 4x + 1$$

	راس
x	...
y	...

-3 -2 -1 ...

-2 -3 -2 ...



۳۶- اگر تابع درآمد به صورت $y = \frac{1}{2}x^2 + 30x - 40$ و تابع هزینه به صورت $y = 18x + 40$ باشد، ماکسیمم مقدار سود را مشخص کنید.

$$\text{سود } P(x) = \text{درآمد } R(x) - \text{هزینه } C(x)$$

$$P(x) = \frac{-1}{2}x^2 + 30x - (18x + 40) \Rightarrow P(x) = \frac{-1}{2}x^2 + 12x - 40 \Rightarrow$$

درجه‌ی ۲ سهمی، ماکزیمم در رأس اتفاق می‌افتد.

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-(+12)}{\sqrt{(-\frac{1}{2})}} = +12 \Rightarrow x = 12 \xrightarrow{\text{جایگزین}} P(+12) = \frac{-1}{2}(12)^2 + 12(12) - 40$$

$$\text{ماکسیمم مقدار سود } P(12) = 32$$

۳۷- در یک تولیدی، نوعی لامپ، برای مصارف پزشکی تولید می‌شود. این تولیدی هریک از لامپ‌ها را می‌تواند به قیمت ۲۰۰ تومان بفروشد. اگر در هر روز x واحد لامپ تولید کند و بفروشد و تابع هزینه‌ی آن برابر

$$C(x) = x^2 + 40x + 100$$

الف) تابع سود روزانه این تولیدی را بنویسید.

ب) چند لامپ در روز تولید کند تا بیشترین سود را داشته باشد؟

پ) بیشترین سود روزانه این کارگاه چه قدر است؟

الف) $R(x) = 200x$

$$P(x) = R(x) - C(x) = 200x - (x^2 + 40x + 100) \Rightarrow P(x) = -x^2 + 160x - 100$$

ب) تابع سود، درجه‌ی ۲ و سهمی است، پس ماکزیمم در رأس آن اتفاق می‌افتد:

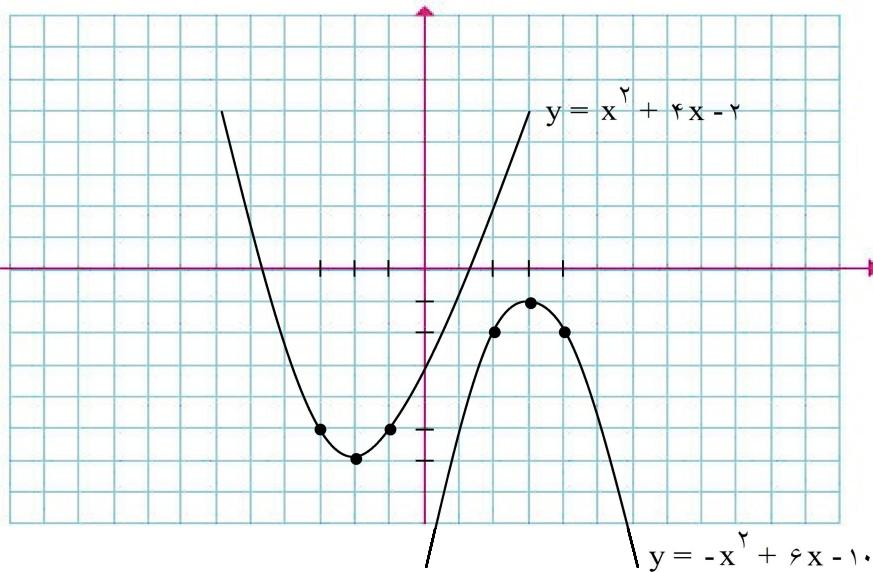
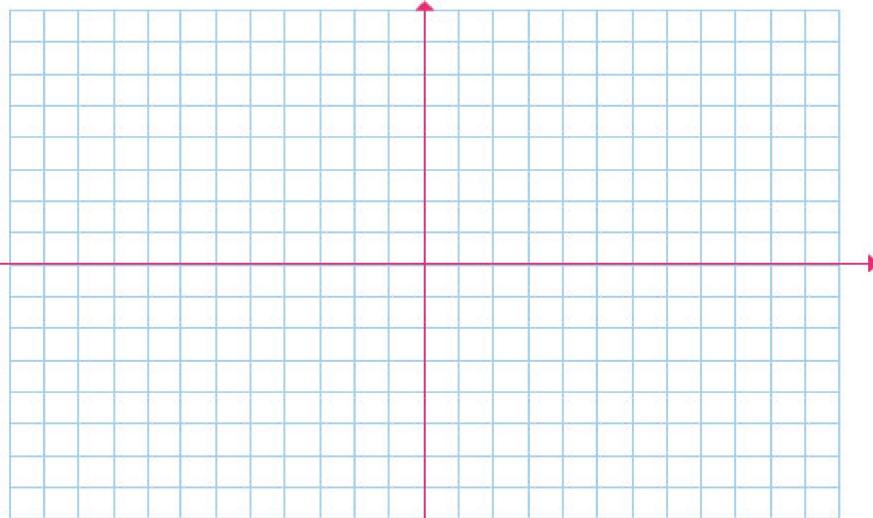
$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-160}{2(-1)} \Rightarrow x = 80$$

یعنی ۸۰ لامپ در روز تولید کند تا بیشترین سود را داشته باشد.

پ) $x = 80$ را در تابع سود جایگزین می‌کنیم.

$$P(80) = -80^2 + 160(80) - 100 \Rightarrow P(80) = 6300$$

۳۸- نمودار توابع $y = x^2 + 4x - 2$ و $y = -x^2 + 6x - 10$ را رسم کنید و در ادامه، مختصات برخورد این دو سهمی را مشخص کنید.



$$y = -x^2 + 6x - 10 \Rightarrow x = \frac{-b}{2a} = \frac{-6}{2(1)} = 3 \quad \text{طول رأس}$$

	رأس				
x	...	2	3	4	...
y	...	-2	-1	-2	...

$$y = x^2 + 4x - 2 \Rightarrow x = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2(1)} = -2 \quad \text{طول رأس}$$

	رأس				
x	...	-3	-2	-1	...
y	...	-5	-6	-5	...

این دو سهمی نقطه برخورد ندارند (همدیگر را قطع نمی‌کنند).

۳۹- نقاط رأس سهمی‌هایی را که معادله‌های آن‌ها داده شده است، مشخص کنید.

$$y = 4 - x^2 \quad (ب)$$

$$y = 2(x - 1)^2 + 1 \quad (ت)$$

$$y = x^2 \quad (الف)$$

$$y = 2x^2 - 4x + 1 \quad (پ)$$

$$(ب) x = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2(-1)} \Rightarrow x = 0 \xrightarrow{\text{جایگزین}} y = 4 - 0^2 \Rightarrow y = 4 \Rightarrow (0, 4) \text{ راس}$$

$$(پ) x = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-4)}{2(2)} \Rightarrow x = 1 \xrightarrow{\text{جایگزین}} y = 2(1)^2 - 4(1) + 1 \Rightarrow y = -1 \Rightarrow (1, -1) \text{ راس}$$

$$y = 2x^2 - 4x + 3 : \text{ اول ساده کردن اتحاد مربع ۲ جمله‌ای } (ت)$$

$$y = 2x^2 - 4x + 3$$

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-4)}{2(2)} \Rightarrow x = 1 \xrightarrow{\text{جایگزین}} y = 2(1)^2 - 4(1) + 3 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow (1, 1) \text{ راس}$$

توجه: طول رأس، همان قرینه‌ی عدد داخل پرانتز دارای توان ۲ است.

عرض رأس، همان عدد بعد از پرانتز دارای توان ۲ است.

-۴۰- یک شرکت نقاشی ساختمانی قیمتی را که برای رنگ‌آمیزی روزانه‌ی هر متر مربع از دیوار بیرونی یک کارخانه تعیین می‌کند، مبلغ $X - ۱۲۰۰$ تومان است. X میزان رنگ‌آمیزی روزانه‌ی گروه برحسب متر مربع است. هزینه‌ی رفت و آمد و صرف غذای گروه به طور ثابت روزانه ۳۰۰۰۰ تومان و هم‌چنین متر مربعی ۲۰۰ تومان هزینه‌ی لوازم مصرفی بر عهده گروه است.

(الف) قیمت پرداختی شرکت برای هر متر مربع رنگ‌آمیزی به ازای $x = ۲۰۰$ (متر کار در روز) و $x = ۳۰۰$ چه قدر است؟

(ب) هزینه‌ی گروه در یک روز به ازای $x = ۲۰۰$ و $x = ۳۰۰$ چه قدر است؟

(پ) اگر تابع سود گروه را با P نشان دهیم ($P(۲۰)$, $P(۱۰۰)$, $P(۳۰۰)$) P را محاسبه کنید.

$$P(20) = 20 \times (1200 - 200) - (30000 + 20 \times 20) = -10400$$

$$P(100) =$$

$$P(200) =$$

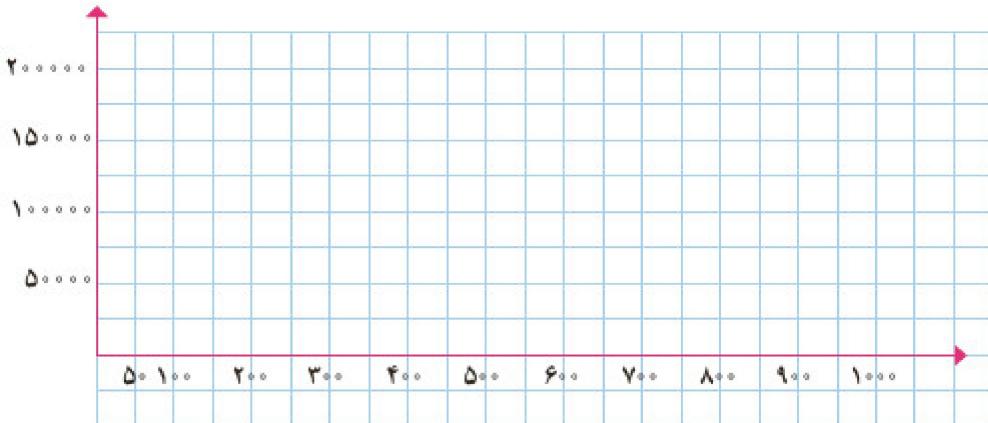
$$P(300) =$$

ت) حاصل $P(x)$ را به دست آورید و آنرا ساده کنید.

ث) جدول زیر را برای $P(x)$ به ازای مقادیر مختلف x کامل کنید.

x	۲۰	۱۰۰	۲۰۰	۳۰۰	۴۰۰	۵۰۰	۶۰۰	۷۰۰	۸۰۰	۹۰۰
$P(x)$	-10400	60000								

ج) نقاط به دست آمده از جدول قسمت قبل را در یک دستگاه دو محور عمود بر هم مشخص کنید. نقاط حاصل را به هم وصل کنید.



چ) چرا بعضی از نقاط، پایین‌تر از محور افقی قرار می‌گیرند؟ آیا هر چه متراژ بیشتری رنگ‌آمیزی شود، گروه سود بیشتری کسب می‌کند؟

متراژی که رنگ می‌کند $x \times (x - 1200)$ درآمد $R(x) =$

(نیازی به ضرب کردن نیست چون در قسمت (پ) شده است.)

$$C(x) = 30000 + 200x \text{ هزینه}$$

$$\text{تومان } x = 200 \Rightarrow 1200 - 200 = 1000 \text{ (الف)}$$

$$\text{تومان } x = 300 \Rightarrow 1200 - 300 = 900 \text{ (قیمت)}$$

$$(ب) x = 200 \Rightarrow C(200) = 30000 + 200 \times 200 = 70,000$$

$$x = 300 \Rightarrow C(300) = 30000 + 200 \times 300 = 90,000$$

$$(پ) P(x) = R(x) - C(x)$$

$$P(x) = x(1200 - x) - (30000 + 200x)$$

$$P(100) = 100 \times (1200 - 100) - (30000 + 200 \times 100) = 60,000$$

$$P(200) = 200 \times (1200 - 200) - (30000 + 200 \times 200) = 130,000$$

$$P(300) = 300 \times (1200 - 300) - (30000 + 200 \times 300) = 180,000$$