

۱ در نامعادله $-3 \leq \sqrt[3]{x} \leq 5$ به جای x چند مقدار صحیح متمایز می توان قرار داد؟

- ۱۵۱ (۱) ۱۵۴ (۲) ۱۵۲ (۳) ۱۵۳ (۴)

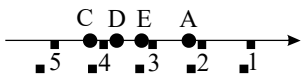
۲ ریشه ی سوم ۶۴ چند برابر ریشه ی دوم ۳۲ است؟

- فقط $\sqrt{2}$ (۱) فقط $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲) $\pm\sqrt{2}$ (۳) $\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴)

۳ اگر $-1 < a < 0$ ، کدام عدد زیر از بقیه بزرگ تر است؟

- $\sqrt[3]{a}$ (۱) a (۲) a^3 (۳) $-a^4$ (۴)

۴ با توجه به محور زیر، کدام گزینه نمی تواند صحیح باشد؟



- $A = -\sqrt[3]{9}$ (۱) $C = -3\sqrt{2}$ (۲) $E = -\sqrt[3]{17}$ (۳) $D = -\sqrt{15}$ (۴)

۵ چه تعداد از تساوی های زیر صحیح است؟

- الف) $\sqrt[6]{4} \times \sqrt[6]{80} = 2\sqrt[6]{5}$ (۱) ب) $\sqrt[5]{72} \times \sqrt[5]{108} = 6$ (۲) پ) $\sqrt[5]{\frac{7}{16a^5}} \times \sqrt[5]{\frac{243}{14}} = \frac{7}{2a}$ (۳) د) صفر (۴)

۶ اگر تساوی $\frac{1}{x^3+1} = \frac{ax+b}{x^2-x+1} + \frac{c}{x+1}$ با شرط $x \neq -1$ یک اتحاد باشد، $a-b+2c$ کدام است؟

- $\frac{1}{3}$ (۱) $-\frac{1}{3}$ (۲) $-\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴)

۷ حاصل عبارت $(2\sqrt{2})^3 + (3-\sqrt{2})^3 + (-3-\sqrt{2})^3$ کدام است؟

- $-6\sqrt{2}$ (۱) $-36\sqrt{2}$ (۲) $36\sqrt{2}$ (۳) $-42\sqrt{2}$ (۴)

۸ چه تعداد اعداد صحیح در هر دو نامساوی زیر صدق می کنند؟

I) $2 < \sqrt{x} < 3$ II) $3 \leq \sqrt{x} \leq 5$

- ۱۶ (۱) ۱۷ (۲) ۱۸ (۳) ۱۹ (۴)



۹ کسر $\frac{1}{\sqrt[3]{2}-1}$ با کدام گزینه ی زیر برابر است؟

- ۱ $\sqrt[3]{4}-\sqrt[3]{2}+1$
 ۲ $\sqrt[3]{2}+1$
 ۳ $\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{2}+1$
 ۴ $\sqrt[3]{2}-1$

۱۰ حاصل عبارت زیر به ازای $n = 4$ کدام است؟

$$4 \times \underbrace{\sqrt{\sqrt{\sqrt{\dots \sqrt{2^n}}}}}_{n \text{ تا}}$$

- ۱ $\sqrt[4]{8}$
 ۲ 2
 ۳ $\sqrt[4]{2}$
 ۴ $4\sqrt[4]{2}$

۱۱ با فرض $x \geq 0$ ، عبارت $-\sqrt{x^9}$ با کدام عبارت برابر است؟

- ۱ $-x\sqrt{x}$
 ۲ $x^4\sqrt{x}$
 ۳ $-x^2\sqrt{x}$
 ۴ هیچکدام

۱۲ اگر $|x-1| = 1-x$ باشد، آنگاه $\sqrt[3]{(x-1)^5}$ برابر با کدام است؟

- ۱ $(x-1)\sqrt[3]{(x-1)^2}$
 ۲ $(1-x)\sqrt[3]{(x+1)^2}$
 ۳ $(x-1)\sqrt[3]{(1+x)^2}$
 ۴ $(1-x)\sqrt[3]{(1-x)^2}$

۱۳ حاصل عبارت $\sqrt{(\sqrt{3}-2)^2} + \sqrt{3}$ کدام است؟

- ۱ $2\sqrt{3}$
 ۲ $\sqrt{3}$
 ۳ 2
 ۴ $\sqrt{2}$

۱۴ حاصل عبارت $\sqrt{27} + \sqrt[4]{9}$ کدام است؟

- ۱ $4\sqrt{3}$
 ۲ $3\sqrt{3}$
 ۳ $2\sqrt{3}$
 ۴ $\sqrt{3}$

۱۵ اگر a عددی منفی باشد، حاصل عبارت $\sqrt{a^2} + \sqrt[3]{a^3} + \sqrt[4]{a^4} + \sqrt[5]{a^5}$ کدام است؟

- ۱ $-a + a\sqrt{a}$
 ۲ $-a + a\sqrt[5]{a}$
 ۳ $-a + a\sqrt[3]{a^2}$
 ۴ $-a + a^2$

۱۶ اگر $0 < x < y$ باشد حاصل عبارت $\sqrt[4]{x^4 y^4} + \sqrt[3]{x^3 y^3} + \frac{\sqrt{xy^2}}{y}$ کدام است؟

- ۱ \sqrt{x}
 ۲ \sqrt{y}
 ۳ $-\sqrt{x}$
 ۴ $-\sqrt{y}$

۱۷ اگر داشته باشیم $\frac{a}{b} = -1$ و $bc < 0$ آنگاه حاصل عبارت $\frac{\sqrt{a^2}}{a} + \frac{\sqrt{b^2}}{b} + \frac{\sqrt{c^2}}{c}$ کدام است؟

- ۱ 1
 ۲ -1
 ۳ صفر
 ۴ 2



۱۸) حاصل عبارت $n \geq 2$
 $n \in \mathbb{N}$ $\sqrt[n+1]{\frac{3^{n+2}}{\sqrt[n]{9^n} \sqrt[n+1]{3^{n+1}}}}$ کدام است؟

- ۱) ۳ ۲) $\sqrt[n]{3}$ ۳) $\sqrt[n+1]{3}$ ۴) $\sqrt[2n+1]{3}$

۱۹) اگر $\left(\frac{1}{x}\right)^4 = 0,0016$ باشد، آنگاه حاصل $\sqrt{5x}$ کدام است؟

- ۱) $\sqrt{5}$ ۲) ۱۰ ۳) $2\sqrt{5}$ ۴) ۵

۲۰) اگر $\sqrt[n]{2} \times \sqrt[n]{2^2} = \sqrt{2}$ باشد، آنگاه n کدام است؟

- ۱) ۶ ۲) ۵ ۳) ۴ ۴) ۳

۲۱) حاصل عبارت $\frac{\sqrt{x^2} + (\sqrt{-x})^2}{-2x}$ کدام است؟

- ۱) ۱ ۲) x ۳) x^2 ۴) x^2

۲۲) اگر داشته باشیم $\sqrt{a+2/5} \sqrt{2a+5} = \sqrt{8}$ ، آنگاه a کدام است؟

- ۱) $-\frac{4}{5}$ ۲) $-\frac{3}{4}$ ۳) $-\frac{2}{3}$ ۴) $-\frac{1}{2}$

۲۳) اگر $\sqrt{a-3} + |2-a| = a$ باشد، آنگاه a کدام است؟

- ۱) ۱۰ ۲) ۷ ۳) ۴ ۴) ۲

۲۴) اگر $a = \sqrt{3} + \sqrt{15}$ و $b = 3\sqrt{2}$ و $c = \sqrt{3}(\sqrt{(-2)^2})$ باشد، آنگاه کدام نامساوی برقرار است؟

- ۱) $a > b > c$ ۲) $b > a > c$ ۳) $c > a > b$ ۴) $c > b > a$

۲۵) اگر $A = \left(\frac{\sqrt[3]{32}}{\sqrt[5]{256}} + \frac{\sqrt[5]{128}}{\sqrt[3]{16}}\right)$ باشد، حاصل A^{60} کدام است؟

- ۱) 2^{128} ۲) 2^{64} ۳) 2^{32} ۴) 2^{16}

۲۶) مقایسه‌ی انجام شده در کدام یک از گزینه‌ها درست است؟

- ۱) $2\sqrt[3]{7} < \sqrt{7} < 3\sqrt[6]{3}$ ۲) $\sqrt{7} < 3\sqrt[6]{3} < 2\sqrt[3]{7}$ ۳) $3\sqrt[6]{3} < 2\sqrt[3]{7} < \sqrt{7}$ ۴) $\sqrt{7} < 2\sqrt[3]{7} < 3\sqrt[6]{3}$

۲۷) حاصل عبارت $\frac{(0,0016)^{0,25}}{(0,04)^{0,5}}$ کدام است؟

- ۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱



۲۸ حاصل عبارت $\frac{\sqrt[3]{81}}{\sqrt[3]{3} \times \sqrt{3}}$ کدام است؟

- ۱ (۱) $\sqrt{2}$ (۲) $\sqrt{3}$ (۳) ۲ (۴)

۲۹ اگر $|a| = a$ و $a \neq 0$ ، حاصل $\left(\frac{\sqrt[3]{a^2}}{\sqrt[2]{a^3}}\right)^{-\frac{6}{5}}$ کدام است؟

- ۱ (۱) \sqrt{a} (۲) a (۳) a^2 (۴)

۳۰ حاصل عبارت $\frac{1}{4} \left(-\frac{1}{8}\right)^{-\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}}$ کدام است؟

- ۲ (۱) ۴ (۲) ۸ (۳) ۱۶ (۴)

۳۱ اگر $3^{246} = x^{\circ 246}$ باشد، حاصل $x^{\circ 738}$ کدام است؟

- ۳ (۱) ۹ (۲) ۲۷ (۳) ۸۱ (۴)

۳۲ عبارت $\frac{1}{3^{\frac{n}{25}}}$ با کدام عبارت زیر مساوی است؟

- ۱ (۱) 3^{4n} (۲) 3^{-4n} (۳) $3^{5,4n}$ (۴) $3^{-5,4n}$

۳۳ اگر $a + b > 0$ و $(a + b)^{-n} = \frac{\sqrt[5]{(a + b)^3} \sqrt[3]{(a + b)^2}}{\sqrt[21]{a^2 + b^2 + 2ab}}$ باشد و m و n نسبت به هم اول باشند آنگاه

حاصل $\frac{1}{m}$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۳۴ اگر $A = \sqrt[4]{a^3} \sqrt[2]{a}$ و $B = a^{\frac{-1}{6}}$ باشد، آنگاه حاصل $\frac{A}{B}$ کدام است؟

- ۱ (۱) a (۲) a^2 (۳) $\sqrt{a^3}$ (۴)

۳۵ حاصل $\frac{1}{b} \sqrt{a\sqrt{b}} \times \sqrt{a\sqrt{b\sqrt{a}}}$ کدام است؟

- ۱ (۱) $\sqrt[2]{(ab)^y}$ (۲) \sqrt{ab} (۳) $\sqrt[4]{(ab)^y}$ (۴) $\sqrt{(ab)^{18}}$

۳۶ اگر $x = y^2$ و $y^A = \frac{1}{y}$ باشد، آنگاه $y \times \sqrt[3]{x} \times \sqrt[4]{y} = y^A$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) -۱ (۳) -۲ (۴)



۳۷ حاصل عبارت $\frac{\sqrt{a^{50}} \sqrt[3]{a^{50}} \sqrt[4]{a^{50}}}{\sqrt[4]{\sqrt[3]{a^5}} \times \sqrt[6]{\sqrt{a^{85}}}}$ کدام است؟

- ۱ $\sqrt[4]{a}$ ۲ $\sqrt[12]{a}$ ۳ $\sqrt[12]{a^{335}}$ ۴ ۲

۳۸ اگر $\sqrt{\frac{\sqrt[3]{2^{4n}}}{\sqrt[5]{4}}} = 2$ باشد، آنگاه n کدام است؟

- ۱ ۱٫۲ ۲ ۱٫۴ ۳ ۱٫۶ ۴ ۱٫۸

۳۹ اگر $\sqrt[3]{a^2} = \sqrt[3]{c\sqrt{c}}$ و $\sqrt{a} = b$ باشد، آنگاه کدام گزینه زیر صحیح است؟

- ۱ $b^8 = c^3$ ۲ $b^y = c^x$ ۳ $b^6 = c$ ۴ $b^5 = \sqrt{c}$

۴۰ اگر $a = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}}$ و $b = \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{2}{3}}$ و $c = \left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{3}{4}}$ باشد، کدام نامساوی صحیح است؟

(استفاده از ماشین حساب برای محاسبات ساده (مانند $3^8 = 6561$ یا $0.1 \simeq \frac{1}{10}$) بلامانع است)

- ۱ $a > b > c$ ۲ $a > c > b$ ۳ $b > c > a$ ۴ $c > b > a$

۴۱ اگر $a = \left(\frac{1}{0.7}\right)^{\frac{2}{3}}$ و $b = \left(\frac{1}{0.7}\right)^{\frac{2}{4}}$ و $c = \left(\frac{1}{0.7}\right)^{\frac{2}{5}}$ باشد، آنگاه کدام گزینه صحیح است؟

- ۱ $a > b > c$ ۲ $c > b > a$ ۳ $b > c > a$ ۴ $c > a > b$

۴۲ حاصل عبارت $\frac{+2ab +}{a+b}$ کدام است؟

- ۱ $a + b$ ۲ $a - b$ ۳ $a^2 - b^2$ ۴ ۱

۴۳ اگر $x^2 - y^2 + 4y - 4 = 0$ ، آنگاه ساده شده عبارت جبری $\frac{(x+1)(y^2 + 2y + 1)}{(x^2 - 2x + 1)(y-1)}$ کدام است؟

$(x, y > 0)$

- ۱ $\frac{(y+1)^2}{(y-3)^2}$ ۲ $\frac{(x+1)^2}{(x-3)^2}$ ۳ $\frac{(y+3)^2}{(y-1)^2}$ ۴ $\frac{(x-3)^2}{(x-1)^2}$

۴۴ اگر $x + y = 5$ و $xy = 6$ باشد، آنگاه حاصل $x^4 + y^4$ کدام است؟

- ۱ ۹۹ ۲ ۹۸ ۳ ۹۷ ۴ ۹۶

۴۵ اگر $\sqrt{3x-2} + \sqrt{3x+3} = 3$ باشد، حاصل $\sqrt{3x-2} - \sqrt{3x+3}$ کدام است؟

- ۱ $\frac{4}{5}$ ۲ $\frac{5}{3}$ ۳ $\frac{-5}{3}$ ۴ $\frac{-3}{5}$



۴۶ اگر $\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x} = 4$ باشد، آنگاه x کدام است؟

- ۱) ۲ ۲) -۲ ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) $-\frac{1}{2}$

۴۷ اگر $3A = \frac{-x^2 + 2x + 99}{x-9} + \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+3} + \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-3}$ و $x = 3\sqrt{3}$ باشد، آنگاه A کدام است؟

- ۱) $3 + \sqrt{3}$ ۲) $3 - \sqrt{3}$ ۳) $2\sqrt{3}$ ۴) ۶

۴۸ حاصل $(\sqrt{16} + \sqrt{10} - \sqrt{6})(\sqrt{8} - \sqrt{5} + \sqrt{3})$ کدام است؟

- ۱) $2\sqrt{30}$ ۲) $2\sqrt{15}$ ۳) $2\sqrt{10}$ ۴) $2\sqrt{5}$

۴۹ تعداد مقادیر حقیقی x که در معادله $8^{4x+5} = (2^{6x+3})(4^{3x+6})$ صدق می کند برابر با کدام است؟

- ۱) صفر ۲) یک ۳) سه ۴) بیش از سه

۵۰ تنها عدد طبیعی n که در معادله $\frac{1}{4} = 256$ صدق می کند در کدام مجموعه

است؟

- ۱) $\{1, 2, 3\}$ ۲) $\{4, 5, 6\}$ ۳) $\{7, 8, 9\}$ ۴) $\{10, 11, 12\}$

۵۱ اگر $x + y = 7$ و $xy = 5$ باشد، $x^3 + y^3$ کدام است؟

- ۱) ۲۱۶ ۲) ۲۳۸ ۳) ۲۴۴ ۴) ۲۶۴

۵۲ حاصل ضرب دو عدد حقیقی ۱ و مجموع آنها ۳ است. مجموع توان های سوم آنها کدام است؟

- ۱) ۱ ۲) ۱۸ ۳) ۲۴ ۴) ۲۷

۵۳ در تجزیه ی عبارت $1 - \frac{\sqrt{2}x}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}$ به صورت $(x+a)(x - \frac{\sqrt{2}}{2})$ مقدار a کدام است؟

- ۱) $\sqrt{2}$ ۲) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ ۳) $-\sqrt{2}$ ۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

۵۴ حاصل عبارت $\frac{\sqrt{5} + \sqrt{7} + \sqrt{5 - \sqrt{7}}}{\sqrt{5} + \sqrt{7} - \sqrt{5 - \sqrt{7}}}$ کدام است؟

- ۱) $\frac{5 + 3\sqrt{2}}{7}$ ۲) $\frac{5\sqrt{7} + 3\sqrt{14}}{7}$ ۳) $\frac{5 - 3\sqrt{2}}{7}$ ۴) $\frac{5\sqrt{7} - 3\sqrt{14}}{7}$

۵۵ اگر $x = \sqrt[3]{2}\sqrt{2}$ باشد، x^2 برابر با کدام است؟

- ۱) $\sqrt{2}$ ۲) $\sqrt[3]{2}$ ۳) $\sqrt[3]{4}$ ۴) ۲



۵۶ ریشه نهم عدد $(9^9)^{9^9}$ کدام است؟

- ۱ 9^9 ۲ $9^{(9^8)}$ ۳ 9^{80} ۴ $9^{(9^9-1)}$

۵۷ حاصل $\sqrt{3+2\sqrt{2}} - \sqrt{3-2\sqrt{2}}$ کدام است؟

- ۱ ۲ ۲ $2\sqrt{3}$ ۳ $4\sqrt{2}$ ۴ $2\sqrt{2}$

۵۸ کدام عدد زیر گنگ است؟

- ۱ $1024^{0.1}$ ۲ $27^{\frac{1}{3}}$ ۳ $100^{0.5}$ ۴ $100^{0.1}$

۵۹ اگر $x = \sqrt[13]{2^{15}}$ باشد، حاصل $x\sqrt{x} \times \sqrt[5]{x^2}$ برابر است با:

- ۱ ۱۶ ۲ ۸ ۳ ۴ ۴ ۲

۶۰ ساده ترین عبارت جبری که در $\sqrt[3]{4a^2}$ ضرب شود تا حاصل مربع کامل گردد، کدام است؟ ($a > 0$)

- ۱ $(2a)^{\frac{2}{3}}$ ۲ $(2a)^{\frac{4}{3}}$ ۳ $a(2a)^{\frac{1}{3}}$ ۴ $2(2a)^{\frac{1}{3}}$

۶۱ حاصل $(\sqrt[6]{27} - \sqrt{6 + \frac{3}{4}})^2$ کدام است؟

- ۱ $\frac{3}{4}$ ۲ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ۳ $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ ۴ $\frac{3}{2}$

۶۲ در تجزیه ی عبارت $a^2m - b^2m + b^2n - a^2n$ کدام عامل وجود ندارد؟

- ۱ $a - b$ ۲ $a + b$ ۳ $m + n$ ۴ $m - n$

۶۳ ساده شده ی عبارت $\left(\sqrt[3]{5 + \left(\frac{-1}{\sqrt{3}}\right)^4 + (-\sqrt{2})^2}\right)^{-\frac{3}{2}} + \left(\sqrt{\frac{9}{4}}\right)^3$ کدام است؟

- ۱ $3,25$ ۲ $3,5$ ۳ $3,75$ ۴ $4,5$

۶۴ ساده شده ی عبارت $\sqrt[3]{-\frac{3}{8}} + \sqrt{(1 + \sqrt{2})^2} - 4\sqrt{2} - \left(\frac{1}{4}\right)^{-0,25}$ کدام است؟

- ۱ $-2,5$ ۲ $-2,25$ ۳ $-1,75$ ۴ $-1,5$

۶۵ اگر $x = 5 + \sqrt{17}$ باشد، حاصل عبارت $\sqrt{\frac{x-1}{16}} + \frac{1}{2x}$ کدام است؟

- ۱ $0,5$ ۲ $0,75$ ۳ $1,25$ ۴ $1,5$

۶۶ ساده شده ی عبارت $2b^3 + ab(b-a) - ab(a+b)$ کدام است؟

- ۱ $2b(b-a)(b+a)$ ۲ $2b(b-a)(a-b)$ ۳ $4b(b-a)b$ ۴ $9b(b-a)(b+a)$



۶۷) صورت دیگر عبارت $(ax + by)^2 - (ay + bx)^2$ کدام است؟

- ۱) $(a^2 - b^2)(x^2 - y^2)$ ۲) $(a^2 - x^2)(b^2 - y^2)$ ۳) $(a^2 + b^2)(x^2 - y^2)$ ۴) $(a^2 + x^2)(b^2 - y^2)$

۶۸) اگر $x = 7 - 2\sqrt{6}$ باشد، حاصل عبارت $\sqrt{\frac{x+2}{25}} + \frac{1}{x}$ کدام است؟

- ۱) $0,6$ ۲) $0,8$ ۳) $1,2$ ۴) $1,4$

۶۹) اگر $x > 0$ و $xy < 0$ باشد، آنگاه حاصل عبارت $\frac{-2}{|y-x-2\sqrt{3}| - |x-y+3\sqrt{2}|}$ کدام است؟

- ۱) $2\sqrt{3} - 3\sqrt{2}$ ۲) $3\sqrt{3} - 2\sqrt{2}$ ۳) $\frac{2\sqrt{3} + 3\sqrt{2}}{3}$ ۴) $\frac{3\sqrt{3} - 2\sqrt{2}}{2}$

۷۰) در تساوی $x^2 + 6xy + 9y^2 - 2x - 6y - 3 = (x + A - 3)(x + B + 1)$ حاصل $A + B$ کدام است؟

- ۱) $6y$ ۲) 3 ۳) $3y$ ۴) صفر

۷۱) اگر حاصل عبارت $(2 - \sqrt{3})^{\frac{2}{3}} (2 + \sqrt{3})^{\frac{4}{3}} \times \sqrt[3]{\sqrt{2}}$ به صورت $\sqrt[3]{A}$ باشد، A کدام است؟

- ۱) $\sqrt{3} - 1$ ۲) $\sqrt{3}$ ۳) 2 ۴) $\sqrt{3} + 1$

۷۲) حاصل عبارت $(\sqrt{2} - \sqrt{3} + \sqrt{2 + \sqrt{3}}) \times \sqrt[3]{2\sqrt{2}}$ کدام است؟

- ۱) $\sqrt{3}$ ۲) 2 ۳) $1 + \sqrt{3}$ ۴) $2\sqrt{3}$

۷۳) معادله $3^{2x+2} - 3^{x+3} - 3^x + 3 = 0$ چند ریشه حقیقی دارد؟

- ۱) هیچ ۲) ۱ ریشه ۳) ۲ ریشه ۴) ۳ ریشه

۷۴) از چهار عدد $2^{\frac{1}{2}}, 3^{\frac{1}{3}}, 8^{\frac{1}{8}}, 9^{\frac{1}{9}}$ دو عددی که به ترتیب از چپ به راست بیشترین مقدار را دارند کدامند؟

- ۱) $2^{\frac{1}{2}}$ و $3^{\frac{1}{3}}$ ۲) $8^{\frac{1}{8}}$ و $9^{\frac{1}{9}}$ ۳) $9^{\frac{1}{9}}$ و $3^{\frac{1}{3}}$ ۴) $9^{\frac{1}{9}}$ و $8^{\frac{1}{8}}$

۷۵) بزرگترین مقسوم علیه مشترک سه جمله‌ای‌های $12x^2 - 12x - 9$ و $16x^2 + 16x + 4$ کدام است؟

- ۱) $2x + 1$ ۲) $2x + 2$ ۳) $4x + 1$ ۴) $4x + 2$

۷۶) بزرگترین عدد طبیعی n که در نامساوی $n^{200} < 5^{300}$ صادق است کدام است؟

- ۱) 8 ۲) 9 ۳) 10 ۴) 11

۷۷) اگر a عدد طبیعی و بزرگ‌تر از ۱ باشد، کدام یک از گزینه‌های زیر، عبارتی همواره درست است؟

- ۱) $\sqrt[n]{a^n} = a$ ۲) $\sqrt[n]{a^n} = |a|$ ۳) $\sqrt[n]{a+b} = \sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{b}$ ۴) $(\sqrt[n]{a})^n = a$



۷۸ حاصل تقسیم کوچکترین مضرب مشترک عبارات $x^3 - 1$ و $(x - 1)^3$ بر بزرگترین مقسوم علیه مشترک آنها کدام است؟

- ① $x^3 - 1$ ② $(x - 1)(x^3 - 1)$ ③ $x^2 + x + 1$ ④ $(x - 1)^2(x^3 - 1)$

۷۹ اگر $\sqrt{x^2} = \left(\left(\left(\left(16 \right)^{\frac{1}{3}} \right)^{\frac{1}{2}} \right)^{\frac{1}{2}} \right)^{\frac{1}{2}}$ مقدار x کدام است؟

- ① ۵ ② ۶ ③ ۹ ④ ۲

۸۰ اگر n عددی صحیح باشد و $n < \sqrt[4]{475} < n + 1$ ، در این صورت n کدام است؟

- ① ۳ ② ۴ ③ ۵ ④ ۶

۸۱ حاصل $\frac{x^2 - 3x}{x - 4} + 4 - x$ برابر کدام است؟

- ① $2 - x$ ② $4 - x$ ③ $x - 4$ ④ $x - 2$

۸۲ مقدار عددی x از معادله $\frac{25^{3x}}{5^{2x+2}} = 25$ کدام است؟

- ① $\frac{-1}{2}$ ② $\frac{-1}{4}$ ③ $\frac{-1}{6}$ ④ $\frac{-1}{8}$

۸۳ اگر $\frac{ax^2 - ax}{4x} \times \frac{1}{x^2 + x - 2} = 6$ باشد، عدد a کدام است؟

- ① ۸ ② ۶ ③ ۴ ④ ۳

۸۴ حاصل عبارت $\left(\frac{x^2 + 1}{x + 2} - 2 \right) \div \left(\frac{1}{x^2 + 2x} \right)$ کدام است؟

- ① $x^2 - 3x$ ② $x^2 - x$ ③ $x^2 + x$ ④ $x^2 + 3x$

۸۵ حاصل $\frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 5x + 6} \div \frac{1}{x^2 - 3x}$ کدام است؟

- ① $\frac{1}{2}x$ ② $2x - 1$ ③ $\frac{x + 2}{2}$ ④ $x + 1$

۸۶ اگر $x^2 - 2x = 3$ باشد، حاصل $\frac{x^2 - 1}{2^3}$ کدام می تواند باشد؟

- ① ۱ ② ۲ ③ ۳ ④ ۴

۸۷ اگر $0 < a < 1$ ، حاصل عبارت $A = |\sqrt[3]{a} - a| - |a - \sqrt{a}| - |\sqrt{a} - \sqrt[3]{a}|$ کدام است؟

- ① $2\sqrt{a}$ ② صفر ③ $-2\sqrt[3]{a}$ ④ $-2(\sqrt{a} - a)$



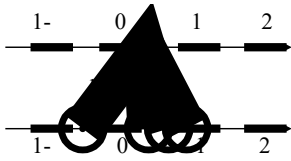
۸۸ اگر $\frac{1}{x^2 - 3x + 2} = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-2}$ باشد، مقادیر a و b به ترتیب از راست به چپ برابر با کدام است؟

- ۱) ۱ و ۴ ۲) ۴ و ۱ ۳) ۱ و ۴ ۴) ۱ و ۴

۸۹ حاصل $(\sqrt[3]{2}\sqrt{7-\sqrt{5}})\sqrt{7} \times (\sqrt[3]{2}\sqrt{7+\sqrt{5}})\sqrt{5}$ کدام است؟

- ۱) $8\sqrt[3]{2}$ ۲) ۱۶ ۳) ۸ ۴) ۴

۹۰ در شکل زیر، نقطه‌ای از محور بالا توسط خط a و c و خط شکسته‌ی b به ریشه‌های سوم، چهارم و پنجم خود در محور پایین وصل شده است. از راست به چپ به ترتیب کدام خط مربوط به ریشه‌ی سوم، ریشه‌ی چهارم و ریشه‌ی پنجم است؟



- ۱) c, b, a ۲) b, c, a ۳) a, b, c ۴) b, a, c

۹۱ اگر $m = 3 \cot \theta$ و θ زاویه‌ای در ناحیه‌ی سوم مثلثاتی باشد، حاصل عبارت $A = \sqrt{m^2 + 9}$ کدام است؟

- ۱) $\frac{3}{\cos \theta}$ ۲) $-(3 \cot \theta + 3)$ ۳) $3 \cos \theta$ ۴) $\frac{3}{\sin \theta}$

۹۲ حاصل عبارت $\frac{1 - \sqrt{2}}{1 + \sqrt{2}} - \frac{4\sqrt{6}}{\sqrt{12}}$ کدام است؟

- ۱) -۳ ۲) -۲ ۳) -۱ ۴) صفر

۹۳ ساده شده‌ی عبارت $\frac{2 - \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} + \sqrt{75} - \frac{1}{2} \sqrt{196}$ کدام است؟

- ۱) $\sqrt{3}$ ۲) $2\sqrt{3}$ ۳) $3\sqrt{3}$ ۴) $5\sqrt{3}$

۹۴ اگر عبارت‌های $A = \sqrt[4]{-x} \times y^{\frac{1}{3}}$ و $B = \frac{z^{-\frac{1}{4}}}{\sqrt[5]{xy}}$ تعریف شده باشند، علامت A و B چگونه است؟

- ۱) $A > 0, B > 0$ ۲) $A > 0, B < 0$ ۳) $A < 0, B < 0$ ۴) A و B می‌توانند مثبت یا منفی باشند.

۹۵ اگر m و n دو عدد طبیعی بزرگ‌تر از یک باشند، حاصل عبارت $\frac{\sqrt[m]{n} \times \sqrt[n]{m}}{\sqrt[n]{m} \times \sqrt[m]{n}}$ کدام است؟

- ۱) $\sqrt[n]{\left(\frac{-}{n}\right)^{m+n}}$ ۲) $\sqrt[mn]{\left(\frac{-}{m}\right)^{m+n}}$ ۳) $\sqrt[m+n]{\left(\frac{-}{m}\right)^{mn}}$ ۴) ۱

۹۶ ساده شده‌ی عبارت $\left| \frac{\sqrt{5}}{2 - \sqrt{5}} \right| - \left| \frac{4}{3 - \sqrt{5}} \right|$ کدام است؟

- ۱) -۱ ۲) ۲ ۳) $2 + \sqrt{5}$ ۴) $1 + 2\sqrt{5}$



۹۷) اگر $a^6 = \frac{(\sqrt{\sqrt{3}+1})^{\frac{2}{3}} \times 27^{\frac{1}{9}} \times (\sqrt{3}-1)^{\frac{1}{3}}}{(2 \times 324^{\frac{1}{2}})^{-1}}$ مقدار a کدام است؟

- ۱) $\frac{1}{12}$ ۲) $\frac{1}{6}$ ۳) $\frac{1}{3}$ ۴) ۱

۹۸) حاصل $\frac{1}{\sqrt[4]{5}}$ با کدام گزینه برابر است؟

- ۱) $\sqrt[4]{625}$ ۲) $\sqrt[4]{125}$ ۳) $5\sqrt[4]{125}$ ۴) $\frac{\sqrt[4]{125}}{5}$

۹۹) حاصل $\frac{1}{\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1}$ برابر با کدام است؟

- ۱) $\sqrt[3]{2} - 1$ ۲) $\sqrt[3]{2} + 1$ ۳) $\frac{1}{\sqrt[3]{2} - 1}$ ۴) $\frac{1}{\sqrt[3]{2} + 1}$

۱۰۰) حاصل عبارت $\frac{2}{\sqrt{2} - \sqrt{3}}$ بعد از گویا کردن کدام است؟

- ۱) $-2\sqrt{2} - 2\sqrt{3}$ ۲) $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ ۳) $2 - \sqrt{3}$ ۴) $\sqrt{2} - 3$

۱۰۱) اگر محیط دایره‌ای $\frac{6}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$ باشد، مساحت آن کدام است؟ ($\pi \simeq 3$)

- ۱) $3(5 - 2\sqrt{6})$ ۲) $5(3 - 2\sqrt{6})$ ۳) $3(2 - 3\sqrt{5})$ ۴) $2(3 - 5\sqrt{6})$

۱۰۲) حاصل عبارت $\frac{\sqrt[3]{\sqrt{6}+2} \times \sqrt[6]{10-4\sqrt{6}}}{\sqrt[5]{2}\sqrt[3]{4}}$ کدام است؟

- ۱) ۱ ۲) $\sqrt[3]{2}$ ۳) $\sqrt[6]{2}$ ۴) $\sqrt[15]{2}$

۱۰۳) اگر $0 < a < 1$ باشد، ریشه‌ی پنجم a از ریشه‌ی ششم a است و اگر $a > 1$ باشد، ریشه‌ی

چهارم a از ریشه‌ی پنجم a است.

- ۱) بزرگ‌تر - بزرگ‌تر ۲) بزرگ‌تر - کوچک‌تر ۳) کوچک‌تر - بزرگ‌تر ۴) کوچک‌تر - کوچک‌تر

۱۰۴) حاصل عبارت $\sqrt[3]{x^n} \sqrt{x^n}$ همواره کدام است؟ (عبارت تعریف شده است.)

- ۱) \sqrt{x} ۲) $\sqrt[3]{x^n}$ ۳) $\sqrt{x^n}$ ۴) $\sqrt[3]{x^{2n}}$



۱۰۵ حاصل عبارت $A = \frac{2x^2 + 3x + 1}{x^2 - 1} \times \frac{x^3 - 1}{4x^2 + 4x + 1}$ کدام است؟ (عبارت تعریف شده است.)

- ۱ $\frac{x^2 + x + 1}{2x + 1}$
 ۲ $\frac{1}{x + 1}$
 ۳ $\frac{x^2 - x + 1}{2x - 1}$
 ۴ $\frac{x + 1}{2}$

۱۰۶ حاصل $\sqrt[5]{(\sqrt{2} + 1)^4} \times \sqrt[5]{(3 - 2\sqrt{2})^2}$ کدام است؟

- ۱ ۲
 ۲ ۱
 ۳ $\sqrt{2}$
 ۴ $\sqrt[5]{2}$

۱۰۷ گویا شده‌ی کسر $A = \frac{6}{\sqrt[3]{54} - 2\sqrt[3]{27}}$ کدام است؟

- ۱ $\frac{\sqrt[3]{2} + 2}{6}$
 ۲ $\frac{\sqrt[3]{4} + 4}{3}$
 ۳ $\frac{\sqrt[3]{4} + 2\sqrt[3]{2} + 2}{6}$
 ۴ $\frac{\sqrt[3]{4} + 2\sqrt[3]{2} + 4}{3}$

۱۰۸ اگر 125^{y-x} ، 125^{y-x} و 5^{3x+y} سه جمله‌ی متوالی یک دنباله‌ی هندسی باشند، آنگاه کدام رابطه بین x و y برقرار است؟ ($x, y \neq 0$)

- ۱ $y = 4$
 ۲ $y = 3$
 ۳ $y = x$
 ۴ $x = 8$

۱۰۹ اگر $\alpha = \sqrt[4]{7\sqrt{3} + 12}$ و $\beta = \sqrt[4]{7\sqrt{3} - 12}$ ، حاصل $(\alpha^2 + \beta^2 + 4\alpha\beta)(\alpha^2 + \beta^2 - 4\alpha\beta)$ کدام است؟

- ۱ ۷
 ۲ $7\sqrt{3}$
 ۳ $7\sqrt[4]{3}$
 ۴ صفر

۱۱۰ حاصل عبارت $A = \sqrt[5]{8} \times (\sqrt[4]{4} \times \sqrt[7]{8})^{\frac{2}{3}}$ به صورت توان گویا کدام است؟

- ۱ $\frac{13}{225}$
 ۲ $\frac{128}{2105}$
 ۳ 27
 ۴ $\frac{67}{221}$

۱۱۱ اگر $\sqrt{x-2} + \sqrt{x+1} = 27$ ، مقدار $\sqrt{x+1} - \sqrt{x-2}$ کدام است؟

- ۱ ۳
 ۲ ۹
 ۳ $\frac{1}{3}$
 ۴ $\frac{1}{9}$

۱۱۲ اگر $x^2 + 3x + 1 = 0$ حاصل عبارت $x^3 + \frac{1}{x^3}$ کدام است؟ ($x \neq 0$)

- ۱ -۲۷
 ۲ ۲۷
 ۳ ۱۸
 ۴ -۱۸

۱۱۳ حاصل عبارت $A = \sqrt[3]{\frac{-\sqrt[6]{4}}{\sqrt[5]{-2}}} \times (0,5)^{-3}$ کدام است؟

- ۱ $\frac{137}{245}$
 ۲ $-\frac{137}{245}$
 ۳ $\frac{133}{215}$
 ۴ $-\frac{133}{215}$

توان های گویا و عبارت های جذری



۱۱۴ اگر $x + \frac{1}{x} = 3$ باشد، حاصل $x^3 + \frac{1}{x^3}$ کدام است؟

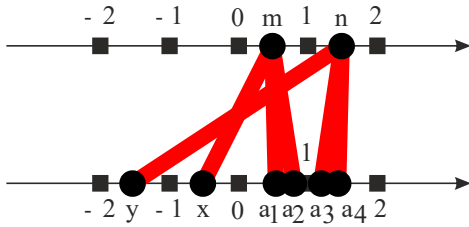
۵۴ (۴)

۹ (۳)

۲۷ (۲)

۱۸ (۱)

۱۱۵ در شکل زیر دو نقطه از محور بالا را به ریشه‌های دوم و سوم هر کدام از نقاط وصل می‌کنیم. مقادیر x و y به ترتیب از راست به چپ کدام است؟



$-a_4, -a_2$ (۲)

$-a_3, -a_2$ (۱)

$-a_4, -a_1$ (۴)

$-a_3, -a_1$ (۳)

۱۱۶ اگر x برابر ریشه سوم ۶۴، برابر با ریشه دوم ۸۱ باشد، ریشه دوم x کدام می‌تواند باشد؟

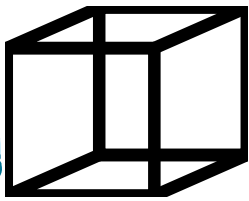
۲٫۲۵ (۴)

۲ (۳)

۱٫۵ (۲)

$\frac{4}{3}$ (۱)

۱۱۷ می‌خواهیم حجم مکعب مقابل بیشتر از ۱۲۵ و کمتر از ۷۲۹ باشد، بیشترین مقدار صحیح ضلع مکعب کدام است؟



۵ (۲)

۹ (۱)

۷ (۴)

۸ (۳)

۱۱۸ اگر n عددی طبیعی باشد، به طوری که $n < \sqrt[4]{357} < n + 1$ ، آنگاه n کدام است؟

۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

۱۱۹ اگر x عددی منفی باشد، ساده‌شده کسر $\frac{\sqrt[5]{x^5} \times \sqrt[4]{x^8}}{\sqrt[3]{x^3}}$ کدام است؟

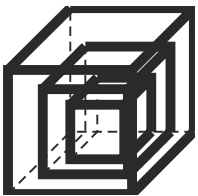
-۱ (۴)

x (۳)

$-x$ (۲)

۱ (۱)

۱۲۰ مطابق شکل، سه مکعب تودرتو داریم. اگر حجم بزرگ‌ترین مکعب ۱۲۵ و حجم کوچک‌ترین مکعب ۶۴ باشد، طول ضلع مکعب متوسط در کدام بازه قرار دارد؟



(۳، ۴) (۲)

(۲٫۵، ۳٫۵) (۱)

(۳٫۵، ۴٫۵) (۴)

(۴، ۵) (۳)

۱۲۱ تساوی $\sqrt[n]{a^n} = (\sqrt[n]{a})^n$ به‌ازای چه مقادیری از a و n برقرار نیست؟

$a < 0, n$ فرد (۴)

$a > 0, n$ فرد (۳)

$a < 0, n$ زوج (۲)

$a > 0, n$ زوج (۱)

۱۲۲ حاصل $(\frac{1}{4})^{-\frac{1}{4}}$ کدام است؟

$\sqrt{2}$ (۴)

$\frac{1}{16}$ (۳)

-۱۶ (۲)

$-\sqrt{2}$ (۱)



۱۲۳ ساده شده کسر $A = \frac{1 - \sqrt{2}}{1 + \sqrt{2}}$ کدام است؟

- ① $1 + \sqrt{2}$ ② $\sqrt{2} - 1$ ③ $1 + \sqrt[4]{2}$ ④ $1 - \sqrt[4]{2}$

۱۲۴ عبارت $x\sqrt{-x}$ با کدام عبارت زیر برابر است؟

- ① $-\sqrt{-x^3}$ ② $\sqrt{-x^3}$ ③ $-\sqrt{x^3}$ ④ $|x|\sqrt{-x}$

۱۲۵ اگر $0 < b < 1$ باشد، بین ریشه های سوم، چهارم و پنجم b کدام رابطه می تواند برقرار باشد؟

- ① ریشه پنجم b > ریشه چهارم b > ریشه سوم b ② ریشه سوم b > ریشه پنجم b > ریشه چهارم b
 ③ ریشه چهارم b > ریشه سوم b > ریشه پنجم b ④ ریشه پنجم b > ریشه سوم b > ریشه چهارم b

۱۲۶ در تجزیه عبارت $x^3 - 2xy + x^2y - 2y^2$ کدام عامل وجود دارد؟

- ① $x^2 + 2y$ ② $x - y$ ③ $x^2 - 2y$ ④ $2x + y^2$

۱۲۷ حاصل عبارت $A = x\sqrt[3]{x}\sqrt[5]{x^2}$ به ازای $x = \sqrt[15]{2^{15}}$ کدام است؟

- ① ۱ ② ۲ ③ ۸ ④ ۴

۱۲۸ مقدار $A = \frac{99^3 - 1}{99^2 + 100} \times \frac{99^3 + 1}{99^2 - 98}$ کدام است؟

- ① ۹۹۰۰ ② ۹۸۰۰ ③ ۹۹^۲ ④ ۹۸^۲

۱۲۹ اگر $0 < x < y < 1$ ، کدام رابطه الزاماً برقرار نیست؟

- ① $\sqrt{x} < y^2$ ② $x^2 < \sqrt[3]{y}$ ③ $\sqrt{x} < \sqrt[3]{y}$ ④ $x^3 < \sqrt[5]{y}$

۱۳۰ چه تعداد از عبارت های زیر نادرست هستند؟

الف) $\sqrt[3]{0,027} = \sqrt[4]{0,0081}$

ب) $(\sqrt[4]{-2})^4 = \sqrt[4]{(-2)^4}$

پ) $\sqrt[4]{(-5)^4} = -5$

ت) $\sqrt[3]{-3} \times \sqrt[3]{-9} \times \sqrt[4]{(-3)^4} = 9$

- ① ۱ ② ۲ ③ ۳ ④ ۴

۱۳۱ اگر $0 < a < 1$ باشد، آنگاه حاصل عبارت زیر کدام است؟

$A = |a - \sqrt{a}| - |a - \sqrt[3]{a}| + |\sqrt{a} - \sqrt[3]{a}|$

- ① $2\sqrt[3]{a}$ ② $\sqrt{a} - \sqrt{a}$ ③ $2a$ ④ صفر

۱۳۲ در تجزیه عبارت $y^5 + 2y^3 - 24y$ کدام عامل وجود ندارد؟

- ① $y^2 + 6$ ② $y - 2$ ③ $y + 2$ ④ $y - 4$



۱۳۳ با فرض $x = 2 + \sqrt{3}$ حاصل $x + \frac{1}{x}$ کدام است؟

- ۱ $2 - \sqrt{3}$ ۲ 2 ۳ 4 ۴ $4\sqrt{3}$

۱۳۴ ساده شده عبارت زیر در کدام گزینه آمده است؟

$$X = (2a - 3)(2a + 3)(16a^4 + 36a^2 + 81)$$

- ۱ $64a^6 - 729$ ۲ $8a^6 - 729$ ۳ $64a^6 - 243$ ۴ $8a^6 - 243$

۱۳۵ ساده شده عبارت مقابل کدام است؟

$$A = \frac{xy^3 + y^2 + y + 1 - x}{y^2 + y + 1}$$

- ۱ $xy^2 - 1$ ۲ $y^2 - x$ ۳ $xy - x + 1$ ۴ $y - x$

۱۳۶ اگر $x < 1$ باشد، حاصل عبارت $\sqrt[5]{(1-x)^5} + \sqrt{(x-1)^2} + \sqrt{(-3)^2}$ کدام است؟

- ۱ -3 ۲ $-2x + 5$ ۳ $2x - 5$ ۴ 3

۱۳۷ به ازای کدام مقدار k عبارت $\sqrt[3]{a^k} \sqrt{a^4}$ برابر a خواهد شد؟

- ۱ 2 ۲ 3 ۳ 4 ۴ 5

۱۳۸ اگر $x^{\frac{5}{a}} = 2$ باشد، ریشه دهم x کدام است؟ ($x > 0$ و a عددی گویا و مثبت است.)

- ۱ فقط $\frac{a}{250}$ ۲ فقط $\frac{a}{25}$ ۳ $\pm \frac{a}{25}$ ۴ $\pm \frac{a}{250}$

۱۳۹ اگر $\sqrt[3]{x} - \frac{1}{\sqrt[3]{x}} = 2$ باشد، حاصل عبارت $\frac{x^2 - 1}{x}$ کدام است؟

- ۱ 6 ۲ 2 ۳ 14 ۴ 12

۱۴۰ حاصل عبارت $A = 5\sqrt[3]{-0,027} + 2\sqrt[4]{\frac{1}{16}} + \sqrt[5]{\frac{-243}{32}}$ کدام است؟

- ۱ $1,5$ ۲ 1 ۳ $-1,3$ ۴ -2

۱۴۱ حاصل عبارت $(3\sqrt{2} - \sqrt{1})(3\sqrt{2} - \sqrt{2})(3\sqrt{2} - \sqrt{3}) \dots (3\sqrt{2} - \sqrt{20})$ کدام است؟

- ۱ $(3\sqrt{2})^{20} - 20$ ۲ $(3\sqrt{2})^{20} + 20$ ۳ $(3\sqrt{2})^{20} - 20\sqrt{20}$ ۴ صفر

۱۴۲ حاصل $\sqrt{14 - \sqrt{52}} - \sqrt{14 + \sqrt{52}}$ کدام است؟

- ۱ 2 ۲ -2 ۳ 3 ۴ -3

۱۴۳ به ازای چه مقدار a رابطه $\left(\frac{4^a}{2\sqrt{8}}\right)^2 = 2\sqrt{288}$ برقرار است؟

- ۱ $2\sqrt{2}$ ۲ $3\sqrt{2}$ ۳ $4\sqrt{2}$ ۴ $8\sqrt{2}$



۱۴۴ در تساوی $\frac{6+3}{x-1} = \frac{3}{x-1} + \frac{2}{\sqrt{x}-1} + \frac{1}{\sqrt[4]{x}-1}$ عبارت A کدام است؟

- ۱ $\sqrt[4]{x^3} + \sqrt[4]{x}$
 ۲ $\sqrt[4]{x^3+x}$
 ۳ $\sqrt[4]{x^3} + \sqrt{x}$
 ۴ $\sqrt[4]{x^3} + 2\sqrt[4]{x}$

۱۴۵ مقدار $\sqrt{\sqrt{7-4\sqrt{3}} - 2\sqrt{\sqrt{7+4\sqrt{3}}}} + \sqrt{27}$ کدام است؟

- ۱ ۲
 ۲ $-2\sqrt{3}(2+\sqrt{3})$
 ۳ $4\sqrt{3}+6$
 ۴ -۲

۱۴۶ نردبانی به طول ۱۳ متر را طوری به دیوار یک ساختمان تکیه داده‌ایم که فاصله پای نردبان تا دیوار ۷ متر

کمتر از سر نردبان تا زمین است. فاصله سر نردبان تا زمین چقدر است؟

- ۱ ۵
 ۲ ۱۲
 ۳ ۸
 ۴ ۱۵

۱۴۷ اگر $\sqrt[3]{a} > a$ باشد، آنگاه کدام گزینه همواره درست است؟

- ۱ $-1 < a < 0$
 ۲ $\sqrt[3]{a} > \sqrt[5]{a}$
 ۳ $a^4 < a$
 ۴ $a^5 < a$

۱۴۸ اگر $-1 \leq x < 0$ باشد، حاصل $\sqrt{x^2} + \sqrt[3]{x^3} + \sqrt[6]{x^6} + \sqrt[7]{x^7}$ کدام است؟

- ۱ $4x$
 ۲ $-4x$
 ۳ $2x$
 ۴ صفر

۱۴۹ حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$\frac{\sqrt[4]{\sqrt[6]{\sqrt[5]{4^3}}} \times \sqrt[6]{\sqrt[5]{\sqrt[4]{9^6}}}}{\sqrt[4]{\sqrt[3]{\sqrt[5]{3^2^3}}}}$$

- ۱ $\sqrt[20]{\frac{81}{16}}$
 ۲ $\sqrt[20]{\frac{9}{4}}$
 ۳ $\sqrt[10]{\frac{3}{4}}$
 ۴ $\sqrt[10]{\frac{9}{2}}$

۱۵۰ اگر $0 < a < 1$ باشد، آنگاه حاصل عبارت $A = |a - \sqrt[3]{a}| + |-\sqrt{a} + \sqrt[3]{a}|$ کدام است؟

- ۱ $2\sqrt[3]{a}$
 ۲ $\sqrt{a} - a$
 ۳ $a - \sqrt{a}$
 ۴ $2\sqrt[3]{a} - \sqrt{a} - a$

۱۵۱ حاصل عبارت $x = \sqrt{3} + 1$ به ازای $x^3 - 3x^2 + 3x - 3\sqrt{3}$ کدام است؟

- ۱ $1 + 3\sqrt{3}$
 ۲ $1 + \sqrt{3}$
 ۳ ۱
 ۴ $3\sqrt{2} - 1$

۱۵۲ حاصل عبارت $(2\sqrt{2} + \sqrt{6} + \frac{5\sqrt{6} + 3}{\sqrt{3} + 1})^{-1}$ کدام است؟

- ۱ $\frac{\sqrt{2}}{16}$
 ۲ $\frac{2}{8}$
 ۳ $\frac{\sqrt{3}}{16}$
 ۴ $\frac{3}{8}$



۱۵۳) اگر $x \geq 0$ ، آنگاه حاصل $\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}}$ کدام است؟

- ① $x^{\sqrt{x}}$ ② \sqrt{x} ③ $\sqrt[3]{x^3}$ ④ $\sqrt{x^{\sqrt{x}}}$

۱۵۴) اگر $\alpha > 0$ و $\sqrt[n]{8} \times \sqrt[n]{4} = \sqrt[n]{\alpha}$ ، مقدار $\sqrt{\sqrt{\alpha} \times \sqrt[5]{2\alpha+1}}$ کدام است؟

- ① ۹ ② ۲ ③ ۳ ④ ۴

۱۵۵) اگر $-1 < a < 0$ و مقادیر $\sqrt[3]{a^2}$ ، $-\sqrt[3]{a^2}$ ، $\frac{1}{a^3}$ ، a^2 و $\sqrt{-a}$ را روی محور اعداد نشان دهیم سومین عدد

از سمت چپ کدام است؟

- ① $\sqrt{-a}$ ② $-\sqrt[3]{a^2}$ ③ a^2 ④ $\sqrt[3]{a}$

۱۵۶) اگر $x = \sqrt[3]{5+2\sqrt{6}} + \sqrt[3]{5-2\sqrt{6}}$ ، حاصل $x^3 - 3x$ کدام است؟

- ① -۱۰ ② -۸ ③ ۱۰ ④ ۸

۱۵۷) اگر ریشه دوم x را به توان ۳ برسانیم، عدد حاصل ۸ برابر ریشه چهارم x^2 می‌شود. ریشه سوم x کدام است؟

- ① ۲ ② $2\sqrt{2}$ ③ $\sqrt[3]{4}$ ④ ۴

۱۵۸) اگر $\frac{288a\sqrt[2]{b^4}}{a^{\frac{\sqrt{2}}{2}}} = \sqrt{72}$ باشد، مجموع مقادیر ممکن برای b کدام است؟

- ① $-\sqrt{2}$ ② صفر ③ $\sqrt{2}$ ④ $\frac{\sqrt{2}}{2}$

۱۵۹) حاصل ساده شده ی عبارت $(\sqrt{3} + 1)^{\frac{1}{3}} \sqrt[3]{2(2 - \sqrt{3})}$ کدام است؟

- ① $\frac{1}{2^3}$ ② $\frac{2}{2^3}$ ③ $\frac{1}{2^6}$ ④ $\frac{3}{2^2}$

۱۶۰) اگر جمله عمومی دنباله a_n به صورت $a_n = 3^{\frac{n}{2}}$ باشد، حاصل عبارت $\frac{(a_{2n+5})^{\frac{2n+5}{2}} - (a_n)^n}{(a_{n+2})^{n+2} - (a_{3n-5})^{\frac{3n-5}{3}}}$

کدام است؟ ($n \geq 2$)

- ① a_{n+1} ② a_{n-1} ③ $\frac{1}{3}$ ④ ۳



۱۶۱) برای اعداد حقیقی a و b ، اگر تساوی $13 - 2a + 4b - 2ab + b^2 + 2a^2 = 0$ برقرار باشد، حاصل $3a + 2b$ کدام است؟

- ۱) ۱ ۲) ۱۹ ۳) -۱ ۴) -۱۹

۱۶۲) در تجزیه عبارت $3a^3b - 12ab^3 + a^3 - 8b^3$ کدام عامل ضرب وجود دارد؟

- ۱) $a - 2b$ ۲) $a + 2b$ ۳) $3a + 2b$ ۴) $3a - b$

۱۶۳) ساده شده عبارت $\left| \frac{\sqrt{5}}{2 - \sqrt{5}} \right| - \left| \frac{4\sqrt{5}}{3 - \sqrt{5}} \right|$ کدام است؟

- ۱) $-\sqrt{5}$ ۲) $\sqrt{5}$ ۳) $2\sqrt{5}$ ۴) $-2\sqrt{5}$

۱۶۴) خلاصه شده عبارت $(\frac{1}{\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{2}} - \sqrt[3]{9} - \sqrt[3]{6})^{1/5}$ کدام است؟

- ۱) $\sqrt[3]{2}$ ۲) ۲ ۳) $\sqrt[3]{2^2}$ ۴) $\sqrt[3]{2}$

۱۶۵) حاصل $\sqrt{\frac{2 - \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}}} + \sqrt{3} + 1$ کدام است؟

- ۱) ۱ ۲) $2\sqrt{3} - 1$ ۳) ۳ ۴) $\sqrt{3} - 1$

۱۶۶) در شکل زیر سه مکعب تودرتو واقع شده‌اند. اگر حجم بزرگ‌ترین مکعب برابر ۶۵ و حجم کوچک‌ترین مکعب برابر ۸ باشد، طول ضلع مکعب میانی کدام یک از اعداد زیر نمی‌تواند باشد؟



- ۱) ۱٫۹ ۲) ۲٫۷ ۳) ۳٫۶ ۴) ۴

۱۶۷) در نامعادله $-2 \leq \sqrt[4]{x} \leq 3$ ، چه مقدار صحیح برای x می‌توان یافت؟

- ۱) ۸۰ ۲) ۸۲ ۳) ۶۵ ۴) ۶۶

۱۶۸) در دنباله با جمله عمومی $a_n = 2^{an+b}$ ، اگر جمله سوم 1024 و قدر نسبت ۸ باشد، جمله بیستم دنباله $b_n = bn + a$ کدام است؟

- ۱) ۱۳ ۲) ۲۳ ۳) ۶۳ ۴) ۳۶

۱۶۹) حاصل عبارت $A = \sqrt[3]{-0,008} + 3 \times \sqrt[4]{\frac{1}{625}} - \sqrt[5]{\frac{-1}{32}}$ کدام است؟

- ۱) ۰٫۹ ۲) -۰٫۱ ۳) ۰٫۵ ۴) -۰٫۵



۱۷۰ کدام گزینه نادرست است؟

(۲) $(-2)^6 > (\frac{1}{2})^3$

(۱) $(-0.1)^5 > (-0.1)^9$

(۴) $(0.4)^7 > (\frac{3}{5})^7$

(۳) $(-0.1)^3 > -\sqrt[5]{0.00001}$

۱۷۱ کدام گزینه درست نیست؟

(۱) هر عدد حقیقی دارای دو ریشه چهارم است که قرینه یکدیگرند. (۲) هر عدد حقیقی دارای یک ریشه پنجم است.

(۳) هر عدد حقیقی دارای یک ریشه سوم است. (۴) اعداد ۳ و -۳ ریشه های چهارم ۸۱ هستند.

۱۷۲ عبارت $2x^2 + 3x - 2$ مضرب کدام یک از عبارت های زیر است؟

(الف) $2x + 1$ (ب) $x - 1$ (پ) $2x - 1$ (ت) $x + 2$

(۱) پ و ت (۲) پ و ب (۳) الف و ت (۴) الف و پ

۱۷۳ اگر $0 < a < 1 < b$ باشد، آن گاه کدام گزینه درست نیست؟

(۱) $\sqrt{a} < \sqrt[3]{a}$ (۲) $\sqrt[3]{b} < \sqrt{b}$ (۳) $\sqrt[3]{a} < \sqrt{b}$ (۴) $b^2 < a^4$

۱۷۴ حاصل عبارت روبه رو کدام است؟

$$\frac{\left(16\frac{1}{2}\right)^{\frac{2}{3}} \times 5^{\frac{2}{3}} \times 10^{-\frac{4}{3}}}{(\sqrt{20})^{\frac{2}{3}} \times (25)^{-\frac{2}{3}}}$$

(۴) $\frac{2^{12} \cdot 5}{5}$

(۳) $\frac{5^{12}}{2}$

(۲) $\frac{2^{12} \cdot 5}{5}$

(۱) $\frac{5^{12}}{2}$

۱۷۵ اگر a و b منفی و n زوج باشد، حاصل عبارت $\sqrt[n]{a^n} \times \sqrt[n]{\left(\frac{1}{a}\right)^{2n}} \times \sqrt[n]{(ab)^{2n}}$ کدام است؟ ($a, b \in \mathbb{R}$)

(۴) $-b^3$

(۳) a

(۲) $-ab^3$

(۱) b^3

۱۷۶ اگر $a = 32$ ، $r = \frac{1}{2}$ و $s = \frac{1}{3}$ باشد، مقدار عددی کدام یک از گزینه های زیر از سایر گزینه ها بزرگ تر است؟

(۴) $((\sqrt{a})^r)^s$

(۳) $\frac{\left(\frac{1}{a}\right)^{\frac{1}{r}}}{\left(\frac{1}{a}\right)^{\frac{1}{s}}}$

(۲) a^{r-s}

(۱) a^{s-r}



۱۷۷) چه تعداد از گزاره‌های زیر همواره درست است؟ $(a, b \geq 0, a, b \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{N})$

$\sqrt[n]{a+b} = \sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{b}$ (۱) $\sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$ (۲)
 $(\sqrt[n]{a})^n = a$ (۳) $a > b \Rightarrow \sqrt[n]{a} > \sqrt[n]{b}$ (۴)

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۷۸) کدام یک از عبارات‌های زیر همواره درست است؟ $(a, b \in \mathbb{R})$

- ۱) برای هر دو عدد a و b رابطه $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$ برقرار است.
 ۲) \sqrt{m} برای نمایش ریشه‌های دوم عدد m به کار می‌رود. ($m > 0$)
 ۳) b ریشه n ام عدد a است اگر $b^n = a$ ($n \in \mathbb{N}, n \geq 2$)
 ۴) برای هر a داریم: $\sqrt[k]{a^m} = (\sqrt[k]{a})^m$ (m عدد صحیح و k عدد طبیعی است).

۱۷۹) اگر $a - b = 3$ ، $ab = \frac{3}{4}$ و a و b هر دو مثبت باشند، آنگاه مقدار $(a + b)^{-3}$ کدام است؟

۱ (۱) ۲۴ $\sqrt{3}$ (۲) ۷۲ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{72}$ (۴)

۱۸۰) اگر $x = 1 + \sqrt{3}$ و $y = 2 - \sqrt{3}$ باشد، حاصل $x^{-2} + \frac{y^{-1}}{2}$ کدام است؟

۱ (۱) ۰ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴)

۱۸۱) چه تعداد از گزاره‌های زیر همواره درست است؟

- الف) اگر $0 < a < 1$ باشد، آنگاه $a^{21} > a^{17}$
 ب) ریشه چهارم مثبت اعداد مثبت از ریشه دوم مثبت شان کوچک تر است.
 ج) $\sqrt[3]{-0.1} < -\sqrt[4]{0.1}$
 د) اگر $a^6 > a^{10}$ باشد، آنگاه $a^5 > a^{11}$ است.

۱ (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴)

۱۸۲) حاصل عبارت $(1 + \sqrt{2})(\sqrt{3} - 2\sqrt{2})(\sqrt[3]{2} \times \sqrt{\sqrt{2}})$ کدام است؟

$\sqrt[3]{2}$ (۱) ۱ (۲) $\sqrt[24]{2^7}$ (۳) $\sqrt[12]{2^7}$ (۴)

۱۸۳) در تجزیه $27a^5 + 27a^3b^2 + b^3a^2 + b^5$ کدام عامل وجود دارد؟

$a^2 - b^2$ (۱) $3a - b$ (۲) $3a + b$ (۳) $a^2 + b$ (۴)

۱۸۴) حاصل $(4^{-0.25} - (2\sqrt{2})^{-\frac{4}{3}})(4^{-\frac{1}{4}} + (2\sqrt{2})^{-\frac{4}{3}})$ کدام است؟

$\frac{9}{16}$ (۱) $\frac{31}{16}$ (۲) $-\frac{1}{8}$ (۳) $\frac{9}{16}$ (۴)



۱۸۵ حاصل عبارت $A = \frac{\sqrt[4]{625}}{\sqrt[5]{-128}} + \frac{3\sqrt[3]{-27}}{4\sqrt[5]{-\frac{1}{32}}} + \sqrt[3]{64}$ کدام است؟

- ۱) -۲ ۲) ۲ ۳) -۳ ۴) ۶

۱۸۶ اگر ریشه دوم عددی $10\sqrt{2}$ باشد، ریشه سوم آن بین کدام دو عدد صحیح متوالی قرار دارد؟

- ۱) ۲۰۱ ۲) ۳۰۲ ۳) ۴۰۳ ۴) ۶۰۵

۱۸۷ اگر $0 < a < b < 1$ باشد، کدام گزینه همواره صحیح است؟

- ۱) $\sqrt[5]{a} > \sqrt[5]{b}$ ۲) $\sqrt[5]{a} < \sqrt[5]{b}$ ۳) $\sqrt[5]{b} < \sqrt[5]{a}$ ۴) $\sqrt[5]{b} > \sqrt[5]{a}$

۱۸۸ شرط برقراری تساوی $\sqrt[k]{a^m} = (\sqrt[k]{a})^m$ کدام است؟

- ۱) این تساوی همواره برقرار است.
 ۲) تنها به ازای مقادیر مثبت a ، m و k برقرار است.
 ۳) اگر a نامنفی باشد، باید k زوج باشد. برای بقیه حالت‌ها برقرار است.
 ۴) اگر k زوج باشد باید a نامنفی باشد. برای بقیه حالت‌ها برقرار است.

۱۸۹ کدام گزینه صحیح است؟

- ۱) $\sqrt[3]{11} < \sqrt{5} < 2\sqrt[6]{2}$ ۲) $\sqrt[3]{11} < 2\sqrt[6]{2} < \sqrt{5}$ ۳) $\sqrt{5} < \sqrt[3]{11} < 2\sqrt[6]{2}$ ۴) $\sqrt{5} < 2\sqrt[6]{2} < \sqrt[3]{11}$

۱۹۰ اگر $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[n]{a^{k-2}}$ باشد، حاصل $\sqrt{(k-2)(\lambda k+1)}$ کدام است؟ (عبارت‌ها تعریف شده هستند.)

- ۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

۱۹۱ چه تعداد از تساوی‌های زیر همواره برقرار است؟

- الف) $\sqrt[4]{a^{12}} = a^3$ ب) $\sqrt[32]{a^{16}} = \sqrt{a}$ ج) $\sqrt[15]{a^3} = \sqrt[5]{a}$ د) $\sqrt[9]{-x^3} = -\sqrt[3]{x}$
- ۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۱۹۲ حاصل عبارت $\frac{x\sqrt[5]{x}}{\sqrt[5]{x}\sqrt{x}}$ همواره کدام است؟ (عبارت‌ها تعریف شده هستند.)

- ۱) $\sqrt[5]{x^3}$ ۲) $\frac{1}{\sqrt[5]{x^3}}$ ۳) $\sqrt[5]{x^3}$ ۴) $\frac{1}{\sqrt[5]{x^3}}$

۱۹۳ حاصل عبارت $(\frac{\sqrt[3]{4}}{2\sqrt[5]{8}} + \frac{\sqrt[5]{4}}{2\sqrt[3]{2}})^{60}$ کدام است؟

- ۱) $\frac{1}{4}$ ۲) 2^{-16} ۳) 2^{-32} ۴) 2^4



۱۹۴ کدام یک از جملات زیر نادرست است؟

- ۱ ریشه‌های چهارم هر عدد مثبت، قرینه یکدیگرند. ۲ ریشه پنجم هر عدد منفی، عددی منفی است.
 ۳ جذر هر عدد بزرگ‌تر از ۱ از سایر ریشه‌هایش بزرگ‌تر است. ۴ جذر هر عدد بین صفر و یک از سایر ریشه‌هایش بزرگ‌تر است.

۱۹۵ چه تعداد از جملات زیر نادرست است؟

- الف - هر عدد مثبت، دارای ۲ ریشه چهارم است که باهم قرینه‌اند.
 ب - ریشه سوم هر عدد از خود عدد کم‌تر است.
 ج - ریشه چهارم اعداد مثبت از ریشه سوم‌شان کم‌تر است.

- ۱ ۱) ۲) ۳) ۴)

۱۹۶ حاصل عبارت $(\sqrt{7} + \sqrt{6})^{\sqrt{5+2}} (\sqrt{7} - \sqrt{6})^{\frac{1}{\sqrt{5-2}}}$ کدام است؟

- ۱ ۱) ۲) ۳) ۴)

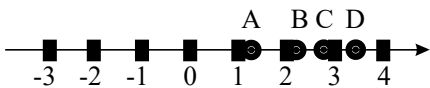
۱۹۷ در کدام گزینه، اعداد به درستی مرتب شده‌اند؟

- ۱) $\sqrt[3]{31} < \sqrt[4]{80} < \sqrt{10} < \sqrt[6]{972}$ ۲) $\sqrt[3]{31} < \sqrt[4]{80} < \sqrt[6]{972} < \sqrt{10}$
 ۳) $\sqrt[4]{80} < \sqrt[3]{31} < \sqrt{10} < \sqrt[6]{972}$ ۴) $\sqrt[4]{80} < \sqrt[3]{31} < \sqrt[6]{972} < \sqrt{10}$

۱۹۸ با فرض $x > \sqrt{a}$ ، ساده‌شده عبارت $\sqrt{\frac{x^2+a}{x}} - 2\sqrt{a} + \sqrt{\frac{x^2+a}{x}} + 2\sqrt{a}$ کدام است؟

- ۱) $2a$ ۲) $2\sqrt{a}$ ۳) $2\sqrt{x}$ ۴) $2x$

۱۹۹ مطابق شکل زیر، کدام یک از نقاط A, B, C, D یا نمایانگر عدد $\sqrt[3]{25}$ است؟



- ۱) A ۲) B ۳) C ۴) D

۲۰۰ اگر $a = \sqrt{6 + \sqrt{20}}$ و $b = \sqrt{6 - \sqrt{20}}$ باشند، حاصل $a + b$ کدام است؟

- ۱) ۲ ۲) $2\sqrt{5}$ ۳) ۴ ۴) $4\sqrt{5}$

۲۰۱ کدام گزینه درست است؟

- ۱) $\sqrt[4]{625}$ دارای دو مقدار است که قرینه یکدیگرند. ۲) معادله $\sqrt[5]{a} = a$ تنها دارای دو جواب $a = 1$ و $a = -1$ است.
 ۳) بین اعداد صحیح ۳ و ۴ قرار دارد. ۴) هر عدد مثبت، دو ریشه چهارم دارد.

۲۰۲ اگر $0 < a < 1$ باشد، کدام گزینه درست است؟

- ۱) $a^3 < a$ ۲) $\sqrt[3]{a} < \sqrt[5]{a}$ ۳) $\frac{1}{a} < a$ ۴) $a^3 > a^5$

۲۰۳ در صورتی که $0 < a < 1$ باشد، کدام یک از نامساوی‌های زیر همواره نادرست است؟

- ۱) $\sqrt[5]{a} > a$ ۲) $\sqrt[3]{a} > \sqrt{a}$ ۳) $\sqrt[5]{-a} < \sqrt{-a}$ ۴) $-a < \sqrt[3]{-a}$



۲۰۴ حاصل عبارت $A = \sqrt[3]{1 - \sqrt{2}} \times \sqrt[6]{3 + 2\sqrt{2}}$ کدام است؟

- ۱) -۴ ۲) -۲ ۳) -۱ ۴) ۲

۲۰۵ اگر $a(a^2 + 3ab) = 7$ و $b(b^2 + 3ab) = 20$ باشد، $a + b$ کدام است؟

- ۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

۲۰۶ حاصل عبارت تعریف شده زیر کدام است؟

$$A = \frac{2}{\sqrt{x} - 2} + \frac{2}{\sqrt{x} + 2} + \frac{4}{x - 4}$$

- ۱) $\frac{4(\bar{x} - 1)}{x - 4}$ ۲) $\frac{4(\bar{x} + 1)}{x - 4}$ ۳) $\frac{2(\bar{x} - 1)}{x - 4}$ ۴) $\frac{2(\bar{x} + 1)}{x - 4}$

۲۰۷ اگر $\sqrt[4]{a^3} < \sqrt[3]{a} < 0$ باشد، آنگاه کدام گزینه درست نیست؟

- ۱) $\sqrt[4]{a} < \sqrt[5]{a}$ ۲) $a^3 < a^4$ ۳) $\sqrt[3]{a} < \sqrt{a}$ ۴) $\sqrt[6]{a^5} < \sqrt[4]{a}$

۲۰۸ حاصل عبارت $(\sqrt[5]{5} - 2)^{\frac{1}{3}} (9 + 4\sqrt[5]{5})^{\frac{1}{6}}$ کدام است؟

- ۱) $\frac{\sqrt[2]{2}}{2}$ ۲) $2\sqrt[2]{2}$ ۳) $\sqrt[2]{2}$ ۴) $\sqrt[3]{2}$

۲۰۹ حاصل عبارت $A = (1 + \sqrt[3]{3})^3 + (1 - \sqrt[3]{3})^3$ در کدام گزینه آمده است؟

- ۱) ۲۰ ۲) $4\sqrt[3]{3}$ ۳) ۲۴ ۴) $8\sqrt[3]{3}$

۲۱۰ کدام گزینه درست است؟

- ۱) $\sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b}$ را همواره می توان به صورت $\sqrt[n]{ab}$ نوشت.
 ۲) $\sqrt[n]{a^m}$ را همواره می توان به صورت $(\sqrt[n]{a})^m$ نوشت.
 ۳) $\sqrt[n]{ab}$ را همواره می توان به صورت $\sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b}$ نوشت.
 ۴) $\sqrt[4]{x^4}$ برابر است با $\pm x$.



پاسخنامه تشریحی

1 2 3 4 1

$$-3 \leq \sqrt[3]{x} \leq 5 \xrightarrow{(\quad)^3} -27 \leq x \leq 125$$

تعداد اعداد صحیح این بازه عبارتست از:

$$125 - (-27) + 1 = 153$$

1 2 3 4 2

هر عدد مثبت، دو ریشه ی دوم قرینه هم دارد.

$$\frac{\sqrt[3]{64}}{\pm\sqrt{32}} = \frac{\sqrt[3]{4^3}}{\pm\sqrt{16 \times 2}} = \frac{4}{\pm 4\sqrt{2}} = \frac{1}{\pm\sqrt{2}} = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$$

1 2 3 4 3

اعداد بازه ی $0 < a < 1$ هر چه به توان بزرگتر برسند، به صفر نزدیکتر می شوند؛ توان های زوج آنها نیز مثبت می شود.

داریم:

$$\sqrt[5]{a} < \sqrt[3]{a} < a < -a^2 < a^3 < -a^4$$

محدوده هر گزینه را مشخص می کنیم: 1 2 3 4 4

$$1) \underset{8}{2^3} < 9 < \underset{9}{3^2} \xrightarrow{\sqrt[3]{\quad}} 2 < \sqrt[3]{9} < 3$$

$$\xrightarrow{x(-1)} -3 < -\sqrt[3]{9} < -2 \Rightarrow A = -\sqrt[3]{9} \text{ درست}$$

$$2) \frac{1}{2} \simeq \frac{1}{4} \xrightarrow{\times(-3)} -\frac{3}{2} \simeq -\frac{3}{4} \Rightarrow C \simeq -\frac{3}{4} \Rightarrow -5 < C < -4 \text{ درست}$$

$$3) 8 < 17 < 27 \xrightarrow{\sqrt[3]{\quad}} 2 < \sqrt[3]{17} < 3 \xrightarrow{\times(-1)} -3 < \underbrace{-\sqrt[3]{17}}_E < -2 \Rightarrow -3 < E < -2 \text{ نادرست}$$

$$4) 9 < 15 < 16 \xrightarrow{\sqrt{\quad}} 3 < \sqrt{15} < 4 \xrightarrow{\times(-1)} -4 < -\sqrt{15} < -3 \Rightarrow 3 < D < -4 \text{ درست}$$

1 2 3 4 5

$$\text{درست } \sqrt[6]{4} \times \sqrt[6]{80} = \sqrt[6]{4 \times 80} = \sqrt[6]{320} = \sqrt[6]{2^6 \times 5} = \sqrt[6]{2^6} \times \sqrt[6]{5} = 2 \times \sqrt[6]{5}$$



$$\begin{aligned} \text{ب) } \sqrt[5]{72} \times \sqrt[5]{108} &= \sqrt[5]{72 \times 108} = \sqrt[5]{(3^2 \times 2^3) \times (3^3 \times 2^3)} = \sqrt[5]{3^5 \times 2^5} \\ &= \sqrt[5]{3^5} \times \sqrt[5]{2^5} = 3 \times 2 = 6 \text{ درست} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ب) } \sqrt[5]{\frac{7}{16a^5}} \times \sqrt[5]{\frac{243}{14}} &= \sqrt[5]{\frac{7 \times 243}{16a^5 \times 14}} = \sqrt[5]{\frac{3^5}{2^4 \times a^5 \times 2 \times 7}} = \sqrt[5]{\frac{3^5}{2^5 \times a^5}} \\ &= \frac{\sqrt[5]{3^5}}{\sqrt[5]{2^5 \times a^5}} = \frac{3}{\sqrt[5]{2^5 \times a^5}} = \frac{3}{2 \times a} = \frac{3}{2a} \neq \frac{3}{2a} \text{ نادرست} \end{aligned}$$

1 2 3 4 6

$$\frac{1}{x^3 + 1} = \frac{ax^2 + ax + bx + b + cx^2 - cx + c}{(x + 1)(x^2 - x + 1)}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x^3 + 1} = \frac{(a + c)x^2 + (a + b - c)x + (b + c)}{x^3 + 1}$$

$$\Rightarrow 1 = (a + c)x^2 + (a + b - c)x + (b + c)$$

برای آنکه دو طرف تساوی با یکدیگر متحد باشند، باید:

$$\begin{cases} a + b - c = 0 \\ b + c = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a + b = 0 \\ a + 2b = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} - \\ -3b = -2 \Rightarrow b = \frac{2}{3} \\ \Rightarrow a = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

$$b + c = 1 \xrightarrow{b = \frac{2}{3}} \frac{2}{3} + c = 1 \Rightarrow c = \frac{1}{3}$$

$$\text{حکم: } a - b + 2c = -\frac{1}{3} - \frac{2}{3} + \frac{2}{3} = -\frac{1}{3}$$

$$a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$$

1 2 3 4 7

از آنجا که $0 = (-3 - \sqrt{2}) + (3 - \sqrt{2}) + 2\sqrt{2}$ است، مجموع مکعبات آنها برابر است با سه برابر حاصلضرب آنها.

$$(2\sqrt{2})^3 + (3 - \sqrt{2})^3 + (-3 - \sqrt{2})^3 = 3(2\sqrt{2})(3 - \sqrt{2})(-3 - \sqrt{2})$$



$$= -3(2\sqrt{2})(3 - \sqrt{2})(3 + \sqrt{2}) = -3(2\sqrt{2})(3^2 - 2)$$

$$= -3(2\sqrt{2})(9 - 2) = -21 \times 2\sqrt{2} = -42\sqrt{2}$$

1 2 3 4 8

$$\left. \begin{array}{l} I) 2 < \sqrt[3]{x} < 3 \xrightarrow{(\)^3} 8 < x < 27 \\ II) 3 \leq \sqrt{x} \leq 5 \xrightarrow{(\)^2} 9 \leq x \leq 25 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{اشتراک}} 9 \leq x \leq 25$$

تعداد اعداد صحیح در این بازه عبارتست از: $25 - 9 + 1 = 17$

1 2 3 4 9

$$(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$$

$$\frac{1}{\sqrt[3]{2}-1} \times \frac{\sqrt[3]{2^2} + \sqrt[3]{2} + 1}{\sqrt[3]{2^2} + \sqrt[3]{2} + 1}$$

$$= \frac{\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1}{(\sqrt[3]{2})^3 - 1^3} = \frac{\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1}{2 - 1} = \sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1$$

1 2 3 4 10

$$\sqrt[n]{x^m} = x^{\frac{m}{n}} \text{ می دانیم:}$$

$$4 \times \sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{2^4}}}}} = 4 \times \sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{2^{\frac{4}{2}}}}} = 4 \times \sqrt{\sqrt{\sqrt{2^2}}} = 4 \sqrt{\sqrt{2^{\frac{2}{2}}}} = 4 \sqrt{\sqrt{2}} = 4 \sqrt{2^{\frac{1}{2}}}$$

$$= 4 \times 2^{\frac{1}{4}} = 4 \times \sqrt[4]{2}$$

1 2 3 4 11

$$-\sqrt{x^9} = -\sqrt{x^8 \times x} = -\sqrt{x^8} \sqrt{x} = -x^4 \sqrt{x}$$

1 2 3 4 12

اگر n فرد باشد، آن گاه $\sqrt[n]{a^n} = a$

$$\sqrt[3]{(x-1)^6} = \sqrt[3]{(x-1)^3(x-1)^3} = \sqrt[3]{(x-1)^3} \sqrt[3]{(x-1)^3} = (x-1) \sqrt[3]{(x-1)^2}$$



هر چند $x - 1$ عبارتی منفی است اما چون زیر رادیکال به فرجه فرد قرار دارد مشکلی ندارد.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳

$$\sqrt{a^2} = |a|$$

$$\sqrt{(\sqrt{3} - 2)^2} = |\sqrt{3} - 2| \stackrel{\sqrt{3}-2 \leq 0}{=} 2 - \sqrt{3}$$

$$\sqrt{(\sqrt{3} - 2)^2} + \sqrt{3} = 2 - \sqrt{3} + \sqrt{3} = 2$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴

$$\sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$$

$a, b \geq 0$, زوج n

$$I) \sqrt{27} = \sqrt{3 \times 3^2} = \sqrt{3} \times \sqrt{3^2} = 3\sqrt{3}$$

$$II) \sqrt[4]{9} = \sqrt[4]{3^2} = \sqrt{3}$$

$$\xrightarrow{I, II} \sqrt{27} + \sqrt[4]{9} = 3\sqrt{3} + \sqrt{3} = 4\sqrt{3}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵ توجه کنید $|a| \sqrt[n]{a^n} \stackrel{n \text{ زوج}}{=} a$ و $\sqrt[n]{a^n} \stackrel{n \text{ فرد}}{=} -a$ است.

$$\sqrt{a^2} = |a| = -a$$

$$\sqrt[3]{a^3} = a$$

$$\sqrt[4]{a^4} = |a| = -a$$

$$\sqrt[3]{a^6} = \sqrt[3]{a^3 \times a^3} = \sqrt[3]{a^3} \times \sqrt[3]{a^3} = a\sqrt[3]{a^3}$$

$$\Rightarrow \sqrt{a^2} + \sqrt[3]{a^3} + \sqrt[4]{a^4} + \sqrt[3]{a^6} = -a + a - a + a\sqrt[3]{a^3} = -a + a\sqrt[3]{a^3}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶

$$\sqrt[n]{a^n} \stackrel{\text{فرد}}{=} |a|, \sqrt[n]{a^n} \stackrel{\text{زوج } n}{=} a$$

$$\sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$$

اگر n زوج $\leftarrow a, b \geq 0$

$$\sqrt[4]{x^4 y^4} = \sqrt[4]{x^4} \sqrt[4]{y^4} = |x| |y| = -xy$$

$$\sqrt[3]{x^3 y^3} = \sqrt[3]{(xy)^3} = xy$$

$$\frac{\sqrt[4]{x^4 y^4}}{y} = \frac{\sqrt{x} \ y^2}{y} = \frac{x |y|}{y} = \frac{-y \ x}{y} = -\sqrt{x}$$



$$\Rightarrow -xy + xy - \sqrt{x} = -\sqrt{x}$$

$$\sqrt{a^2} = |a| \quad \text{1} \quad \text{2} \quad \text{3} \quad \text{4} \quad \text{17}$$

$$\frac{\bar{b}}{c} = -1 \Rightarrow \frac{b}{c} = -1 \Rightarrow a = -bc \xrightarrow{bc < 0} a > 0$$

$$bc < 0 \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} b < 0, c > 0 \quad (2) \end{array} \right\}$$

$$\frac{a^2}{a} + \frac{b^2}{b} + \frac{c^2}{c} = \frac{a}{a} + \frac{b}{b} + \frac{c}{c}$$

$$\xrightarrow{a > 0} \frac{a}{a} + \frac{b}{bc} = 1 + \frac{b}{bc} = 1 + 0 = 1$$

با فرض ۱

$$\xrightarrow{a > 0} \frac{a}{a} + \frac{b}{bc} = 1 + \frac{b}{bc} = 1 + 0 = 1$$

با فرض ۲

$$\sqrt[n]{a^n} = |a| \quad n \text{ زوج} \quad \text{1} \quad \text{2} \quad \text{3} \quad \text{4} \quad \text{18}$$

$$\sqrt[n]{a^n} = a \quad n \text{ فرد}$$

از داخلی ترین عبارت شروع می کنیم:

$$\sqrt{9^n} = \sqrt{(3^2)^n} = (3^n)^{\bar{2}} =$$

$${}^{2n+1}\sqrt{3^{n+1} \times 3^n} = {}^{2n+1}\sqrt{3^{n+1+n}} = {}^{2n+1}\sqrt{3^{2n+1}} = 3$$

$${}^{n+1}\sqrt{\frac{3^{n+2}}{{}^{2n+1}\sqrt{3^{n+1}} \sqrt{9^n}}} = {}^{n+1}\sqrt{\frac{3^{n+2}}{3}} = {}^{n+1}\sqrt{3^{n+2-1}} = {}^{n+1}\sqrt{3^{n+1}} = 3$$

$$\text{1} \quad \text{2} \quad \text{3} \quad \text{4} \quad \text{19}$$

$$\left(\frac{1}{x}\right)^4 = 0,0016 = (0,2)^4 = \left(\frac{2}{10}\right)^4$$

$$\frac{1}{x} = \frac{2}{10} \Rightarrow x = \frac{10}{2} = 5 \Rightarrow \sqrt{5x} = \sqrt{5 \times 5} = \sqrt{25} = 5$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰

$$\sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$$

اگر n زوج $\leftarrow a, b \geq 0$

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

$$\sqrt[n]{2} \times \sqrt[n]{2^2} = \sqrt[n]{2^2} \times 2 = \sqrt[n]{2^3} = \sqrt{2}$$

$$\sqrt[n]{2^3} = \sqrt{2} \Rightarrow 2^{\frac{3}{n}} = 2^{\frac{1}{2}} \Rightarrow \frac{3}{n} = \frac{1}{2} \Rightarrow n = 6$$

$$\sqrt{a^n} = |a| \quad n$$

$$\sqrt[n]{a^n} = a \quad n \text{ فرد}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۱

از آنجایی که $\sqrt{-x}$ تعریف شده است نتیجه می‌گیریم: $-x > 0 \rightarrow x < 0$

$$\left. \begin{array}{l} (\sqrt{-x})^2 = -x \\ \sqrt{x^2} = |x| \stackrel{x \leq 0}{=} -x \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{(\sqrt{-x})^2 + \sqrt{x^2}}{-2x} = \frac{-x + (-x)}{-2x} = \frac{-2x}{-2x} = 1$$

$$a, b \geq 0 \leftarrow \text{اگر } n \text{ زوج}$$

$$\sqrt[n]{a} \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۲

$$\sqrt{a+2,5} \sqrt{2a+5} = \sqrt{(a+2,5)(2a+5)} = \sqrt{2(a+2,5)(a+2,5)} = \sqrt{2(a+2,5)^2}$$

$$\stackrel{a+2,5=x}{=} \sqrt{2x^2} = \sqrt{8} \Rightarrow \sqrt{2x^2} = \sqrt{2 \times 2^2} \Rightarrow x = 2$$

$$a + 2,5 = 2 \rightarrow a = -0,5 = \frac{-1}{2}$$

در رادیکال با فرجه‌ی زوج، عبارت زیر رادیکال حتماً باید مثبت باشد. ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۳

$$\sqrt{a-3} + |2-a| = \sqrt{a-3} + a-2 = a \Rightarrow \sqrt{a-3} = 2 \Rightarrow a-3 = 4 \Rightarrow a = 7$$

$$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۴

$$a = \sqrt{3} + \sqrt{15} = \sqrt{3} + \sqrt{3 \times 5} = \sqrt{3} + \sqrt{3} \sqrt{5} = \sqrt{3}(1 + \sqrt{5})$$

$$b = 3\sqrt{2} = \sqrt{3} \times \sqrt{3} \times \sqrt{2} = \sqrt{3} \times \sqrt{3 \times 2} = \sqrt{3}(\sqrt{6})$$

$$c = \sqrt{3}(\sqrt{(-2)^2}) = \sqrt{3}(\sqrt{4}) = 2\sqrt{3}$$

از آنجایی که در هر سه عدد a و b و c ، $\sqrt{3}$ مشترک است، پس برای مقایسه‌ی آنها کفایت تا مضرب‌های $\sqrt{3}$ را با هم مقایسه کنیم:

$$2, \sqrt{5} + 1, \sqrt{6}$$



$$\left. \begin{aligned} \sqrt{5} + 1 = 2, \dots + 1 = 3, \dots \\ 6 = 2, \dots \\ 2 = 2 \end{aligned} \right\} \rightarrow 2 < \sqrt{6} < \sqrt{5} + 1 \xrightarrow{\times \sqrt{3}} 2\sqrt{3} < \sqrt{3}\sqrt{6} < (\sqrt{5} + 1)(\sqrt{3}) \rightarrow c < b < a$$

$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab} \quad a, b \geq 0$
 $\sqrt[n]{a^n} = |a|$ اگر n زوج

1 2 3 4 25

ابتدا صورت و مخرج هر کسر را ساده می کنیم و پس از مخرج مشترک گیری، جمع می کنیم:

$$\sqrt[3]{32} = \sqrt[3]{2^5} = \sqrt[3]{2^3 \times 2^2} = \sqrt[3]{2^3} \sqrt[3]{2^2} = 2\sqrt[3]{4}$$

$$\sqrt[5]{256} = \sqrt[5]{2^8} = \sqrt[5]{2^5 \times 2^3} = \sqrt[5]{2^5} \sqrt[5]{2^3} = 2\sqrt[5]{8}$$

$$\sqrt[5]{128} = \sqrt[5]{2^7} = \sqrt[5]{2^5 \times 2^2} = \sqrt[5]{2^5} \sqrt[5]{2^2} = 2\sqrt[5]{4}$$

$$\sqrt[3]{16} = \sqrt[3]{2^4} = \sqrt[3]{2^3 \times 2} = \sqrt[3]{2^3} \sqrt[3]{2} = 2\sqrt[3]{2}$$

$$\Rightarrow A = \left(\frac{2\sqrt[3]{4}}{2\sqrt[5]{8}} + \frac{2\sqrt[5]{4}}{2\sqrt[3]{2}} \right) = \left(\frac{\sqrt[3]{4}}{\sqrt[5]{8}} + \frac{\sqrt[5]{4}}{\sqrt[3]{2}} \right) = \left(\frac{\sqrt[3]{4} \times \sqrt[3]{2} + \sqrt[5]{4} \times \sqrt[5]{8}}{\sqrt[5]{8} \times \sqrt[3]{2}} \right)$$

$$= \left(\frac{\sqrt[3]{8} + \sqrt[5]{32}}{\sqrt[5]{8} \times \sqrt[3]{2}} \right) = \left(\frac{2 + 2\sqrt[5]{2}}{\sqrt[5]{8} \times \sqrt[3]{2}} \right) = \left(\frac{2(1 + \sqrt[5]{2})}{\sqrt[5]{8} \times \sqrt[3]{2}} \right) = \frac{2}{\sqrt[5]{8} \times \sqrt[3]{2}}$$

$$A^{60} = \left(\frac{2}{\sqrt[5]{8} \times \sqrt[3]{2}} \right)^{60} = \frac{(2^1)^{60}}{(\sqrt[5]{2^3})^{60} (\sqrt[3]{2})^{60}} = \frac{2^{120}}{((\sqrt[5]{2^3})^5)^{12} ((\sqrt[3]{2})^3)^{20}} = \frac{2^{120}}{(2^3)^{12} \times (2)^{20}} = \frac{2^{120}}{2^{36} \times 2^{20}}$$

$$= \frac{2^{120}}{2^{56}} = 2^{120-56} = 2^{64}$$

$(\sqrt[n]{a})^n = a$
 $a < b \rightarrow a^c < b^c$

1 2 3 4 26

تمام اعداد را به توان 6 می رسانیم:

$$(\sqrt{7})^6 = \left((\sqrt{7})^2 \right)^3 = 7^3 = 343$$

$$(2\sqrt[3]{7})^6 = 2^6 (\sqrt[3]{7})^6 = 2^6 \times \left((\sqrt[3]{7})^3 \right)^2 = 2^6 \times 7^2 = 64 \times 49 = 3136$$

$$(3\sqrt[6]{3})^6 = 3^6 (\sqrt[6]{3})^6 = 3^6 \times 3 = 3^7 = 2187$$

$$\sqrt{7} < 3\sqrt[6]{3} < 2\sqrt[3]{7}$$

$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} \quad a \geq 0$

1 2 3 4 27



mrkonkori

$$\frac{(0,0016)^{\frac{25}{100}}}{(0,04)^{\frac{5}{10}}} = \frac{(0,0016)^{\frac{1}{4}}}{(0,04)^{\frac{1}{2}}} = \frac{\sqrt[4]{0,0016}}{\sqrt{0,04}} = \frac{0,2}{0,2} = 1$$

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} \quad a \geq 0$$

$$\sqrt[n]{a} \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$$

اگر n زوج $\leftarrow a, b \geq 0$

1 2 3 4 28

$$\sqrt[3]{81} = \sqrt[3]{(9^2)} = 9^{\frac{2}{3}} = (3^2)^{\frac{2}{3}} = 3^{\frac{4}{3}}$$

$$\left. \begin{aligned} \sqrt[3]{3} &= 3^{\frac{1}{3}} = 3^{\frac{2}{6}} \\ \sqrt{3} &= 3^{\frac{1}{2}} = 3^{\frac{3}{6}} \end{aligned} \right\} \rightarrow \sqrt{3} \times \sqrt[3]{3} = 3^{\frac{3}{6}} \times 3^{\frac{2}{6}} = 3^{\frac{5}{6}}$$

$$\frac{3^{\frac{4}{3}}}{3^{\frac{5}{6}}} = 3^{\frac{4}{3} - \frac{5}{6}} = 3^{\frac{8-5}{6}} = 3^{\frac{3}{6}} = 3^{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$$

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

$$a \geq 0, n \notin \mathbb{Z}$$

1 2 3 4 29

$$\sqrt[2]{4^4} = 4^{\frac{4}{2}} = 4^2$$

$$|a| = a \rightarrow a > 0$$

$$\frac{\sqrt[3]{a^2}}{\sqrt{a^3}} = \frac{a^{\frac{2}{3}}}{a^{\frac{3}{2}}} = a^{\frac{2}{3} - \frac{3}{2}} = a^{\frac{4-9}{6}} = a^{-\frac{5}{6}}$$

$$\left(a^{-\frac{5}{6}}\right)^{-\frac{6}{5}} = a^{-\frac{5}{6} \times -\frac{6}{5}} = a^1 = a$$

1 2 3 4 30

$$a^{-b} = \frac{1}{a^b}$$

ترتیب اعمال در ریاضیات به شکل زیر است:

(۱) پرانتز

(۲) توان و رادیکال

توان های گویا و عبارات های جذری



۳ ضرب و تقسیم

۴ جمع و تفریق

پس با توجه به عبارت بالا خواهیم داشت:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$$

$$-\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = -2$$

(دقت کنید که داخل پرانتزها، چیزی برای محاسبه وجود ندارد)

$$\left(\frac{-}{8}\right)^{-2} = \left(\frac{1}{2^3}\right)^{-2} = \left(\frac{1}{2^3}\right)^2 = (2^3)^2 = 2^6$$

$$\frac{1}{4} \left(\frac{-}{8}\right)^{-2} = \frac{1}{4} \times 2^6 = \frac{2^6}{2^2} = 2^4 = 16$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۱

$$x^{0.738} = (x^{0.246})^3 = (3)^3 = 27$$

$$a^{-b} = \frac{1}{a^b}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۲

$$\frac{1}{3^{25}} = 3^{-\frac{25}{1}} = 3^{-\frac{4n}{100}} = 3^{-0.04n}$$

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} \quad a \geq 0$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۳

$$\frac{\sqrt{(a+b)^2} \sqrt[3]{(a+b)^2}}{\sqrt[21]{(a+b)^2}} = \frac{(a+b)^1 \times (a+b)^{\frac{2}{3}}}{(a+b)^{\frac{2}{21}}}$$

$$= \frac{(a+b)^{\frac{9+14}{21}}}{(a+b)^{\frac{2}{21}}} = \frac{(a+b)^{\frac{23}{21}}}{(a+b)^{\frac{2}{21}}} = (a+b)^{\frac{23-2}{21}} = (a+b)^1 = (a+b)^1 = (a+b)^{\frac{m}{n}} \Rightarrow \frac{m}{n} = 1 \rightarrow \frac{m}{n} = 1$$

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} \quad a \geq 0$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۴

$$A = \sqrt[4]{a^{12}} \sqrt[3]{a} = a^3 \times a^{\frac{1}{3}} = a^{\frac{9+1}{3}} = a^{\frac{10}{3}} = a^{\frac{5}{1.5}} = A$$

$$B = a^{-\frac{1}{6}}$$



$$\frac{a^{\frac{5}{6}}}{a^{-\frac{1}{6}}} = a^{\frac{5-(-1)}{6}} = a^{\frac{6}{6}} = a$$

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} \quad a \geq 0$$

1 2 3 4 35

$$\begin{aligned} \sqrt[1]{a} \sqrt[1]{b} \sqrt[1]{a} &= \sqrt{a \sqrt{b \times a^{\frac{1}{2}}}} = \sqrt{a \times (b \times a^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}}} \\ &= \sqrt{a \times b^{\frac{1}{2}} \times a^{\frac{1}{4}}} = \sqrt{a^{\frac{5}{4}} \times b^{\frac{1}{2}}} = (a^{\frac{5}{4}} \times b^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{5}{8}} \times b^{\frac{1}{4}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sqrt[1]{b} \sqrt[1]{a} \sqrt[1]{b} &= \sqrt{b \sqrt{a \times b^{\frac{1}{2}}}} = \sqrt{b \times (a \times b^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}}} = \sqrt{b \times a^{\frac{1}{2}} \times b^{\frac{1}{4}}} = \sqrt{b^{\frac{5}{4}} \times a^{\frac{1}{2}}} \\ &= (b^{\frac{5}{4}} \times a^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}} = b^{\frac{5}{8}} \times a^{\frac{1}{4}} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \sqrt[1]{b} \sqrt[1]{a} \sqrt[1]{b} \times \sqrt[1]{a} \sqrt[1]{b} \sqrt[1]{a} = b^{\frac{5}{8}} \times a^{\frac{1}{4}} \times a^{\frac{1}{4}} \times b^{\frac{5}{8}} = a^{\frac{1}{2}} \times b^{\frac{5}{4}}$$

$$= a^{\frac{1}{2}} b^{\frac{5}{4}} = (ab)^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{(ab)^1}$$

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} \quad a \geq 0$$

1 2 3 4 36

$$\sqrt[y]{x} \times \sqrt[x]{y} \stackrel{x=y^r}{=} \sqrt[y]{y^r} \times y^{\frac{1}{y}} = y^{\frac{r}{y}} \times y^{\frac{1}{y}} = y^{\frac{r+1}{y}} = y^A$$

$$A = \frac{r+1}{y} \quad (1)$$

$$y^A = \frac{1}{y} \Rightarrow A = -1 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} \frac{r+1}{y} = -1 \Rightarrow r+1 = -y^r \Rightarrow y^r + r+1 = 0 \Rightarrow (y+1)^r = 0 \rightarrow y = -1$$

1 2 3 4 37

$$\text{صورت} = \sqrt{a^{50}} \times \sqrt[3]{a^{50}} \times a^{\frac{50}{4}} = \sqrt{a^{50}} \sqrt[3]{a^{\frac{250}{4}}} = \sqrt{a^{50}} \times a^{\frac{250}{4}}$$

$$= \sqrt{a^{50}} \times a^{\frac{250}{12}} = \sqrt{a^{\frac{600+250}{12}}} = \sqrt{a^{\frac{850}{12}}} = a^{\frac{850}{24}} = a^{\frac{425}{12}}$$



$$\begin{aligned} \text{مخرج} &= \sqrt[4]{\sqrt[3]{a^5}} \times \sqrt[6]{\sqrt{a^{85}}} = \sqrt[4]{a^{\frac{5}{3}}} \times \sqrt[6]{a^{\frac{85}{2}}} \\ &= a^{\frac{5}{12}} \times a^{\frac{85}{12}} = a^{\frac{5}{12} + \frac{85}{12}} = a^{\frac{90}{12}} \\ &\Rightarrow \frac{\text{صورت}}{\text{مخرج}} = \frac{a^{\frac{425}{12}}}{a^{\frac{90}{12}}} = a^{\frac{425}{12} - \frac{90}{12}} = a^{\frac{335}{12}} = \sqrt[12]{a^{335}} \end{aligned}$$

$(\sqrt[n]{a})^n = a, \quad \sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} \quad a \geq 0$

۱
۲
۳
۴
۳۸

$$\begin{aligned} \sqrt{\frac{\sqrt[3]{2^{4n}}}{\sqrt[5]{4}}} &= 2 \xrightarrow{\text{توان دو}} \frac{\sqrt[3]{2^{4n}}}{\sqrt[5]{4}} = 4 \\ \xrightarrow{\text{به توان ۱۵}} &\left(\frac{\sqrt[3]{2^{4n}}}{\sqrt[5]{4}}\right)^{15} = \frac{\left(2^{\frac{4n}{3}}\right)^{15}}{\left(4^{\frac{1}{5}}\right)^{15}} = \frac{2^{20n}}{4^3} = 4^{15} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{2^{20n}}{(2^2)^3} &= \frac{2^{20n}}{2^6} = 2^{20n-6} = 4^{15} = (2^2)^{15} = 2^{30} \\ \Rightarrow 20n - 6 &= 30 \Rightarrow 20n = 36 \Rightarrow n = 1,8 \end{aligned}$$

۱
۲
۳
۴
۳۹

$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} \quad a \geq 0$

$$\sqrt[3]{a^2} = a^{\frac{2}{3}}$$

$$\sqrt[3]{c\sqrt{c}} = \sqrt[3]{c \times c^{\frac{1}{2}}} = \sqrt[3]{c^{\frac{3}{2}}} = (c^{\frac{3}{2}})^{\frac{1}{3}} = c^{\frac{1}{2}}$$

$$a^{\frac{2}{3}} = c^{\frac{1}{2}} \quad (1)$$

$$\sqrt{a} = b \xrightarrow{\text{توان دو}} a = b^2 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{1,2} a^{\frac{2}{3}} = c^{\frac{1}{2}} \xrightarrow{a=b^2} (b^2)^{\frac{2}{3}} = c^{\frac{1}{2}} \Rightarrow b^{\frac{4}{3}} = c^{\frac{1}{2}} \xrightarrow{\text{توان سه}} b^{\frac{4}{3} \times 3} = c^{\frac{1}{2} \times 3} \xrightarrow{\text{توان سه}} b^4 = c^{\frac{3}{2}}$$

$\begin{cases} a > b \rightarrow a^{1/r} > b^{1/r} \\ a, b \geq 0 \end{cases}$

۱
۲
۳
۴
۴۰

توان های گویا و عبارات های جبری



همه را به توان ۱۲ می‌رسانیم:

$$\left. \begin{aligned} a^{12} &= \left(\left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{1}{2}} \right)^{12} = \left(\frac{1}{2} \right)^6 = \frac{1}{2^6} = \frac{1}{64} \approx 0,01 \\ b^{12} &= \left(\left(\frac{2}{3} \right)^{\frac{2}{3}} \right)^{12} = \left(\frac{2}{3} \right)^8 = \frac{2^8}{3^8} = \frac{256}{6561} \approx 0,04 \\ c^{12} &= \left(\left(\frac{3}{4} \right)^{\frac{3}{4}} \right)^{12} = \left(\frac{3}{4} \right)^9 = \frac{3^9}{4^9} = \frac{19683}{262144} \approx 0,07 \end{aligned} \right\} \Rightarrow c > b > a$$

می‌دانیم اعداد بزرگتر از یک، هر چه به توان بزرگتری برسند، بزرگتر می‌شوند. (۱) (۲) (۳) (۴) (۴۱)

$$\frac{1}{0,7} = \frac{10}{7} > 1, \quad \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5} : \frac{40}{60}, \frac{45}{60}, \frac{48}{60} \Rightarrow \frac{2}{3} < \frac{3}{4} < \frac{4}{5}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{0,7} \right)^{\frac{4}{5}} > \left(\frac{2}{3} \right)^{\frac{2}{3}} > \left(\frac{1}{0,7} \right)^{\frac{2}{3}}$$

(۱) (۲) (۳) (۴) (۴۲)

$$\frac{+ 2ab +}{a + b} = \frac{a + b}{a + b} = a + b$$

(۱) (۲) (۳) (۴) (۴۳)

$$x^2 = y^2 - 4y + 4$$

$$x^2 = \dots$$

$$x > 0 \rightarrow x = y - 2$$

$$y > 0$$

$$\frac{(x+1)(y^2+2y+1)}{(x^2-2x+1)(y-1)} = \frac{(x-1)^2(y-1)}{(y-2-1)^2(y-1)}$$

$$= \frac{(y+1)^2}{(y-3)^2(y-1)}$$

(۱) (۲) (۳) (۴) (۴۴)

$$(x+y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy$$

$$= \dots + 2(6)$$

$$25 = x^2 + y^2 + 12$$

$$x^2 + y^2 = 13 \quad (I) \text{ رابطه}$$

$$(I) \rightarrow (x^2 + y^2)^2 = x^4 + y^4 + 2x^2y^2$$

$$(13)^2 = x^4 + y^4 + 2(xy)^2$$

$$169 = x^4 + y^4 + 2(6)^2$$

$$169 = x^4 + y^4 + 2 \times 36$$

$$169 = x^4 + y^4 + 72 \rightarrow x^4 + y^4 = 97$$

توان های گویا و عبارت های جذری



1 2 3 4 45

$$\begin{aligned}
 & (\sqrt{3x-2} + \sqrt{3x+3})(\sqrt{3x-2} - \sqrt{3x+3}) = (\sqrt{3x-2})^2 - (\sqrt{3x+3})^2 \\
 & = (\sqrt{3x-2} + \sqrt{3x+3})(\sqrt{3x-2} - \sqrt{3x+3}) \\
 & = 3(\sqrt{3x-2} - \sqrt{3x+3}) = -5 \Rightarrow \sqrt{3x-2} - \sqrt{3x+3} = \frac{-5}{3}
 \end{aligned}$$

1 2 3 4 46

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x} &= \frac{1}{x(x+1)} = \frac{1}{x(x+1)} = \frac{1}{x(x+1)} = \frac{1}{x(x+1)} = \frac{1}{x(x+1)} \\
 4x(x+1) = -1 &\Rightarrow x(x+1) = \frac{-1}{4} \Rightarrow x^2 + x = -\frac{1}{4} \Rightarrow x^2 + x + \frac{1}{4} = 0 \\
 (x + \frac{1}{2})^2 &= 0 \Rightarrow x + \frac{1}{2} = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}
 \end{aligned}$$

1 2 3 4 47

$$\begin{aligned}
 \frac{\sqrt{x-3}}{\sqrt{x+3}} + \frac{\sqrt{x+3}}{\sqrt{x-3}} &= \frac{(\sqrt{x-3})^2 + (\sqrt{x+3})^2}{(\sqrt{x+3})(\sqrt{x-3})} = \frac{x-6\sqrt{x}+9+x+6\sqrt{x}+9}{(\sqrt{x})^2 - (3)^2} = \frac{x-9}{x-9} \\
 \rightarrow \frac{-x^2+2x+99}{x-9} &= \frac{2x+18+x^2-2x-99}{x-9} = \frac{x^2-81}{x-9} \\
 \frac{x^2-81}{(x-9)} &= x+9 \stackrel{x=3\sqrt{x}}{=} 3\sqrt{3}+9 = 3(3+\sqrt{3}) = 3A \Rightarrow A = 3+\sqrt{3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} &= \sqrt[n]{ab} \\
 a, b &\geq 0 \leftarrow \text{اگر } n \text{ زوج}
 \end{aligned}$$

1 2 3 4 48

$$\begin{aligned}
 \sqrt{16} + \sqrt{10} - \sqrt{6} &= \sqrt{2}(\sqrt{8} + \sqrt{5} - \sqrt{3}) \\
 \sqrt{2}(\sqrt{8} + \sqrt{5} - \sqrt{3})(\sqrt{8} - \sqrt{5} + \sqrt{3}) &= \sqrt{2}(\sqrt{8} + (\sqrt{5} - \sqrt{3}))(\sqrt{8} - (\sqrt{5} - \sqrt{3})) \\
 &= \sqrt{2}((\sqrt{8})^2 - (\sqrt{5} - \sqrt{3})^2) = \sqrt{2}(8 - (5 + 3 - 2\sqrt{15})) \\
 \sqrt{2}(8 - (8 - 2\sqrt{15})) &= \sqrt{2}(8 - 8 + 2\sqrt{15}) = \sqrt{2} \times 2\sqrt{15} = 2\sqrt{30}
 \end{aligned}$$

1 2 3 4 49

$$\begin{aligned}
 (2^{6x+3}) \left((2^2)^{3x+6} \right) &= (2^3)^{4x+5} \Rightarrow (2^{6x+3})(2^{6x+12}) = 2^{12x+15} \\
 \Rightarrow 2^{12x+15} &= 2^{12x+15} \Rightarrow \text{تساوی به ازای تمام مقادیر } x \text{ برقرار است}
 \end{aligned}$$

توان های گویا و عبارت های جذری



1 2 3 4 50

$$\left((2^{2n} + 1)(2^{2n} - 1) + 1 \right)^{\frac{1}{4}} = 256 \rightarrow (2^{2n} - 1 + 1)^{\frac{1}{4}} = 2^n = 256 \rightarrow n = 8$$

1 2 3 4 51

$$(x + y)^3 = x^3 + y^3 + 3x^2y + 3xy^2$$

$$= x^3 + y^3 + 3xy(x + y)$$

$$7^3 = x^3 + y^3 + 3 \times 5(7)$$

$$7^3 = x^3 + y^3 + 105 \Rightarrow x^3 + y^3 = 238$$

1 2 3 4 52

$$(x + y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$$

$$x^3 + y^3 = ? \quad xy = 1 \quad x + y = 3$$

$$= x^3 + y^3 + 3xy(x + y)$$

$$(3)^3 = x^3 + y^3 + 3(1)(3) \Rightarrow 27 = x^3 + y^3 + 9 \Rightarrow x^3 + y^3 = 18$$

1 2 3 4 53

$$(x + a)\left(x - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = x^2 + \frac{\sqrt{2}x}{2} - 1 \Rightarrow x^2 + \left(a - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)x - \frac{a\sqrt{2}}{2} = x^2 + \frac{\sqrt{2}}{2}x - 1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a - \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow a = \sqrt{2} \\ \frac{a\sqrt{2}}{2} = 1 \Rightarrow a = \sqrt{2} \end{cases}$$

1 2 3 4 54

$$\frac{\sqrt{5} + \sqrt{7} + \sqrt{5 - \sqrt{7}}}{\sqrt{5} + \sqrt{7} - \sqrt{5 - \sqrt{7}}} \times \frac{\sqrt{5} + \sqrt{7} + \sqrt{5 - \sqrt{7}}}{\sqrt{5} + \sqrt{7} + \sqrt{5 - \sqrt{7}}} = \frac{(\sqrt{5} + \sqrt{7} + \sqrt{5 - \sqrt{7}})^2}{(\sqrt{5} + \sqrt{7})^2 - (\sqrt{5 - \sqrt{7}})^2}$$

$$= \frac{(\sqrt{5} + \sqrt{7})^2 + (\sqrt{5 - \sqrt{7}})^2 + 2\sqrt{5} + \sqrt{7}\sqrt{5 - \sqrt{7}}}{5 + \sqrt{7} - (5 - \sqrt{7})} = \frac{5 + \sqrt{7} + 5 - \sqrt{7} + 2\sqrt{5} + \sqrt{7}\sqrt{5 - \sqrt{7}}}{5 + \sqrt{7} - 5 + \sqrt{7}}$$

$$= \frac{10 + 2\sqrt{25 - 7}}{2\sqrt{7}} = \frac{10 + 2\sqrt{18}}{2\sqrt{7}} = \frac{2(5 + \sqrt{18})}{2\sqrt{7}} = \frac{5 + \sqrt{18}}{\sqrt{7}} = \frac{5 + 3}{\sqrt{7}} \times \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}} = \frac{8\sqrt{7} + 3\sqrt{14}}{7}$$

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} \quad a \geq 0$$

1 2 3 4 55

توان های گویا و عبارت های جذری



$$x^2 = \left(\sqrt[2]{\sqrt{2}\sqrt{2}} \right)^2 = \left(\sqrt[2]{2 \times 2^{\frac{1}{2}}} \right)^2 = \left(\sqrt[2]{2^{\frac{3}{2}}} \right)^2 = \left(\left(2^{\frac{3}{2}} \right)^{\frac{1}{2}} \right)^2 = 2$$

ریشه نهم a, b است اگر $a^9 = b$ باشد

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۶

$$a = \left(9^{(9^8)} \right), \quad b = 9^{(9^9)}$$

$$\left(9^{(9^8)} \right)^9 = 9^{(9^8) \times 9} = 9^{(9^9)}$$

$$\sqrt[9]{9^{(9^9)}} = 9^{(9^8)}$$

$$\sqrt{a^2} = |a|$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۷

$$\sqrt{3 + 2\sqrt{2}} = \sqrt{(\sqrt{2})^2 + 1 + 2\sqrt{2}} = \sqrt{(\sqrt{2} + 1)^2} = |\sqrt{2} + 1| = \sqrt{2} + 1$$

$$\sqrt{3 - 2\sqrt{2}} = \sqrt{(\sqrt{2})^2 + 1 - 2\sqrt{2}} = \sqrt{(\sqrt{2} - 1)^2} = |\sqrt{2} - 1| = \sqrt{2} - 1$$

$$\rightarrow \sqrt{2} + 1 - (\sqrt{2} - 1) = \sqrt{2} + 1 - \sqrt{2} + 1 = 2$$

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} \quad a \geq 0$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۸

$$1024^{0.1} = (2^{10})^{\frac{1}{10}} = 2 \quad \text{گویا}$$

$$27^{\frac{1}{3}} = (3^3)^{\frac{1}{3}} = 3 \quad \text{گویا}$$

$$1000^{0.5} = (10^3)^{\frac{1}{2}} = 10 \quad \text{گویا}$$

$$1000^{0.1} = (10^3)^{\frac{1}{10}} = 10^{\frac{3}{10}} = \sqrt[10]{1000} \quad \text{گنگ}$$

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} \quad a \geq 0$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۹

$$x = \sqrt[13]{2^{15}} \Rightarrow x = 2^{\frac{15}{13}}$$

$$x^3 \sqrt{x} \times \sqrt[5]{x^2} = x \times x^{\frac{3}{2}} \times x^{\frac{2}{5}} = x^{1 + \frac{3}{2} + \frac{2}{5}} = x^{\frac{15}{10} + \frac{15}{10} + \frac{8}{10}} = x^{\frac{38}{10}} = x^{\frac{19}{5}} \xrightarrow{x=2^{\frac{15}{13}}} 2^{\frac{19}{5} \times \frac{15}{13}} = 2^{\frac{57}{13}} = 2^2 = 4$$

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} \quad a \geq 0$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۰

$$\sqrt[3]{4a^2} = \sqrt[3]{(2a)^2} = (2a)^{\frac{2}{3}}$$



mrkonkori

$$(2a)^{\frac{2}{3}} \times (2a)^{\frac{4}{3}} = (2a)^{\frac{6}{3}} = (2a)^2 = \text{مربع کامل}$$

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} \quad a \geq 0 \quad \text{1} \quad \text{2} \quad \text{3} \quad \text{4} \quad \text{61}$$

$$(\sqrt[6]{27} - \sqrt{6 + \frac{3}{4}})^2 = (\sqrt[6]{3^3} - \sqrt{\frac{27}{4}})^2 = (\sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{2})^2 = (\sqrt{3})^2 (1 - \frac{1}{2})^2 = 3(\frac{1}{2})^2 = 3 \times (\frac{1}{4}) = \frac{3}{4}$$

1 2 3 4 62

$$a^r m - b^r m + b^r n - a^r n = a^r m - a^r n - b^r m + b^r n$$

$$= a^r (m - n) - b^r (m - n) = (m - n)(a^r - b^r) = (m - n)(a - b)(a + b)$$

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} \quad a \geq 0 \quad \text{1} \quad \text{2} \quad \text{3} \quad \text{4} \quad \text{63}$$

$$a^{-b} = \frac{1}{a^b}$$

$$\left(\sqrt[3]{5 + \left(\frac{-1}{\sqrt{3}}\right)^2 + (-\sqrt{2})^2} \right)^{-\frac{2}{3}} + \left(\sqrt{\frac{9}{4}} \right)^2 = \left(\sqrt[3]{5 + \frac{1}{9} + 2} \right)^{-\frac{2}{3}} + \left(\sqrt{\frac{9}{4}} \right)^2$$

$$= \left(\sqrt[3]{\frac{64}{9}} \right)^{-\frac{2}{3}} + \left(\frac{3}{2} \right)^2 = \left(\left(\frac{64}{9} \right)^{\frac{1}{3}} \right)^{-\frac{2}{3}} + \frac{27}{4} = \left(\frac{64}{9} \right)^{-\frac{2}{3}} + \frac{27}{4}$$

$$= \left(\frac{9}{64} \right)^{\frac{1}{3}} + \frac{27}{4} = \frac{3}{4} + \frac{27}{4} = \frac{30}{4} = 7.5$$

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} \quad \text{1} \quad \text{2} \quad \text{3} \quad \text{4} \quad \text{64}$$

$$\sqrt[3]{-\frac{3}{8}} + \sqrt{(1 + \sqrt{2})^2 - 4\sqrt{2}} - \left(\frac{1}{4}\right)^{-0.25}$$

$$= \sqrt[3]{-\frac{3}{8}} + \sqrt{1 + (\sqrt{2})^2 + 2\sqrt{2} - 4\sqrt{2}} - (4)^{-0.25} = \frac{-3}{2} + \sqrt{1 + 2 - 2\sqrt{2}} - (2^2)^{\frac{1}{4}}$$

$$= \frac{-3}{2} + \sqrt{(1 - \sqrt{2})^2} - (2^2)^{\frac{1}{4}} = \frac{-3}{2} + |1 - \sqrt{2}| - 2^{\frac{1}{2}} = \frac{-3}{2} - 1 + \sqrt{2} - \sqrt{2}$$

$$= \frac{-3}{2} - \frac{2}{2} = \frac{-5}{2} = -2.5$$

1 2 3 4 65

$$x = 5 + \sqrt{17} \Rightarrow x - 5 = \sqrt{17} \Rightarrow x^2 - 10x + 25 = 17$$



$$x^2 - 10x + 8 = 0 \Rightarrow x^2 + 8 = 10x \quad (*)$$

$$\sqrt{\frac{x-1}{16}} + \frac{1}{2x} = \sqrt{\frac{x^2 - x + 8}{16x}} \xrightarrow{*} \sqrt{\frac{10x - x}{16x}} = \sqrt{\frac{9}{16x}} = \frac{3}{4} = 0,75$$

1 2 3 4 66

$$2b^r + ab(b-a) - ab(a+b) = 2b^r + ab^r - a^r b - a^r b - ab^r$$

$$= 2b^r - 2a^r b = 2b(b^r - a^r) = 2b(b-a)(b+a)$$

1 2 3 4 67

$$(ax+by)^r - (ay+bx)^r \xrightarrow{\text{مزوج}} (ax+by-ay-bx)(ax+by+ay+bx)$$

$$= (x-y)(x+y)(a-b)(a+b) = (x^r - y^r)(a^r - b^r)$$

1 2 3 4 68

$$x = 7 - 2\sqrt{6} \Rightarrow 7 - x = 2\sqrt{6} \xrightarrow{\text{توان 2}} x^2 + 49 - 14x = 24 \Rightarrow x^2 + 25 = 14x \quad (*)$$

$$\sqrt{\frac{x+2}{25}} + \frac{1}{x} = \sqrt{\frac{x^2 + 2x + 25}{25x}} \xrightarrow{(*)} \sqrt{\frac{14x + 2x}{25x}} = \sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5} = 0,8$$

1 2 3 4 69

$$x > 0, xy < 0 \Rightarrow x > 0, y < 0$$

$$|y - x - 2\sqrt{3}| = -y + x + 2\sqrt{3} \quad (y \text{ منفی و } -x \text{ منفی و } -2\sqrt{3} \text{ منفی است})$$

$$|x - y + 3\sqrt{2}| = x - y + 3\sqrt{2} \quad (x \text{ مثبت و } -y \text{ مثبت و } 3\sqrt{2} \text{ مثبت است})$$

$$-y + x + 2\sqrt{3} - (x - y + 3\sqrt{2}) = -y + x + 2\sqrt{3} - x + y - 3\sqrt{2} = 2\sqrt{3} - 3\sqrt{2}$$

$$\frac{2\sqrt{3} - 3\sqrt{2}}{2\sqrt{3} - 3\sqrt{2}} \times \frac{2\sqrt{3} + 3\sqrt{2}}{2\sqrt{3} + 3\sqrt{2}} = \frac{-2(2\sqrt{3} + 3\sqrt{2})}{(2\sqrt{3})^2 - (3\sqrt{2})^2} = \frac{-2(2\sqrt{3} + 3\sqrt{2})}{12 - 18} = \frac{-2(2\sqrt{3} + 3\sqrt{2})}{-6} = \frac{2\sqrt{3} + 3\sqrt{2}}{3}$$

1 2 3 4 70

$$x^2 + 6xy + 9y^2 - 2x - 6y - 3 = (x^2 + 6xy + 9y^2 - 1) + (-2x - 6y - 2)$$

$$= (x + 3y - 1) + (-2(x + 3y + 1)) = (x + 3y - 1)(x + 3y + 1) - 2(x + 3y + 1)$$

$$= (x + 3y + 1)(x + 3y - 1 - 2) = (x + 3y + 1)(x + 3y - 3)$$



$$A = B = 3y \Rightarrow A + B = 3y + 3y = 6y$$

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۷۱

$$\sqrt[3]{A} = (2 - \sqrt{3})^{\frac{2}{3}} (2 + \sqrt{3})^{\frac{2}{3}} \times \sqrt[3]{\sqrt{2}}$$

$$A = \left((2 - \sqrt{3})^{\frac{2}{3}} (2 + \sqrt{3})^{\frac{2}{3}} \times \sqrt[3]{\sqrt{2}} \right)^3$$

$$A = (2 - \sqrt{3})^{\frac{2}{3}} (2 + \sqrt{3})^{\frac{2}{3}} \sqrt{2} = (2 - \sqrt{3})^{\frac{2}{3}} (2 - \sqrt{3})^{\frac{2}{3}} (2 + \sqrt{3})^{\frac{2}{3}} \times \sqrt{2}$$

$$= (2 - \sqrt{3})^{\frac{1}{3}} ((2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3}))^{\frac{2}{3}} \times \sqrt{2} = (2 - \sqrt{3})^{\frac{1}{3}} (4 - 3)^{\frac{2}{3}} \times \sqrt{2}$$

$$= (2 - \sqrt{3})^{\frac{1}{3}} \times \sqrt{2} = \sqrt[3]{2 - \sqrt{3}} \times \sqrt{2} = \sqrt[3]{4 - 2\sqrt{3}} = \sqrt[3]{3 + 1 - 2\sqrt{3}}$$

$$\sqrt[3]{(\sqrt{3})^2 + 1^2 - 2\sqrt{3}} = \sqrt[3]{(\sqrt{3} - 1)^2} = \sqrt{3} - 1$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۷۲

$$A = (\sqrt{2 - \sqrt{3}} + \sqrt{2 + \sqrt{3}}) \Rightarrow A^2 = (\sqrt{2 - \sqrt{3}})^2 + (\sqrt{2 + \sqrt{3}})^2 + 2\sqrt{2 - \sqrt{3}} \times \sqrt{2 + \sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow A^2 = 2 - \sqrt{3} + 2 + \sqrt{3} + 2\sqrt{4 - 3} \Rightarrow A^2 = 4 + 2 \rightarrow A^2 = 6 \rightarrow A = \sqrt{6}$$

$$\sqrt{6} \times \sqrt[3]{2\sqrt{2}} = \sqrt{6} \times \sqrt[3]{2 \times 2^{\frac{1}{2}}} = \sqrt{6} \times \sqrt[3]{2^{\frac{3}{2}}} = \sqrt{6} \times (2^{\frac{2}{3}})^{\frac{1}{2}} = \sqrt{6} \times \sqrt{2} = \sqrt{12} = \sqrt{4 \times 3} = 2\sqrt{3}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۷۳

$$a^0 = 1, a \in \mathbb{R} - \{0\}$$

$$3^{2x+2} - 3^{x+3} - 3^x + 3 = 0$$

$$3^{x+3}(3^{x-1} - 1) - 3(3^{x-1} - 1) = 0$$

$$(3^{x-1} - 1)(3^{x+3} - 3) = 0$$

$$3^{x-1} - 1 = 0 \Rightarrow 3^{x-1} = 1 \Rightarrow x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$$

\Rightarrow

$$3^{x+3} - 3 = 0 \Rightarrow x + 3 = 1 \Rightarrow x = -2$$

$$a > b \rightarrow \begin{matrix} > \\ \text{زوج } a, b \end{matrix}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۷۴

دو به دو با هم مقایسه می کنیم:



mrkonkori

$$\frac{1}{9^9}, \frac{1}{3^3} \rightarrow 9^{\frac{1}{9}} = (3^2)^{\frac{1}{9}} = 3^{\frac{2}{9}} \rightarrow 3^{\frac{2}{9}}, \frac{1}{3^3} \rightarrow 3^{\frac{2}{9}} < 3^{\frac{3}{9}} \Rightarrow \boxed{3^{\frac{3}{9}}}$$

$$\frac{1}{8^8}, \frac{1}{2^2} \rightarrow 8^{\frac{1}{8}} = (2^3)^{\frac{1}{8}} = 2^{\frac{3}{8}} \rightarrow 2^{\frac{3}{8}}, \frac{1}{2^2} \rightarrow 2^{\frac{3}{8}} < 2^{\frac{2}{8}} \Rightarrow \boxed{2^{\frac{2}{8}}} \text{ * رابطه}$$

$$\frac{1}{2^2}, \frac{3}{3^3} \rightarrow \begin{cases} (2^{\frac{1}{2}})^6 = 2^3 = 8 \\ (3^{\frac{1}{3}})^6 = 3^2 = 9 \end{cases} \Rightarrow 3^{\frac{1}{3}} > 2^{\frac{1}{2}} \xrightarrow{\text{طبق *}} 3^{\frac{1}{3}} > 2^{\frac{1}{2}} > 2^{\frac{1}{8}}$$

1 2 3 4 75

$$A = 12x^2 - 12x - 9 = 3(4x^2 - 4x - 3) = 3(4x^2 + 2x - 6x - 3) =$$

$$B = 16x^2 + 16x + 4 = \quad = 4$$

$$\left. \begin{array}{l} \dots \\ \dots \end{array} \right\} \rightarrow B, A \text{ بزرگترین مقسوم علیه مشترک} = (2x + 1)$$

$$\boxed{>}$$

a, b مثبت

1 2 3 4 76

ریشه صدم مثبت: $(n^{200})^{\frac{1}{100}} = n^2$

$$(\frac{1}{5^{300}})^{\frac{1}{100}} = 5^3$$

$$n^2 < 125 \Rightarrow n < \sqrt{125} \Rightarrow n < 11,1$$

1 2 3 4 77

$$\begin{array}{l} \sqrt[n]{a^n} = |a| \text{ برای هر } n \text{ زوج} \\ \sqrt[n]{a^n} = a : \text{ برای هر } n \text{ فرد} \\ (\sqrt[n]{a})^n = a : \text{ برای هر } n \text{ طبیعی} \end{array}$$

باتوجه به نکات فوق، گزینه ی ۴ همواره صحیح است.

1 2 3 4 78

$$\left. \begin{array}{l} A = x^3 - 1 = (x - 1)(x^2 + x + 1) \\ B = (x - 1)^3 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} = (x - 1)^3(x^2 + x + 1) \\ = (x - 1) \end{array} \text{ بزرگترین مقسوم علیه مشترک } A, B$$



$$\Rightarrow \frac{A, B}{A, B \text{ م.م.ب}} = \frac{(x-1)^r(x^r+x+1)}{(x-1)} = (x-1)^r(x^r+x+1) = (x^r-1)(x-1)$$

1 2 3 4 79

$$(a^b)^c = a^{bc}$$

$$\sqrt{x^2} = \left(\left(\left((2^4)^{\frac{1}{2}} \right)^{\frac{1}{2}} \right)^{\frac{1}{2}} \right)^{\frac{1}{2}} \Rightarrow 2^{\frac{1}{x}} = 2^{4 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}} \Rightarrow 2^{\frac{1}{x}} = 2^{\frac{1}{6}} \rightarrow x = 6$$

عدد 475 بین دو عدد توان دار کامل از نوع توان 4 قرار دارد که عبارتند از: 1 2 3 4 80

$$4^n < 475 < 5^n \xrightarrow{\sqrt[n]{\quad}} 4 < \sqrt[n]{475} < 5$$

$$\Rightarrow n = 4$$

1 2 3 4 81

$$\frac{x^2 - 3x}{x-4} + \frac{x^2 - 3x - 5x + 16}{4-x} = \frac{x^2 - 3x - 5x + 16}{x-4} = \frac{x^2 - 8x + 16}{x-4} = \frac{(x-4)^2}{x-4} = x-4$$

1 2 3 4 82

$$\frac{1}{5^{2x+2}} = 25^{3x} \Rightarrow 5^{-2x-2} = (5^2)^{3x} \Rightarrow 5^{-2x-2} = 5^{6x}$$

$$-2x - 2 = 6x \Rightarrow -2 = 8x \Rightarrow x = -\frac{1}{4}$$

1 2 3 4 83

$$ax^2 - ax \times \frac{1}{4x} = 6 \Rightarrow \frac{ax^2 - ax}{4x} = 6 \Rightarrow \frac{ax(x-1)}{4x} = 6 \Rightarrow \frac{a(x-1)}{4} = 6$$

$$\rightarrow \frac{3a}{4} = 6 \rightarrow 3a = 24 \rightarrow a = 8$$

1 2 3 4 84

$$\left(\frac{x+1}{x+2} - 2 \right) \div \frac{x^2+2x}{x^2+2x} = \frac{x^2+1-2x-4}{x+2} \div \frac{x^2+2x}{x^2+2x}$$

$$= \frac{x^2-2x-3}{x(x+2)} = \frac{x(x^2-2x-3)}{x(x+2)} = \frac{x(x-3)(x+1)}{x(x+2)} = \frac{x(x-3)}{x+2} = x - 3$$



1 2 3 4 85

$$\frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 5x + 6} \div \frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 3x} = \frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 5x + 6} \cdot \frac{x^2 - 3x}{x^2 - x - 2} = \frac{x}{2}$$

1 2 3 4 86

$$x^2 - 2x - 3 = 0 \xrightarrow{\text{طرفین} +4} x^2 - 2x - 3 + 4 = 4$$

$$x^2 - 2x + 1 = 4 \rightarrow (x - 1)^2 = 4 \rightarrow x - 1 = \pm 2 \Rightarrow \begin{cases} x - 1 = 2 \Rightarrow x = 3 \\ x - 1 = -2 \Rightarrow x = -1 \end{cases} \text{ (II)}$$

$$\text{(I)} \rightarrow \frac{x^2 - 1}{2^3} = \frac{8}{8} = 1$$

$$\text{(II)} \rightarrow \frac{x^2 - 1}{2^3} = \frac{8}{8} = 1$$

اعداد بازه‌ی (0, 1) هرچه به توان برسند کوچک تر می شوند و هرچه ریشه‌ی بیش تری از آن‌ها گرفته شود بزرگ تر می شوند، یعنی:

1 2 3 4 87

$$0 < a < 1 \Rightarrow a < \sqrt{a} < \sqrt[3]{a}$$

$$A = \left| \begin{matrix} \sqrt[3]{a} - a \\ a - \sqrt{a} \\ \sqrt{a} - \sqrt[3]{a} \end{matrix} \right|$$

$$= (\sqrt[3]{a} - a) + (a - \sqrt{a}) + (\sqrt{a} - \sqrt[3]{a}) = 0$$

1 2 3 4 88

$$\frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 3x + 2} = \frac{ax - 2a + bx - b}{x - 1} + \frac{bx - b}{x - 2}$$

$$\frac{bx - b}{(x - 1)(x - 2)} = \frac{ax - 2a + bx - b}{(x - 1)(x - 2)}$$

$$\Rightarrow 3x - 2 = ax - 2a + bx - b \Rightarrow (a + b)x + (-2a - b) = 3x - 2$$

$$\left. \begin{aligned} -a &= 1 \rightarrow a = -1 \\ -1 + b &= 3 \rightarrow b = 4 \end{aligned} \right\}$$

1 2 3 4 89

$$\begin{aligned} (x^y)^z &= x^{yz} \quad (1) \\ x^y \times x^z &= x^{y+z} \quad (2) \end{aligned}$$

توان های گویا و عبارات های جذری



$$(\sqrt[3]{2}\sqrt{\sqrt{7}-\sqrt{5}})^{\sqrt{7}} \times (\sqrt[3]{2}\sqrt{\sqrt{7}+\sqrt{5}})^{\sqrt{5}} = (\sqrt[3]{2})^{\sqrt{7}(\sqrt{7}-\sqrt{5})} \times (\sqrt[3]{2})^{\sqrt{5}(\sqrt{7}+\sqrt{5})}$$

$$= (\sqrt[3]{2})^{7-\sqrt{35}} \times (\sqrt[3]{2})^{\sqrt{35}+5} = (\sqrt[3]{2})^{7-\sqrt{35}+\sqrt{35}+5} = (\sqrt[3]{2})^{12} = ((\sqrt[3]{2})^3)^4 = 2^4 = 16$$

هر عدد مثبت دارای دو ریشه ی زوج قرینه ی هم است. پس b ریشه های چهارم را مشخص می کند. (1) (2) (3) (4) (90)

از طرفی، عدد مذکور بین 0 و 1 است. پس هر چه عدد ریشه بزرگ تر باشد، حاصل ریشه n ام بزرگ تر می شود، پس:

$$0 < \sqrt[3]{x} < \sqrt[5]{x} < 1$$

\downarrow \downarrow
 c c

و b بین a و c است.

(1) (2) (3) (4) (91)

$$1 + \cot^2 \theta = \frac{1}{\sin^2 \theta}$$

$$A = \sqrt{(3 \cot \theta)^2 + 9} = \sqrt{9 \cot^2 \theta + 9} = \sqrt{9(1 + \cot^2 \theta)}$$

$$= 3 \sqrt{1 + \cot^2 \theta} = 3 \sqrt{\frac{1}{\sin^2 \theta}} = 3 \times \frac{1}{\sin \theta} \left. \begin{array}{l} \Rightarrow A = 3 \times \frac{1}{-\sin \theta} = \frac{1}{\sin \theta} \\ \text{ناحیه ی سوم: } \theta \end{array} \right\}$$

(1) (2) (3) (4) (92)

$$\frac{1 - \sqrt{2}}{1 + \sqrt{2}} - \frac{4\sqrt{6}}{\sqrt{12}} = \frac{1 - \sqrt{2}}{1 + \sqrt{2}} \times \frac{1 - \sqrt{2}}{1 - \sqrt{2}} - \frac{4\sqrt{6}}{\sqrt{12}} \times \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{12}} = \frac{(1 - \sqrt{2})^2}{1 - 2} - \frac{4\sqrt{6} \times \sqrt{12}}{12}$$

$$= \frac{1 + 2 - 2\sqrt{2}}{-1} - \frac{24\sqrt{2}}{12} = 2\sqrt{2} - 3 - 2\sqrt{2} = -3$$

(1) (2) (3) (4) (93)

$$\frac{2 - \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} + \sqrt{75} - \frac{1}{2}\sqrt{196} = \frac{2 - \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} \times \frac{2 - \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}} + \sqrt{75} - \frac{14}{2}$$

$$= \frac{(2 - \sqrt{3})^2}{2^2 - (\sqrt{3})^2} + 5\sqrt{3} - 7 = \frac{4 + 3 - 4\sqrt{3}}{1} + 5\sqrt{3} - 7 = 5\sqrt{3} - 4\sqrt{3} = \sqrt{3}$$

(1) (2) (3) (4) (94)

عدد زیر رادیکال با فرجه زوج، حتماً باید عددی مثبت باشد تا عبارت تعریف شود. برای عدد طبیعی $n \geq 2$ ، عبارت $\frac{1}{a^n}$ زمانی تعریف می شود که $a \geq 0$ باشد.



mrkonkori

$$\sqrt[4]{-x} : -x \geq 0 \Rightarrow x \leq 0$$

$$\left. \begin{array}{l} y^{\frac{1}{3}} : y \geq 0 \\ z^{-\frac{1}{4}} = \frac{1}{z^{\frac{1}{4}}} : \left\{ \begin{array}{l} z \neq 0 \\ z > 0 \end{array} \right. \\ \frac{1}{\sqrt[4]{xy}} : xy \neq 0 \Rightarrow x \neq 0, y \neq 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} z > 0 \\ z > 0 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ B < 0 \right.$$

1 2 3 4 95

$$\frac{\sqrt[m]{n} \times \sqrt[n]{n}}{\sqrt[n]{m} \times \sqrt[m]{m}} = \frac{n^{\frac{1}{m}} \times n^{\frac{1}{n}}}{m^{\frac{1}{n}} \times m^{\frac{1}{m}}} = \frac{n^{\frac{1}{m} + \frac{1}{n}}}{m^{\frac{1}{m} + \frac{1}{n}}}$$

$$= \left(\frac{n}{m}\right)^{\frac{1}{m} + \frac{1}{n}} = \left(\frac{n}{m}\right)^{\frac{m+n}{mn}} = \sqrt[mn]{\left(\frac{n}{m}\right)^{n+m}}$$

1 2 3 4 96

$$\left| \frac{\sqrt{5}}{2 - \sqrt{5}} \right| - \left| \frac{4}{3 - \sqrt{5}} \right| = \left| \frac{\sqrt{5}}{2 - \sqrt{5}} \times \frac{2 + \sqrt{5}}{2 + \sqrt{5}} \right| - \left| \frac{4}{3 - \sqrt{5}} \times \frac{3 + \sqrt{5}}{3 + \sqrt{5}} \right|$$

$$= \left| \frac{\sqrt{5}(2 + \sqrt{5})}{4 - 5} \right| - \left| \frac{4(3 + \sqrt{5})}{9 - 5} \right| = \left| \frac{\sqrt{5}(2 + \sqrt{5})}{-1} \right| - \left| \frac{4(3 + \sqrt{5})}{4} \right|$$

$$= \sqrt{5}(2 + \sqrt{5}) - (3 + \sqrt{5}) = 2\sqrt{5} + 5 - 3 - \sqrt{5} = 2 + \sqrt{5}$$

1 2 3 4 97

$$(x - y)(x + y) = x^2 - y^2$$

$$a^c \times b^c = (ab)^c$$

$$(a^b)^c = a^{bc}$$

$$\frac{(\sqrt{\sqrt{3+1}})^{\frac{2}{3}} \times 27^{\frac{1}{9}} \times (\sqrt{3-1})^{\frac{1}{3}}}{(2 \times 324^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{8}}} = \frac{((\sqrt{3+1})^{\frac{1}{2}})^{\frac{2}{3}} \times (3^3)^{\frac{1}{9}} \times (\sqrt{3-1})^{\frac{1}{3}}}{(2 \times (3^4 \times 2^2)^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{8}}}$$

توان های گویا و عبارت های جبری



$$= \frac{(\sqrt{3} + 1)^{\frac{1}{3}} \times 3^{\frac{1}{3}} \times (\sqrt{3} - 1)^{\frac{1}{3}}}{(2 \times 3^2 \times 2)^8} = \frac{((\sqrt{3} + 1)(\sqrt{3} - 1))^{\frac{1}{3}} \times 3^{\frac{1}{3}}}{(2^2 \times 3^2)^8}$$

$$= \frac{(3 - 1)^{\frac{1}{3}} \times 3^{\frac{1}{3}}}{(2 \times 3)^8} = \frac{2^{\frac{1}{3}} \times 3^{\frac{1}{3}}}{6^8} = \frac{6^{\frac{1}{3}}}{6^8} = 6^{\frac{1}{3} - 8}$$

$$= 6^{-\frac{23}{3}} = 6^{-12} \Rightarrow a = \frac{1}{12}$$

1 2 3 4 98

$$\frac{1}{\sqrt[4]{5}} \times \frac{\sqrt[4]{5^3}}{\sqrt[4]{5^3}} = \frac{\sqrt[4]{5^3}}{\sqrt[4]{5^4}} = \frac{\sqrt[4]{125}}{5}$$

1 2 3 4 99

$$(a - b)(a^r + ab + b^r) = a^r - b^r$$

$$\frac{1}{\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1} = \frac{1}{(\sqrt[3]{2})^2 + \sqrt[3]{2} + 1^2} \times \frac{\sqrt[3]{2} - 1}{\sqrt[3]{2} - 1} = \frac{\sqrt[3]{2} - 1}{2 - 1} = \sqrt[3]{2} - 1$$

1 2 3 4 100

$$\frac{2}{\sqrt{2} - \sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} = \frac{2(\sqrt{2} + \sqrt{3})}{2 - 3} = -2\sqrt{2} - 2\sqrt{3}$$

1 2 3 4 101

محیط دایره $2\pi r = 2 \times 3 \times r = 6r = \frac{6}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} \Rightarrow r = \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$

$$\Rightarrow r = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{3 - 2} = \sqrt{3} - \sqrt{2}$$

مساحت $= \pi r^2 = 3(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2 = 3(3 + 2 - 2\sqrt{3}\sqrt{2}) = 3(5 - 2\sqrt{6})$

1 2 3 4 102

$$\sqrt[n]{x^{mr}} = \sqrt[np]{x^{mp}}$$



$$\frac{\sqrt[3]{\sqrt{6+2}} \times \sqrt[6]{10-4\sqrt{6}}}{\sqrt[5]{2^3\sqrt{4}}} = \frac{\sqrt[6]{(\sqrt{6+2})^2} \times \sqrt[6]{10-4\sqrt{6}}}{\sqrt[5]{\sqrt[3]{2^3} \times 4}}$$

$$= \frac{\sqrt[6]{6+4+4\sqrt{6}} \times \sqrt[6]{10-4\sqrt{6}}}{\sqrt[5]{\sqrt[3]{2^3} \times 2^2}} = \frac{\sqrt[6]{10+4\sqrt{6}} \times \sqrt[6]{10-4\sqrt{6}}}{\sqrt[5]{\sqrt[3]{2^5}}}$$

$$= \frac{\sqrt[6]{10^2 - (4\sqrt{6})^2}}{\sqrt[5]{2^{\frac{5}{3}}}} = \frac{\sqrt[6]{100-96}}{\sqrt[5]{2^{\frac{5}{3}}}} = \frac{\sqrt[6]{4}}{\sqrt[5]{2^{\frac{5}{3}}}} = \frac{\sqrt[6]{2^2}}{\sqrt[5]{2^{\frac{5}{3}}}} = \frac{2^{\frac{1}{3}}}{2^{\frac{1}{3}}} = 1$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰۳

اعداد بازه‌ی (۰, ۱) ، هر چه به توان بزرگتری برسند کوچکتر می‌شوند و هر چه از آنها ریشه‌ی بیشتری بگیریم، بزرگتر می‌شوند، این امر برای اعداد بزرگتر از ۱ برعکس است.

$$0 < a < 1 \rightarrow \sqrt[5]{a} < \sqrt[6]{a}$$

$$1 < a \rightarrow \sqrt[6]{a} > \sqrt[5]{a}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰۴

$$\sqrt[3]{x^n \sqrt{x^n}} = \sqrt[3]{\sqrt{(x^n)^2} \times x^n} = \sqrt[3]{\sqrt{x^{2n}} \times x^n} = \sqrt[3]{\sqrt{x^{3n}}} = \sqrt[3 \times 2]{x^{3n}}$$

$$= x^{\frac{3n}{3 \times 2}} = x^{\frac{n}{2}} = (x^n)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x^n}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰۵

$$A = \frac{\overbrace{2x^2 + 2x + x + 1}}{(x-1)(x+1)} \times \frac{(x-1)(x^2+x+1)}{(2x+1)^2}$$

$$= \frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)(x+1)} \times \frac{(x-1)(x^2+x+1)}{(2x+1)^2}$$

$$= \frac{\cancel{(x-1)} \cancel{(x+1)}}{\cancel{(x-1)} \cancel{(x+1)}} \times \frac{\cancel{(x-1)} (x^2+x+1)}{(2x+1)^2}$$

$$= \frac{x^2+x+1}{2x+1}$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰۶

$$\begin{aligned} & \sqrt[5]{(\sqrt{2} + 1)^2} \times \sqrt[5]{(3 - 2\sqrt{2})^2} = \sqrt[5]{\left((\sqrt{2} + 1)^2\right)^2} \times \sqrt[5]{(3 - 2\sqrt{2})^2} \\ & = \sqrt[5]{(2 + 1 + 2\sqrt{2})^2} \times \sqrt[5]{(3 - 2\sqrt{2})^2} = \sqrt[5]{(3 + 2\sqrt{2})^2} \times \sqrt[5]{(3 - 2\sqrt{2})^2} \\ & = (3 + 2\sqrt{2})^{\frac{2}{5}} \times (3 - 2\sqrt{2})^{\frac{2}{5}} = \left((3 + 2\sqrt{2})(3 - 2\sqrt{2})\right)^{\frac{2}{5}} \\ & = \left(3^2 - (2\sqrt{2})^2\right)^{\frac{2}{5}} = (9 - 8)^{\frac{2}{5}} = 1^{\frac{2}{5}} = 1 \end{aligned}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰۷

$$(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$$

$$\begin{aligned} A &= \frac{6}{\sqrt[3]{54} - 2\sqrt[3]{27}} = \frac{6}{\sqrt[3]{27 \times 2} - 2 \times 3} = \frac{6}{3\sqrt[3]{2} - 2 \times 3} = \frac{6}{3(\sqrt[3]{2} - 2)} \\ &= \frac{2}{\sqrt[3]{2} - 2} \times \frac{\sqrt[3]{4} + 2\sqrt[3]{2} + 4}{\sqrt[3]{4} + 2\sqrt[3]{2} + 4} = \frac{2(\sqrt[3]{4} + 2\sqrt[3]{2} + 4)}{\underbrace{\sqrt[3]{2} - 2}_{-6}(\sqrt[3]{4} + 2\sqrt[3]{2} + 4)} \\ &= -\frac{\sqrt[3]{4} + 2\sqrt[3]{2} + 4}{3} \end{aligned}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰۸

$$= ac \quad : \quad a, b, c$$

$$\begin{aligned} 5^{3x+y} \times 125^{y-x} &= (25^{2x-y})^2 \Rightarrow 5^{3x+y} \times (5^2)^{y-x} = (5^2)^{4x-2y} \\ \Rightarrow 5^{3x+y} \times 5^{2y-2x} &= 5^{4x-4y} \Rightarrow 5^{3x+y+2y-2x} = 5^{4x-4y} \\ \Rightarrow 5^{x+3y} &= 5^{4x-4y} \Rightarrow x+3y = 4x-4y \Rightarrow 7y = 3x \Rightarrow x = y \end{aligned}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰۹

$$\begin{aligned} A &= (\alpha^2 + \beta^2 + 4\alpha\beta)(\alpha^2 + \beta^2 - 4\alpha\beta) = ((\alpha^2 + \beta^2) + 4\alpha\beta)((\alpha^2 + \beta^2) - 4\alpha\beta) \\ &= (\alpha^2 + \beta^2)^2 - (4\alpha\beta)^2 = \alpha^4 + \beta^4 + 2\alpha^2\beta^2 - 16\alpha^2\beta^2 \\ &= \alpha^4 + \beta^4 - 14\alpha^2\beta^2 \end{aligned}$$

توان های گویا و عبارات های جبری

حال مقادیر α و β را در عبارت فوق جای می دهیم:



$$\begin{aligned}
 A &= (\sqrt[4]{7\sqrt{3} + 12})^4 + (\sqrt[4]{7\sqrt{3} - 12})^4 - 14\sqrt{7\sqrt{3} + 12} \times \sqrt{7\sqrt{3} - 12} \\
 &= 7\sqrt{3} + 12 + 7\sqrt{3} - 12 - 14\sqrt{(7\sqrt{3})^2 - 12^2} \\
 &= 14\sqrt{3} - 14\sqrt{49 \times 3 - 12^2} = 14\sqrt{3} - 14\sqrt{3} = 0
 \end{aligned}$$

1 2 3 4 110

$$\left(\sqrt[n]{x^m} = x^{\frac{m}{n}}\right)$$

$$\begin{aligned}
 A &= \sqrt[5]{2^3} \times \left(\sqrt[4]{2^2} \times \sqrt[7]{2^3}\right)^{\frac{2}{3}} \\
 &= 2^{\frac{3}{5}} \times \left(2^{\frac{2}{4}} \times 2^{\frac{3}{7}}\right)^{\frac{2}{3}} = 2^{\frac{3}{5}} \times \left(2^{\frac{1}{2} + \frac{3}{7}}\right)^{\frac{2}{3}} \\
 &= 2^{\frac{3}{5}} \times \left(2^{\frac{7+6}{14}}\right)^{\frac{2}{3}} = 2^{\frac{3}{5}} \times 2^{\frac{13}{14} \times \frac{2}{3}} = 2^{\frac{3}{5}} \times 2^{\frac{13}{21}} = 2^{\frac{3}{5} + \frac{13}{21}} \\
 &= 2^{\frac{63+65}{105}} = 2^{\frac{128}{105}}
 \end{aligned}$$

1 2 3 4 111

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

برای آنکه عبارت $\sqrt{x-2} + \sqrt{x+1}$ تعریف شده باشد، باید داشته باشیم:

$$\left\{ \begin{array}{l} (*) \end{array} \right.$$

حال اتحاد مزدوج را تشکیل می دهیم:

$$\begin{aligned}
 (\sqrt{x-2} + \sqrt{x+1})(\sqrt{x-2} - \sqrt{x+1}) &= (\sqrt{x-2})^2 - (\sqrt{x+1})^2 = |x-2| - |x+1| \\
 &\stackrel{*}{=} (x-2) - (x+1) = x-2-x-1 = -3 \\
 27 \times (\sqrt{x-2} - \sqrt{x+1}) &= -3 \Rightarrow \sqrt{x-2} - \sqrt{x+1} = -\frac{3}{27} = -\frac{1}{9} \\
 \xrightarrow{\times(-1)} \sqrt{x+1} - \sqrt{x-2} &= \frac{1}{9}
 \end{aligned}$$

$$a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b)$$

$$A = x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3 \times x \times \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right) = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3\left(x + \frac{1}{x}\right)$$

طرفین معادله ی داده شده را بر x تقسیم می کنیم:

$$x^3 + 3x + 1 = 0 \xrightarrow{\div x} \frac{x^3}{x} + \frac{3x}{x} + \frac{1}{x} = 0$$



$$\Rightarrow x + 3 + \frac{1}{x} = 0 \rightarrow x + \frac{1}{x} = -3$$

این مقدار را در A جایگزین می‌کنیم:

$$A = (-3)^3 - 3 \times (-3) = -27 + 9 = -18$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱۳

$$\sqrt[3]{\frac{-\sqrt[6]{4}}{\sqrt[5]{-2}}} = \sqrt[3]{\frac{-\sqrt[6]{2^2}}{-\sqrt[5]{2}}} = \sqrt[3]{\frac{2^{\frac{2}{6}}}{2^{\frac{1}{5}}}} = \sqrt[3]{\frac{1}{2^{\frac{1}{5}}}} = \sqrt[3]{\frac{2}{2^{\frac{1}{5}}}} = 2^{\frac{2}{3}} = 2^{\frac{2}{3}}$$

$$(0.5)^{-3} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = 2^3$$

$$\Rightarrow A = 2^{\frac{2}{3}} \times 2^3 = 2^{\frac{2}{3}+3} = 2^{\frac{2+13}{3}} = 2^{\frac{15}{3}} = 2^5$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱۴

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^3 = x^3 + 3 \times x^2 \times \frac{1}{x} + 3 \times x \times \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3}$$

$$= x^3 + 3x + \frac{3}{x} + \frac{1}{x^3}$$

$$\Rightarrow \underbrace{\left(x + \frac{1}{x}\right)^3}_3 = x^3 + \frac{1}{x^3} + \underbrace{3\left(x + \frac{1}{x}\right)}_3$$

$$\Rightarrow 27 = x^3 + \frac{1}{x^3} + 9 \Rightarrow x^3 + \frac{1}{x^3} = 18$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱۵

می‌دانیم: هر عدد مثبت دارای دو ریشهٔ دوم برابر و مختلف‌العلامه است

ریشهٔ سوم هر عدد از ریشهٔ دوم آن در اعداد }
 بزرگتر از یک، کوچکتر است }
 مابین صفر و یک، بزرگتر است }

$$n > 1 \rightarrow \begin{cases} \sqrt[n]{n} < \sqrt[n]{n} \\ a_n < a_n \end{cases} \Rightarrow \sqrt[n]{n} = a_n \rightarrow -\sqrt[n]{n} = -a_n = y$$

$$0 < m < 1 \rightarrow \begin{cases} \sqrt[n]{n} < \sqrt[n]{n} \\ a_1 < a_n \end{cases} \Rightarrow \sqrt[n]{n} = a_1 \Rightarrow -\sqrt[n]{n} = -a_1 = x$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱۶

می دانیم: ریشه $\sqrt[n]{a}$ زوج n و $\sqrt[n]{a^n} = \begin{cases} |a| & \text{زوج } n \\ a & \text{فرد } n \end{cases}$ a n ام

ریشه سوم ۶۴ : $\sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{4^3} = 4$

ریشه دوم ۸۱ : $\pm\sqrt{81} = \pm\sqrt{9^2} = \pm 9$

$x = \frac{\text{ریشه دوم ۸۱}}{\text{ریشه سوم ۶۴}} = \frac{\pm 9}{4} = \pm \frac{9}{4}$ اعداد منفی ریشه دوم ندارند $\rightarrow x = \frac{9}{4}$

ریشه دوم $\frac{9}{4}$: $\pm\sqrt{\frac{9}{4}} = \pm\frac{3}{2} = \pm 1,5$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱۷

می دانیم: حجم مکعبی به ضلع x برابر است با x^3

$125 < x^3 < 729 \Rightarrow 5^3 < x^3 < 9^3 \xrightarrow{\sqrt[3]{\quad}} 5 < x < 9 \Rightarrow x \text{ حداکثر} = 8$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱۸

$256 < 357 < 625 \Rightarrow 4^3 < 357 < 5^3 \xrightarrow{\sqrt[4]{\quad}} 4 < \sqrt[4]{357} < 5 \Rightarrow 4 < \sqrt[4]{357} < 4 + 1 \Rightarrow n = 4$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱۹

می دانیم: $\sqrt[n]{a^n} = |x|$ (زوج n) و $\sqrt[n]{a^n} = n(\quad)$ داریم:

$\frac{\sqrt[5]{x^5} \times \sqrt[4]{x^8}}{\sqrt[3]{x^3}} = \frac{x}{x} = |x| \xrightarrow{x < 0} -x$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲۰

می دانیم: حجم مکعبی به ضلع $a^3 = a$

اگر طول ضلع مکعب متوسط را برابر با a در نظر بگیریم، از آنجایی که حجم مکعب a بین ۶۴ و ۱۲۵ است داریم:

$64 < a^3 < 125 \Rightarrow 4^3 < a^3 < 5^3 \Rightarrow 4 < a < 5 \Rightarrow a \in (4, 5)$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲۱

می دانیم: (که در صورت زوج بودن n ، $a > 0$) $(\sqrt[n]{a})^n = a$ و $\sqrt[n]{a^n} = \begin{cases} |a| & \text{زوج } n \\ a & \text{فرد } n \end{cases}$

راه اول: با توجه به کادر، گزینه ۲ صحیح است.

توان های گویا و عبارات های جذری



راه دوم: مثال نقض:

$$a = -4, n = 2 : \begin{cases} \sqrt{(-4)^2} = |-4| = 4 \\ (\sqrt{-4})^2 : \text{تعریف نشده} \end{cases}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲۲

می دانیم:

$$a^{-b} = \frac{1}{a^b} \text{ و } \sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} \text{ (اگر } n \text{ زوج، } a \geq 0 \text{)}$$

می دانیم:

داریم:

$$\left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{-1}{4}} = \frac{1}{\left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{4}}} = \frac{1}{\sqrt[4]{\frac{1}{4}}} = \frac{1}{\frac{\sqrt[4]{1}}{\sqrt[4]{4}}} = \frac{1}{\frac{1}{\sqrt[4]{4}}} = \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = \sqrt{2}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲۳

می دانیم:

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

برای ساده سازی کسر، صورت و مخرج را در مزدوج مخرج ضرب می کنیم:

$$A = \frac{1 - \sqrt{2}}{1 + \sqrt[4]{2}} \times \frac{1 - \sqrt[4]{2}}{1 - \sqrt[4]{2}} = \frac{(1 - \sqrt{2})(1 - \sqrt[4]{2})}{(1)^2 - (\sqrt[4]{2})^2} = \frac{(1 - \sqrt{2})(1 - \sqrt[4]{2})}{(1 - \sqrt{2})} = 1 - \sqrt[4]{2}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲۴

می دانیم:

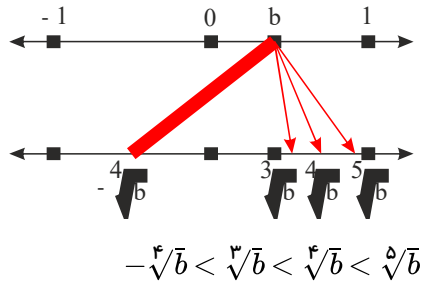
$$\sqrt{x^2} = |x| = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$$

با توجه به صورت سؤال، $\sqrt{-x}$ تعریف شده است بنابراین $x < 0$:

$$x\sqrt{-x} \stackrel{x < 0}{=} -|x|\sqrt{-x} = -\sqrt{x^2} \times \sqrt{-x} = -\sqrt{-x^3}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲۵

می دانیم: اعداد بین صفر و یک، هرچه ریشه بزرگتری از آنها بگیریم، بزرگتر می شوند. همچنین اعداد مثبت، دو ریشه مختلف علامه و مساوی دارند.



با توجه به شکل و کادر داریم:

یعنی:



ریشه پنجم b < ریشه چهارم b < ریشه سوم b < ریشه چهارم b

با توجه به گزینه‌ها، فقط گزینه ۳ صحیح است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲۶

$$x^3 - 2xy + x^2y - 2y^2 = x^3 + x^2y - 2xy - 2y^2 = x^2(x+y) - 2y(x+y) = (x+y)(x^2 - 2y)$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲۷

می دانیم:

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}, a^m \times a^n = a^{m+n}$$

داریم:

$$A = x^3 \sqrt{x} \sqrt[5]{x^2} = x^{\frac{5}{5}} \times x^{\frac{1}{5}} \times x^{\frac{2}{5}} = x^{\frac{15+5+6}{15}} = x^{\frac{26}{15}} \stackrel{x=2}{=} (2^{\frac{26}{15}})^{\frac{15}{15}} = 2^{\frac{26}{15}} = 2^{\frac{26}{15}} = 2^2 = 4$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲۸

می دانیم:

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

داریم:

$$\begin{cases} \frac{99^3 - 1}{99^2 + 100} = \frac{(99-1)(99^2 + 99 + 1)}{99^2 + 100} = 99 - 1 = 98 \\ \frac{99^3 + 1}{99^2 - 98} = \frac{(99+1)(99^2 - 99 + 1)}{99^2 - 98} = 100 \end{cases}$$

$$\Rightarrow A = \frac{99^3 - 1}{99^2 + 100} \times \frac{99^3 + 1}{99^2 - 98} = 98 \times 100 = 9800$$

هر یک از گزینه‌ها را به تنهایی بررسی می‌کنیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲۹

گزینه ۱: مثال نقض: $x = \frac{1}{9}, y = \frac{1}{2} \Rightarrow 0 < x < y < 1, - \not< - \Rightarrow \sqrt{x} \not< y^2$

گزینه ۲: $0 < x < y < 1 \Rightarrow \begin{cases} 0 < x < y \Rightarrow x^r < y < \sqrt[r]{y} \Rightarrow x^r < \sqrt[r]{y} \\ 0 < y < \sqrt[r]{y} \end{cases}$

گزینه ۳: $0 < x < y \xrightarrow{\sqrt{\quad}} \sqrt{x} < \sqrt{y}$

گزینه ۴: $0 < x < y < 1 \Rightarrow \begin{cases} 0 < x < y \Rightarrow x^r < y < \sqrt[r]{y} \Rightarrow x^r < \sqrt[r]{y} \\ 0 < y < \sqrt[r]{y} \end{cases}$

می‌دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳۰

$$\sqrt[n]{a} \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}, \sqrt[n]{a^n} = \begin{cases} |a| & \text{زوج } n \\ a & \text{فرد } n \end{cases}$$



mrkonkori

الف) درست:
$$\begin{cases} \sqrt[3]{0,027} = \sqrt[3]{(0,3)^3} = 0,3 \\ \sqrt[4]{0,0081} = \sqrt[4]{(0,3)^4} = 0,3 \end{cases}$$

ب) نادرست:
$$\begin{cases} (\sqrt[4]{-2})^4: \text{تعریف نشده} \\ \sqrt[4]{(-2)^4} = |-2| = 2 \end{cases}$$

پ) نادرست:
$$\sqrt[4]{(-5)^4} = |-5| = 5$$

ت) درست:
$$\sqrt[3]{-3} \times \sqrt[3]{-9} \times \sqrt[4]{(-3)^4} = \sqrt[3]{(-3)(-9)} \times |-3| = \sqrt[3]{27} \times 3 = \sqrt[3]{3^3} \times 3 = 3 \times 3 = 9$$

می‌دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ **۱۳۱**

داریم:

$$0 < a < 1 \Rightarrow a < \sqrt{a} < \sqrt[3]{a}$$

$$|a - \sqrt{a}| \stackrel{a < \sqrt{a}}{=} \sqrt{a} - a$$

$$|a - \sqrt[3]{a}| \stackrel{a < \sqrt[3]{a}}{=} \sqrt[3]{a} - a$$

$$|\sqrt{a} - \sqrt[3]{a}| \stackrel{\sqrt{a} < \sqrt[3]{a}}{=} \sqrt[3]{a} - \sqrt{a}$$

$$\Rightarrow A = (\sqrt{a} - a) - (\sqrt[3]{a} - a) + (\sqrt[3]{a} - \sqrt{a}) = \sqrt{a} - a - \sqrt[3]{a} + a + \sqrt[3]{a} - \sqrt{a} = 0$$

بنابراین:

می‌دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ **۱۳۲**

داریم:

$$y^5 + 2y^3 - 24y = y(y^4 + 2y^2 - 24)$$

$$= y((y^2)^2 + 2y^2 - 24) = y(y^2 + 6)(y^2 - 4) = y(y^2 + 6)(y - 2)(y + 2)$$

می‌دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ **۱۳۳**

$$x = 2 + \sqrt{3} \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{1}{2 + \sqrt{3}} \times \frac{2 - \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}} = \frac{2 - \sqrt{3}}{2^2 - \sqrt{3}^2} = \frac{2 - \sqrt{3}}{4 - 3} = 2 - \sqrt{3}$$

$$x + \frac{1}{x} = 2 + \sqrt{3} + 2 - \sqrt{3} = 4$$

می‌دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ **۱۳۴**

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$X = (2a - 3)(2a + 3)(16a^2 + 36a^2 + 81) = ((2a)^2 - (3)^2)((4a^2)^2 + (4a^2)(9) + 9^2)$$

$$\stackrel{(2a)^2 = 4a^2 = A, 3^2 = B}{=} (A - B)(A^2 + AB + B^2) = A^3 - B^3$$

$$= ((2a)^2)^3 - (3^2)^3 = (2a)^6 - 9^3 = 64a^6 - 729$$

توان های گویا و عبارت های جبری



$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$ می‌دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳۵

داریم:

$$\begin{aligned} \frac{xy^r + y^r + y + 1 - x}{y^r + y + 1} &= \frac{(xy^r - x) + (y^r + y + 1)}{y^r + y + 1} = \frac{x(y^r - 1) + (y^r + y + 1)}{y^r + y + 1} \\ &= \frac{x(y - 1)(y^r + y + 1) + (y^r + y + 1)}{y^r + y + 1} \\ &= \frac{(y^r + y + 1)(x(y - 1) + 1)}{y^r + y + 1} = x(y - 1) + 1 = xy - x + 1 \end{aligned}$$

$\sqrt[n]{a^n} = \begin{cases} |a| & \text{زوج } n \\ a & \text{فرد } n \end{cases}$ می‌دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳۶

داریم:

$$\begin{aligned} \sqrt[5]{(1-x)^5} + \sqrt{(x-1)^2} + \sqrt[3]{(-3)^3} &= 1 - x + |x - 1| + |-3| \\ \stackrel{x < 1}{=} 1 - x + (-x + 1) + 3 &= -2x + 2 + 3 = -2x + 5 \end{aligned}$$

$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$ می‌دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳۷

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{a^k \sqrt{a^4}} &= \sqrt[3]{a(a^{\frac{4}{3}})} = \sqrt[3]{a^{1+\frac{4}{3}}} = \sqrt[3]{a^{\frac{7}{3}}} = a^{\frac{7}{9}} \\ a^{\frac{7}{9}} &= a^1 \Rightarrow \frac{k + 4}{3} = 1 \Rightarrow k + 4 = 3k \Rightarrow 2k = 4 \Rightarrow k = 2 \end{aligned}$$

$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$ می‌دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳۸

ریشه‌های دهم x برابر است با $\pm \sqrt[10]{x}$. بنابراین:

$$\pm \sqrt[10]{x} = \pm \sqrt[10]{x^{\frac{5}{5} \times \frac{a}{a}}} = \pm \sqrt[10]{(x^{\frac{5}{a}})^{\frac{a}{5}}} = \pm \sqrt[10]{\frac{a}{25}} = \pm \sqrt[10]{\frac{a}{25 \times 10}} = \pm \sqrt[10]{\frac{a}{250}}$$

$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ می‌دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳۹

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{x} - \frac{1}{\sqrt[3]{x}} &= 2 \xrightarrow{\text{توان ۳}} (\sqrt[3]{x})^3 - 3(\sqrt[3]{x})^2 \left(\frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right) + 3(\sqrt[3]{x}) \left(\frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^2 - \left(\frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^3 = 8 \\ \Rightarrow x - 3\sqrt[3]{x} + \frac{3}{\sqrt[3]{x}} - \frac{1}{x} &= 8 \Rightarrow x - \frac{1}{x} - \underbrace{3\left(\sqrt[3]{x} - \frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)}_2 = 8 \\ \Rightarrow x - \frac{1}{x} &= 8 + 2 = 10 \Rightarrow \frac{x^2 - 1}{x} = 10 \end{aligned}$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴۰

$$\sqrt[n]{a^n} = \begin{cases} |a| & \text{زوج } n \\ a & \text{فرد } n \end{cases}$$

می دانیم:

$$\begin{aligned} A &= 5\sqrt[3]{-0,3} + 2\sqrt[4]{\frac{1}{16}} + \sqrt[5]{\frac{-243}{32}} \\ \Rightarrow A &= 5\sqrt[3]{(-0,3)^3} + 2\sqrt[4]{\frac{1}{2^4}} + \sqrt[5]{\frac{-3^5}{2^5}} \Rightarrow A = 5(-0,3) + 2\left(\frac{1}{2}\right) + \left(\frac{-3}{2}\right) \\ \Rightarrow A &= -1,5 + 1 - 1,5 = -2 \end{aligned}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴۱

$$\sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}, \quad \sqrt[n]{x^n} = \begin{cases} |a| & \text{زوج } n \\ a & \text{فرد } n \end{cases}$$

می دانیم:

n زوج $a = b \leftarrow$ مثبت

داریم:

$$3\sqrt{2} = \sqrt{3^2}\sqrt{2} = \sqrt{9}\sqrt{2} = \sqrt{9 \times 2} = \sqrt{18}$$

بنابراین:

$$(3\sqrt{2} - \sqrt{1})(3\sqrt{2} - \sqrt{2}) \dots \underbrace{(3\sqrt{2} - \sqrt{18})}_{\text{صفر}} (3\sqrt{2} - \sqrt{19})(3\sqrt{2} - \sqrt{20}) = 0$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴۲

$$\sqrt[n]{a^n} = \begin{cases} |a| & \text{زوج } n \\ a & \text{فرد } n \end{cases}, \quad (a-b)(a+b) = a^2 - b^2$$

$$\sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$$

کل عبارت موردنظر را A می نامیم و با به توان رساندن A داریم:

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{14 - \sqrt{52}} - \sqrt{14 + \sqrt{52}} \\ \Rightarrow A^2 &= (\sqrt{14 - \sqrt{52}} - \sqrt{14 + \sqrt{52}})^2 = (\sqrt{14 - \sqrt{52}})^2 + (\sqrt{14 + \sqrt{52}})^2 \\ &\quad - 2(\sqrt{14 - \sqrt{52}})(\sqrt{14 + \sqrt{52}}) \Rightarrow A^2 = |14 - \sqrt{52}| + |14 + \sqrt{52}| \\ &\quad - 2(\sqrt{(14 - \sqrt{52})(14 + \sqrt{52})}) \Rightarrow A^2 = 14 - \sqrt{52} + 14 + \sqrt{52} - 2\sqrt{14^2 - (\sqrt{52})^2} \\ \Rightarrow A^2 &= 28 - 2\sqrt{196 - 52} = 28 - 2\sqrt{144} = 28 - 2(12) = 28 - 24 = 4 \\ A^2 &= 4 \Rightarrow A = \pm 2 \xrightarrow{A < 0} A = -2 \end{aligned}$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴۳

می دانیم: $\sqrt[n]{a} \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$, $\sqrt[n]{a^n} = |a|$, $\frac{1}{a^n} = a^{-n}$, $a^m \times a^n = a^{m+n}$

با ساده سازی طرفین تساوی داریم:

$$\left(\frac{4^a}{2\sqrt{8}}\right)^2 = \left(\frac{(2^2)^a}{2^2\sqrt{2^3}}\right)^2 = \left(\frac{2^{2a}}{2^2\sqrt{2^3}}\right)^2 = (2^{2a-2}\sqrt{2})^2 = 2^{4a-4}\sqrt{2}$$

$$2\sqrt{288} = 2\sqrt{144 \times 2} = 2 \cdot 12\sqrt{2}$$

$$\left(\frac{4^a}{2\sqrt{8}}\right)^2 = 2\sqrt{288} \Rightarrow 2^{4a-4}\sqrt{2} = 2 \cdot 12\sqrt{2} \Rightarrow 4a - 4\sqrt{2} = 12\sqrt{2} \Rightarrow 4a = 16\sqrt{2} \Rightarrow a = 4\sqrt{2}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴۴

می دانیم: $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$, $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$

$$\frac{1}{\sqrt{x}-1} \times \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1} = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} \times \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1} = \frac{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}+1)}{x-1} = \frac{1 + (\sqrt{x} + \sqrt{x}) + \sqrt{x} \times \sqrt{x}}{x-1}$$

$$= \frac{1 + \sqrt{x} + \sqrt{x} + \sqrt{x^2}}{x-1} = \frac{2}{\sqrt{x}-1} \times \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1} = \frac{2}{x-1} \times \frac{x+1}{\sqrt{x}+1}$$

بنابراین:

$$\frac{3}{x-1} + \frac{2}{\sqrt{x}-1} + \frac{1}{\sqrt{x}-1} = \frac{3 + 2\sqrt{x} + 2 + 1 + \sqrt{x} + \sqrt{x} + \sqrt{x^2}}{x-1}$$

$$= \frac{6 + 3\sqrt{x} + \sqrt{x^2} + \sqrt{x}}{x-1} = \frac{6 + 3x + A}{x-1} \Rightarrow A = \sqrt{x^2} + \sqrt{x}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴۵

می دانیم: $\sqrt[n]{a} \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$, $\sqrt[n]{a^n} = |a|$

$$\sqrt{7-4\sqrt{3}} = \sqrt{4+3-4\sqrt{3}} = \sqrt{2^2 + \sqrt{3}^2 - 2 \times 2 \times \sqrt{3}} = \sqrt{(2-\sqrt{3})^2} = |2-\sqrt{3}|$$

$$= 2 - \sqrt{3}$$

$$\sqrt{7+4\sqrt{3}} = \sqrt{4+3+4\sqrt{3}} = \sqrt{2^2 + \sqrt{3}^2 + 2 \times 2 \times \sqrt{3}} = \sqrt{(2+\sqrt{3})^2} = |2+\sqrt{3}|$$

$$= 2 + \sqrt{3}$$

$$\sqrt{27} = \sqrt{9 \times 3} = \sqrt{9}\sqrt{3} = 3\sqrt{3}$$

$$\sqrt{7-4\sqrt{3}} - 2\sqrt{7+4\sqrt{3}} + \sqrt{27} = 2 - \sqrt{3} - 4 - 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} = -2$$

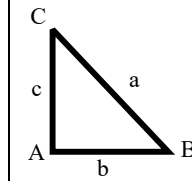
بنابراین:

توان های گویا و عبارت های جبری



۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴۶

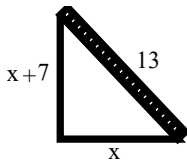
می دانیم $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$



در مثلث قائم‌الزاویه

$$a^2 = b^2 + c^2 : \triangle ABC$$

با نوشتن رابطه فیثاغورس در مثلث روبرو داریم:



= +

$$169 = x^2 + 49 + x^2 + 14x \Rightarrow 2x^2 + 14x - 120 \Rightarrow x^2 + 7x - 60 = 0$$

$$\Rightarrow (x+12)(x-5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = - \\ x = 5 \Rightarrow x+7 = 5+7 = 12 \end{cases}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴۷

می دانیم: اعداد بین صفر و یک همچنین اعداد کوچکتر از منفی یک، هرچه به بزرگتری برسند، کوچکتر می‌شوند.

$$\sqrt[3]{a} > a \xrightarrow{\text{توان ۳}} a > a^3 \Rightarrow \begin{cases} 0 < a < 1 \xrightarrow{\text{توان ۴}} a^4 < 1 \xrightarrow{\times a} a^5 < a \\ \text{یا} \\ a < -1 \xrightarrow{\text{توان ۴}} a^4 > 1 \xrightarrow[\text{a < 0}]{\times a} a^5 < a \end{cases}$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) $\sqrt[3]{a} > a : a = \frac{1}{5} \Rightarrow -1 < a < 0$ نادرست

۲) $\sqrt[3]{a} > a : a = (\frac{1}{5})^{15} \Rightarrow \sqrt[3]{(\frac{1}{5})^{15}} > \sqrt[5]{(\frac{1}{5})^5} \Rightarrow (\frac{1}{5})^5 > (\frac{1}{5})^3$ نادرست

۳) $\sqrt[3]{a} > a : a = -2 \Rightarrow (-2)^4 < -2 \Rightarrow 16 < -2$ نادرست

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴۸

می دانیم: n زوج $\sqrt[n]{x^n} = |x|$ ، n فرد $\sqrt[n]{x^n} = x$

داریم:

$$\sqrt{x^2} + \sqrt[3]{x^3} + \sqrt[6]{x^6} + \sqrt[7]{x^7} = |x| + x + |x| + x = 2x + 2|x| \xrightarrow{|x|=-x} 2x - 2x = 0 \quad -1 < x < 0$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴۹

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{\sqrt[z]{a}}} = mnz\sqrt{a}, \quad \sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

می دانیم:

$$\frac{\sqrt[4]{\sqrt[6]{\sqrt[5]{4^3}}} \times \sqrt[6]{\sqrt[5]{\sqrt[4]{9^6}}}}{\sqrt[4]{\sqrt[3]{\sqrt[5]{3^3}}}} = \frac{12^{\circ}\sqrt{(2^2)^3} \times 12^{\circ}\sqrt{(3^2)^6}}{\sqrt[6]{(2^5)^3}} = \frac{2^{\frac{1}{20}} \times 3^{\frac{1}{10}}}{2^{\frac{1}{4}}}$$

$$= 2^{\frac{1}{20} - \frac{1}{4}} \times 3^{\frac{1}{10}} = 2^{\frac{1-5}{20}} \times 3^{\frac{1}{10}} = 2^{-\frac{4}{20}} \times 3^{\frac{1}{10}} = 2^{-\frac{1}{5}} \times 3^{\frac{1}{10}} = \frac{\sqrt[10]{3}}{\sqrt[10]{2^2}} = \sqrt[10]{\frac{3}{4}}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵۰

می دانیم: اعداد بین صفر و یک هرچه رادیکال به فرجه بزرگ تری از آن‌ها بگیریم، بزرگ تر می شوند.

$$a < \sqrt[3]{a} \Rightarrow a - \sqrt[3]{a} < 0 \Rightarrow |a - \sqrt[3]{a}| = -a + \sqrt[3]{a}$$

$$\sqrt{a} < \sqrt[3]{a} \Rightarrow \sqrt[3]{a} - \sqrt{a} > 0 \Rightarrow |-\sqrt{a} + \sqrt[3]{a}| = -\sqrt{a} + \sqrt[3]{a}$$

$$|a - \sqrt[3]{a}| + |-\sqrt{a} + \sqrt[3]{a}| = -a + \sqrt[3]{a} - \sqrt{a} + \sqrt[3]{a} = 2\sqrt[3]{a} - \sqrt{a} - a$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵۱

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

می دانیم:

$$x^3 - 3x^2 + 3x - 3\sqrt{3} = \underbrace{x^3 - 3x^2 + 3x - 1}_{(x-1)^3} + 1 - 3\sqrt{3} = (x-1)^3 + 1 - 3\sqrt{3}$$

با جایگذاری $x = \sqrt{3} + 1$ داریم:

$$(\sqrt{3} + 1 - 1)^3 + 1 - 3\sqrt{3} = 3\sqrt{3} + 1 - 3\sqrt{3} = 1$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵۲

$$(2\sqrt{2} + \sqrt{6} + \frac{5\sqrt{6} + 3}{\sqrt{3} + 1})^{-1} = (\frac{2\sqrt{6} + 2\sqrt{2} + \sqrt{3} \times \sqrt{6} + \sqrt{6} + 5\sqrt{6} + 3\sqrt{2}}{\sqrt{3} + 1})^{-1}$$

$$\frac{+ 5\sqrt{2} + \sqrt{18}}{\sqrt{3} + 1})^{-1} = (\frac{8\sqrt{6} + 5\sqrt{2} + 3\sqrt{2}}{\sqrt{3} + 1})^{-1} = (\frac{8\sqrt{6} + 8}{\sqrt{3} + 1})^{-1} = (\frac{8\sqrt{2}(\sqrt{3} + 1)}{\sqrt{3} + 1})^{-1} = (8\sqrt{2})^{-1} = \frac{1}{8\sqrt{2}}$$

کسر فوق را گویا می کنیم:

$$\frac{1}{8\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{2}{8 \times 2} = \frac{\sqrt{2}}{16}$$

توان های گویا و عبارت های جذری



۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵۳

می دانیم: $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = m\sqrt[n]{a}, \sqrt[m]{a^n} = a^{\frac{n}{m}} (a > 0)$

$$\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}} = \sqrt{x\sqrt{x \times x^{\frac{1}{2}}}} = \sqrt{x\sqrt{x^{\frac{3}{2}}}} = \sqrt{x \times x^{\frac{3}{2}}} = \sqrt{x^{\frac{5}{2}}} = x^{\frac{5}{4}} = \sqrt[4]{x^5}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵۴

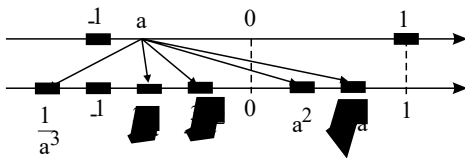
می دانیم: $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} (a > 0), x^a \times x^b = x^{a+b}, ((x^a)^b) = x^{ab}$

$$\sqrt[n]{8} \times \sqrt[2n]{4} = \sqrt[n]{\alpha} \Rightarrow \sqrt[n]{2^3} \times \sqrt[2n]{2^2} = 2^{\frac{3}{n}} \times 2^{\frac{2}{2n}} = 2^{\frac{3}{n}} \times 2^{\frac{1}{n}} = 2^{\frac{3+1}{n}} = 2^{\frac{4}{n}} = (2^4)^{\frac{1}{n}} = \alpha^{\frac{1}{n}} \Rightarrow \alpha = 2^4 = 16$$

$$\sqrt{\sqrt{\alpha} \times \sqrt[5]{2\alpha + 1}} \stackrel{\alpha=16}{=} \sqrt{\sqrt{16} \times \sqrt[5]{32 + 1}} = \sqrt{4 \times \sqrt[5]{33 + 1}} = \sqrt{4 \times 2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵۵

اعداد بین صفر و منفی یک هر چه به توان بزرگتری برسند، بزرگتر می شوند.



با توجه به محور اعداد، سومین عدد از سمت چپ $\sqrt[3]{a^2}$ است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵۶

می دانیم: $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$

ابتدا مقدار x^3 را به دست می آوریم:

$$x^3 = (\sqrt[3]{5 + 2\sqrt{6}} + \sqrt[3]{5 - 2\sqrt{6}})^3$$

$$= 5 + 2\sqrt{6} + 5 - 2\sqrt{6} + 3\sqrt[3]{5 + 2\sqrt{6}} \times \sqrt[3]{5 - 2\sqrt{6}} (\sqrt[3]{5 + 2\sqrt{6}} + \sqrt[3]{5 - 2\sqrt{6}})$$

$$= 10 + 3\sqrt[3]{25 - 4 \times 6} \times x = 10 + 3 \times 1 \times x = 10 + 3x \Rightarrow x^3 = 10 + 3x \Rightarrow x^3 - 3x = 10$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵۷

می دانیم: ریشه n ام عدد x برابر است با $\sqrt[n]{x}$

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}, (a^b)^c = a^{bc}$$

$$(\sqrt{x})^3 = 8\sqrt{x^2} \Rightarrow (x^{\frac{1}{2}})^3 = 8 \times x^{\frac{1}{2}} \Rightarrow x^{\frac{3}{2}} = 8x^{\frac{1}{2}}$$

$$\Rightarrow \frac{x^{\frac{3}{2}}}{x^{\frac{1}{2}}} = 8 \Rightarrow x^{\frac{3}{2} - \frac{1}{2}} = 8 \Rightarrow x = 8 \Rightarrow \sqrt{x} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵۸

می دانیم: $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}, \sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b}$



$$\frac{288a\sqrt{2}b^2}{a^2} = \frac{\sqrt{288}\sqrt{a}\sqrt{2}\sqrt{b^2}}{a^2} = \frac{\sqrt{144} \times 2 \times a^{\frac{1}{2}} \times b^2}{a^2}$$

$$= \frac{\sqrt{144} \times \sqrt{2} \times b^2}{a^{\frac{1}{2}}} = 12\sqrt{2}b^2 = \sqrt{72} = \sqrt{36 \times 2} = 6\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow 12\sqrt{2}b^2 = 6\sqrt{2} \Rightarrow 12b^2 = 6 \Rightarrow b^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow b = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$$

بنابراین، مجموع مقادیر ممکن برای b برابر است با 0

$$\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}} = 0$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵۹

می دانیم:

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} \quad (a > 0), \quad a^b \times c^b = (ac)^b$$

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2, \quad (a^b)^c = a^{bc}$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

$$(\sqrt{3} + 1)^{\frac{1}{2}} (\sqrt{2(2 - \sqrt{3})})^{\frac{1}{2}} = ((\sqrt{3} + 1)^2)^{\frac{1}{4}} (\sqrt{4 - 2\sqrt{3}})^{\frac{1}{2}}$$

$$= (3 + 1 + 2\sqrt{3})^{\frac{1}{4}} (4 - 2\sqrt{3})^{\frac{1}{2}} = (4 + 2\sqrt{3})^{\frac{1}{4}} (4 - 2\sqrt{3})^{\frac{1}{2}}$$

$$= (16 - 4 \times 3)^{\frac{1}{4}} = (16 - 12)^{\frac{1}{4}} = 4^{\frac{1}{4}} = (2^2)^{\frac{1}{4}} = 2^{\frac{1}{2}}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶۰

می دانیم:

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

عبارت مورد نظر را A می نامیم و داریم:

$$a_n = 3^{\frac{1}{n}} \Rightarrow \begin{cases} a_{2n+5} = 3^{\frac{2n+5-1}{2n+5}} = 3^{\frac{2n+4}{2n+5}} \\ a_{n+2} = 3^{\frac{n+2-1}{n+2}} = 3^{\frac{n+1}{n+2}} \\ a_{3n-5} = 3^{\frac{3n-5-1}{3n-5}} = 3^{\frac{3n-6}{3n-5}} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (a_{2n+5})^{\frac{2n+5}{2}} = (3^{\frac{2n+4}{2n+5}})^{\frac{2n+5}{2}} = 3^{n+2} \\ (a_n)^n = (3^{\frac{1}{n}})^n = 3^{n-1} \\ (a_{n+2})^{n+2} = (3^{\frac{1}{n+2}})^{n+2} = 3^{n+1} \\ (a_{3n-5})^{\frac{3n-5}{3}} = (3^{\frac{3n-6}{3n-5}})^{\frac{3n-5}{3}} = 3^{n-2} \end{cases}$$



$$A = \frac{3^{n+2} - 3^{n-1}}{3^{n+1} - 3^{n-2}} = \frac{3^{n-1} \times 3^3 - 3^{n-1}}{3^{n-2} \times 3^3 - 3^{n-2}} = \frac{3^{n-1}(3^3 - 1)}{3^{n-2}(3^3 - 1)} = \frac{3^{n-1}}{3^{n-2}} = 3^{n-1-n+2} = 3^1 = 3$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶۱

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

هرگاه مجموع دو عبارت نامنفی صفر شود، هر دو عبارت صفر هستند.

می دانیم:

$$3a^2 + b^2 + 2ab + 4b - 2a + 13 = 0$$

$$\begin{aligned} 3a^2 &= a^2 + a^2, 13 = 9 + 4 \\ -2a &= 4a - 6a \end{aligned} \rightarrow a^2 + b^2 + 4 + 2ab + 4b + 4a + \underbrace{-6a + 9}_{(a-3)^2} = 0$$

$$(a + b + 2)^2 + (a - 3)^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a + b + 2 = 0 \\ a - 3 = 0 \end{cases} \xrightarrow{a=3} b + 5 = 0 \Rightarrow b = -5$$

$$3a + 2b = 9 - 10 = -1$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶۲

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

می دانیم:

$$3a^2b - 12ab^2 + a^3 - 8b^3 = 3ab(a^2 - 4b^2) + (a - 2b)(a^2 + 2ab + 4b^2)$$

$$= 3ab(a - 2b)(a + 2b) + (a - 2b)(a^2 + 2ab + 4b^2) = (a - 2b)(3a^2b + 6ab^2 + a^2 + 2ab + 4b^2)$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶۳

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

می دانیم:

$$2 < \sqrt{5} \Rightarrow 2 - \sqrt{5} < 0 \Rightarrow \left| \frac{\sqrt{5}}{2 - \sqrt{5}} \right| = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5} - 2} \times \frac{\sqrt{5} + 2}{\sqrt{5} + 2} = \frac{5 + 2\sqrt{5}}{5 - 4} = 5 + 2\sqrt{5}$$

$$\sqrt{5} < 3 \Rightarrow 3 - \sqrt{5} > 0 \Rightarrow \left| \frac{4\sqrt{5}}{3 - \sqrt{5}} \right| = \frac{4\sqrt{5}}{3 - \sqrt{5}} \times \frac{3 + \sqrt{5}}{3 + \sqrt{5}} = \frac{12 + 5 + 20}{9 - 5} = 3\sqrt{5} + 5$$

$$\left| \frac{\sqrt{5}}{2 - \sqrt{5}} \right| - \left| \frac{4\sqrt{5}}{3 - \sqrt{5}} \right| = 5 + 2\sqrt{5} - 5 - 3\sqrt{5} = -\sqrt{5}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶۴

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} (a > 0), \quad a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

می دانیم:



mrkonkori

$$\frac{1}{\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{2}} \times \frac{\sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{4}}{\sqrt[3]{3^2} + \sqrt[3]{3} \times \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{2^2}} = \frac{\sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{4}}{3 - 2} = \sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{4}$$

$$\left(\frac{1}{\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{2}} - \sqrt[3]{9} - \sqrt[3]{6} \right)^{1/2} = \left(\sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{4} - \sqrt[3]{9} - \sqrt[3]{6} \right)^{1/2}$$

$$= \left(\sqrt[3]{4} \right)^{1/2} = \left(4^{1/3} \right)^{1/2} = 4^{1/6} = \sqrt[6]{4} = 2$$

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

$$\sqrt{x^2} = |x| = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$$

می‌دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶۵

$$\frac{2 - \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} \times \frac{2 - \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}} = \frac{(2 - \sqrt{3})^2}{4 - 3} = (2 - \sqrt{3})^2$$

$$\sqrt{\frac{2 - \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}}} + \sqrt{3} + 1 = \sqrt{(2 - \sqrt{3})^2} + \sqrt{3} + 1 = |2 - \sqrt{3}| + \sqrt{3} + 1$$

$$\begin{matrix} 2 - \sqrt{3} > 0 \\ \rightarrow 2 - \sqrt{3} + \sqrt{3} + 1 = 3 \end{matrix}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶۶

می‌دانیم: حجم مکعبی به طول ضلع a برابر است با: $V = a^3$

اگر طول ضلع مکعب میانی را a بنامیم، داریم:

$$(\sqrt[3]{65} \approx 4.02)$$

$$8 < a^3 < 65 \Rightarrow 2^3 < a^3 < 4^3 + 1 \Rightarrow 2 < a < 4.02$$

گزینه ۱ در بازه بدست آمده نیست.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶۷

$$-2 \leq \sqrt[4]{x} \leq 3 \Rightarrow 0 \leq \sqrt[4]{x} \leq 3 \xrightarrow{\text{به توان ۴}} 0 \leq x \leq 3^4 \Rightarrow 0 \leq x \leq 81$$

تعداد اعداد صحیح در این بازه: $81 - 0 + 1 = 82$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶۸

می‌دانیم: در دنباله هندسی با جمله اول a_1 و قدر نسبت q ؛ جمله عمومی دنباله برابر است با: $a_n = a_1 q^{n-1}$

$$a_n = 2^{an+b} = 2^{an} \times 2^b = 2^b \times (2^a)^n = 2^b \times (2^a)^{n-1} \times 2^a = 2^{a+b} \times (2^a)^{n-1}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} = \\ q = 2^a = 8 \Rightarrow a = 3 \end{cases}$$



$$a_p = 1024 \Rightarrow 2^{3+b} \times (2^3)^2 = 2^{10} \Rightarrow 2^{3+b} \times 2^6 = 2^{10} \Rightarrow 2^{3+6+b} = 2^{10} \Rightarrow b = 1$$

$$b_n = bn + a \xrightarrow{\substack{a=3 \\ b=1}} b_n = n + 3 \rightarrow b_{20} = 20 + 3 = 23$$

1 2 3 4 169

$$A = \sqrt[3]{-0.008} + 3 \times \sqrt[4]{\frac{1}{625}} - \sqrt[5]{\frac{-1}{32}}$$

$$= \sqrt[3]{-(0.2)^3} + 3 \sqrt[4]{\left(\frac{1}{5}\right)^4} - \sqrt[5]{\left(\frac{-1}{2}\right)^5} = -0.2 + \frac{3}{5} + \frac{1}{2} = \frac{-2+6+5}{10} = \frac{9}{10}$$

بررسی گزینه‌ها: 1 2 3 4 170

1) درست: $(-0.1)^5 > (-0.1)^9 \Rightarrow \left(-\left(\frac{1}{10}\right)^2\right)^5 > (-0.1)^9 \Rightarrow -\left(\frac{1}{10}\right)^{10} > (-0.1)^9$

2) درست: $(-2)^6 > \left(\frac{1}{2}\right)^3 \Rightarrow 2^6 > \left(\frac{1}{2}\right)^3$

3) درست: $(-0.1)^3 > -\sqrt[5]{0.00001} \Rightarrow (-0.1)^3 > (-0.1)$

4) نادرست: $(0.4)^7 > \left(\frac{3}{5}\right)^7 \Rightarrow (0.4)^7 > (0.6)^7 \Rightarrow 0.4 > 0.6$ (نادرست)

هر عدد مثبت، دارای دو ریشه چهارم است که قرینه یکدیگرند. می‌دانیم: 1 2 3 4 171

سایر گزینه‌ها درست هستند.

1 2 3 4 172

$$2x^2 + 3x - 2 = (x^2 + 2x) + (x^2 + x - 2) = x(x+2) + (x+2)(x-1) = (x+2)(x+x-1)$$

$$= (x+2)(2x-1)$$

بررسی گزینه‌ها: 1 2 3 4 173

1) درست: $0 < a < 1 \Rightarrow \sqrt{a} < \sqrt[3]{a}$

2) درست: $b > 1 \Rightarrow \sqrt[3]{b} < \sqrt{b}$

3) درست: $\begin{cases} 0 < a < 1 \rightarrow \sqrt[3]{a} < 1 \\ b > 1 \rightarrow \sqrt[4]{b} > 1 \end{cases} \Rightarrow \sqrt[3]{a} < \sqrt[4]{b}$

4) نادرست: $\begin{cases} 0 < a < 1 \Rightarrow a^f < 1 \\ b > 1 \Rightarrow b^f > 1 \end{cases} \Rightarrow a^f < b^f$

$$\left(\begin{array}{l} = \\ a^{-b} = \frac{1}{a^b} \end{array} \right)$$

می‌دانیم: 1 2 3 4 174



$$\begin{aligned} & \frac{\left(\frac{1}{16^3}\right)^{\frac{2}{3}} \times 5^{\frac{2}{3}} \times 10^{-\frac{2}{3}}}{\left(\left(2^4\right)^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{2}{3}} \times 5^{\frac{2}{3}} \times (2 \times 5)^{\frac{-2}{3}}} \\ &= \frac{(\sqrt[3]{20})^2 \times (25)^{-\frac{2}{3}}}{\left(\left(2^2 \times 5\right)^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{2}{3}} \times (5^2)^{\frac{-2}{3}}} \\ &= \frac{2^{\frac{2}{3}} \times 5^{\frac{2}{3}} \times 2^{\frac{-4}{3}} \times 5^{\frac{-4}{3}}}{2^{\frac{2}{3}} \times 5^{\frac{2}{3}} \times 5^{\frac{-4}{3}}} = \frac{2^{-1} \times 5^{\frac{5}{3}}}{5^{\frac{2}{3}}} = \frac{5^{\frac{5}{3}}}{5^{\frac{2}{3}}} = 5^1 = 5 \end{aligned}$$

می‌دانیم: $\sqrt[n]{a^n} = |a|$ $a > 0$, زوج n (۱) (۲) (۳) (۴) (۱۷۵)

$$\sqrt[n]{a^n} \times \sqrt[n]{\left(\frac{1}{a}\right)^{2n}} \times \sqrt[n]{(ab)^{2n}} = |a| \times \left(\frac{1}{a}\right)^2 \times |ab| \stackrel{a < 0}{=} -a \times \frac{b^2}{a^2} \times ab = -b^3$$

بررسی گزینه‌ها: (۱) (۲) (۳) (۴) (۱۷۶)

۱) $\frac{1}{a^{s-r}} = a^{r-(s-r)} = a^{r-s+r} = a^{2r-s} = 32^{2 \times \frac{1}{2} - \frac{1}{2}} = 32^{\frac{2}{2} - \frac{1}{2}} = 32^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{10}{2}} = 2^5$

۲) $a^{r-s} = 32^{\frac{1}{2} - \frac{1}{2}} = 32^0 = 1$

۳) $\frac{\left(\frac{1}{a}\right)^{\frac{1}{r}}}{\left(\frac{1}{a}\right)^{\frac{1}{s}}} = \left(\frac{1}{a}\right)^{\frac{1}{r} - \frac{1}{s}} = (a^{-1})^{\frac{1}{r} - \frac{1}{s}} = (32^{-1})^{\frac{1}{2} - \frac{1}{3}} = (32^{-1})^{-\frac{1}{6}} = 32^{\frac{1}{6}} = 2^{\frac{5}{6}}$

۴) $((\sqrt{a})^r)^s = (\sqrt{a})^{rs} = a^{\frac{rs}{2}} = 32^{\frac{1 \times 5}{2}} = 32^{\frac{5}{2}} = 2^{12.5}$

بررسی گزاره‌ها: (۱) (۲) (۳) (۴) (۱۷۷)

الف) $\sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$ درست

ب) $\sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{b} \neq \sqrt[n]{a+b}$ (مثال: $\sqrt{9} + \sqrt{4} = 3 + 2 = 5 \neq \sqrt{13}$) نادرست

ج) $a > b \Rightarrow \sqrt[n]{a} > \sqrt[n]{b}$ درست

د) $(\sqrt[n]{a})^n = a$ درست

بررسی عبارت‌ها: (۱) (۲) (۳) (۴) (۱۷۸)

الف) نادرست: برای $a, b > 0$ رابطه $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$ برقرار است.

ب) نادرست: برای نمایش ریشه دوم مثبت m به کار می‌رود.

ج) درست

د) نادرست: برای هر عدد a داریم: $\sqrt[k]{a^m} = (\sqrt[k]{a})^m$ (m عدد صحیح، k عدد طبیعی و اگر k زوج باشد، a باید مثبت باشد).

می‌دانیم: $(a+b)^2 = (a-b)^2 + 4ab$ (۱) (۲) (۳) (۴) (۱۷۹)

$$(a+b)^2 = (a-b)^2 + 4ab \Rightarrow (a+b)^2 = 9 + 4 \times \frac{1}{2} = 12 \xrightarrow{a, b > 0} a+b = \sqrt{12}$$



$$(a+b)^{-3} = (\sqrt{12})^{-3} = \left(\frac{1}{\sqrt{12}}\right)^3 = \frac{1}{12 \times \sqrt{12}} \times \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{12}}$$

$$= \frac{12}{12 \times 12} = \frac{2 \times 3}{12 \times 12} = \frac{3}{6 \times 12} = \frac{\sqrt{3}}{72}$$

$a^{-b} = \frac{1}{a^b}$

 می‌دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸۰

$$x^{-2} + \frac{y^{-1}}{2} = \frac{1}{(1+\sqrt{3})^2} + \frac{1}{2(2-\sqrt{3})} = \frac{1}{1+2\sqrt{3}+3} + \frac{1}{4-2\sqrt{3}}$$

$$= \frac{1}{4+2\sqrt{3}} + \frac{1}{4-2\sqrt{3}} \stackrel{(I)}{=} \frac{2-\sqrt{3}}{2} + \frac{2+\sqrt{3}}{2} = \frac{2-\sqrt{3}+2+\sqrt{3}}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

$$(I) \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{4+2\sqrt{3}} \times \frac{4-2\sqrt{3}}{4-2\sqrt{3}} = \frac{4-2\sqrt{3}}{16-12} = \frac{4-2\sqrt{3}}{4} = \frac{2-\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{4-2\sqrt{3}} \times \frac{4+2\sqrt{3}}{4+2\sqrt{3}} = \frac{4+2\sqrt{3}}{16-12} = \frac{4+2\sqrt{3}}{4} = \frac{2+\sqrt{3}}{2} \end{array} \right.$$

بررسی گزینه‌ها: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸۱

الف) درست

ب) نادرست: مثال نقض: $\sqrt[4]{a} > \sqrt[2]{a}$ $\Rightarrow 0 < a < 1$

ج) نادرست: $\sqrt[3]{-0.1} > -\sqrt[4]{0.1}$

د) نادرست: مثال نقض: $a^6 > a^{10} \Rightarrow a^5 < a^{11}$ $\Rightarrow -1 < a < 0$

$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$
 $\sqrt{a^2} = |a|$

 می‌دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸۲

$$(1+\sqrt{2})(\sqrt{3}-2\sqrt{2})\left(\sqrt{\sqrt{2} \times \sqrt{\sqrt{2}}}\right) = (1+\sqrt{2})(\sqrt{2}-2\sqrt{2}+1)\left(\sqrt{\sqrt{2} \times \sqrt[4]{2}}\right)$$

$$= (1+\sqrt{2})\left(\sqrt{(1-\sqrt{2})^2}\right)\left(\sqrt{\sqrt[2]{2} \times \sqrt[4]{2}}\right) = (1+\sqrt{2})(|1-\sqrt{2}|)\left(\sqrt{\sqrt[4]{2^3}}\right)$$

$$(1+\sqrt{2})(\sqrt{2}-1)\left(\sqrt[4]{2^3}\right) = (2-1)\left(\sqrt[4]{2^3}\right) = \sqrt[4]{2^3}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸۳

$$27a^5 + 27a^3b^2 + b^3a^2 + b^5 = (3a)^3(a^2 + b^2) + b^3(a^2 + b^2)$$



$$= (a^2 + b^2)((3a)^3 + b^3) = (a^2 + b^2)(3a + b)(9a^2 - 3ab + b^2)$$

$$a^{-b} = \frac{1}{a^b}$$

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

می‌دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸۴

$$\left(4^{-0.25} - (2\sqrt{2})^{-\frac{4}{3}} \right) \left(4^{-\frac{1}{4}} + (2\sqrt{2})^{-\frac{4}{3}} \right)$$

$$= \left(4^{-0.25} \right)^2 - \left((2\sqrt{2})^{-\frac{4}{3}} \right)^2 = \left(4^{-\frac{1}{4}} \right)^2 - (2\sqrt{2})^{-\frac{8}{3}} = (2^2)^{-\frac{1}{2}} - \left(2^{\frac{3}{2}} \right)^{-\frac{8}{3}}$$

$$= 2^{-1} - 2^{-4} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2^4} = \frac{1}{2} - \frac{1}{16} = \frac{8-1}{16} = \frac{7}{16}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸۵

$$\sqrt[4]{625} = \sqrt[4]{5^4} = 5$$

$$\sqrt[7]{-128} = \sqrt[7]{(-2)^7} = -2$$

$$\sqrt[3]{-27} = \sqrt[3]{(-3)^3} = -3$$

$$\sqrt[5]{-\frac{1}{32}} = \sqrt[5]{\left(-\frac{1}{2}\right)^5} = -\frac{1}{2}$$

$$\sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{4^3} = 4$$

$$\Rightarrow A = \frac{5}{-2} + \frac{1}{4 \times \frac{-1}{2}} + 4 = \frac{-5}{2} + \frac{9}{2} + 4 = 6$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸۶

$$(2, 10) = 40$$

$$27 < 40 < 64 \Rightarrow 3 < \sqrt[3]{40} < 4$$

برای این که مسئله قابل فهم تر باشد، طرفین نامساوی‌ها را به توان مضرب مشترک ۵ و ۶ (یعنی ۳۰) می‌رسانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸۷

به توان ۳۰: $\sqrt[6]{a} > \sqrt[5]{b} \longrightarrow a^5 > b^6$ ممکن است برقرار نباشد. (گزینه ۱)

به توان ۳۰: $\sqrt[6]{a} < \sqrt[5]{b} \longrightarrow a^5 < b^6$ ممکن است برقرار نباشد. (گزینه ۲)

به توان ۳۰: $\sqrt[6]{b} < \sqrt[5]{a} \longrightarrow b^5 < a^6$ همواره غلط است. (گزینه ۳)

به توان ۳۰: $\sqrt[6]{b} > \sqrt[5]{a} \longrightarrow b^5 > a^6$ همواره صحیح است. (گزینه ۴)

توجه کنید که $1 < a < b < 10$ است پس نامساوی‌های زیر برقرار است:

$$a^6 < b^6, a^5 < b^5, a^6 < a^5, b^6 < b^5$$

در تساوی $(\sqrt[k]{a})^m = \sqrt[k]{a^m}$ ؛ اگر k زوج بود؛ باید a نامنفی باشد و در سایر حالات همواره برقرار است. ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸۸



1 2 3 4 189

$$\begin{cases} 2\sqrt[6]{2} = \sqrt[6]{2^7} = \sqrt[6]{128} \\ \sqrt[3]{11} = \sqrt[6]{121} \\ \sqrt{5} = \sqrt[6]{125} \end{cases} \Rightarrow \sqrt[6]{121} < \sqrt[6]{125} < \sqrt[6]{128} \Rightarrow \sqrt[3]{11} < \sqrt{5} < 2\sqrt[6]{2}$$

1 2 3 4 190

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt{a}} = \sqrt[n]{a^{k-2}} \Rightarrow \frac{\sqrt[n]{a^2}}{\sqrt{a}} = \sqrt[n]{a} = \sqrt[n]{a^{k-2}} \Rightarrow k-2=1 \Rightarrow k=3$$

حاصل عبارت برابر است با:

$$\sqrt{(k-2)(k+1)} \stackrel{k=3}{=} \sqrt{1 \times 25} = \sqrt{25} = 5$$

بررسی گزینه ها: 1 2 3 4 191

الف) نادرست: $\sqrt[4]{a^{12}} = |a^3|$

ب) نادرست: $\sqrt[32]{a^{16}} = \sqrt{|a|}$

ج) درست

د) درست

1 2 3 4 192

$$\frac{x^{\frac{5}{2}} \sqrt{x}}{\sqrt[5]{x \sqrt{x}}} = \frac{x \times x^{\frac{1}{2}}}{\sqrt[5]{x \times x^{\frac{1}{2}}}} = \frac{x^{\frac{6}{2}}}{\sqrt[5]{x^{\frac{3}{2}}}} = \frac{x^{\frac{3}{2}}}{x^{\frac{3}{10}}} = x^{\frac{3}{10}} = \sqrt[10]{x^3}$$

1 2 3 4 193

$$\begin{aligned} \left(\frac{\sqrt[3]{4}}{2\sqrt[5]{8}} + \frac{\sqrt[5]{4}}{2\sqrt[3]{2}} \right)^{60} &= \left(\frac{4^{\frac{1}{3}}}{2 \times (2^3)^{\frac{1}{5}}} + \frac{4^{\frac{1}{5}}}{2 \times 2^{\frac{1}{3}}} \right)^{60} = \left(\frac{(2^2)^{\frac{1}{3}}}{2 \times 2^{\frac{3}{5}}} + \frac{(2^2)^{\frac{1}{5}}}{2^{\frac{4}{3}}} \right)^{60} \\ &= \left(\frac{2^{\frac{2}{3}}}{2^{\frac{8}{5}}} + \frac{2^{\frac{2}{5}}}{2^{\frac{4}{3}}} \right)^{60} = \left(\frac{2^{\frac{2}{3}-\frac{8}{5}}}{2^{\frac{8}{5}}} + \frac{2^{\frac{2}{5}-\frac{4}{3}}}{2^{\frac{4}{3}}} \right)^{60} \\ &= \left(\frac{-14}{2 \times 15} + \frac{-14}{2 \times 15} \right)^{60} = \left(2 \times 2^{\frac{-14}{15}} \right)^{60} = \left(2^{\frac{1}{15}} \right)^{60} = 2^4 \end{aligned}$$

هرچه از اعداد بین صفر و یک، ریشه بزرگتری بگیریم، بزرگتر می شوند. می دانیم: 1 2 3 4 194

جزر یعنی ریشه دوم که برای اعداد بین صفر و یک؛ ریشه های بزرگتر؛ بزرگ تر هستند.



۱۹۵ (۱ ۲ ۳ ۴) الف درست

(ب) نادرست: ریشه سوم اعداد بین صفر و یک از خودشان بزرگ تر است.
(ج) نادرست: ریشه چهارم اعداد بین صفر و یک از ریشه سوم شان بزرگ تر است.

۱۹۶ (۱ ۲ ۳ ۴)

$$\frac{1}{\sqrt{5-2}} \times \frac{\sqrt{5+2}}{\sqrt{5+2}} = \frac{5+2}{5-4} = \sqrt{5+2}$$

$$\begin{aligned} (\sqrt{7} + \sqrt{6})^{\sqrt{5+2}} (\sqrt{7} - \sqrt{6})^{\sqrt{5+2}} &= ((\sqrt{7} + \sqrt{6})(\sqrt{7} - \sqrt{6}))^{\sqrt{5+2}} \\ &= (7 - 6)^{\sqrt{5+2}} = 1^{\sqrt{5+2}} = 1 \end{aligned}$$

۱۹۷ (۱ ۲ ۳ ۴)

$$\left. \begin{array}{l} 2 < \sqrt[4]{80} < 3 \\ 3 < \sqrt[3]{31} < 4 \\ 3 < \sqrt[6]{972} < 4 \\ 3 < \sqrt[6]{10} < 4 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} (\sqrt[3]{31})^6 = 961 \\ (\sqrt{10})^6 = 1000 \Rightarrow \sqrt{10} > \sqrt[6]{972} > \sqrt[3]{31} > \sqrt[4]{80} \\ (\sqrt[6]{972})^6 = 972 \end{array}$$

۱۹۸ (۱ ۲ ۳ ۴) روش اول:

عبارت مورد نظر را A می نامیم و داریم:

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{\frac{x^r}{x} - 2\sqrt{a}} + \sqrt{\frac{x^r+a}{x} + 2\sqrt{a}} \\ &= \frac{x^r}{x} - 2\sqrt{a} + \frac{x^r+a}{x} + 2\sqrt{a} + 2\sqrt{\left(\frac{x^r}{x} - 2\sqrt{a}\right)\left(\frac{x^r+a}{x} + 2\sqrt{a}\right)} \\ &= 2\left(\frac{x^r+a}{x}\right) + 2\sqrt{\frac{(a+x^r)^2}{x^2} - 4a} = \frac{2x^r+2a}{x} + 2\sqrt{\frac{x^r+a^2+2ax^r-4ax^r}{x^2}} \\ &= \frac{2x^r+2a}{x} + 2\sqrt{\frac{(x^r-a)^2}{x^2}} = \frac{2x^r+2a}{x} + 2\sqrt{\frac{(x^r-a)^2}{x^2}} \\ &= \frac{2x^r+2a}{x} + 2\left|\frac{x^r-a}{x}\right| \stackrel{x>\sqrt{a}}{=} \frac{2x^r+2a}{x} + \frac{2x^r-2a}{x} = \frac{4x^r}{x} = 4x \end{aligned}$$

$$A^r = 4x \Rightarrow A = \pm 2\sqrt{x} \xrightarrow{A>0} A = 2\sqrt{x}$$



روش دوم:

ابتدا عبارات های زیر هر رادیکال را ساده می کنیم:

$$\frac{1}{x} - 2\sqrt{a} = \frac{x}{x} - 2\sqrt{a} = \frac{x - 2\sqrt{a}}{x} = \left(\sqrt{x} - \frac{a}{\sqrt{x}}\right)^2$$

$$\frac{1}{x} + 2\sqrt{a} = \frac{x}{x} + 2\sqrt{a} = \frac{x + 2\sqrt{a}}{x} = \left(\sqrt{x} + \frac{a}{\sqrt{x}}\right)^2$$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{1}{x} - 2\sqrt{a}} + \sqrt{\frac{1}{x} + 2\sqrt{a}} = \sqrt{\left(\sqrt{x} - \frac{a}{\sqrt{x}}\right)^2} + \sqrt{\left(\sqrt{x} + \frac{a}{\sqrt{x}}\right)^2}$$

$$= \left|\sqrt{x} - \frac{a}{\sqrt{x}}\right| + \left|\sqrt{x} + \frac{a}{\sqrt{x}}\right| \stackrel{x > \sqrt{a}}{=} \sqrt{x} - \frac{a}{\sqrt{x}} + \sqrt{x} + \frac{a}{\sqrt{x}} = 2\sqrt{x}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۹۹

$$\sqrt[3]{8} < \sqrt[3]{25} < \sqrt[3]{27} \Rightarrow 2 < \sqrt[3]{25} < 3$$

باتوجه به نزدیک تر بودن $\sqrt[3]{25}$ به ۳، C درست است و B درست نیست.

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰۰

می دانیم: $\sqrt[n]{a^n} = |a|$

$$a = \sqrt{6 + \sqrt{20}} = \sqrt{5 + 1 + 2\sqrt{5}} = \sqrt{(\sqrt{5} + 1)^2} = |\sqrt{5} + 1| = \sqrt{5} + 1$$

$$b = \sqrt{6 - \sqrt{20}} = \sqrt{5 + 1 - 2\sqrt{5}} = \sqrt{(\sqrt{5} - 1)^2} = |\sqrt{5} - 1| = \sqrt{5} - 1$$

$$a + b = \sqrt{5} + 1 + \sqrt{5} - 1 = 2\sqrt{5}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰۱ بررسی گزینه ها:

$$\sqrt[4]{625} = 5 \quad (1)$$

$$\sqrt[5]{a} = a \Rightarrow a = -1, 0, 1 \quad (2)$$

$$\sqrt[3]{8} < \sqrt[3]{10} < \sqrt[3]{27} \Rightarrow 2 < \sqrt[3]{10} < 3 \quad (3)$$

(۴) درست

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰۲ بررسی گزینه ها:

برای مثال فرض کنید $a = -\frac{1}{2}$ باشد و گزینه ها را بررسی می کنیم؛ داریم:

$$\text{مثال} \quad -1 < a < 0 \rightarrow a = -\frac{1}{2}$$

$$(1) \text{ نادرست: } -\frac{1}{2} < \left(-\frac{1}{2}\right)^3$$

توان های گویا و عبارات های جبری



(۲) نادرست: $\sqrt[3]{-\frac{1}{2}} > \sqrt[5]{-\frac{1}{2}}$

(۳) درست: $-2 < -\frac{1}{2}$

(۴) نادرست: $(-\frac{1}{2})^3 < (-\frac{1}{2})^5$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰۳

می‌دانیم: در صورتی که داریم:
 $a < \sqrt{a} < \sqrt[3]{a} < \sqrt[4]{a} < \sqrt[5]{a} < \dots$

بررسی گزینه‌ها:

(۱) درست: $\sqrt[5]{a} > a$

(۲) درست: $\sqrt[3]{-a} > \sqrt{a}$

(۳) درست: $\sqrt[5]{-a} < \sqrt{a}$ (زیرا: $\sqrt[5]{-a} < 0 < \sqrt{a}$)

(۴) نادرست: $-a > \sqrt[3]{-a}$ (زیرا: $\sqrt[3]{-a} < -a$)

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰۴

$$A = \sqrt[3]{1 - \sqrt{2}} \times \sqrt[6]{3 + 2\sqrt{2}} = \sqrt[3]{1 - \sqrt{2}} \times \sqrt[6]{(1 + \sqrt{2})^2} = \sqrt[3]{1 - \sqrt{2}} \times \sqrt[3]{1 + \sqrt{2}}$$

$$= \sqrt[3]{(1 - \sqrt{2})(1 + \sqrt{2})} = \sqrt[3]{1 - 2} = \sqrt[3]{-1} = -1$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰۵

$$\begin{cases} a(a^2 + 3ab) = a^3 + 3a^2b = 7 \\ b(b^2 + 3ab) = b^3 + 3ab^2 = 20 \end{cases}$$

$$a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 = 27 \rightarrow (a + b)^3 = 27 \rightarrow a + b = 3$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰۶

$$\frac{2}{\sqrt{x} - 2} \times \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} + 2} = \frac{2(x + 4)}{x - 4}$$

$$\frac{2}{\sqrt{x} + 2} \times \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} - 2} = \frac{2(x - 4)}{x - 4}$$

$$A = \frac{2}{\sqrt{x} - 2} + \frac{2}{\sqrt{x} + 2} + \frac{4}{x - 4} = \frac{2(x + 4)}{x - 4} + \frac{2(x - 4)}{x - 4} + \frac{4}{x - 4}$$

$$= \frac{2\sqrt{x} + 4 + 2\sqrt{x} - 4 + 4}{x - 4} = \frac{4(x + 1)}{x - 4}$$

توان‌های گویا و عبارت‌های جذری



اعداد بزرگتر از ۱ هرچه به توان بزرگتری می‌رسند، بزرگتر می‌شوند. می‌دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰۷

$$0 < \sqrt[3]{a} < \sqrt[4]{a^3} \Rightarrow 0 < a^{\frac{1}{3}} < a^{\frac{3}{4}} \Rightarrow a \text{ عددی بزرگتر از یک است.}$$

گزینه ۴ نادرست است. $\Rightarrow a$ با توان بزرگتر باید بزرگتر شود.

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰۸

$$1) 4^{0.75} = 4^{\frac{75}{100}} = 4^{\frac{3}{4}} = (2^2)^{\frac{3}{4}} = 2^{\frac{3}{2}} = \sqrt{2^3} = 2\sqrt{2}$$

$$2) (\sqrt{5} - 2)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{\sqrt{5} - 2} = \sqrt[6]{(\sqrt{5} - 2)^2} = \sqrt[6]{5 - 4\sqrt{5} + 4} = \sqrt[6]{9 - 4\sqrt{5}}$$

$$3) (9 + 4\sqrt{5})^{\frac{1}{6}} = \sqrt[6]{9 + 4\sqrt{5}}$$

$$(1) \times (2) \times (3) = 2\sqrt{2} \times \sqrt[6]{9 - 4\sqrt{5}} \times \sqrt[6]{9 + 4\sqrt{5}} = 2\sqrt{2} \times \sqrt[6]{(9 - 4\sqrt{5})(9 + 4\sqrt{5})}$$

$$= 2\sqrt{2} \times \sqrt[6]{81 - 80} = 2\sqrt{2}$$

می‌دانیم: $a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b)$ ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰۹

$$A = \underbrace{(1 + \sqrt{3})^3}_a + \underbrace{(1 - \sqrt{3})^3}_b = \underbrace{(1 + \sqrt{3} + 1 - \sqrt{3})^3}_2 - \underbrace{3(1 + \sqrt{3})(1 - \sqrt{3})}_{1-3} \underbrace{(1 + \sqrt{3} + 1 - \sqrt{3})}_2$$

$$= 2^3 - 3 \times (-2) \times 2 = 8 + 12 = 20$$

گزینه «۱» از خواص رادیکال‌ها است. دقت کنید که گزینه «۳» (برعکس گزینه «۱») صحیح نیست؛ مانند: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۱۰

$$\sqrt[4]{(-3) \times (-4)} \neq \sqrt[4]{-3} \times \sqrt[4]{-4}$$



پاسخنامه کلیدی

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴
۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۶	۱	۲	۳	۴
۲۷	۱	۲	۳	۴
۲۸	۱	۲	۳	۴
۲۹	۱	۲	۳	۴
۳۰	۱	۲	۳	۴
۳۱	۱	۲	۳	۴
۳۲	۱	۲	۳	۴
۳۳	۱	۲	۳	۴
۳۴	۱	۲	۳	۴
۳۵	۱	۲	۳	۴

۳۶	۱	۲	۳	۴
۳۷	۱	۲	۳	۴
۳۸	۱	۲	۳	۴
۳۹	۱	۲	۳	۴
۴۰	۱	۲	۳	۴
۴۱	۱	۲	۳	۴
۴۲	۱	۲	۳	۴
۴۳	۱	۲	۳	۴
۴۴	۱	۲	۳	۴
۴۵	۱	۲	۳	۴
۴۶	۱	۲	۳	۴
۴۷	۱	۲	۳	۴
۴۸	۱	۲	۳	۴
۴۹	۱	۲	۳	۴
۵۰	۱	۲	۳	۴
۵۱	۱	۲	۳	۴
۵۲	۱	۲	۳	۴
۵۳	۱	۲	۳	۴
۵۴	۱	۲	۳	۴
۵۵	۱	۲	۳	۴
۵۶	۱	۲	۳	۴
۵۷	۱	۲	۳	۴
۵۸	۱	۲	۳	۴
۵۹	۱	۲	۳	۴
۶۰	۱	۲	۳	۴
۶۱	۱	۲	۳	۴
۶۲	۱	۲	۳	۴
۶۳	۱	۲	۳	۴
۶۴	۱	۲	۳	۴
۶۵	۱	۲	۳	۴
۶۶	۱	۲	۳	۴
۶۷	۱	۲	۳	۴
۶۸	۱	۲	۳	۴
۶۹	۱	۲	۳	۴
۷۰	۱	۲	۳	۴

۷۱	۱	۲	۳	۴
۷۲	۱	۲	۳	۴
۷۳	۱	۲	۳	۴
۷۴	۱	۲	۳	۴
۷۵	۱	۲	۳	۴
۷۶	۱	۲	۳	۴
۷۷	۱	۲	۳	۴
۷۸	۱	۲	۳	۴
۷۹	۱	۲	۳	۴
۸۰	۱	۲	۳	۴
۸۱	۱	۲	۳	۴
۸۲	۱	۲	۳	۴
۸۳	۱	۲	۳	۴
۸۴	۱	۲	۳	۴
۸۵	۱	۲	۳	۴
۸۶	۱	۲	۳	۴
۸۷	۱	۲	۳	۴
۸۸	۱	۲	۳	۴
۸۹	۱	۲	۳	۴
۹۰	۱	۲	۳	۴
۹۱	۱	۲	۳	۴
۹۲	۱	۲	۳	۴
۹۳	۱	۲	۳	۴
۹۴	۱	۲	۳	۴
۹۵	۱	۲	۳	۴
۹۶	۱	۲	۳	۴
۹۷	۱	۲	۳	۴
۹۸	۱	۲	۳	۴
۹۹	۱	۲	۳	۴
۱۰۰	۱	۲	۳	۴
۱۰۱	۱	۲	۳	۴
۱۰۲	۱	۲	۳	۴
۱۰۳	۱	۲	۳	۴
۱۰۴	۱	۲	۳	۴
۱۰۵	۱	۲	۳	۴

۱۰۶	۱	۲	۳	۴
۱۰۷	۱	۲	۳	۴
۱۰۸	۱	۲	۳	۴
۱۰۹	۱	۲	۳	۴
۱۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۱۹	۱	۲	۳	۴
۱۲۰	۱	۲	۳	۴
۱۲۱	۱	۲	۳	۴
۱۲۲	۱	۲	۳	۴
۱۲۳	۱	۲	۳	۴
۱۲۴	۱	۲	۳	۴
۱۲۵	۱	۲	۳	۴
۱۲۶	۱	۲	۳	۴
۱۲۷	۱	۲	۳	۴
۱۲۸	۱	۲	۳	۴
۱۲۹	۱	۲	۳	۴
۱۳۰	۱	۲	۳	۴
۱۳۱	۱	۲	۳	۴
۱۳۲	۱	۲	۳	۴
۱۳۳	۱	۲	۳	۴
۱۳۴	۱	۲	۳	۴
۱۳۵	۱	۲	۳	۴
۱۳۶	۱	۲	۳	۴
۱۳۷	۱	۲	۳	۴
۱۳۸	۱	۲	۳	۴
۱۳۹	۱	۲	۳	۴
۱۴۰	۱	۲	۳	۴



mrkonkori

- ۱۴۱ ۱ ۲ ۳ ۴
- ۱۴۲ ۱ ۲ ۳ ۴
- ۱۴۳ ۱ ۲ ۳ ۴
- ۱۴۴ ۱ ۲ ۳ ۴
- ۱۴۵ ۱ ۲ ۳ ۴
- ۱۴۶ ۱ ۲ ۳ ۴
- ۱۴۷ ۱ ۲ ۳ ۴
- ۱۴۸ ۱ ۲ ۳ ۴
- ۱۴۹ ۱ ۲ ۳ ۴
- ۱۵۰ ۱ ۲ ۳ ۴
- ۱۵۱ ۱ ۲ ۳ ۴
- ۱۵۲ ۱ ۲ ۳ ۴
- ۱۵۳ ۱ ۲ ۳ ۴
- ۱۵۴ ۱ ۲ ۳ ۴
- ۱۵۵ ۱ ۲ ۳ ۴
- ۱۵۶ ۱ ۲ ۳ ۴
- ۱۵۷ ۱ ۲ ۳ ۴
- ۱۵۸ ۱ ۲ ۳ ۴

- ۱۵۹ ۱ ۲ ۳ ۴
- ۱۶۰ ۱ ۲ ۳ ۴
- ۱۶۱ ۱ ۲ ۳ ۴
- ۱۶۲ ۱ ۲ ۳ ۴
- ۱۶۳ ۱ ۲ ۳ ۴
- ۱۶۴ ۱ ۲ ۳ ۴
- ۱۶۵ ۱ ۲ ۳ ۴
- ۱۶۶ ۱ ۲ ۳ ۴
- ۱۶۷ ۱ ۲ ۳ ۴
- ۱۶۸ ۱ ۲ ۳ ۴
- ۱۶۹ ۱ ۲ ۳ ۴
- ۱۷۰ ۱ ۲ ۳ ۴
- ۱۷۱ ۱ ۲ ۳ ۴
- ۱۷۲ ۱ ۲ ۳ ۴
- ۱۷۳ ۱ ۲ ۳ ۴
- ۱۷۴ ۱ ۲ ۳ ۴
- ۱۷۵ ۱ ۲ ۳ ۴
- ۱۷۶ ۱ ۲ ۳ ۴

- ۱۷۷ ۱ ۲ ۳ ۴
- ۱۷۸ ۱ ۲ ۳ ۴
- ۱۷۹ ۱ ۲ ۳ ۴
- ۱۸۰ ۱ ۲ ۳ ۴
- ۱۸۱ ۱ ۲ ۳ ۴
- ۱۸۲ ۱ ۲ ۳ ۴
- ۱۸۳ ۱ ۲ ۳ ۴
- ۱۸۴ ۱ ۲ ۳ ۴
- ۱۸۵ ۱ ۲ ۳ ۴
- ۱۸۶ ۱ ۲ ۳ ۴
- ۱۸۷ ۱ ۲ ۳ ۴
- ۱۸۸ ۱ ۲ ۳ ۴
- ۱۸۹ ۱ ۲ ۳ ۴
- ۱۹۰ ۱ ۲ ۳ ۴
- ۱۹۱ ۱ ۲ ۳ ۴
- ۱۹۲ ۱ ۲ ۳ ۴
- ۱۹۳ ۱ ۲ ۳ ۴
- ۱۹۴ ۱ ۲ ۳ ۴

- ۱۹۵ ۱ ۲ ۳ ۴
- ۱۹۶ ۱ ۲ ۳ ۴
- ۱۹۷ ۱ ۲ ۳ ۴
- ۱۹۸ ۱ ۲ ۳ ۴
- ۱۹۹ ۱ ۲ ۳ ۴
- ۲۰۰ ۱ ۲ ۳ ۴
- ۲۰۱ ۱ ۲ ۳ ۴
- ۲۰۲ ۱ ۲ ۳ ۴
- ۲۰۳ ۱ ۲ ۳ ۴
- ۲۰۴ ۱ ۲ ۳ ۴
- ۲۰۵ ۱ ۲ ۳ ۴
- ۲۰۶ ۱ ۲ ۳ ۴
- ۲۰۷ ۱ ۲ ۳ ۴
- ۲۰۸ ۱ ۲ ۳ ۴
- ۲۰۹ ۱ ۲ ۳ ۴
- ۲۱۰ ۱ ۲ ۳ ۴