



۱) تعداد جایگشت‌های سه حرفی انتخاب شده از حروف کلمه‌ی *DELAVAR* کدام است؟

- ۱۱۵ (۱) ۱۲۵ (۲) ۱۳۰ (۳) ۱۳۵ (۴)

۲) تعداد جایگشت‌های ۴ حرفی از حروفی کلمه *SALAMAT* که دو حرف آن *A* باشد، کدام است؟

- ۲۴ (۱) ۳۶ (۲) ۵۶ (۳) ۷۲ (۴)

۳) به چند طریق می‌توان ۶ عدد اسباب بازی متمایز را بین سه بچه، با تعداد یکسان تقسیم کرد؟

- ۵۴ (۱) ۶۰ (۲) ۷۲ (۳) ۹۰ (۴)

۴) با حروف کلمه‌ی *RANGIN*، چند کلمه‌ی رمز ۳ حرفی می‌توان ساخت؟

- ۶۰ (۱) ۷۲ (۲) ۸۴ (۳) ۱۲۰ (۴)

۵) تعداد جایگشت‌های حروف کلمه‌ی *DADRASS* که در آن حرف *R* همواره در وسط قرار گیرد، کدام است؟

- ۴۵ (۱) ۷۵ (۲) ۹۰ (۳) ۱۲۰ (۴)

۶) پنج حرف از هفت حرف کلمه‌ی *ELEMENT* را با جایگشت‌های متمایز کنار هم قرار می‌دهیم. تعداد کلماتی که هر سه *E* در آن‌ها موجود باشند، کدام است؟

- ۷۲ (۱) ۸۴ (۲) ۹۶ (۳) ۱۲۰ (۴)

۷) از ۱۲ نفر دانش‌آموز نمونه، به چند راه می‌توان سه نفر را جهت مشارکت در سه مورد متمایز در امور مدرسه، انتخاب کرد؟

- ۱۳۲۰ (۱) ۶۶۰ (۲) ۳۳۰ (۳) ۲۲۰ (۴)

۸) به چند طریق می‌توان، ۶ کارمند جدید را در اتاق‌های ۳ نفره، ۲ نفره و ۱ نفره جای داد؟

- ۴۵ (۱) ۵۴ (۲) ۶۰ (۳) ۷۲ (۴)

۹) چند کلمه‌ی ۴ حرفی انگلیسی صرف نظر از معنادار بودن می‌توان ساخت به طوری که اگر از اول به آخر بخوانیم یا از آخر به اول بخوانیم، یک کلمه بخوانیم (مانند *noon*)؟

- ۲۶! (۱) $۲۶ \times ۲۵ \times ۲۴ \times ۲۳$ (۲) ۲۶×۲۵ (۳) $۲۶^۲$ (۴)

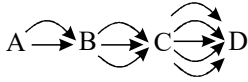
۱۰) با حروف کلمه‌ی «پیراهن» چند کلمه‌ی ۹ حرفی می‌توان نوشت به طوری که هیچ دو حرف مجاوری باهم یکسان نباشند؟

- ۶×۵^۸ (۱) ۵×۶^۸ (۲) $۶^۵ \times ۵^۶$ (۳) $۵^۶ + ۶^۵$ (۴)





۱۱ در شکل مقابل، به چند طریق می توان از A به D رفت و برگشت به طوری که مسیر رفت و برگشت باهم متفاوت باشند؟



۱۰ (۴)

۸۷۰ (۳)

۸۹۹ (۲)

۹ (۱)

۱۲ با ارقام ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷ چند عدد ۵ رقمی فرد بدون تکرار ارقام می توان نوشت؟

۵۰۴۰ (۴)

۲۵۲۰ (۳)

۷۲۰ (۲)

۱۴۴۰ (۱)

۱۳ در مجموعه $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ چند زیرمجموعه داریم که دارای ۳ و فاقد ۱ باشند؟

۶۴ (۴)

۳۲ (۳)

۱۶ (۲)

۸ (۱)

۱۴ اگر یک اتوبوس با ۸ مسافر در ۳ ایستگاه توقف و همه ی مسافری در این ایستگاه ها از اتوبوس پیاده شوند این کار به چند طریق ممکن است؟

۱۱ (۴)

۲۴ (۳)

3^8 (۲)

8^3 (۱)

۱۵ تعداد مقسوم علیه های طبیعی عدد $5^5 \times 3^3 \times 2^2$ چند تا است؟

۱۰ (۴)

۲۰ (۳)

۷۲ (۲)

۳۰ (۱)

۱۶ اگر a, b, c, d, e متمایز باشند چند تابع با دامنه ی $A = \{a, b, c, d, e\}$ می توان نوشت که برد آن ها مجموعه ی $B = \{1, 2, 3\}$ باشند؟

$5! \cdot 3!$ (۴)

$\frac{5!}{3!}$ (۳)

5^3 (۲)

3^5 (۱)

۱۷ چند عدد ۵ رقمی وجود دارد که ارقام ۲ و ۳ در آن ها استفاده نشده باشد؟

4×8^7 (۴)

4×7^8 (۳)

7×8^4 (۲)

8×7^4 (۱)

۱۸ حروف کلمه $TERRITORY$ را به چند روش می توان کنار هم قرار داد به طوری که حروف یکسان پهلوی هم باشند؟

۷۲۰ (۴)

۴۸۰ (۳)

۴۲۰ (۲)

۳۶۰ (۱)

۱۹ چند عدد ۳ رقمی با ارقام غیر تکراری کوچک تر از ۸۷۴ وجود دارد؟

۵۰۴ (۴)

۵۴۶ (۳)

۸۴۶ (۲)

۵۵۶ (۱)

۲۰ در یک دانشگاه، ۵ طبقه و در هر طبقه، بین ۳ تا ۵ راهرو، و در هر راهرو ۴ تا ۶ کلاس، و در هر کلاس، بین ۲۰ تا ۳۰ صندلی وجود دارد. تفاضل حداقل و حداکثر تعداد صندلی هایی که ممکن است در این دانشگاه وجود داشته باشد، کدام است؟

۵۷۰۰ (۴)

۳۳۰۰ (۳)

۱۲۰۰ (۲)

۴۵۰۰ (۱)



۲۱) باتوجه به شکل مقابل، به چند طریق می توان از A به C رفت و برگشت؟ (جهت حرکت در هر جاده، با فلش مشخص شده است).



۴۰ (۴)

۵۶ (۳)

۴۲ (۲)

۴۸ (۱)

۲۲) اگر $\frac{(n+1)!}{(n-1)!} = 30$ باشد، آنگاه حاصل $\frac{n^2+5}{n!}$ کدام است؟

$\frac{1}{5}$ (۴)

۵ (۳)

$\frac{1}{4}$ (۲)

۴ (۱)

۲۳) حاصل $\frac{10!}{10!+11!} - \frac{10!}{10!-11!}$ کدام است؟

$\frac{11}{60}$ (۴)

$\frac{1}{2}$ (۳)

$\frac{1}{6}$ (۲)

$\frac{11}{33}$ (۱)

۲۴) در چند جایگشت از حروف کلمه ی *Blackboard*، حروف مشابه کنار هم قرار می گیرند؟

۸! (۴)

۱۰! (۳)

۱۲! (۲)

۸! × ۲! × ۲! (۱)

۲۵) چند عدد ۴ رقمی می توان نوشت به طوری که رقم ۲ یک در میان مشاهده شود؟

۱۵۳ (۴)

9×10^3 (۳)

۱۹۰ (۲)

۴! (۱)

۲۶) با ارقام ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶ چند عدد ۵ رقمی بدون تکرار ارقام می توان نوشت که رقم اول زوج باشد؟

۱۲۰ (۴)

۷۲۰ (۳)

۳۶۰ (۲)

۱۸۰ (۱)

۲۷) ۱۰ نفر به نام های $a, \dots, b$ می خواهند در یک صف بایستند؛ به چند طریق a جلوتر از b قرار می گیرد؟

$2 \times 10!$ (۴)

$\frac{10!}{2}$ (۳)

۹! (۲)

۱۰! (۱)

۲۸) با ارقام ۱، ۳، ۵، ۷ تمام عددهای چهار رقمی ممکن را نوشته ایم، مجموع دهگان همه ی این اعداد کدام است؟

۹۷ (۴)

۹۶ (۳)

۹۵ (۲)

۹۴ (۱)

۲۹) در چند جایگشت ۶ حرفی از حروف کلمه ی *Computer*، دو حرف اول صدادار هستند؟

$P(8,6)$ (۴)

۸! (۳)

۳!۵! (۲)

۷! (۱)

۳۰) اگر زیرمجموعه های ۲ عضوی یک مجموعه، ۲۸ تا باشند، تعداد زیرمجموعه های ۴ عضوی آن چند تا است؟

۷۴ (۴)

۷۲ (۳)

۷۰ (۲)

۶۸ (۱)

۳۱) در یک قفسه ی کتاب، ۸ کتاب تاریخی و ۵ کتاب علمی قرار دارند. اگر بخواهیم جای دو کتاب علمی را با دو کتاب تاریخی عوض کنیم، به چند حالت این کار امکان پذیر است؟

۲۸۰ (۴)

۱۱۲۰ (۳)

۱۱۶۰ (۲)

۲۵۰ (۱)



۳۲) اگر بخواهیم در شکل مقابل، ۳۰ مستطیل به چشم بخورد، چند خط عمودی دیگر باید به شکل اضافه کنیم؟



۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۳۳) علی می خواهد در ۲۰ روز مانده به امتحانات، خود را در ۶ درسی که در آن ها ضعف دارد، تقویت کند، اگر او روزانه درس را مورد مطالعه قرار دهد؛ حداکثر به چند طریق می تواند این کار را انجام دهد؟

۶! (۴)

۲۰! (۳)

۲۰!۳! (۲)

۲۰!۶! (۱)

۳۴) یک تیم ۴ نفره از میان ۶ پسر و ۸ دختر می خواهیم تشکیل بدهیم، اگر بخواهیم حداقل ۲ عضو از این تیم را پسر ها تشکیل دهند، به چند حالت می توانیم این کار را انجام دهیم؟

۵۹۵ (۴)

۵۸۵ (۳)

۵۷۵ (۲)

۵۶۵ (۱)

۳۵) با ارقام ۹, ۰, ۱, ۲, ۳, ۴ چند عدد ۵ رقمی می توان نوشت به طوری که دقیقاً ۳ رقم آن فرد باشند؟

$5^2 \times 4^3$ (۴)

$5^4 \times 2^5$ (۳)

$2^4 \times 5^5$ (۲)

$4^2 \times 5^3$ (۱)

۳۶) به چند طریق می توانیم ۳ نقطه با طول و عرض طبیعی روی دستگاه مختصات دکارتی انتخاب کنیم که طول و عرضشان بین ۳ و ۱۲ (۱۱, ۱۰, ۹) باشد؟

54^2 (۴)

53^2 (۳)

56^2 (۲)

55^2 (۱)

۳۷) در یک مدرسه ۱۰ کلاس و در هر کلاس ۱۵ دانش آموز داریم، می خواهیم یک تیم ۷ نفره را از این مدرسه انتخاب کنیم به طوری که از هر کلاس حداکثر یک نفر انتخاب شوند. این کار به چند طریق ممکن است؟

$10! \times 15^7$ (۴)

120×15^7 (۳)

$7! 10!$ (۲)

$\binom{15}{7}$ (۱)

۳۸) بر روی یک دایره، ۸ نقطه متمایز وجود دارد. تعداد ۴ ضلعی های محدب که هر رأس آن واقع بر نقاط مفروض باشد، کدام است؟

۶۴ (۴)

۷۰ (۳)

۶۸ (۲)

۵۶ (۱)

۳۹) می خواهیم از بین ۲ دانش آموز پایه ی اول و ۳ دانش آموز پایه ی دوم و ۴ دانش آموز پایه ی سوم یک شورای دانش آموزی تشکیل دهیم به طوری که حداقل از پایه های اول و دوم هر کدام ۲ نفر و از پایه ی سوم، دقیقاً ۲ نفر انتخاب شوند. به چند حالت این کار ممکن است؟

۲۶ (۴)

۲۴ (۳)

۲۲ (۲)

۲۰ (۱)

۴۰) در یک خیابان تجاری، ۱۰ مغازه موجود است که هر مغازه ۲۰ نوع کالا به فروش می گذارد اگر برای بازرسی بخواهیم به طور اتفاقی ۲ مغازه و در هر مغازه ۳ کالا را بررسی کنیم، به چند حالت این کار ممکن است؟

$20! 10! 3!$ (۴)

$20! 3!$ (۳)

$\binom{10}{3} \binom{20}{2}$ (۲)

$\binom{10}{2} \binom{20}{3}$ (۱)



۴۱) در یک آپارتمان، ۷ زوج زندگی می کنند؛ به چند طریق می توان ۴ نفر از این ۷ زوج انتخاب کرد به طوری که هیچ زن و شوهری با هم انتخاب نشوند؟

- ۱) ۲۱۰ ۲) ۷۰ ۳) ۳۵ ۴) $2^4 \times 35$

۴۲) از بین ۵ دبیر شیمی و ۲ دبیر فیزیک و ۷ دبیر ریاضی چگونه می توان یک تیم ۶ نفره تشکیل داد به طوری که از هر درس فقط دو نفر شرکت باشد؟

- ۱) ۷۱۰ ۲) ۴۲۰ ۳) ۵۸۰ ۴) ۶۳۰

۴۳) با ارقام ۵, ۴, ۳, ۲, ۱, ۰ چند عدد سه رقمی بزرگ تر از ۳۰۰ بدون تکرار ارقام می توان نوشت؟

- ۱) ۴۰ ۲) ۶۰ ۳) ۸۰ ۴) ۱۲۰

۴۴) از هر یک از ۶ منطقه کشوری، ۱۵ دانش آموز به یک اردوگاه فرهنگی دعوت شده اند. به چند روش می توان ۳ دانش آموز از بین آن ها که دو به دو غیر هم منطقه ای هستند، انتخاب کرد؟

- ۱) ۵۷۶۰۰ ۲) ۶۷۵۰۰ ۳) ۷۵۶۰۰ ۴) ۷۶۵۰۰

۴۵) در یک کشور نوعی اتومبیل در ۳ مدل، ۵ رنگ و ۲ نوع دنده (اتوماتیک و غیر اتوماتیک) تولید می شود. چند نوع مختلف از این اتومبیل تولید می شود؟

- ۱) ۱۰ ۲) ۲۰ ۳) ۳۰ ۴) ۴۰

۴۶) زهرا می خواهد برای تولد دوستش یک روان نویس یا یک کتاب شعر و یا یک قاب هدیه بخرد. در مغازه ای که وارد شده است ۶ مدل روان نویس، ۷ کتاب شعر متفاوت و ۳ مدل قاب وجود دارد. چند انتخاب برای خرید کادو وجود دارد؟

- ۱) ۱۶ ۲) ۱۲۶ ۳) $16!$ ۴) $P(16, 3)$

۴۷) یک مربی فوتبال به چند طریق می تواند از بین شش بازیکن دفاعی که در تمامی پست های دفاعی می توانند بازی کنند، ۴ بازیکن را برای بازی در چهار پست مختلف دفاع انتخاب کند؟

- ۱) ۱۸۰ ۲) ۳۶۰ ۳) ۱۲۰ ۴) ۳۰

۴۸) به چند طریق می توان ۳ کتاب ریاضی متمایز و ۴ کتاب داستان متمایز را در یک قفسه کنار هم قرار داد به شرطی که کتاب های ریاضی کنار هم و کتاب های داستان کنار هم باشند؟

- ۱) ۱۴۴ ۲) ۲۸۸ ۳) ۲۸۸۰ ۴) ۵۰۴۰

۴۹) حاصل $A = 8! - 7!$ کدام است؟

- ۱) ۱۵ ۲) $-\frac{1}{7}$ ۳) $6!$ ۴) $15!$



۵۰ به چند طریق می توان طبقات مختلف یک ساختمان ۵ طبقه را با چهار رنگ سفید، قرمز، زرد و سبز، رنگ کرد به شرطی که رنگ طبقات مجاور، متمایز باشد؟

- ۱) ۴! ۲) 4^5 ۳) 4×3^4 ۴) 5^4

۵۱ فردی برای استفاده از رایانه ی شخصی خود یک رمز شامل دو حرف a و b و ۴ رقم از بین ارقام ۰، ۱، ۰۰۰، ۹، با الگوی «حرف، رقم، رقم، رقم، حرف» انتخاب کرده است. اما ارقام رمز خود و ترتیب حروف a و b را فراموش کرده است. اگر بخواهد به صورت تصادفی رمز را وارد نماید و وارد کردن هر رمز ۳ ثانیه زمان نیاز داشته باشد، این فرد حداکثر در چه زمانی می تواند به اطلاعات رایانه ی خود دسترسی پیدا کند؟

- ۱) ۶۰۰ دقیقه ۲) ۱۰۰ دقیقه ۳) ۱۰۰۰ دقیقه ۴) ۶۰۰۰۰ دقیقه

۵۲ ۲۰ مسافر داخل مترو، به چند طریق می توانند در ۷ ایستگاه از قطار پیاده شوند؟

- ۱) 20^7 ۲) $P(20, 7)$ ۳) 7^{20} ۴) $7!$

۵۳ با ارقام ۰، ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ و ۴۲۰۰ می توان نوشت؟

- ۱) ۶۸۹ ۲) ۳۶۰ ۳) ۳۶۵ ۴) ۶۶۰

۵۴ با ارقام ۰، ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵ چند عدد سه رقمی با ارقام متمایز می توان نوشت که مضرب ۵ باشد؟

- ۱) ۲۶ ۲) ۳۶ ۳) ۴۵ ۴) ۵۶

۵۵ فردی با حروف الفبای فارسی یا انگلیسی می خواهد یک رمز سه حرفی بسازد به طوریکه تمامی حروف با فارسی باشند یا انگلیسی، چند حالت برای این رمز وجود دارد؟ (۳۲ حرف فارسی و ۲۶ حرف انگلیسی وجود دارد.)

- ۱) $32^3 + 26^3$ ۲) $(32 \times 26)^3$ ۳) 58^3 ۴) $(32 \times 31 \times 30) + (26 \times 25 \times 24)$

۵۶ شخصی قصد دارد تا از نقطه ی A به نقطه ی C سفر کند. اگر مسیرهای مستقیم از A به C مسدود شده باشد، به چند طریق این عمل ممکن است؟ (از هر نقطه حداکثر یک بار می توان عبور کرد.)



- ۱) ۸ ۲) ۱۳ ۳) ۱۰ ۴) ۱۱

۵۷ در کیسه ای ۶ مهره ی قرمز، ۲ مهره ی آبی و ۴ مهره ی سبز وجود دارد. اگر ۳ مهره به تصادف از کیسه خارج کنیم، در چند حالت امکان دارد ۳ مهره هم رنگ باشند؟

- ۱) ۲۰ ۲) ۲۴ ۳) ۱۸ ۴) ۱۴

۵۸ از بین افراد یک گروه، تصمیم به انتخاب ۴ نفر داریم. به طوری که شخص A حتماً حضور داشته باشد و شخص B حضور نداشته باشد. اگر به ۸۴ طریق قادر به این کار باشیم، چند نفر در این گروه حضور دارند؟

- ۱) ۹ ۲) ۱۰ ۳) ۱۱ ۴) ۱۲



۵۹ در یک کنفرانس بین المللی افرادی از ایران و ۵ کشور دیگر حضور دارند. از هر کشور ۳ نفر اما از ایران ۴ نفر دعوت هستند. به چند طریق می توان ۳ نفر را برای سخنرانی انتخاب کرد طوری که هیچ دو نفر سخنران ملیت یکسان نداشته و یکی از آن ها ایرانی باشد؟

- ۱ ۳۶۰ ۲ ۹۶۹ ۳ ۴۲۰ ۴ ۱۲۰

۶۰ چند جایگشت (۶ حرفی) از حروف a, b, c, d, e, f وجود دارد به طوری که حروف a, b, c همواره کنار هم و حروف d, f نیز همواره کنار هم باشند؟

- ۱ ۷۲ ۲ ۳۶ ۳ ۱۲ ۴ ۶

۶۱ با حروف کلمه ی (سرازمیری) چند کلمه ی هفت حرفی و بدون توجه به معنا، می توان نوشت به طوری که حرف «س» اول بیاید؟

- ۱ ۱۲۰ ۲ ۱۸۰ ۳ ۳۶۰ ۴ ۲۲۰

۶۲ چند عدد سه رقمی بزرگ تر از ۵۰۰ وجود دارد که مجموع ارقام یکان و دهگان آن ها ۸ باشد؟

- ۱ ۴۰ ۲ ۵۶ ۳ ۲۰ ۴ ۴۵

۶۳ تعداد ترتیب های مختلف حروف کدام یک از واژه ها، متفاوت با واژه های دیگر است؟

- ۱ مازیار ۲ کیانوش ۳ شهریار ۴ خشایار

۶۴ در یک کیسه ۳ مهره ی آبی، ۴ مهره ی قرمز و ۳ مهره ی سیاه قرار دارد. به چند طریق می توان ۳ مهره انتخاب کرد به طوری که حداقل دو مهره سیاه باشد؟

- ۱ ۲۰ ۲ ۲۱ ۳ ۲۲ ۴ ۲۴

۶۵ از تساوی $P(n, n - 2) = 12$ مقدار n کدام است؟

- ۱ ۳ ۲ ۴ ۳ ۵ ۴ ۶

۶۶ با ارقام ۱، ۲، ۳، ۵، ۶، ۸ چند عدد سه رقمی می توان نوشت که بزرگ تر از ۳۰۰ باشد؟ (تکرار ارقام مجاز است.)

- ۱ ۶۰ ۲ ۷۵ ۳ ۳۶ ۴ ۱۰۸

۶۷ تعداد جایگشت های سه حرفی انتخاب شده از حروف کلمه ی $DENTIST$ ، کدام است؟

- ۱ ۶۰ ۲ ۸۴۰ ۳ ۱۲۰ ۴ ۱۳۵

۶۸ با ارقام $\{0, 1, 3, 8\}$ چند عدد چهار رقمی فرد بدون تکرار ارقام می توان نوشت؟

- ۱ ۱۲ ۲ ۲۴ ۳ ۱۰ ۴ ۸

۶۹ چند عدد ۳ رقمی مضرب ۵ وجود دارد؟

- ۱ ۱۲۰ ۲ ۱۸۰ ۳ ۱۷۰ ۴ ۱۶۰



۷۰) با حروف کلمه ی "CHILD" چند کلمه ی سه حرفی بدون تکرار حروف می توان ساخت به طوری که شامل حرف «H» باشند؟

- ۱) ۶۰ ۲) ۳۶ ۳) ۲۴ ۴) ۳۰

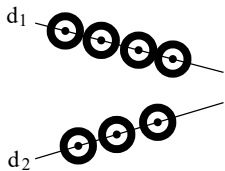
۷۱) به چند طریق می توان به ۵ سؤال تستی دو گزینه ای (بله، خیر) پاسخ داد؟ (پاسخ دادن به همه ی سؤالات الزامی است.)

- ۱) ۱۸ ۲) ۲۴ ۳) ۳۲ ۴) ۳۸

۷۲) می خواهیم کارت هایی بسازیم که در سمت راست آن ها یکی از حروف {ن، ی، ب، ج، الف} و در سمت چپ آن ها عدد ۳ رقمی بدون رقم صفر نوشته شود. چند کارت می توانیم بسازیم؟

- ۱) ۵۰۰۰ ۲) ۷۲۹ ۳) ۳۶۴۵ ۴) ۴۵۰۰

۷۳) با استفاده از نقاط واقع شده بر روی دو خط d_1 و d_2 مطابق شکل زیر، چند مثلث می توان ساخت؟



- ۱) ۱۵ ۲) ۲۴

- ۳) ۳۰ ۴) ۳۵

۷۴) در چند عدد ۳ رقمی، فقط یک رقم ۵ وجود دارد؟

- ۱) ۷۲ ۲) ۸۱ ۳) ۲۲۵ ۴) ۲۴۳

۷۵) از بین ۱۰ دانش آموز که دو نفر آن ها برادر هستند، به چند طریق می توان یک گروه ۳ نفره انتخاب کرد به طوری که هر دو برادر با هم انتخاب نشوند؟

- ۱) ۷۲ ۲) ۹۰ ۳) ۱۱۲ ۴) ۱۲۰

۷۶) تعداد زیرمجموعه های ۵ عضوی یک مجموعه با تعداد زیرمجموعه های ۴ عضوی آن برابر است. این مجموعه چند زیرمجموعه ی ۳ عضوی دارد؟

- ۱) ۱۲۰ ۲) ۶۰ ۳) ۳۶ ۴) ۸۴

۷۷) چند عدد ۴ رقمی می توان ساخت به طوری که ارقام آن یک در میان زوج و یا فرد باشند؟ (تکرار مجاز است.)

- ۱) ۷۲۰ ۲) ۸۷۰ ۳) ۱۱۲۵ ۴) ۱۴۵۹

۷۸) چند عدد ۴ رقمی با ارقام متمایز وجود دارد که رقم صفر در آن به کار نرفته باشد، اما رقم ۷ در آن به کار رفته است؟

- ۱) ۳۳۶ ۲) ۴۴۸ ۳) ۶۷۲ ۴) ۱۳۴۴

۷۹) اگر $P(n, 2) = 5n + 7$ ، حاصل $P(n, 3)$ کدام است؟

- ۱) ۶۰ ۲) ۱۲۰ ۳) ۲۱۰ ۴) ۳۳۶



۸۰) چند عدد ۴ رقمی زوج کوچک تر از ۴۰۰۰ با ارقام متمایز وجود دارد؟

- ۱) ۵۶۰ ۲) ۶۷۲ ۳) ۷۸۴ ۴) ۸۴۰

۸۱) اگر $(2x^2 - x)! = 1$ ، در این صورت چند مقدار صحیح برای x وجود دارد؟

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۸۲) با ارقام $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ و بدون تکرار ارقام، چند عدد چهار رقمی بزرگ تر از ۲۰۰۰ و کوچک تر از ۴۰۰۰ می توان نوشت؟

- ۱) ۱۰۰ ۲) ۸۶ ۳) ۱۲۰ ۴) ۱۴۰

۸۳) گل فروشی در فروشگاه خود ۸ نوع گل مختلف وجود دارد. او در هر دسته گل از ۴ تا ۶ شاخه گل متمایز قرار می دهد. اگر گل فروش برای تزئین ماشین نیاز به ۲ دسته گل متمایز داشته باشد، به چند طریق می تواند یک ماشین را تزئین کند؟

- ۱) ۱۱۷۸۱ ۲) ۸۹۷۱ ۳) ۱۳۵۲۳ ۴) ۱۵۸۴۱

۸۴) یک کارخانه برای هر قطعه ی تولیدی خود یک شماره ی شناسه به صورت زیر می زند به طوری که هر ستاره بیان گر یک رقم غیر صفر، مربع بیان گر یک عدد دو رقمی با ارقام یکسان و دایره بیان گر یکی از حروف مجموعه ی $\{A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M, N, O, P, Q, R, S, T, U, V, W, X, Y, Z\}$ می باشد. در این کارخانه چند قطعه می توان تولید کرد که شماره ی شناسه ی آن با رقم زوج شروع شود؟



- ۱) 56×9^5 ۲) 14×9^6 ۳) 56×9^6 ۴) 14×9^5

۸۵) در چه تعداد از جایگشت های حروف کلمه ی «بیل سوار»، حروف کلمه ی «سوار» کنار هم قرار می گیرند؟

- ۱) ۵! ۲) ۴! ۳) ۵! \times ۴! ۴) ۵! \times ۶!

۸۶) ۶ جفت جوراب داریم. ۵ لنگه به تصادف از بین آن ها خارج می کنیم. تعداد حالاتی که فقط یک جفت در بین آن ها دیده شود، کدام است؟

- ۱) ۲۷۰ ۲) ۳۶۰ ۳) ۲۴۰ ۴) ۴۸۰

۸۷) با ارقام ۰، ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷ و ۸ چند عدد ۴ رقمی زوج بدون تکرار ارقام می توان نوشت؟

- ۱) ۷۲۰ ۲) ۳۶۰ ۳) ۳۲۰ ۴) ۳۰۰

۸۸) با ارقام ۰، ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷ و ۸ چند عدد ۵ رقمی و زوج بدون تکراری می توان نوشت؟

- ۱) ۷۲ ۲) ۵۴ ۳) ۶۰ ۴) ۳۶

۸۹) یک نقاش قوطی هایی از ۴ رنگ مختلف سبز، قرمز، آبی و نارنجی در اختیار دارد. او با ترکیب دو، سه یا چهار قوطی متمایز می تواند دقیقاً یک رنگ جدید به وجود آورد. او از حاصل ترکیب های خود مجموعاً چند رنگ مختلف می تواند تولید کند؟

- ۱) ۱۰ ۲) ۱۱ ۳) ۱۶ ۴) ۲۸



۹۰ می‌خواهیم از بین دانش‌آموزان سه کلاس ۴ نفره، یک تیم ۵ نفره برای مسابقات المپیاد انتخاب کنیم. در چه تعداد از حالت‌ها، تعداد افراد انتخاب شده از کلاس اول از مجموع نفرات انتخاب شده از هر دو کلاس دوم و سوم بیش‌تر است؟

- ۱) ۲۸ ۲) ۱۱۲ ۳) ۱۱۰ ۴) ۱۲۰

۹۱ تعداد جایگشت‌های شش حرفی واژه‌ی *OLYMPIAD* که در آن حروف صدادار (O, A, I) یک در میان قرار گیرند، کدام است؟

- ۱) ۶! ۲) $\frac{6!}{2!}$ ۳) $3 \times 5!$ ۴) $\frac{6!}{2!}$

۹۲ از مجموعه‌ی $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ به مجموعه‌ی $B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ چند تابع می‌توان نوشت؟

- ۱) ۳۱۲۵ ۲) ۲۵ ۳) ۶۲۵ ۴) ۱۲۵

۹۳ اگر $(n^2 - 3n)! = 24$ ، آن‌گاه $(n + 2)!$ کدام است؟ ($n \in \mathbb{N}$)

- ۱) ۶ ۲) ۲۴ ۳) ۱۲۰ ۴) ۷۲۰

۹۴ حروف کلمه *EARNEST* را به چند طریق می‌توان در کنار هم قرار داد، به طوری که حرف N همواره در وسط قرار گیرد؟ (بدون توجه به مفهوم)

- ۱) ۱۸۰ ۲) ۲۱۶ ۳) ۲۴۰ ۴) ۳۶۰

۹۵ سه مهره‌ی سیاه یکسان و دو مهره‌ی آبی یکسان داریم. به چند طریق می‌توان این پنج مهره را کنار هم چید؟

- ۱) ۸ ۲) ۱۰ ۳) ۱۳ ۴) ۱۵

۹۶ با حروف کلمه *Heater* چند کلمه‌ی ۳ حرفی می‌توان ساخت؟

- ۱) ۶۰ ۲) ۷۲ ۳) ۸۴ ۴) ۹۲

۹۷ تعداد جایگشت‌های ۳ حرفی از حروف کلمه‌ی *BAHARAN* که دقیقاً ۲ حرف همه‌ی آن‌ها A باشد، کدام است؟

- ۱) ۱۲ ۲) ۱۰ ۳) ۸ ۴) ۶

۹۸ از بین ۹ کارمند می‌خواهیم ۵ نفر را برای اعزام به خارج انتخاب کنیم. اگر ۳ فرد به خصوص از قبل برای اعزام انتخاب شده باشند، چند حالت مختلف برای این کار وجود دارد؟

- ۱) ۱۵ ۲) ۲۵ ۳) ۳۵ ۴) ۴۵

۹۹ با ارقام (۰, ۲, ۳, ۴, ۵) چند عدد ۳ رقمی فرد بدون تکرار ارقام می‌توان نوشت؟

- ۱) ۱۸ ۲) ۲۴ ۳) ۲۸ ۴) ۳۲

۱۰۰ در یک جعبه ۵ مهره‌ی سیاه و ۴ مهره‌ی سفید داریم. تعداد حالت‌هایی که ۳ مهره با هم انتخاب شود به طوری که ۲ مهره سیاه و یک مهره سفید باشد، چند تا است؟

- ۱) ۲۰ ۲) ۳۶ ۳) ۴۰ ۴) ۴۸



۱۰۱ با ارقام (۰, ۱, ۳, ۵, ۶, ۸, ۹) چند عدد ۳ رقمی فرد بدون تکرار ارقام می توان نوشت؟

- ۱۲۰ (۱) ۱۰۰ (۲) ۹۰ (۳) ۶۸ (۴)

۱۰۲ چند عدد سه رقمی زوج بزرگ تر از ۳۰۰ با ارقام (۱, ۲, ۳, ۴, ۵) وجود دارد؟ (تکرار ارقام مجاز است).

- ۳۰ (۱) ۵ (۲) ۱۲۵ (۳) ۸۰ (۴)

۱۰۳ با حروف کلمه ی «ملکان» چند کلمه ی چهار حرفی (بدون تکرار حروف) می توان نوشت، به طوری که حرف «م» در اول و حرف «ل» در آخر بیاید؟

- ۵ (۱) ۱۰ (۲) ۹ (۳) ۶ (۴)

۱۰۴ با استفاده از ارقام فرد یک رقمی، چند عدد ۲ رقمی کوچک تر از ۴۰ می توان نوشت؟

- ۱۰ (۱) ۲۰ (۲) ۱۵ (۳) ۱۶ (۴)

۱۰۵ تعداد جایگشت های ۵ حرفی از کلمه *LUGGAGE* که فقط دو حرف آن *G* باشد، کدام است؟

- ۵۶ (۱) ۲۴۰ (۲) ۲۰ (۳) ۷۲ (۴)

۱۰۶ چند جایگشت چهار حرفی با حروف کلمه ی *IRANIAN* می توان نوشت که دقیقاً دو حرف آن تکراری باشد؟

- ۸۰ (۱) ۱۰۸ (۲) ۱۲۰ (۳) ۱۴۴ (۴)

۱۰۷ با ارقام ۵, ۵, ۵, ۵, ۰, ۰, ۰, ۰ چند عدد ۸ رقمی زوج می توان ساخت؟

- ۱۰ (۱) ۶ (۲) ۲۰ (۳) $\frac{1}{4! \times 3!}$ (۴)

۱۰۸ با حروف کلمه ی *DAMDARAN*، چند رمز عبور ۸ حرفی می توان ساخت، به طوری که با *D* شروع و به *D* ختم شوند؟

- ۱۲۰ (۱) ۱۶۰ (۲) ۱۸۰ (۳) ۲۴۰ (۴)

۱۰۹ با حروف کلمه ی *ZEMESTAN* چند رمز عبوری چهار حرفی می توان ساخت؟

- ۴۸۰ (۱) ۱۸۰ (۲) ۸۴۰ (۳) ۱۰۲۰ (۴)

۱۱۰ در یک آزمون با ۵ پرسش ۴ گزینه ای، فردی به تمام پرسش ها به تصادف پاسخ داده است. به چه احتمالی او به تمام پرسش ها پاسخ درست داده است؟

- $\frac{1}{20}$ (۱) $\frac{1}{625}$ (۲) $\frac{1}{2048}$ (۳) $\frac{1}{1024}$ (۴)

۱۱۱ با حروف کلمه ی "*CHILD*" چند کلمه ی سه حرفی بدون تکرار حروف می توان ساخت به طوری که شامل حرف «*H*» باشند؟

- ۶۰ (۱) ۳۶ (۲) ۲۴ (۳) ۳۰ (۴)



۱۱۲ به ۱۰ سؤال چهار گزینه‌ای به چند طریق می‌توان پاسخ داد به طوری که پاسخی به همه‌ی سؤال‌ها اجباری باشد؟

- ۱) 4^{10} ۲) 4^{10} ۳) 2^{10} ۴) 10^4

۱۱۳ چند عدد سه رقمی با ارقام متمایز وجود دارد؟

- ۱) ۴۵۰ ۲) ۵۰۴ ۳) ۶۴۸ ۴) ۷۲۰

۱۱۴ تعداد راه‌های ممکن برای پاسخ گویی به ۶ سؤال دو گزینه‌ای کدام است؟ (پاسخ‌گویی به همه‌ی سؤال‌ها اجباری است).

- ۱) ۳۶ ۲) ۴۸ ۳) ۶۴ ۴) ۷۲

۱۱۵ با ارقام ۰ و ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و ۶ و ۷ چند عدد ۴ رقمی بزرگ‌تر از ۵۰۰۰ و بدون تکرار ارقام می‌توان نوشت؟

- ۱) ۳۶۰ ۲) ۴۰۰ ۳) ۴۶۰ ۴) ۸۰۰

۱۱۶ روی ۹ گوی یکسان ارقام ۱ تا ۹ را نوشته‌ایم، به چند طریق می‌توان ۲ گوی با هم برداشت به طوری که جمع اعداد روی آن‌ها عددی زوج باشد؟

- ۱) ۱۰ ۲) ۶ ۳) ۹ ۴) ۱۶

۱۱۷ با حروف کلمه‌ی «پاسداران» چند جایگشت ۸ حرفی می‌توان نوشت که با حرف «پ» شروع و به حرف «ن» ختم شود؟

- ۱) ۹۰ ۲) ۱۰۵ ۳) ۱۲۰ ۴) ۱۳۵

۱۱۸ با جایگشت ارقام ۳، ۴، ۴، ۷، ۵، ۶، ۶ چند عدد ۷ رقمی متمایز می‌توان نوشت؟

- ۱) ۱۲۰ ۲) ۱۲۶۰ ۳) ۷۲۰ ۴) ۱۳۶۰

۱۱۹ با ارقام ۱، ۳، ۷، ۹، ۸، ۷، ۵، ۴ چند عدد ۴ رقمی متمایز می‌توان نوشت؟

- ۱) ۲۴۰ ۲) ۶۰ ۳) ۴۸۰ ۴) ۱۲۰

۱۲۰ از بین ۴ دانش‌آموز کلاس اول و ۲ دانش‌آموز کلاس دوم و ۵ دانش‌آموز کلاس سوم، به چند طریق می‌توان سه نفر را انتخاب نمود به طوری که در این انتخاب، دانش‌آموزی از کلاس دوم وجود نداشته باشد؟

- ۱) ۶۲ ۲) ۷۸ ۳) ۸۴ ۴) ۹۶

۱۲۱ یک سالن آمفی تئاتر ۱۰ در دارد. به چند طریق می‌توان از یک در وارد سالن شد و از دیگر خارج شد؟

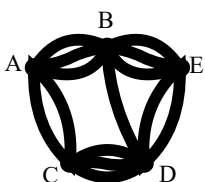
- ۱) ۱۰۰ ۲) ۹۰ ۳) ۹ ۴) ۱۰

۱۲۲ با حروف کلمه «پردیس» چند کلمه ۳ حرفی با حروف غیرتکراری می‌توان نوشت؟

- ۱) 3^3 ۲) 3^4 ۳) ۲۴ ۴) ۶۰

۱۲۳ در نمودار شکل مقابل، به چند طریق می‌توان از شهر A به شهر E رفت؟

- ۱) ۲۷ ۲) ۲۱ ۳) ۱۵ ۴) ۱۸





۱۲۴) یک اتوبوس با ۱۰ مسافر در ۱۲ ایستگاه توقف می کند و همه مسافری در این ایستگاه ها از اتوبوس پیاده می شوند. این کار به چند طریق امکان پذیر است؟

- ۱) ۱۲۰ ۲) 10^{12} ۳) 12^{10} ۴) ۱۴۴

۱۲۵) به چند طریق می توان رئوس یک چهارضلعی را با ۳ رنگ، رنگ آمیزی کرد به طوری که هیچ دو رأس مجاوری هم رنگ نباشند؟

- ۱) ۳۶ ۲) ۱۲ ۳) ۱۸ ۴) ۲۴

۱۲۶) در یک منطقه آموزش و پرورش، ۳ ناحیه و در هر یک از این ناحیه ها، ۸ مدرسه دوره دوم متوسطه و در هریک از این مدارس، ۶ کلاس دهم وجود دارد. در این منطقه چند کلاس دهم وجود دارد؟

- ۱) ۱۴۴ ۲) ۷۲ ۳) ۹۶ ۴) ۴۸

۱۲۷) کدام گزینه نادرست است؟

- ۱) $\frac{n^2 - n}{(n-2)!} = n^2 - n \quad (n > 2)$ ۲) $0! = 1!$ ۳) $4! \times 2 = 8!$ ۴) $2! \times 2! \times 3! = 4!$

۱۲۸) به چند طریق ۴ دانش آموز و ۳ معلم می توانند برای گرفتن عکس یادگاری کنار هم بایستند. به طوری که معلم ها کنار هم باشند؟

- ۱) $4! \times 4!$ ۲) $3! \times 5!$ ۳) $7! \times 3!$ ۴) $2! \times 4! \times 3!$

۱۲۹) با استفاده از ۴ رنگ قرمز، سبز، زرد و آبی به چند طریق می توان پنج خانه کنار هم را که در یک ردیف قرار گرفته اند، رنگ کرد؛ به طوری که خانه های مجاور هم رنگ نباشند؟

- ۱) ۵۷۶ ۲) ۳۲۴ ۳) ۱۰۲۴ ۴) ۲۴۳

۱۳۰) با حروف A, B, C و D چند کلمه حداکثر چهار حرفی می توان ساخت به طوری که تکرار حروف مجاز نباشند؟

- ۱) ۲۴ ۲) ۴۸ ۳) ۶۰ ۴) ۶۴

۱۳۱) با ارقام ۱, ۲, ۳, ۵ اعداد ۳ رقمی نوشته ایم، تعداد حالت هایی که تکرار ارقام مجاز است، چقدر بیش تر از تعداد حالاتی است که تکرار ارقام مجاز نیست؟

- ۱) ۵۸ ۲) ۴۰ ۳) ۴۸ ۴) ۳۶

۱۳۲) به چند طریق می توان ۳ کتاب متمایز را بین ۵ نفر تقسیم کرد، به طوری که به هر نفر بیش از یک کتاب نرسد؟

- ۱) ۳۵ ۲) 5^3 ۳) ۶۰ ۴) ۱۲۰

۱۳۳) ساده شده عبارت $12! - 11!$ کدام است؟

- ۱) ۱۳ ۲) ۱۱ ۳) 11×13 ۴) $11 \times 13!$



۱۳۴) چه تعداد از زیر مجموعه های مجموعه $\{a, b, c, d, e\}$ دارای ۲ عضو a و b هستند؟

- ۱) ۸ ۲) ۲ ۳) ۱۶ ۴) ۴

۱۳۵) یک آزمون تستی شامل ۱۰ سؤال ۴ گزینه ای و ۳ سؤال ۲ گزینه ای است. اگر فردی بخواهد به طور تصادفی به همه سؤالات پاسخ بدهد، به چند روش می تواند این کار را انجام بدهد؟ (امکان پاسخ ندادن به هیچ سؤالی وجود ندارد.)

- ۱) $10^4 \times 3^2$ ۲) $4^{10} \times 2^3$ ۳) $10^4 \times 2^3$ ۴) $4^{10} \times 3^2$

۱۳۶) می خواهیم از بین تعدادی کتاب مختلف، ۳ کتاب را انتخاب کنیم و در قفسه ای بچینیم. اگر تعداد همه حالت های مختلف برای این کار برابر ۲۱۰ باشد، تعداد کتاب ها کدام است؟

- ۱) ۵ ۲) ۶ ۳) ۷ ۴) ۸

۱۳۷) با ارقام صفر، ۱، ۲، ۳، ۶ و ۷ و بدون تکرار ارقام، چند عدد سه رقمی می توان ساخت به طوری که حتماً شامل ۲ باشد؟

- ۱) ۵۲ ۲) ۴۸ ۳) ۴۴ ۴) ۳۶

۱۳۸) با حروف کلمه ASSIST چند کلمه ۶ حرفی می توان ساخت به طوری که همواره S ها پشت سر هم باشند؟

- ۱) ۱۸ ۲) ۲۴ ۳) ۳۶ ۴) ۴۸

۱۳۹) در کدام گزینه ترتیب قرار گرفتن اشیا اهمیت ندارد؟

- ۱) انتخاب دفاع چپ، راست و وسط از بین ۷ مدافعی که همگی توانایی بازی در تمام حالت های دفاعی را دارند.
۲) ساختن کلمه ۳ حرفی به کمک حروف کلمه «موفق» و بدون تکرار حروف
۳) حداقل ۲ بار «رو» آمدن یک سکه در ۳ پرتاب متوالی آن
۴) انتخاب یک دسته گل با ۳ شاخه گل از بین ۵ شاخه گل رز، مریم، میخک، شب بو و گلاب

۱۴۰) با ارقام $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ چند عدد ۴ رقمی بزرگتر از ۳۰۰۰ و مضرب ۵ می توان نوشت؟ (تکرار ارقام مجاز نیست.)

- ۱) ۱۴ ۲) ۶۰ ۳) ۴۸ ۴) ۷۲

۱۴۱) مقدار n در معادله $\binom{21}{n} = \binom{3n-3}{n}$ کدام است؟

- ۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۳ ۴) ۶

۱۴۲) از میان ۴ داور ایرانی، ۳ داور ژاپنی و ۲ داور روسی، به چند طریق می توان یک کمیته داوران ۵ نفره تشکیل داد به طوری که در این کمیته حداقل ۲ داور ایرانی حضور داشته باشد؟

- ۱) ۶۵ ۲) ۱۰۵ ۳) ۲۱۰ ۴) ۶۰

۱۴۳) معلمی قصد دارد از یک کلاس، ۳ نفر را به تصادف برای حضور در مسابقات علمی انتخاب کند. اگر او این ۳ نفر را به ۵۶ روش بتواند انتخاب کند، تعداد دانش آموزان کلاس چند نفر بوده است؟

- ۱) ۱۰ ۲) ۹ ۳) ۱۱ ۴) ۸



۱۴۴) در یک لیگ فوتبال ۱۵ تیم حضور دارند. در پایان این لیگ، تیم‌های اول تا سوم به چند حالت مختلف می‌توانند مشخص شوند؟

- ۱) ۱۲! ۲) ۳! ۳) ۱۳! ۴) ۲!

۱۴۵) مجموعه $A = \{a_1, a_2, a_3, \dots, a_{10}\}$ چند زیرمجموعه ۵ عضوی دارد که شامل عضوهای a_2 و a_1 ولی فاقد عضوهای a_9 و a_{10} باشد؟

- ۱) ۲۰ ۲) ۸ ۳) ۵۶ ۴) ۱۲۰

۱۴۶) آرش در یک آزمون با ۶ سوال ۴ گزینه‌ای و ۴ سوال ۳ گزینه‌ای شرکت می‌کند. اگر پاسخ به سوال‌های ۳ گزینه‌ای در این آزمون الزامی باشد، آرش به چند طریق می‌تواند پاسخنامه خود را پر کند؟

- ۱) $6^4 \times 3^3$ ۲) $4^4 \times 5^6$ ۳) $4^6 \times 3^4$ ۴) $5^6 \times 3^4$

۱۴۷) چند عدد ۴ رقمی طبیعی زوج با ارقام غیر تکراری و کوچک‌تر از ۶ داریم؟

- ۱) ۱۰۸ ۲) ۱۵۶ ۳) ۱۸۰ ۴) ۲۱۶

۱۴۸) اگر $1 = (2x - x^2)!$ ، آن‌گاه برای x چند مقدار وجود دارد؟

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۴۹) چند عدد سه رقمی داریم که رقم صدگان آن‌ها برابر مجموع ارقام یکان و دهگان آن باشد؟

- ۱) ۵۴ ۲) ۵۵ ۳) ۴۴ ۴) ۴۵

۱۵۰) از شهر A تا شهر B ، ۴ راه و از شهر B تا شهر C ، ۳ راه و از شهر C تا شهر D ، ۲ راه وجود دارد. به چند طریق می‌توان از شهر A به شهر D رفت و دوباره به شهر A برگشت به طوری که از هر مسیر حداکثر یک بار عبور کنیم و از تمام شهرها عبور کنیم؟

- ۱) ۹۶ ۲) ۱۰۴ ۳) ۱۴۴ ۴) ۱۴۲

۱۵۱) تعداد راه‌های ممکن برای پاسخ دادن به تعدادی سوال دو گزینه‌ای برابر 81^5 است. تعداد سوالات کدام است؟ (پاسخ دادن به سوالات اجباری نیست.)

- ۱) ۱۰ ۲) ۲۰ ۳) ۵ ۴) ۱۵

۱۵۲) سه برادر و سه خواهر به چند طریق می‌توانند عکس یادگاری بگیرند، به طوری که خواهرها همواره کنار هم باشند؟

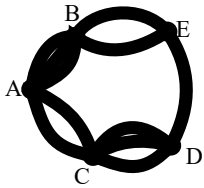
- ۱) ۳۶ ۲) ۷۲ ۳) ۱۴۴ ۴) ۷۲۰

۱۵۳) با حروف کلمه «یکسان» چند کلمه ۵ حرفی می‌توان ساخت به طوری که با حرف نقطه‌دار شروع شود؟ (تکرار حروف مجاز نیست.)

- ۱) ۲۴ ۲) ۴۸ ۳) ۷۲ ۴) ۱۲



۱۵۴ اگر همه جاده‌ها یک طرفه باشند، به چند طریق می‌توان از شهر A به شهر E رسید؟ (از هر شهر فقط یک بار می‌توان عبور کرد.)



۱۱ (۲)

۱۴ (۱)

۱۰ (۴)

۷ (۳)

۱۵۵ با ارقام ۰, ۲, ۴, ۷, ۳ چند عدد زوج سه رقمی می‌توان نوشت؟ (تکرار ارقام مجاز نیست.)

۳۰ (۴)

۱۸ (۳)

۳۶ (۲)

۱۲ (۱)

۱۵۶ از میان ۵ نفر کلاس اولی، ۷ نفر کلاس دومی و ۶ نفر کلاس سومی به چند طریق می‌توان ۳ نفر انتخاب کرد به طوری که هم کلاسی باشند؟

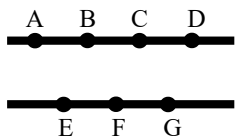
۶۵ (۴)

۴۵ (۳)

۳۵ (۲)

۱۰ (۱)

۱۵۷ هفت نقطه A, B, C, D, E, F, G به صورت زیر روی دو خط موازی قرار دارند. چند مثلث مختلف می‌توان رسم کرد که رئوس آن از این هفت نقطه انتخاب شوند؟



۳۵ (۴)

۳۶ (۳)

۳۰ (۲)

۲۴ (۱)

۱۵۸ اگر $C(n+3, 3) = 5P(n+2, 2)$ ، در این صورت n کدام است؟

۳۳ (۴)

۶ (۳)

۳ (۲)

۲۷ (۱)

۱۵۹ رمزی از سه رقم تشکیل شده است. اگر ارقام زوج کنار هم نباشند، برای این رمز چند حالت ممکن است؟ (تکرار ارقام مجاز نیست.)

۴۰۰ (۴)

۴۶۰ (۳)

۳۰۰ (۲)

۱۰۰ (۱)

۱۶۰ یک آزمون شامل ۲ سوال ۴ گزینه‌ای و ۴ سوال ۲ گزینه‌ای است. فردی قصد دارد به صورت تصادفی به سوالات جواب دهد. اگر بتواند سوال‌ها را بدون جواب هم بگذارد، او به چند روش می‌تواند این کار را انجام دهد؟

۲۰۲۵ (۴)

۲۵۶ (۳)

۲۰۵۰ (۲)

۲۶۵ (۱)

۱۶۱ با ارقام ۰, ۱, ۲, ۳, ۴, ۵ چند عدد چهار رقمی زوج بدون تکرار ارقام می‌توان ساخت؟

۲۵۰ (۴)

۱۵۶ (۳)

۹۶ (۲)

۶۰ (۱)

۱۶۲ اگر $120 = (n-2)! + (n-1)!(n-1)$ باشد، n کدام است؟

۷ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

۱۶۳ با حروف کلمه *perusal* چند جایگشت هفت حرفی بدون تکرار می‌توان نوشت که به حرف e ختم می‌شود و حروف e, r, u کنار هم باشند؟

۲۴۰ (۴)

۱۴۴ (۳)

۱۲۰ (۲)

۴۸ (۱)



۱۶۴ با حروف کلمه «تقویم» و بدون تکرار حروف چند کلمه ۵ حرفی می‌توان نوشت به طوری که بین حروف «و» و «م» دقیقاً یک حرف قرار بگیرد؟

- ۱) ۳۶ ۲) ۲۴ ۳) ۴۸ ۴) ۳۲

۱۶۵ چند عدد پنج رقمی وجود دارد که حداقل یک رقم تکراری داشته باشد؟

- ۱) ۶۹۷۶۰ ۲) ۴۹۶۰۰ ۳) ۶۲۷۸۴ ۴) ۷۴۸۸۰

۱۶۶ اگر در یک کیسه ۲ مهره زرد، ۵ مهره قرمز و ۳ مهره سبز داشته باشیم و بخواهیم ۴ مهره به تصادف انتخاب کنیم، تعداد حالات ممکن برای آن که حداقل یک مهره زرد و دقیقاً یک مهره سبز انتخاب شوند، کدام است؟

- ۱) ۱۴۰ ۲) ۱۲۵ ۳) ۱۰۵ ۴) ۷۵

۱۶۷ گل فروشی در مغازه‌اش ۱۰ مدل گل مختلف دارد. او با توجه به تقاضای مشتریان دسته گل‌هایی درست می‌کند که در آن‌ها حداقل ۸ شاخه گل متمایز به کار رفته است. وی چند دسته گل مختلف می‌تواند درست کند؟

- ۱) ۴۵ ۲) ۵۴ ۳) ۵۶ ۴) ۶۰

۱۶۸ ۶ نفر به نام‌های a, b, c, d, e, f را به چند طریق می‌توان در یک صف قرار داد به طوری که a و b بعد از e و f در صف قرار بگیرند؟ (a و b الزاماً بلافاصله بعد از e و f نیستند).

- ۱) ۳۶۰ ۲) ۲۴۰ ۳) ۱۲۰ ۴) ۱۸۰

۱۶۹ حاصل عبارت $\binom{14}{10} + \binom{7}{3} + \binom{6}{2} + \binom{5}{1}$ کدام است؟

- ۱) ۱۳۶۴ ۲) ۱۳۶۵ ۳) ۳۰۰۲ ۴) ۳۰۰۳

۱۷۰ از بین ۳ دبیر رشته ریاضی، ۳ دبیر رشته تجربی، ۳ دبیر رشته انسانی و ۳ دبیر رشته هنر، به چند طریق می‌توان یک کمیته ۳ نفره انتخاب کرد به طوری که هیچ دو نفری از اعضای کمیته هم‌رشته نباشند؟

- ۱) ۲۲۰ ۲) ۱۰۸ ۳) ۶۴۸ ۴) ۲۷

۱۷۱ برای تزئین کردن یک شاخه گل، روبان‌هایی به رنگ‌های زرد، قرمز و صورتی، ۴ رنگ مختلف کاغذ و ۳ نوع برگ تزئینی در اختیار داریم. اگر بخواهیم از روبان صورتی استفاده کنیم، به چند روش می‌توانیم این شاخه گل را با ۱ برگ تزئینی و ۱ کاغذ تزئین کنیم؟

- ۱) ۲۴ ۲) ۳۶ ۳) ۱۲ ۴) ۲۷

۱۷۲ مقدار n در عبارت $\frac{3}{2} = \frac{1}{(n-2)! (n-1)!}$ کدام است؟

- ۱) ۶ ۲) ۴ ۳) ۳ ۴) ۵

۱۷۳ با ارقام (۰, ۲, ۴, ۵, ۷, ۸) چند عدد ۴ رقمی فرد بزرگ‌تر از ۴۰۰۰ بدون تکرار ارقام می‌توان نوشت؟

- ۱) ۴۸ ۲) ۶۸ ۳) ۷۲ ۴) ۹۶



۱۷۴) با ارقام (۰, ۲, ۳, ۵, ۷, ۹) چند عدد ۳ رقمی زوج بدون تکرار ارقام می توان نوشت؟

- ۴۰ (۱) ۳۶ (۲) ۳۲ (۳) ۲۸ (۴)

۱۷۵) با ارقام ۸, ۷, ۴, ۳, ۲ چند عدد ۵ رقمی بدون تکرار ارقام می توان نوشت به طوری که دو رقم فرد کنار هم

نباشند؟

- ۴۸ (۱) ۵۶ (۲) ۷۲ (۳) ۸۴ (۴)

۱۷۶) سه معلم و دو معاون مدرسه ای می خواهند عکس یادگاری بگیرند. به چند طریق می توانند این کار را انجام

دهند به طوری که معلمین در کنار هم و معاونین نیز در کنار هم باشند؟

- ۱۲ (۱) ۱۸ (۲) ۲۴ (۳) ۳۶ (۴)

۱۷۷) اگر $42n! = (n+2)!$ باشد، حاصل $\binom{n+2}{n-2}$ کدام است؟

- ۱۰ (۱) ۲۶ (۲) ۳۵ (۳) ۴۲ (۴)

۱۷۸) تیم ملی والیبال ۱۴ بازیکن دارد که قد هیچ دو نفرشان با هم یکسان نیست. به چند طریق می توان ۳ نفر از

آنها انتخاب کرد به طوری که از بین بلندترین فرد و کوتاه ترین فرد تیم، فقط یک نفر انتخاب شده باشد؟

- ۱۵۶ (۱) ۱۳۲ (۲) ۲۶۴ (۳) ۶۶ (۴)

۱۷۹) تعداد جایگشت های حروف کلمه *SAMPLE*، به طوری که *A* و *P* کنار هم نباشند، کدام است؟

- ۱۲۰ (۱) ۱۸۰ (۲) ۴۸۰ (۳) ۲۴۰ (۴)

۱۸۰) با اعداد ۵, ۴, ۳, ۲ و ۱ چند عدد چهار رقمی زوج می توان نوشت که اولین رقم سمت چپ، عدد اول باشد؟

(بدون تکرار ارقام)

- ۳۶ (۱) ۳۰ (۲) ۲۴ (۳) ۱۸ (۴)

۱۸۱) ۵ قوطی رنگ متفاوت داریم. اگر بتوانیم با ترکیب ۲ تا یا بیشتر از این قوطی ها، رنگ های جدید و متمایز

بسازیم، تعداد کل رنگ هایی که می توانیم داشته باشیم کدام است؟

- ۳۶ (۱) ۳۰ (۲) ۳۲ (۳) ۳۱ (۴)

۱۸۲) مقدار x در تساوی $6 = \left(\frac{2x}{3} - 3\right)!$ کدام است؟

- ۹ (۱) ۱۰ (۲) ۸ (۳) ۶ (۴)

۱۸۳) تعداد جایگشت های حروف کلمه *SASANPOOR* به شرط آن که حروف یکسان کنار هم قرار بگیرند،

کدام است؟

- ۱۲۰ (۱) ۷۲۰ (۲) ۱۴۴۰ (۳) $6! \times 2! \times 2! \times 2!$ (۴)

۱۸۴) با حروف کلمه *DANESH*، چند رمز عبور چهار حرفی می توان ساخت. به طوری که حرف *S* در هر رمز

باشد؟

- ۲۴۰ (۱) ۲۵۰ (۲) ۲۶۰ (۳) ۲۷۰ (۴)



۱۸۵) اگر برچسب‌های اجناس یک فروشگاه به صورت زیر طراحی شده باشد، این فروشگاه حداکثر چند برچسب با این طراحی و شرایط زیر می‌تواند بسازد؟



الف) داخل هر ستاره یک رقم غیر صفر قرار گیرد.

ب) داخل دایره یک حرف از حروف مجموعه {آ، ب، پ، ت، ج، د} قرار گیرد.

پ) داخل مربع یک عدد از میان اعداد حسابی زوج یک رقمی و غیر تکراری قرار گیرد.

- ۱) ۳۲۴۰۰ ۲) ۲۹۱۶۰ ۳) ۱۱۶۶۴ ۴) ۲۵۹۲۰

۱۸۶) یک آزمون شامل ۱۰ سؤال چهارگزینه‌ای و ۵ سؤال دوگزینه‌ای (بلی - خیر) است. فردی قصد دارد به سؤال‌ها به صورت تصادفی جواب دهد. اگر جواب دادن به سؤال‌های چهارگزینه‌ای اجباری و جواب دادن به سؤال‌های دوگزینه‌ای اختیاری باشد، این فرد به چند روش می‌تواند به سؤال‌ها جواب دهد؟

- ۱) $5^{10} \times 3^5$ ۲) $4^{10} \times 2^5$ ۳) $5^{10} \times 2^5$ ۴) $4^{10} \times 3^5$

۱۸۷) با ارقام ۱، ۲، ۴، ۵، ۶، ۸ و صفر چند عدد چهاررقمی مضرب ۵ و بدون تکرار ارقام می‌توان نوشت؟

- ۱) ۱۲۰ ۲) ۱۰۸ ۳) ۹۶ ۴) ۲۴۰

۱۸۸) به چند حالت می‌توانیم از میان ۴ دانش‌آموز رشته تجربی و ۳ دانش‌آموز رشته ریاضی، یک گروه ۴ نفره تشکیل دهیم، به نحوی که حداقل ۳ نفر از آنان از رشته تجربی باشند؟

- ۱) ۱۳ ۲) ۳۶ ۳) ۱۶ ۴) ۹

۱۸۹) تعداد جایگشت‌های حروف کلمه HAMID، به طوری که دو حرف H و D کنار هم نباشند کدام است؟

- ۱) ۵۴ ۲) ۶۵ ۳) ۷۲ ۴) ۸۰

۱۹۰) از میان ۵ ریاضیدان، ۶ فیزیکدان و ۴ شیمی‌دان قرار است کمیته‌ای ۴ نفره انتخاب شود به طوری که از هر رشته حداقل یک نفر در آن عضو باشد. این کمیته به چند طریق می‌تواند انتخاب شود؟

- ۱) ۸۴۰ ۲) ۷۲۰ ۳) ۶۴۰ ۴) ۹۶۰

۱۹۱) با حروف کلمه subtitle چند کلمه ۸ حرفی می‌توان ساخت که حروف صدادار در کنار هم و حروف t نیز در کنار هم باشند؟

- ۱) ۷۲۰ ۲) ۱۲۰ ۳) ۳۶۰ ۴) ۸!

۱۹۲) با ارقام ۰، ۲، ۳، ۷، چند عدد سه رقمی زوج بدون تکرار ارقام می‌توان نوشت؟

- ۱) ۲۴ ۲) ۱۲ ۳) ۳۲ ۴) ۱۰

۱۹۳) با ارقام ۰، ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، چند عدد چهاررقمی کوچک‌تر از ۳۰۰۰ و بدون تکرار ارقام می‌توان نوشت؟

- ۱) ۳۶۰ ۲) ۱۶۰ ۳) ۱۲۰ ۴) ۲۴۰



۱۹۴ با حروف کلمه *monster* چند کلمه ۷ حرفی می توان ساخت که حروف m ، o و n کنار هم باشند؟

۷۲۰ (۴)

$6! \times 2$ (۳)

$\frac{7!}{3}$ (۲)

۱۲۰ (۱)

۱۹۵ با ارقام ۰، ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ چند عدد چهاررقمی زوج و کمتر از ۴۵۰۰ بدون تکرار ارقام می توان نوشت؟

۱۱۴ (۴)

۷۲ (۳)

۲۵۵ (۲)

۹۷ (۱)

۱۹۶ اگر ${}^nC(n, 3) = 5P(n, 2)$ باشد، ${}^nC(n, 2)$ کدام است؟ ($n \geq 3$)

۲۴۰ (۴)

۱۲۰ (۳)

۲۷۲ (۲)

۱۳۶ (۱)

۱۹۷ با اتصال نقاط مشخص شده روی اضلاع مثلث ABC ، چند مثلث می توانیم بسازیم؟



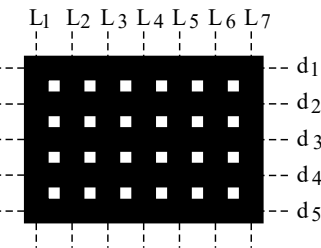
۱۱۴ (۲)

۳۶ (۱)

۱۲۹ (۴)

۹۹ (۳)

۱۹۸ در شکل زیر از برخورد خطوط افقی d_1 تا d_5 و خطوط عمودی L_1 تا L_7 چند مستطیل به وجود آمده است؟



۲۰۰ (۱)

۲۱۰ (۲)

۲۲۰ (۳)

۲۴۰ (۴)

۱۹۹ می خواهیم با استفاده از ارقام مجموعه $\{0, 1, 2, \dots, 8, 9\}$ اعداد ۴ رقمی بدون تکرار ارقام بسازیم، به طوری

که اعداد ساخته شده ۲ رقم زوج و ۲ رقم فرد داشته باشند. چه تعداد عدد با این شرایط می توانیم بسازیم؟

۲۸۸۰ (۴)

۲۱۶۰ (۳)

۱۴۴۰ (۲)

۲۴۰۰ (۱)

۲۰۰ در یک آپارتمان ۶ زوج (زن و شوهر) زندگی می کنند. به چند طریق می توان ۵ نفر از بین این ۱۲ نفر انتخاب

کرد که دقیقاً یک زوج بین آن ها وجود داشته باشد؟

۵۴۰ (۴)

۳۶۰ (۳)

۴۸۰ (۲)

۲۴۰ (۱)

۲۰۱ در رستوران (۱)، ۳ نوع پیش غذا، ۵ نوع غذای اصلی و ۷ نوع دسر وجود دارد و در رستوران (۲)، ۴ نوع پیش

غذا، ۶ نوع غذای اصلی و ۲ نوع دسر وجود دارد. اگر فردی یکی از این رستوران ها را انتخاب کند و از منوی آن

رستوران دقیقاً یک غذای اصلی، حداکثر ۲ پیش غذا و حداکثر یک دسر را انتخاب کند، در مجموع چند حالت برای میز

غذای او وجود دارد؟

۱۸۰ (۴)

۲۵۰ (۳)

۱۵۳ (۲)

105×48 (۱)

۲۰۲ با حروف کلمه «خوارزمی» چند کلمه ۵ حرفی و بدون توجه به معنا می توان نوشت که فقط ۲ نقطه داشته باشد؟

۴۸۰ (۴)

۶۲۴ (۳)

۷۴۴ (۲)

۷۲۰ (۱)



۲۰۳ مقدار n در معادله $n! = 13!(13! + 12!)$ کدام است؟

- ۱۱ (۱) ۱۳ (۲) ۱۴ (۳) ۱۵ (۴)

۲۰۴ در معادله زیر، مقدار n کدام است؟

$$P(n, 4) = 60C(n-2, 2)$$

- ۲ (۱) ۶ (۲) ۵ (۳) ۸ (۴)

۲۰۵ در یک گلفروشی، هشت نوع گل متفاوت وجود دارد و برای ایجاد هر دسته گل، به چهار نوع گل نیاز داریم. به چند حالت می توان دسته گلی تهیه کرد که دو نوع خاص از این گل ها در آن وجود نداشته باشد؟

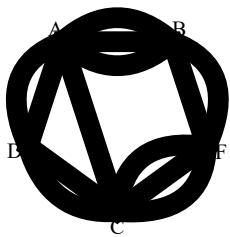
- ۸ (۱) ۱۰ (۲) ۱۲ (۳) ۱۵ (۴)

۲۰۶ با حروف کلمه *soran* چند کلمه سه حرفی می توان ساخت؟ (بدون تکرار حروف)

- ۳۰ (۱) ۶۰ (۲) ۱۲۰ (۳) ۱۲۵ (۴)

۲۰۷ با توجه به شکل زیر، به چند طریق می توان از A به C رفت و برگشت؟

- ۹ (۱) ۱۸ (۲) ۱۶ (۴) ۱۲ (۳)



۲۰۸ با حروف کلمه «مغناطیس»، چند کلمه ۷ حرفی می توان نوشت که حروف «ط»، «ی» و «س» در آن کنار هم باشند؟

- ۱۲۰ (۱) ۱۴۴۰ (۲) ۳۶۰ (۳) ۷۲۰ (۴)

۲۰۹ با ارقام ۰, ۱, ۲, ۵, ۸, ۹ بدون تکرار ارقام چند عدد شش رقمی فرد می توان نوشت؟

- ۱۴۴ (۱) ۷۲ (۲) ۲۸۸ (۳) ۳۶۰ (۴)

۲۱۰ در یک جمع ۶ نفره که ۲ نفر از آن ها زن هستند، به چند طریق می توان یک تیم ۳ نفره تشکیل داد به طوری که حداکثر یک زن در این تیم حضور داشته باشد؟

- ۱۲ (۱) ۱۶ (۲) ۲۰ (۳) ۸ (۴)

۲۱۱ دو سکه متفاوت و یک تاس را با هم می ریزیم. احتمال آنکه حداقل یکی از سکه ها رو بیاید، کدام است؟

- ۱ (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $-\frac{3}{8}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴)

۲۱۲ چند عدد زوج سه رقمی وجود دارد که یکان و صدگان آن برابرند؟

- ۳۰ (۱) ۴۰ (۲) ۴۵ (۳) ۵۰ (۴)

۲۱۳ یک رئیس، یک خزانه دار و یک منشی را که افراد مختلفی هستند از یک مجموعه ۱۰ نفری که علی در آن قرار دارد، انتخاب می کنیم، این عمل به چند طریق امکان پذیر است، اگر علی نتواند خزانه دار یا منشی باشد؟

- ۱۲۵ (۱) ۲۱۶ (۲) ۵۷۶ (۳) ۶۷۲ (۴)



۲۱۴) ۴ کتاب مختلف شیمی و ۶ کتاب مختلف ریاضی را به چند طریق می توان در یک قفسه قرار داد، به شرط آن که بین هر دو کتاب شیمی دقیقاً دو کتاب ریاضی قرار بگیرد؟

- ① $۴! \times ۶!$ ② $۳! \times ۴!$ ③ $(۴!)^۲$ ④ $(۶!)^۲$

۲۱۵) به چند طریق می توان ۶ حرف a, b, c, d, e و f را در کنار هم قرار داد به طوری که e قبل از a, b و c قرار گیرد؟

- ① ۲۴۰ ② ۶۰ ③ ۱۲۰ ④ ۱۸۰

۲۱۶) چند چهارضلعی محدب می توان ساخت که رئوس آن از نقاط مشخص شده، روی مثلث ABC باشند؟



- ① ۱۲ ② ۲۴ ③ ۱۵ ④ ۶

۲۱۷) به چند طریق می توان ۳ کتاب مختلف ریاضی و ۴ کتاب مختلف فیزیک را در یک قفسه چید به طوری که کتاب های ریاضی کنار هم و کتاب های فیزیک نیز کنار هم باشند؟

- ① ۷! ② $۳! \times ۴!$ ③ $۳! \times ۴! \times ۲!$ ④ $۴! \times ۲!$

۲۱۸) خانواده ای ۳ فرزند دختر و ۴ فرزند پسر دارد. در نزدیکی خانه آن ها، ۴ مجتمع آموزشی دخترانه و ۵ مجتمع آموزشی پسرانه وجود دارد. او به چند طریق می تواند فرزندان خود را در مجتمع آموزشی ثبت نام کند به طوری که هیچ دو دخترش را در یک مجتمع آموزشی یکسان ثبت نام نکرده باشد؟

- ① $۵^۴ \times ۴^۳$ ② $۴^۵ \times ۳^۴$ ③ $۵^۳ \times ۳!$ ④ $۵^۳ \times ۵!$

۲۱۹) با حروف کلمه $SISTERS$ چند کلمه ۷ حرفی بدون توجه به معنا می توان نوشت به طوری که هیچ دو حرف S ای کنار هم نباشند؟

- ① ۲۴۰ ② ۴۸۰ ③ ۷۲۰ ④ ۳۰۰

۲۲۰) برای شرکت در یک میهمانی ۵ نفره قرار است از بین ۸ نفر دعوت به عمل آید. اگر ۲ نفر از این ۸ نفر باهم قهر باشند و امکان دعوت هم زمان آن ها در میهمانی نباشد دعوت مهمان ها به چند طریق امکان پذیر است؟

- ① ۳۰ ② ۳۶ ③ ۵۰ ④ ۵۶



پاسخنامه تشریحی

۱ در بین حروف کلمه ی $DELAVAR$ دو حرف تکراری A داریم بنابراین مسأله را در سه حالت مختلف زیر حل می کنیم:

حالت اول: ابتدا سه حرف از بین تمام حروف (بجز) را انتخاب کرده و جایگشت های آن ها را حساب می کنیم:

جایگشت ۳ حرف متمایز

$$D, E, L, V, R \rightarrow \text{انتخاب ۳ حرف از بین ۵ حرف و جایگشت سه حرف متمایز} \quad \binom{5}{3} \times 3! = 10 \times 6 = 60$$

حالت دوم: در این مرحله یکی از حروف A و دو حرف دیگر از حروف غیر A را انتخاب و باز جایگشت آن ها را محاسبه می کنیم:

جایگشت ۳ حرف متمایز

$$\text{انتخاب ۲ حرف از ۵ حرف و جایگشت سه حرف متمایز} \quad \binom{5}{2} \times 3! = 10 \times 6 = 60$$

حالت سوم: در این مرحله دو حرف A و یک حرف از حروف غیر A را انتخاب می کنیم و باز هم جایگشت آن ها (که این بار حرف تکراری هم دارد) حساب می کنیم:

جایگشت ۳ حرف با ۲ حرف تکراری یکسان

$$\text{انتخاب ۱ حرف از ۵ حرف و جایگشت ۳ حرف با ۲ حرف تکراری یکسان} \quad \binom{5}{1} = 5 \times \frac{3!}{2!} = 5 \times 3 = 15$$

بنابراین مجموع حالات برابر است با:

$$60 + 60 + 15 = 135$$

۲ وجود ۲ حرف A قطعی است. پس برای کلمه ی ۴ حرفی ۲ حرف دیگر لازم داریم که آن ها را از بین بقیه ی حروف، به جز A یعنی T و M و L و S انتخاب می کنیم:

$$C(4, 2) = \binom{4}{2} = \frac{4!}{(4-2)!2!} = \frac{4 \times 3}{2} = 6$$

حالا ۴ حرف داریم که دو تای آن ها (دو تا A) تکراری است. که جایگشت ۴ حرف دارای ۲ حرف تکراری به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\frac{4 \times 3 \times 2}{2!} = 12$$

پس کل جایگشت ها طبق اصل ضرب برابر است با:

$$6 \times 12 = 72$$

۳ برای آن که به بچه ها تعداد مساوی اسباب بازی برسد باید به هر بچه ۲ عدد اسباب بازی بدهیم. برای بچه ی اول کافیت ۲ اسباب بازی از ۶ اسباب بازی انتخاب کنیم $C(6, 2)$ و بدهیم.

برای بچه ی دوم ۲ اسباب بازی از ۴ اسباب بازی باقی مانده انتخاب می کنیم $C(4, 2)$ و در نهایت ۲ اسباب بازی باقی مانده را برای بچه ی سوم انتخاب می کنیم .

$$C(6, 2) = \frac{6!}{2!4!} = \frac{6 \times 5}{2 \times 1} = 15$$

$$C(4, 2) = \frac{4!}{2!2!} = \frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 6$$



$$C(2, 2) = \frac{2!}{2!0!} = 1$$

بنابر اصل ضرب داریم:

$$C(6, 2) \times C(4, 2) \times C(2, 2) = 15 \times 6 \times 1 = 90$$

چون کلمه‌ی *RANGIN* دارای ۲ حرف تکراری N است، پس برای ساختن رمزه‌های ۳ حرفی حالت‌های زیر را در نظر می‌گیریم:

الف) شامل حرف N نباشد: بنابراین ۳ حرف را از بین حروف $\{R, A, G, I\}$ انتخاب کرده و جایگشت می‌دهیم:

$$\binom{4}{3} \times 3! = 4 \times 6 = 24$$

ب) شامل یک حرف N باشد: بنابراین ۲ حرف دیگر را از بین حروف $\{R, A, G, I\}$ انتخاب و جایگشت می‌دهیم:

$$\binom{4}{2} \times 3! = \frac{4 \times 3}{2} \times 6 = 36$$

ج) شامل دو حرف N باشد: بنابراین حرف سوم را از بین حروف $\{R, A, G, I\}$ انتخاب و با دو حرف تکراری N جایگشت می‌دهیم:

$$\binom{4}{1} \times \frac{3!}{2!} = 4 \times 3 = 12$$

$$\text{تعداد کل رمزه‌ها} = 24 + 36 + 12 = 72$$

در نهایت طبق اصل جمع داریم:

حرف R را در وسط قرار می‌دهیم. برای ۶ جایگاه دیگر ۶ حرف داریم:

□ □ □ *R* □ □ □

DADASS که حروف S و A و D هر کدام ۲ بار تکرار شده است. باید جایگشت این ۶ حرف را حساب کنیم که حروف تکراری نیز دارد:

$$\frac{6!}{2!2!2!} = \frac{6!}{2! \times 2 \times 2} = 6 \times 5 \times 3 = 90$$

حروف کلمه‌ی *ELEMENT* شامل ۳ حرف تکراری E است، بنابراین برای ساختن کلمات پنج حرفی که شامل هر سه حرف E است، کافی است دو حرف دیگر از حروف غیر E (یعنی N, M, L یا T) را انتخاب کنیم و با سه حرف تکراری E جایگشت دهیم:

$$\text{تعداد کلمات} = \binom{4}{2} \times \frac{3!}{3!} = \frac{4 \times 3 \times \cancel{2!}}{2! \times 2! \times 3!} \times \frac{5 \times 4 \times \cancel{3!}}{\cancel{2!} \times \cancel{3!}} = 6 \times 20 = 120$$

انتخاب ۳ نفر از ۱۲ نفر، مورد سؤال است و چون قرار است این سه نفر جهت مشارکت در سه مورد متمایز در امور مدرسه انتخاب شوند، پس ترتیب انتخاب آن‌ها اهمیت دارد. بنابراین از فرمول ترتیب استفاده می‌کنیم:

$$P(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!} \Rightarrow P(12, 3) = \frac{12!}{(12-3)!} = \frac{12!}{9!} = \frac{12 \times 11 \times 10 \times 9!}{9!} = 1320$$

از ۶ کارمند ابتدا ۳ نفر را انتخاب می‌کنیم $C(6, 3)$ و سپس از ۳ نفر باقی‌مانده ۲ نفر را انتخاب می‌کنیم $C(3, 2)$ و سپس ۱ نفر را از بین ۱ نفر باقی‌مانده انتخاب می‌کنیم $C(1, 1)$ و در نهایت طبق اصل ضرب تعداد راه‌های هر مرحله را در هم ضرب می‌کنیم:

۲۵



مقسوم علیه های طبیعی عدد $a^n \times b^m \times \dots$ که در آنها a, b اعداد اول و m, n اعداد صحیح است. به شکل n تا ضرب در m تا ... است و تعداد آن برابر با $(n+1) \times (m+1)$ است.

هر مقسوم علیه طبیعی این عدد به شکل $2^x \times 3^y \times 5^z$ است که در آن ها x از صفر تا ۲ و y از صفر تا ۳ و z از صفر تا ۵ می تواند باشد پس طبق اصل ضرب تعداد کل مقسوم های طبیعی این عدد برابر است با $3 \times 4 \times 6 = 72$

۱۶ هر یک از مؤلفه های اول که ۵ تا هستند؛ می توانند یکی از سه مؤلفه ی دوم موجود را انتخاب کنند و چون مؤلفه های اول هم متفاوت هستند؛ پس در تابع بودن رابطه مشکلی پیش نمی آید.

اصل ضرب: $3, 3, 3, 3, 3 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^5$

۱۷ هر یک از ۵ رقم به جز رقم اول می توانند ارقام ۰ تا ۹ را داشته باشند. اگر ارقام ۲ و ۳ در آن ها نباشند، هر رقم می تواند یکی از ارقام باشد.

به جز رقم اول که نمی تواند صفر باشد.

پس طبق اصل ضرب: $_ _ _ _ = 7 \times 8^4$

۱۸ تعداد جایگشت های حروف Y و O و I و E و R و T را محاسبه می کنیم که برابر $720 = 6!$ است.

۱۹ برای این که عدد، کوچک تر از ۸۷۴ باشد:

(I) در صورتی که، رقم سمت چپ آن یکی از اعداد ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷ باشد، عدد، کوچک تر از ۸۷۴ خواهد شد و برای دو رقم دیگر محدودیتی وجود ندارد و می توانند هر یک از ارقام ۰ تا ۹ را داشته باشند اما چون تکرار مجاز نیست، هر رقم یک حالت از رقم قبلی کم تر دارد و طبق اصل ضرب داریم:

حالت $_ _ _ = 7 \times 9 \times 8 = 504$

(II) در صورتی که، رقم سمت چپ ۸ باشد، برای این که عدد ما کوچک تر از ۸۷۴ باشد اگر رقم وسط یکی از ارقام ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶ باشد؛ برای رقم سوم محدودیتی نداریم و می تواند هر یک از ارقام ۰ تا ۹ داشته باشد. با توجه به اصل ضرب و این که تکرار مجاز نیست داریم:

حالت $\frac{6}{8}, \frac{8}{8} = 48$

(III) در صورتی که رقم سمت چپ ۸ و رقم وسط ۷ باشد، برای این که عدد ما کوچک تر از ۸۷۴ باشد رقم سمت راست باید یکی از ارقام ۰، ۱، ۲، ۳ باشد که طبق اصل ضرب ۴ حالت دارد:

$\frac{4}{8}, \frac{4}{7} = 4$

حالت دارد.

طبق اصل جمع، در کل برای این که عدد ۳ رقمی (بدون تکرار ارقام) ما از ۸۷۴ کوچک تر باشد

۲۰ حداقل صندلی ها بنابر اصل ضرب برابر است با:

حداکثر صندلی ها بنابر اصل ضرب برابر است با:

تفاضل حداقل و حداکثر برابر است با: $4500 - 1200 = 3300$

۲۱ برای رفتن از A به C یا به طور مستقیم به C می رویم و یا ابتدا به B رفته و سپس از B به C می رویم:

مستقیم $A \longrightarrow C : 2$

$A \rightarrow B : 3$



در کل
 $A \longrightarrow C = ۲ + ۶ = ۸$

برای برگشت از C به A یا به طور مستقیم به A برمی گردیم و یا ابتدا به B برگشته و سپس از B به A برمی گردیم:

مستقیم
 $C \longrightarrow A : ۲$

در کل
 $C \longrightarrow A = ۲ + ۴ = ۶$

برای رفت و برگشت از A به C ، طبق اصل ضرب داریم:

$۶ \times ۸ = \underline{\underline{۴۸}}$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۲

$$\frac{(n-1)!}{n!} = \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{30} \Rightarrow n = 5$$

$$\frac{n^2 + 5}{n!} = \frac{1}{5!} = \frac{1}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = \frac{1}{4}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۳

$$\frac{10! + 11!}{10! - 11!} = \frac{12 \times 10!}{-10 \times 10!} = \frac{1}{12} + \frac{1}{10}$$

$$= \frac{10 + 12}{120} = \frac{22}{120} = \frac{11}{60}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۴

a, a و b, b : حروف مشابه

حروف مشابه را یک حرف در نظر می گیریم برای اینکه کنار هم باشند و جایگشت $a, a, b, b, l, c, k, o, r, d$ را محاسبه می کنیم که برابر با ۸! است. دقت کنید خود a, a با b, b جایگشتی ندارد چرا که با جابه جایی آن ها کلمه ی جدیدی به وجود نمی آید.

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۵
 $\frac{1}{2}, \frac{9}{2}, \frac{1}{2}, \frac{9}{2} = ۸۱$ فرض کنیم رقم اول و سوم دو باشند:

باقی ارقام از صفر تا نه به جز ۲ می توانند باشد و ۹ حالت دارند و طبق اصل ضرب ۸۱ حالت داریم.

۸ ۱ ۹ ۱
 $-, \frac{1}{2}, -, \frac{1}{2} = ۷۲$ فرض کنیم رقم دوم و چهارم دو باشند:

رقم اول از یک تا نه به جز ۲ می تواند باشد که ۸ حالت دارد.

رقم سوم هم از صفر تا نه به جز ۲ می تواند باشد که ۹ حالت دارد.



و طبق اصل ضرب ۷۲ حالت داریم.

طبق اصل جمع، در مجموع $۱۵۳ = ۷۲ + ۸۱$ حالت داریم.

(۲۶) ۱ ۲ ۳ ۴ برای این که رقم اول زوج باشد، یکی از ارقام ۲، ۴، ۶ باید به عنوان رقم اول قرار بگیرد پس رقم اول ۳ حالت دارد.

برای باقی ارقام محدودیتی نداریم و با توجه به اصل ضرب و مجاز نبودن تکرار داریم:

$$۳ \times ۵ \times ۴ \times ۳ \times ۲ = ۳۶۰$$

(۲۷) ۱ ۲ ۳ ۴ ده نفر به $۱۰!$ حالت کنار هم می ایستند که در نصف آن ها a جلوتر از b است پس جواب به صورت $\frac{۱۰!}{۲}$ است.

(۲۸) ۱ ۲ ۳ ۴ فرض کنیم دهگان ۱ باشد؛ الباقی ارقام به $۶ = ۳!$ حالت کنار هم می نشینند پس ۶ عدد داریم که دهگان آن ها ۱ است.

با فرض دهگان ۳: $۳! = ۶$ عدد

با فرض دهگان ۵: $۳! = ۶$ عدد

با فرض دهگان ۷: $۳! = ۶$ عدد

می بینیم ۶ عدد داریم که دهگان آن ها ۱ و

۶ عدد داریم که دهگان آن ها ۳ و

۶ عدد داریم که دهگان آن ها ۵ و

۶ عدد داریم که دهگان آن ها ۷ است پس مجموعشان برابر است با $۹۶ = ۶ \times ۱۶ = ۶(۱ + ۳ + ۵ + ۷)$

(۲۹) ۱ ۲ ۳ ۴ دو حرف اول باید صدادر باشند یعنی باید ۲ حرف از ۳ حرف انتخاب کنیم.

و برای چهار حرف باقی مانده باید ۴ حرف از ۵ حرف باقی مانده (بی صدا) انتخاب کنیم:

$$P(۳, ۲) \times P(۵, ۴) = \frac{۳!}{(۳-۲)!} \times \frac{۵!}{(۵-۴)!} = ۳! \times ۵!$$

(۳۰) ۱ ۲ ۳ ۴ تعداد زیرمجموعه های r عضوی از یک مجموعه n عضوی برابر است با: $\binom{n}{r}$

$$\binom{n}{۲} = ۲۸ \Rightarrow \frac{n(n-1)}{(n-۲)! ۲!} = \frac{n(n-1)}{(n-۲)! ۲!} = \frac{n(n-1)}{۲} = ۲۸$$

$$\Rightarrow n(n-1) = ۵۶ \Rightarrow n = ۸$$

$$\text{تعداد زیرمجموعه های } ۴ \text{ عضوی: } \binom{۸}{۴} = \frac{۸!}{۴! ۴!} = \frac{۸!}{۴! \times ۴ \times ۳ \times ۲ \times ۱} = ۷۰$$

(۳۱) ۱ ۲ ۳ ۴

انتخاب r شیء از n شیء بدون اهمیت داشتن ترتیب آن ها: $\binom{n}{r}$

راه حل اول: چون مسئله چیدن کتاب در قفسه است جابه جایی کتاب ها مهم است.

جابه جایی کتاب های تاریخی

$$\binom{۸}{۲} \times \binom{۵}{۲} \times \underbrace{۲!}_{\text{جابه جایی کتاب های علمی}} = ۲۸۰ \times ۴ = ۱۱۲۰$$

جابه جایی کتاب های علمی

راه حل دوم:



$$\underbrace{\binom{8}{1}}_{\text{تاریخی}} \times \underbrace{\binom{5}{1}}_{\text{علمی}} \times \underbrace{\binom{7}{1}}_{\text{تاریخی}} \times \underbrace{\binom{4}{1}}_{\text{علمی}} = 8 \times 5 \times 7 \times 4 = 280 \times 4 = 1120$$

جای یک کتاب علمی یا یک کتاب تاریخی عوض شود.

جای یک کتاب علمی یا یک کتاب تاریخی به جز دو کتاب قبلی عوض شود.

می دانیم برای تشکیل یک مستطیل، به دو خط عمودی و دو خط افقی نیاز داریم پس: ۱ ۲ ۳ ۴ ۳۲

$$\binom{5}{2} \binom{n}{2} = 30 \Rightarrow \binom{n}{2} = \frac{30}{\binom{5}{2}} = \frac{30}{\frac{5!}{2!3!}} = \frac{30}{\frac{5 \times 4}{2 \times 1}} = \frac{30}{10} = 3$$

$$= 3 \Rightarrow \binom{n}{2} = 3 \Rightarrow \frac{n(n-1)}{2!} = 3 \Rightarrow \frac{n(n-1)}{2} = 3 \Rightarrow n(n-1) = 6 \Rightarrow n = 3$$

$$\Rightarrow \frac{n(n-1)}{2} = 3 \Rightarrow n(n-1) = 6 \Rightarrow n = 3$$

تعداد خطوط عمودی باید سه خط باشد که در شکل ۲ خط است.

پس با اضافه کردن ۱ خط عمودی، تعداد مستطیل های شکل به ۳۰ افزایش پیدا می کند.

تعداد گروه های سه تایی از ۶ درس را محاسبه می کنیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۳۳

$$\binom{6}{3} = \frac{6!}{3!3!} = 20$$

یعنی علی در هر یک از این بیست روز یکی از این گروه های سه تایی را مورد مطالعه قرار می دهد که ۲۰ حالت دارد.

$$\boxed{\binom{n}{r} \text{ انتخاب } r \text{ شیء از } n \text{ شیء بدون اولویت:}} \quad ۱ ۲ ۳ ۴ ۳۴$$

حداقل ۲ پسر: ۲ پسر یا ۳ پسر یا ۴ پسر و الباقی دختر

$$\binom{6}{2} \binom{8}{2} + \binom{6}{3} \binom{8}{1} + \binom{6}{4} \binom{8}{0} =$$

$$\frac{6!}{2!4!} + \frac{6!}{3!3!} + \frac{6!}{4!2!} = 15 + 20 + 15 = 50$$

$$\boxed{\binom{n}{r} \text{ شیء از } n \text{ شیء}} \quad ۱ ۲ ۳ ۴ ۳۵$$

ابتدا سه جایگاه که در آن ها ارقام فرد بنشینند را انتخاب می کنیم:

و در آن ها یکی از ارقام ۱, ۳, ۵, ۷, ۹ را می نویسیم:

سپس در ۲ جایگاه باقی مانده ی یکی از ارقام ۲, ۴, ۶, ۸ را می نویسیم:

$$10 \times 5 \times 5 \times 5 \times 4 \times 4 = 5 \times 2 \times 5^3 \times 2^4 = 5^4 \times 2^5 \quad \text{در مجموع طبق اصل ضرب داریم:}$$

هر نقطه یک طول و یک عرض دارد. ۱ ۲ ۳ ۴ ۳۶

وقتی طول نقاط (با طول طبیعی) بین ۳ تا ۱۲ باشد یعنی یکی از طول های ۴, ۵, ۶, ۷, ۸, ۹, ۱۰, ۱۱ باشد که برای سه نقطه، باید ۳ طول از این

۸ طول را انتخاب کنیم که به $\binom{8}{3}$ طریق ممکن است.

برای عرض نقاط نیز همین طور. در کل داریم:



$$\binom{8}{3} \times \binom{8}{3} = \binom{8}{3}^2 = \left(\frac{8!}{5!3!}\right)^2 = \left(\frac{8!}{5! \times 3 \times 2}\right)^2 = (56)^2$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۷

ابتدا هفت کلاس را انتخاب می کنیم و از هر کلاس، یک نفر را انتخاب می کنیم:

$$\binom{10}{7} \binom{15}{1} \binom{15}{1} \binom{15}{1} \binom{15}{1} \binom{15}{1} \binom{15}{1} \binom{15}{1} =$$

$$\frac{10!}{7!3!} \times 15 \times 15 \times 15 \times 15 \times 15 \times 15 \times 15 = \frac{10!}{7! \times 3 \times 2} \times 15^7 = 120 \times 15^7$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۸ با هر ۴ نقطه که از این ۸ نقطه انتخاب کنیم، می توانیم یک چهارضلعی محدب بسازیم:

$$\binom{8}{4} = \frac{8!}{4!4!} = \frac{8!}{4! \times 4 \times 3 \times 2} = 70$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۹ حداقل ۲ دانش آموز از پایه ی اول و دوم و سه دانش آموز از پایه ی چهارم

پایه ی اول: $\binom{2}{2}$

پایه ی دوم: $\binom{3}{3}$ یا $\binom{3}{2}$

پایه ی سوم: $\binom{4}{2}$

تعداد کل حالت های ممکن:

$$\binom{2}{2} \binom{3}{2} \binom{4}{2} + \binom{2}{2} \binom{3}{3} \binom{4}{2}$$

$$= 1 \times \frac{3!}{2!1!} \times \frac{4!}{2!2!} + 1 \times 1 \times \frac{4!}{2!2!}$$

$$= 1 \times 3 \times 6 + 1 \times 1 \times 6 = 18 + 6 = 24$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۰ ابتدا دو مغازه از ده مغازه را انتخاب می کنیم که به $\binom{10}{2}$ حالت امکان پذیر است و حال در هر مغازه ۳ کالا از ۲۰

کالا را بررسی می کنیم که به $\binom{20}{3}$ حالت امکان پذیر است و طبق اصل ضرب برای بازرسی این خیابان $\binom{10}{2} \binom{20}{3}$ حالت داریم.

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۱ ابتدا ۴ زوج را انتخاب می کنیم و از هر زوج یک نفر را:

$$\binom{7}{4} \binom{2}{1} \binom{2}{1} \binom{2}{1} \binom{2}{1} = \frac{7!}{4!3!} \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = \frac{7!}{4! \times 3 \times 2 \times 1} \times 2^4 = 35 \times 2^4$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۲ از هر درس دو دبیر را انتخاب می کنیم:

$$\binom{7}{2} \binom{3}{2} \binom{5}{2} = \frac{7!}{2!5!} \times \frac{3!}{2!1!} \times \frac{5!}{3!2!} = 630$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۳ عدد بزرگ تر از ۳۰۰ خواهد بود:

اگر صدگان، ۴ یا ۵ باشد:



$$\frac{2}{4}, \frac{5}{4}, \frac{4}{5} = 2 \times 5 \times 4 = 40$$

اگر صدگان ۳ و دهگان بزرگ تر از صفر باشد:

$$\frac{1}{3}, \frac{4}{3}, \frac{4}{3} = 4 \times 4 = 16$$

اگر صدگان ۳ و دهگان صفر و یکان بزرگ تر از صفر باشد:

$$\frac{1}{3}, \frac{1}{0}, \frac{4}{0} = 4$$

طبق اصل جمع کل حالت هایی که داریم برابر است با:

$$40 + 16 + 4 = 60$$

روش دوم:

روش بالا وقتی که اعداد تکرار ارقام دارند، کاربرد زیادی دارد ولی چون در این سوال ارقام تکرار ندارند نیازی به حالت بندی نمی باشد. برای این که عدد بزرگ تر از ۳۰۰ باشد، تنها کافی است که صدگان ۳ یا ۴ یا ۵ باشد.

$$\frac{3}{3 \text{ یا } 4 \text{ یا } 5}, \frac{5}{4 \text{ یا } 5}, \frac{4}{5} = 3 \times 5 \times 4 = 60$$

انتخاب دانش آموز هر منطقه نیز ۱۵ انتخاب داریم. پس تعداد حالت های ممکن برابر است با: ابتدا باید ۳ منطقه از ۶ منطقه را انتخاب کنیم که قرار است از هر یک از آن ها یک دانش آموز انتخاب شود؛ برای انتخاب دانش آموز هر منطقه نیز ۱۵ انتخاب داریم. پس تعداد حالت های ممکن برابر است با:

$$\binom{6}{3} \times 15 \times 15 \times 15 = \frac{6!}{3!3!} \times 15 \times 15 \times 15 = \frac{6!}{3! \times 3 \times 2 \times 1} \times 15 \times 15 \times 15 = 67500$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۵

اصل ضرب: اگر عملی طی دو مرحله انجام شود که مرحله ی اول آن به m راه و مرحله دوم آن عمل به n راه قابل انجام باشد آن عمل به $m \times n$ راه قابل انجام خواهد بود.

$$\text{تعداد نوع ها} = 3 \times 5 \times 2 = 30$$

↑ رنگ ها
↓ مدل ها
↓ نوع و دنده

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۶

اصل جمع: اگر کاری را بتوان به دو روش انجام داد، به گونه ای که در روش اول m انتخاب و در روش دوم n انتخاب وجود داشته باشد، برای انجام کار مورد نظر $m + n$ انتخاب وجود خواهد داشت.

$$\text{تعداد انتخاب ها} = 6 + 7 + 3 = 16$$

$$P(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!} : \text{تعداد جایگشت های } r \text{ تایی از } n \text{ شیء متمایز عبارتست از}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۷

$$P(6, 4) = \frac{6!}{(6-4)!} = \frac{6!}{2!} = \frac{6!}{2!} = 6 \times 5 \times 4 \times 3 = 360$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۴۸

اصل ضرب: اگر عملی طی دو مرحله انجام شود که مرحله اول آن به m راه و مرحله دوم آن عمل به n راه قابل انجام باشد آن عمل به $m \times n$ راه قابل انجام خواهد بود.

$$\begin{aligned} & (\text{جایگشت موضوعات ریاضی و داستان}) \times (\text{جایگشت کتاب های داستان}) \times (\text{جایگشت کتاب های ریاضی}) = \text{تعداد حالات} \\ & = 3! \times 4! \times 2! = 6 \times 24 \times 2 = 288 \end{aligned}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۹

$$n! = n(n-1)!$$

$$\frac{8! - 7!}{8 \times 7! - 7!} = \frac{7!(8-1)}{7!(8-1)} = \frac{7!}{7!} = 1$$

برای طبقه اول هر چهار رنگ می توانند مورد استفاده قرار گیرند؛ اما برای سایر طبقات ۳ انتخاب داریم، چون نباید طبقات کنار هم، هم رنگ باشند:

$$\underbrace{4}_{\text{طبقه اول}} \times \underbrace{3 \times 3 \times 3 \times 3}_{\text{طبقات بعدی}} = 4 \times 3^4$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۱

اصل ضرب: اگر عملی طی دو مرحله انجام شود که مرحله اول آن به m راه و مرحله دوم آن عمل به n راه قابل انجام باشد $m \times n$ راه قابل انجام خواهد بود.

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline \text{حرف} & \text{رقم} & \text{رقم} & \text{رقم} & \text{حرف} \\ \hline \end{array} : 2 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 1 = 2 \times 10^4 = 20000$$

حرف باقیمانده a یا b

$$\text{دقیقه} = 1000 = 60000 \text{ ثانیه} = 3 \text{ ثانیه} \times 20000 \text{ حالت} = 20000 \text{ زمان مورد نیاز}$$

هر مسافر برای پیاده شدن ۷ انتخاب (ایستگاه) در اختیار دارد:

$$\underbrace{\quad}_{20 \text{ مسافر}} = 7^{20}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۳

$$\begin{aligned} & \text{تعداد حالات} \Rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 2 & 6 & 3 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{ارقام: } 4, 0, 1, 0, 2, 3, 4 \end{array} \\ & \text{اعداد زوج کمتر از ۴۲۰:} \left\{ \begin{array}{l} \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 3 & 6 & 6 & 3 \\ \hline \end{array} \Rightarrow \text{تعداد حالات} = 3 \times 6 \times 6 \times 3 = 324 \\ \text{ارقام: } 1, 2, 3, 0, 2, 3, 4 \end{array} \right. \\ & \Rightarrow \text{مجموع حالات} = 324 + 36 = 360 \end{aligned}$$

یکان اعداد مضرب ۵، صفر یا ۵ است: ۱ ۲ ۳ ۴ ۵۴



تعداد حالات $\Rightarrow$

۵	۴	۱
---	---	---

 : یکان صفر
ارقام: صفر

اعداد سه رقمی مضرب ۵ : با ارقام متمایز

تعداد حالات $\Rightarrow$

۴	۴	۱
---	---	---

 : یکان ۵
ارقام: ۵، همه جز ۵

$\Rightarrow$ مجموع حالات $= ۱۶ + ۲۰ = ۳۶$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۵

تعداد حالات = $۳۲^۳$

تعداد حروف زبان فارسی = ۲۶ $\Rightarrow$ تعداد حالات $= ۲۶ \times ۲۶ \times ۲۶ = ۲۶^۳$

تعداد حروف زبان انگلیسی = ۲۶ $\Rightarrow$ تعداد حالات $= ۲۶ \times ۲۶ \times ۲۶ = ۲۶^۳$

مجموع حالات $= ۳۲^۳ + ۲۶^۳$

دقت: در متن سؤال، برای به کار بردن حروف تکراری در رمز عبور، منعی وجود ندارد.

باتوجه به داده های مسئله رفتن از A به C از مسیرهای زیر ممکن است: ۱ ۲ ۳ ۴ ۵۶

$A \rightarrow B \rightarrow C$:

۱	۳
---	---

 : تعداد حالات
 $A \rightarrow B \quad B \rightarrow C$

$A \rightarrow D \rightarrow C$:

۴	۲
---	---

 : تعداد حالات $= ۴ \times ۲ = ۸$
 $A \rightarrow D \quad D \rightarrow C$

$\Rightarrow$ مجموع حالات $= ۸ + ۳ = ۱۱$

تعداد حالات انتخاب r شیء از n شیء متمایز برابر است با: $\frac{n!}{(n-r)! r!}$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۷

۳ مهره هم رنگ باشند یعنی هر سه قرمز یا هر سه سبز باشند. دقت کنید که فقط ۲ مهره ی آبی وجود دارد و حالت هر سه آبی امکان پذیر نیست. پس:

تعداد حالات انتخاب ۳ مهره از ۶ مهره ی قرمز $\Rightarrow$ هر سه قرمز $= \binom{۶}{۳} = \frac{۶ \times ۵ \times ۴ \times ۳!}{۳! \times ۳!} = ۲۰$

تعداد حالات انتخاب ۳ مهره از ۴ مهره ی آبی $\Rightarrow$ هر سه سبز $= \binom{۴}{۳} = \frac{۴!}{۳! \times ۱!} = \frac{۴}{۳!} = ۴$

مجموع حالات $= ۳ + ۴ = ۲۴$

تعداد حالات انتخاب r شیء از n متمایز برابر است با: $\frac{n!}{(n-r)! r!}$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۸

تعداد اعضای گروه را n می نامیم و قرار است که ۴ نفر را از این n نفر برگزینیم. از آنجا که A حتماً باید انتخاب شود، ما ۳ حق انتخاب داریم. همچنین این انتخاب ها باید از میان $n - ۱$ نفر (همه جز A) صورت پذیرد. از طرفی B نباید جزو افراد انتخاب شده باشد. بنابراین تعداد به $n - ۲$ نفر کاهش می یابد. پس:

تعداد حالات $= \binom{n-۲}{۳} = ۸۴ \Rightarrow \frac{(n-۲)!}{(n-۲-۳)! \times ۳!} = ۸۴ \Rightarrow \frac{(n-۵)!}{(n-۵)! \times ۳۶} = ۸۴$

$\Rightarrow \frac{(n-۲)(n-۳)(n-۴)(n-۵)!}{(n-۵)! \times ۶} = ۸۴ \Rightarrow (n-۲)(n-۳)(n-۴) = ۶ \times ۸۴$

$\Rightarrow$ حاصل ضرب ۳ عدد متوالی $= ۹ \times ۸ \times ۷ \Rightarrow (n-۲)(n-۳)(n-۴) = ۹ \times ۸ \times ۷ \Rightarrow n-۲ = ۹$



$$\Rightarrow n = 11$$

مسئله را به صورت زیر ساده می کنیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۵۹

انتخاب ۱ نفر از کشور خارجی (ب) و (انتخاب ۱ نفر از کشور خارجی الف) و (انتخاب ۲ کشور از ۵ کشور خارجی) و (انتخاب یک نفر ایرانی از بین ۴ نفر ایرانی)

$$\begin{aligned} \text{تعداد حالات} &= \binom{4}{1} \times \binom{5}{2} \times \binom{3}{1} \times \binom{3}{1} = 4 \times \frac{5!}{2!3!} = 4 \times \frac{5!}{2!3!} \times 3 \times 3 \\ &= 4 \times 10 \times 3 \times 3 = 360 \end{aligned}$$

۱ - تعداد حالات انتخاب r شی از n شیء متمایز برابر است با:

$$\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

۶۰ ۱ ۲ ۳ ۴ سه حرف a, b, c را در بسته ی (۱) در کنار هم فرض می کنیم. این حروف در داخل بسته ی (۱) به $3!$ حالت جایگشت دارند. همچنین حروف d, f را در بسته ی (۲) در کنار هم قرار می دهیم. این دو حرف نیز در داخل بسته ی (۲) به $2!$ حالت جایگشت دارند. حرف e که باقی مانده است به همراه بسته های (۱) و (۲)، سه شیء را تشکیل می دهند که باهم $3!$ جایگشت دارند. در نهایت طبق اصل ضرب تعداد کل حالت ها برابر است با:

$$\left. \begin{aligned} \text{حالت } 6 = 3! &\Rightarrow \boxed{\boxed{a,b,c}} \\ \text{حالت } 6 = 3! &\Rightarrow \boxed{\boxed{d,f}} \\ \text{حالت } 6 = 3! &\Rightarrow \boxed{\boxed{a,b,c}} \boxed{\boxed{d,f}} \boxed{e} \end{aligned} \right\} \Rightarrow 3! \times 2! \times 3! = 6 \times 2 \times 6 = 72$$

۶۱ ۱ ۲ ۳ ۴ چون حرف «س» جایگاهش انتخاب شده است، بنابراین از ۶ حرف دیگر انتخاب ها صورت می پذیرد و چون حرف «ی» ۲ بار و حرف «ر» نیز ۲ بار در کلمه وجود دارد، داریم:

$$\text{تعداد کل حالت ها} = \frac{6!}{2! \times 2!} = \frac{720}{4} = 180$$

۶۲ ۱ ۲ ۳ ۴ باتوجه به صورت سؤال، برای آن که اعداد مورد نظر بزرگ تر از ۵۰۰ باشند در رقم صدگان یکی از ارقام ۵، ۶ و ۷ و ۸ و ۹ می تواند قرار بگیرد و در حالت کلی برای این که مجموع ارقام یکان و دهگان ۸ باشد مجموعه ی اعداد $\{(0,8), (1,7), (2,6), (3,5), (4,4)\}$ را خواهیم داشت، بنابراین داریم:

$$\begin{array}{cc} \text{صدگان} & \text{یکان دهگان} \\ \boxed{5,6,7,8,9} & \boxed{8} \boxed{0} \Rightarrow 5 \times 1 \times 1 = 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{cc} \text{صدگان} & \text{یکان دهگان} \\ \boxed{5,6,7,8,9} & \boxed{0} \boxed{8} \Rightarrow 5 \times 1 \times 1 = 5 \end{array}$$

کل حالاتی که رقم یکان و دهگان صفر یا ۸ باشد ۱۰ حالت است، به همین ترتیب برای مجموعه ی ارقام $\{(1,7), (2,6), (3,5)\}$ نیز همین روند را داریم:

کل حالاتی که رقم یکان و دهگان ۱ یا ۷ باشد، ۱۰ حالت است.
کل حالاتی که رقم یکان و دهگان ۲ یا ۶ باشد، ۱۰ حالت است.
کل حالاتی که رقم یکان و دهگان ۳ یا ۵ باشد، ۱۰ حالت است.

یکان دهگان صدگان



$$\boxed{5, 6, 7, 8, 9} \quad \boxed{4} \quad \boxed{4} \Rightarrow 5 \times 1 \times 1 = 5$$

$$10 + 10 + 10 + 10 + 5 = 45$$

بنابراین تعداد کل حالت ها برابر خواهد بود با:

کلمه ی کیانوش ۶ حرف متمایز دارد و تعداد ترتیب های آن برابر ۶! است. (۱) (۲) (۳) (۴) (۶۳)

اما سه کلمه ی دیگر ۶ حرفی هستند که ۲ حرف تکراری دارند بنابراین تعداد ترتیب های آن $\frac{6!}{2!}$ است.

(۱) (۲) (۳) (۴) (۶۴)

از ترکیب استفاده می کنیم:

$$\begin{aligned} \text{دو مهره سیاه باشد: } \binom{3}{2} \times \binom{1}{1} &= 3 \times 1 = 3 \\ \Rightarrow 3 + 1 &= 4 \end{aligned}$$

$$\text{سه مهره سیاه باشد: } \binom{3}{3} \times \binom{0}{0} = 1 \times 1 = 1$$

(۱) (۲) (۳) (۴) (۶۵)

$$P(n, n-2) = 12 \Rightarrow \frac{n!}{(n-(n-2))!} = 12$$

$$\frac{n!}{2!} = 12 \Rightarrow n! = 12 \times 2 \times 1 \Rightarrow n! = (4 \times 3) \times 2 \times 1 \Rightarrow n! = 4! \Rightarrow n = 4$$

رقم صدگان باید یکی از سه رقم ۳، ۵ و ۶ باشد. رقم دهگان و یکان هر یک از پنج رقم داده شده می تواند باشد. (۱) (۲) (۳) (۴) (۶۶)

$$3 \times 5 \times 5 = 75$$

دو حالت برای جایگشت ها در نظر می گیریم. اگر در جایگشت دو حرف تکراری T وجود داشته باشند که در این (۱) (۲) (۳) (۴) (۶۷)

حالت حرف سوم جایگشت، در جایگاه اول یا دوم یا سوم قرار دارد، بنابراین ۵ حرف دیگر با دو حرف T ، $5 \times 3 = 15$ جایگشت دارند. در

حالتی که سه حرف جایگشت، غیر تکراری باشند، تعداد جایگشت ها برابر است با: $6 \times 5 \times 4 = 120$

بنابراین تعداد کل جایگشت های سه حرفی برابر است با: $15 + 120 = 135$

در خانه ی یکان یا رقم ۳ یا ۱ می تواند قرار گیرد. پس دو حالت داریم، در خانه ی هزارگان رقم صفر نمی تواند قرار (۱) (۲) (۳) (۴) (۶۸)

گیرد و یک رقم هم برای خانه ی یکان انتخاب کرده ایم پس دو حالت خواهیم داشت، بنابراین داریم:

یکان دهگان صدگان هزارگان

$$\boxed{2} \quad \boxed{2} \quad \boxed{1} \quad \boxed{2} = 2 \times 2 \times 1 \times 2 = 8$$

تمامی اعداد ۴ رقمی مضرب ۵ که یکان آن صفر می باشد: (۱) (۲) (۳) (۴) (۶۹)

یکان دهگان صدگان

$$\boxed{9} \quad \boxed{10} \quad \boxed{1} = 9 \times 10 \times 1 = 90$$

تمامی اعداد ۳ رقمی مضرب ۵ که یکان آن ها رقم ۵ می باشد:

یکان دهگان صدگان

$$\boxed{9} \quad \boxed{10} \quad \boxed{1} = 9 \times 10 \times 1 = 90$$

$$90 + 90 = 180 = \text{کلیه ی اعداد ۳ رقمی مضرب ۵}$$

در جایگاه صدگان، صفر قرار نمی گیرد.



۱ ۲ ۳ ۴ ۷۰

تعداد کل کلمات سه حرفی بدون تکرار حروف: $\boxed{5} \boxed{4} \boxed{3} = 5 \times 4 \times 3 = 60$

تعداد کلمات سه حرفی فاقد حرف «H» (بدون تکرار حروف): $\boxed{4} \boxed{3} \boxed{2} = 4 \times 3 \times 2 = 24$

تعداد کلمات سه حرفی شامل حرف «H» (بدون تکرار حروف): $60 - 24 = 36$

۱ ۲ ۳ ۴ ۷۱ برای هر سؤال دو حالت وجود دارد. پس داریم:

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^5 = 32$$

توضیح نکات درسی:

اگر یک تصمیم گیری دارای k مرحله باشد و تعداد انتخاب های ممکن در هر مرحله، با هم برابر و مساوی n باشند، آن گاه تعداد انتخاب های ممکن در این تصمیم گیری برابر است با حاصل ضرب تعداد انتخاب ها در هر مرحله یعنی:

$$\underbrace{\quad \quad \quad}_{k \text{ بار}} = n^k$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۷۲

$$\boxed{9} \boxed{9} \boxed{9} \boxed{5} \Rightarrow 9 \times 9 \times 9 \times 5 = 3645$$

حرف
اعداد سه رقمی بدون صفر

۱ ۲ ۳ ۴ ۷۳

رسم مثلث با مشخصات داده شده از یکی از دو مسیر زیر ممکن است:

$$d_p \text{ و } d_1 \text{ انتخاب دو نقطه از خط } \binom{4}{2} \times \binom{3}{1} = \frac{4!}{2! \times 2!} \times \frac{3!}{2! \times 1!} = 6 \times 3 = 18$$

$$d_p \text{ و } d_2 \text{ انتخاب دو نقطه از خط } \binom{4}{1} \binom{3}{2} = \frac{4!}{3! \times 1!} \times \frac{3!}{2! \times 1!} = 4 \times 3 = 12$$

و مجموع تعداد حالات عبارتست از:

$$18 + 12 = 30$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۷۴ اعدادی که فقط یکبار عدد ۵ در آنها به کار رفته، در یکی از سه دسته ی زیر جای می گیرند:

$$\begin{cases} \frac{5}{1} \times \frac{1}{9} \times \frac{1}{8} \\ \frac{5}{9} \times \frac{1}{1} \times \frac{1}{8} \\ \frac{5}{8} \times \frac{1}{9} \times \frac{1}{1} \end{cases} \Rightarrow \text{تعداد حالات} = 8 \times 9 \times 1 + 8 \times 1 \times 9 + 1 \times 9 \times 8 = 225$$

دقت: صفر نمی تواند در جایگاه صدگان قرار گیرد؛ چون در آن صورت عدد دو رقمی حاصل می شود.

۱ ۲ ۳ ۴ ۷۵

تعداد حالات انتخاب r شیء از n شیء متمایز (بدون در نظر گرفتن ترتیب)، عبارتست از:



$$\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

تعداد حالات برابر است با تعداد کل حالات انتخاب ۳ نفر از ۱۰ نفر منهای تعداد حالات انتخاب همزمان دو برادر با هم:

$$\binom{10}{3} - \binom{2}{2} \times \binom{8}{1} = \frac{10!}{3!7!} - 1 \times 8 = 120 - 8 = 112$$

انتخاب یک نفر
از ۸ نفر باقیمانده
انتخاب دو برادر باهم

۱ ۲ ۳ ۴ ۷۶

تعداد زیرمجموعه‌های r عضوی از یک مجموعه‌ی n عضوی از رابطه‌ی $\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$ بدست می‌آید.

تعداد انتخاب‌های r شیء از n شیء متمایز با تعداد انتخاب‌های $n-r$ شیء از n شیء برابر است؛ یعنی:

$$\binom{n}{r} = \binom{n}{n-r}$$

از مجموعه‌ی اصلی شامل n عضو باشد، طبق قرض داریم:

$$\binom{n}{5} = \binom{n}{4} \Rightarrow \begin{cases} n-r=4 \Rightarrow n-5=4 \Rightarrow n=9 \end{cases}$$

پس مجموعه‌ی اصلی ۹ عضو دارد؛ و تعداد زیرمجموعه‌های سه عضوی آن برابر است با:

$$\binom{9}{3} = \frac{9!}{3!6!} = \frac{9 \times 8 \times 7}{3 \times 2 \times 1} = 84$$

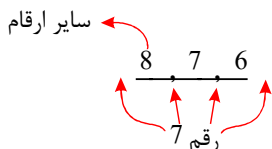
۱ ۲ ۳ ۴ ۷۷ اعداد با ارقام یک در میان زوج و فرد، به یکی از دو صورت زیر ممکن است ظاهر شوند:

$$\left. \begin{array}{l} 4 \times 5 \times 5 \times 5 = 500 \\ \boxed{\text{زوج}} \quad \boxed{\text{فرد}} \quad \boxed{\text{زوج}} \quad \boxed{\text{فرد}} \\ 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 625 \\ \boxed{\text{فرد}} \quad \boxed{\text{زوج}} \quad \boxed{\text{فرد}} \quad \boxed{\text{زوج}} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{تعداد کل حالات} = 500 + 625 = 1125$$

دقت: صفر نمی‌تواند در اولین رقم سمت چپ ظاهر شود، چون در آن صورت عددی سه رقمی حاصل می‌شود.

۱ ۲ ۳ ۴ ۷۸ برای ساختن عددی که صفر در آن بکار نرفته باشد، ۹ رقم در اختیار داریم. اگر بخواهیم رقم ۷ در آن به کار رفته

باشد، عدد را بصورت زیر در نظر می‌گیریم:



یعنی ۷ می‌تواند در یکی از جاهای نشان داده شده قرار گیرد. پس:

$$\text{تعداد حالات} = 8 \times 7 \times 6 \times 4 = 1344$$

تعداد انتخاب‌های که عدد ۷ برای قرار گرفتن، در اختیار دارد.

$$P(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۷۹



$$P(n, 2) = 5n + 7 \Rightarrow \frac{P(n, 2)}{(n-2)!} = 5n + 7 \Rightarrow \frac{P(n, 2)}{(n-2)!} = 5n + 7$$

$$\Rightarrow n(n-1) = 5n + 7 \Rightarrow n^2 - n = 5n + 7 \Rightarrow n^2 - 6n - 7 = 0 \Rightarrow (n-7)(n+1) = 0$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} n=7 \\ n=-1 \end{array} \right.$$

$$P(n-1, 3) = P(6, 3) = \frac{P(6, 3)}{(6-3)!} = \frac{P(6, 3)}{3!} = \frac{6 \times 5 \times 4}{3!} = 120$$

چون می‌خواهیم عدد زوج و کوچک‌تر از ۴۰۰۰ باشد، پس هزارگان باید یکی از اعداد ۱، ۲، یا ۳ باشد و رقم یکان

باید یکی از ارقام ۰، ۲، ۴، ۶ یا ۸ باشد.

پاسخ را می‌توان با ۲ راه حل زیر بدست آورد:

راه حل اول:

دو حالت در نظر می‌گیریم. حالتی که رقم ۲ در هزارگان باشد یا نباشد:

$$\Rightarrow 2 \times 8 \times 7 \times 5 = 560$$

$$\Rightarrow 1 \times 8 \times 7 \times 4 = 224$$

طبق اصل جمع، $560 + 224 = 784$ عدد با این شرایط وجود دارد.

راه حل دوم:

دو حالت در نظر می‌گیریم. حالتی که ۲ در یکان باشد یا نباشد:

$$\Rightarrow 2 \times 8 \times 7 \times 1 = 112$$

$$\Rightarrow 3 \times 8 \times 7 \times 4 = 672$$

طبق اصل جمع، $112 + 672 = 784$ عدد با این شرایط وجود دارد.

$$1! = 1, 0! = 1 \quad (1) \quad (2) \quad (3) \quad (4) \quad (81)$$

$$(2x^2 - x)! = 1 \Rightarrow \begin{cases} 2x^2 - x = 1 \Rightarrow 2x^2 - x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{1+8}}{4} \Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ x = 1 \end{cases} \\ 2x^2 - x = 0 \Rightarrow x(2x-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \end{cases} \end{cases}$$

در این میان، مقادیر $x = 1$ و $x = 0$ صحیح هستند.

اعداد بزرگ‌تر از ۲۰۰۰ و کوچک‌تر از ۴۰۰۰ دارای رقم هزارگان ۲ یا ۳ هستند. پس: (1) (2) (3) (4) (82)



اعداد باقی مانده

$$2 \times 3 \times 4 \times 5 = 120$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۸۳

$$\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!} \text{ : شیء } n \text{ از شیء } r \text{ متمایز برابر است با}$$

می خواهیم ۲ دسته گل از میان تمام دسته گل های ممکن، انتخاب کنیم، پس ابتدا تعداد کل دسته گل های ممکن را محاسبه می کنیم:
۶ شاخه ای یا ۵ شاخه ای یا ۴ شاخه ای = دسته گل های ممکن

$$\begin{aligned} \text{تعداد دسته گل ها} &= \binom{8}{4} + \binom{8}{5} + \binom{8}{6} = \frac{8!}{4! \times 4!} + \frac{8!}{5! \times 3!} + \frac{8!}{6! \times 2!} \\ &= 70 + 56 + 28 = 154 \end{aligned}$$

پس تعداد حالات انتخاب ۲ دسته گل از این تعداد برابر است با:

$$\binom{154}{2} = \frac{154!}{2!152!} = \frac{154 \times 153}{2 \times 1 \times 152!} = \frac{154 \times 153}{2} = 11781$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۸۴ برای آن که شماری شناسه با رقم زوج غیر صفر آغاز شود، در اولین رقم سمت چپ ۴ عدد می توانند قرار گیرند.
همچنین در جایگاه دایره ای ۱۴ حرف مشخص شده در مجموعه ی A می توانند قرار گیرند. در بقیه ی جایگاه های ستاره ای همه ی ارقام غیر صفر یعنی ۹ رقم می توانند واقع شوند. در جایگاه مربعی نیز اعداد دو رقمی با رقم های یکسان یعنی ۱۱ و ۲۲ و ... و ۹۹ می توانند قرار گیرند،
یعنی ۹ تا؛ پس:

$$4 \times 9 \times 14 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9 = 56 \times 9^5$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۸۵ حروف کلمه ی سوار را به عنوان ۱ شیء در نظر می گیریم که درون خود به ۴! حالت می تواند ظاهر شود (چون ۴ حرف دارد). این شیء در کنار حروف دیگر، ترکیب زیر را درست می کنند.

سوار ب ی ل ه

این ۵ شیء به ۵! حالت می توانند در کنار هم قرار گیرند و تعداد کل حالات طبق اصل ضرب برابر با ۴! × ۵! خواهد بود.

۱ ۲ ۳ ۴ ۸۶ راه حل اول: لنگه های انتخاب شده باید شامل یک جفت و ۳ لنگه ی غیر جفت باشند، پس ابتدا ۴ جفت انتخاب می کنیم و سپس از آن ۴ جفت، یک جفت را انتخاب می کنیم. از هر یک از سه جفت دیگر، یک لنگه جوراب انتخاب می کنیم. داریم:

$$\binom{6}{4} \times \binom{4}{1} \times \binom{2}{1} \times \binom{2}{1} \times \binom{2}{1} = 150 \times 4 \times 2 \times 2 \times 2 = 480$$

راه حل دوم: ابتدا یک جفت انتخاب می کنیم. سپس از بین ۵ جفت باقی مانده، ۳ جفت انتخاب می کنیم و از هر یک از این سه جفت، یک جوراب انتخاب می کنیم:

$$\binom{6}{1} \times \binom{5}{3} \times \binom{2}{1} \times \binom{2}{1} \times \binom{2}{1} = 6 \times 10 \times 2 \times 2 \times 2 = 480$$

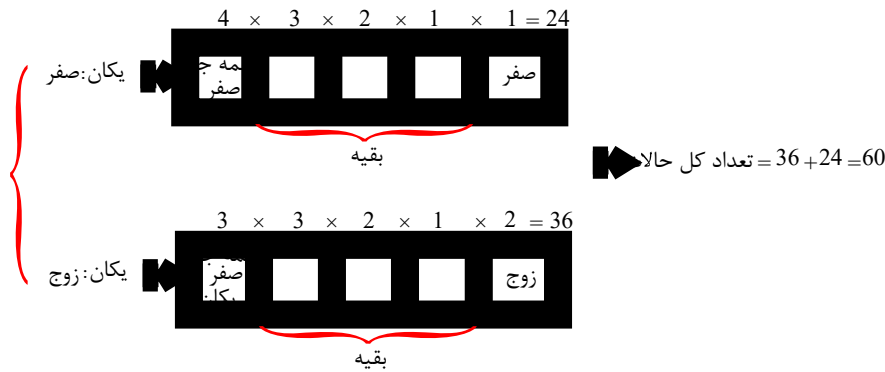
۱ ۲ ۳ ۴ ۸۷ رقم یکان در اعداد زوج، عددی صفر یا زوج است.



$$\begin{aligned} \text{عدد زوج} \left\{ \begin{array}{l} \underbrace{6}_{\text{همه غیر از صفر}} \times \underbrace{5 \times 4 \times 1}_{\text{بقیه}} = 120 \\ \underbrace{5}_{\text{همه غیر از صفر و عدد یکان}} \times \underbrace{5 \times 4 \times 2}_{\text{بقیه}} = 200 \end{array} \right. \rightarrow \text{تعداد کل حالات} = 120 + 200 = 320 \end{aligned}$$

یکان عدد زوج، می تواند صفر یا زوج باشد، پس دو حالت زیر را در نظر می گیریم:

۱ ۲ ۳ ۴ ۸۸



$$\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!} : \text{تعداد انتخاب های } r \text{ شی از } n \text{ شیء متمایز عبارتست از:}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۹۹

اگر دو قوطی متمایز باهم ترکیب شوند:

$$\binom{4}{2} = \frac{4!}{2! \times 2!} = 6$$

اگر سه قوطی متمایز باهم ترکیب شوند:

$$\binom{4}{3} = \frac{4!}{3! \times 1!} = 4$$

اگر چهار قوطی متمایز باهم ترکیب شوند:

$$\binom{4}{4} = \frac{4!}{4! \times 0!} = 1$$

پس طبق اصل جمع، تعداد کل رنگ های جدید حاصل $1 + 4 + 6$ است.

$$\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!} : \text{تعداد انتخاب های } r \text{ شی از } n \text{ شیء متمایز عبارتست از:}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۹۰

چون قرار است که تعداد کلاس اولی ها از مجموع دو کلاس دیگر بیشتر باشد، باید از کلاس اول ۳ یا ۴ نفر انتخاب شوند، پس پیشامد A را به صورت زیر تعریف می کنیم.

(۴ نفر از کلاس اول و بقیه از کلاس دوم و سوم) یا (۳ نفر از کلاس اول و بقیه از کلاس دوم و سوم): پیشامد

$$\Rightarrow n(A) = \binom{4}{3} \times \binom{8}{2} + \binom{4}{4} \times \binom{8}{1} = \frac{4!}{3! \times 1!} \times \frac{8!}{2! \times 6!} + 1 \times \frac{8!}{1! \times 7!}$$

$$= 4 \times 28 + 1 \times 8 = 112 + 8 = 120$$

کلمه ی ۶ حرفی را به صورت زیر در نظر می گیریم. (سه حرف صدا دار و ۵ حرف بی صدا داریم)

۱ ۲ ۳ ۴ ۹۱



$$3 \times 5 \times 2 \times 4 \times 1 \times 3 = 360$$

بی صدا	صدادار	بی صدا	صدادار	بی صدا	صدادار
--------	--------	--------	--------	--------	--------

یا

$$\Rightarrow \text{مجموع} = 360 + 360 = 720 = 6!$$

$$5 \times 3 \times 4 \times 2 \times 2 \times 1 = 360$$

بی صدا	صدادار	بی صدا	صدادار	بی صدا	صدادار
--------	--------	--------	--------	--------	--------

توابع از A و B به صورت زیر هستند: ۱ ۲ ۳ ۴ ۹۲

$$f = \{(1, \dots), (3, \dots), (5, \dots), (7, \dots), (9, \dots)\}$$

که در جاهای خالی هر یک از اعضای مجموعه B قرار می گیرند. پس تعداد کل توابع عبارتست از:

$$5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^5 = 3125$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۹۳

$$\left. \begin{aligned} (n^2 - 3n)! &= 24 \\ 4! &= 24 \end{aligned} \right\} \Rightarrow n^2 - 3n = 4 \Rightarrow n^2 - 3n - 4 = 0 \Rightarrow (n+1)(n-4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = 4 \end{cases}$$

n عددی طبیعی است پس $n = -1$ غیر قابل قبول است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۹۴

$$\frac{N}{1}$$

حرف N را در وسط قرار می دهیم. ۶ حرف $EAREST$ باقی می ماند که جایگشت آن ها را حساب می کنیم:

(توجه کنید که حرف E ۲ بار تکرار شده است):

$$\frac{6!}{2!} = \frac{720}{2} = 360$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۹۵

$$\frac{3!2!}{3!2!} = 1$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۹۶

حرف تکراری نداشته باشیم: حالت اول $\Rightarrow Heatr \Rightarrow \boxed{5} \boxed{4} \boxed{3} \Rightarrow \text{جواب} = 5 \times 4 \times 3 = 60$

حرف e دو بار تکرار شود: حالت دوم $\Rightarrow \text{جواب} = \underbrace{\left(\begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix} \right)}_{\text{انتخاب یک حرف از چهار حرف } H,a,t,r} \times \underbrace{4 \times 3}_{\text{جایجایی سه حرف}} = 2 \times 12 = 24$

بنابراین $60 + 24 = 84$ کلمه ی سه حرفی می توان ساخت.



۱ ۲ ۳ ۴ ۹۷

$$\text{تعداد جایگشت ها} = \underbrace{\left(\begin{array}{c} \\ \\ \end{array} \right)}_{\substack{\text{انتخاب یک حرف} \\ \text{از بین چهار حرف} \\ N, R, H, B}} \times \underbrace{}_{\text{جایابی سه حرف}} = 4 \times 3 = 12$$

۹۸ ۱ ۲ ۳ ۴ نفر خاص، قبلاً انتخاب شده اند، پس باید ۲ نفر دیگر را از بین ۶ نفر باقی مانده انتخاب کنیم. چون ترتیب انتخاب ها مهم نیست به کمک فرمول ترکیب خواهیم نوشت:

$$\text{تعداد حالت های انتخاب} = \left(\begin{array}{c} 6 \\ 2 \end{array} \right) = \frac{6!}{(6-2)!2!} = \frac{6!}{4! \times 2 \times 1} = 15$$

۹۹ ۱ ۲ ۳ ۴ در خانه ی اول سمت راست (یکان) ۲ حالت داریم، ۳ یا ۵. در اولین خانه ی سمت چپ (صدگان) صفر نمی تواند باشد و یک عدد هم برای خانه ی اول (یکان) انتخاب کرده ایم، پس ۳ حالت دارد. در خانه ی وسط صفر نیز می تواند باشد. پس ۳ حالت دارد. پس $18 = 3 \times 3 \times 2$ عدد می توان ساخت.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰۰

$$\underbrace{\left(\begin{array}{c} \\ \\ \end{array} \right)}_{\text{دو سیاه}} \times \underbrace{\left(\begin{array}{c} \\ \\ \end{array} \right)}_{\text{یک سفید}} = \frac{6!}{2!(5-2)!} \times \frac{4!}{1!(4-1)!} = \frac{6!}{2 \times 1 \times 3!} \times \frac{4!}{1 \times 3!} = 10 \times 4 = 40$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰۱

چون عدد سه رقمی فرد با ارقام متمایز است، یکان از بین اعداد $\{1, 3, 5, 9\}$ انتخاب می شود. باتوجه به این که یکی از اعداد برای یکان استفاده شده است و صدگان نمی تواند صفر باشد بنابراین صدگان ۵ حالت دارد، دهگان نیز باتوجه به انتخاب شدن دو عدد، ۵ حالت خواهد داشت، پس:

$$\frac{\boxed{5}}{\text{صدگان}} \times \frac{\boxed{5}}{\text{دهگان}} \times \frac{\boxed{4}}{\text{یکان}} = 100$$

۱۰۲ ۱ ۲ ۳ ۴ به جای رقم صدگان ارقام ۵، ۴، ۳ را می توان قرار داد تا عدد بزرگ تر از ۳۰۰ شود، پس صدگان ۳ حالت دارد. رقم دهگان هر یک از ۵ رقم داده شده می تواند باشد. برای آن که عدد حاصل زوج باشد، در مرتبه ی یکان یکی از دو رقم ۲ یا ۴ می تواند قرار گیرد، پس تعداد حالت ها برابر است با: $30 = 3 \times 5 \times 2$

۱۰۳ ۱ ۲ ۳ ۴ چهار خانه را در نظر می گیریم. کلمه ی ملکان پنج حرفی است. بنابراین خانه های سمت راست و چپ با حروف «م» و «ل» و هر کدام به یک طریق پُر می شود و چون تکرار مجاز نمی باشد، دو خانه ی دیگر به ۲ و ۳ طریق تکمیل می گردد.

$$\overset{ل}{\boxed{1}} \quad \overset{م}{\boxed{3}} \quad \overset{م}{\boxed{2}} \quad \overset{ل}{\boxed{1}} \longrightarrow 1 \times 3 \times 2 \times 1 = 6$$

۱۰۴ ۱ ۲ ۳ ۴ می خواهیم اعداد حاصل کوچک تر از ۴۰ باشند، بنابراین در خانه ی دهگان تنها ارقام ۱ و ۳ می توانند قرار بگیرند و در خانه ی یکان نیز می توان تمام ارقام فرد را گذاشت، بنابراین داریم:

ارقام فرد: $\{1, 3, 5, 7, 9\}$



یکان دهگان

$$2 \times 5 = 10$$

انتخاب کنیم و چون در کلمه ی پنج حرفی، ۲ حرف تکراری است، بنابراین داریم:

$$= \binom{4}{3} \times \frac{4!}{2!} = \frac{4!}{3!} \times \frac{4!}{2!} = 4 \times 6 = 24$$

حروف کلمه ی داده شده عبارت اند از: $R, _, _, _, _$

$$\binom{3}{1} = 3$$

ابتدا دو حرف تکراری را انتخاب می کنیم:

$$\binom{3}{2} = 3$$

سپس از ۵ حرف باقی مانده، دو حرف متمایز را انتخاب می کنیم:

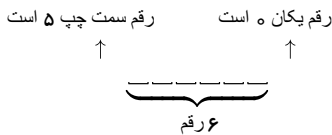
$$\frac{12}{2!} = 6$$

مثلاً حروف N, I, I, A را انتخاب کرده ایم، تعداد جایگشت های این چهار حرف برابر است با:

$$3 \times 3 \times 12 = 108$$

پس تعداد جایگشت های مورد نظر برابر است با:

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰۷



تعداد اعداد ۶ رقمی با سه رقم صفر و سه رقم ۵ برابر است با: $20 = \frac{6!}{3!3!}$

اگر بخواهیم با حروف کلمه ی DAMDARAN یک رمز ۸ حرفی بسازیم که با D شروع و به D ختم شود؛ رمز به صورت $D \square \square \square \square \square \square D$ است؛ یعنی با حروف AAAMRN باید یک کلمه ی سه حرفی بسازیم که دارای ۳ حرف تکراری A است. بنابراین با استفاده از جایگشت با تکرار داریم:

$$\frac{6!}{3!} = \frac{720}{6} = 120$$

کنیم و سپس جابجایی ۴ حرف را که دو حرف آن تکراری است را بدست آوریم.

$$\binom{6}{2} \times \frac{4!}{2!} = 15 \times 12 = 180$$

ب) اگر در این رمز یک بار حرف E به کار رفته باشد کافی است ۳ حرف دیگر را از بین شش حرف باقی مانده انتخاب کنیم و سپس جابجایی ۴ حرف را بدست آوریم.



$$\binom{6}{3} \times 4! = 20 \times 24 = 480$$

ج) اگر در این رمز حرف E تکرار نشده باشد کافی است 4 حرف را از بین 6 حرف باقی مانده انتخاب کنیم و سپس جابجایی 4 حرف را بدست می آوریم.

$$\binom{6}{4} \times 4! = 15 \times 24 = 360$$

$$\text{کل حالات} = 180 + 480 + 360 = 1020$$

1 2 3 4 110

$$\text{اصل ضرب} \quad 4^5 = 2^{10} = 1024 = \boxed{4} \times \boxed{4} \times \boxed{4} \times \boxed{4} \times \boxed{4} = \text{تعداد کل حالت های پاسخ دادن}$$

1 = تعداد حالتی که به تمام پرسش ها پاسخ درست داده شده است.

$$P(A) = \frac{1}{1024} \text{ پس است.}$$

1 2 3 4 111

$$60 = \boxed{5} \times \boxed{4} \times \boxed{3} : \text{تعداد کلمات سه حرفی بدون تکرار حروف}$$

$$24 = \boxed{4} \times \boxed{3} \times \boxed{2} : \text{تعداد کلمات سه حرفی فاقد حرف «H» (بدون تکرار حروف)}$$

$$36 = 60 - 24 = \text{تعداد کلمات سه حرفی شامل حرف «H» (بدون تکرار حروف)}$$

112 1 2 3 4 10 سؤال داریم پس 10 مرحله داریم که در هر مرحله 4 انتخاب وجود دارد.

بنابر اصل اساسی شمارش به تعداد $4^{10} = \underbrace{\hspace{10em}}_{10 \text{ بار}}$ راه مختلف می توان به این آزمون پاسخ داد.

1 2 3 4 113

$$\boxed{9} \times \boxed{9} \times \boxed{8} = 648$$

چون عدد سه رقمی است، صدگان نمی تواند صفر باشد پس یک رقم از 1, 2, ..., 9 را برای صدگان باید انتخاب کنیم، در مرتبه ی دهگان هم یک رقم از 0, 1, ..., 9 باید انتخاب شود ولی چون ارقام باید متمایز باشند و یک رقم هم در صدگان انتخاب شده پس 9 انتخاب داریم و در مرتبه ی یکان هم 8 انتخاب داریم.

114 1 2 3 4 برای پاسخ به سؤال اول 2 انتخاب، سؤال دوم 2 انتخاب، ... و سؤال ششم نیز 2 انتخاب خواهیم داشت که طبق اصل اساسی شمارش داریم:

$$64 = 2^6 = 2 \times 2 \times \dots \times 2 : \text{تعداد حالات}$$

115 1 2 3 4 توجه کنید که در خانه ی اول یکی از ارقام 5 و 6 و 7 می تواند قرار گیرد.

$$\underbrace{\boxed{3} \times \boxed{6} \times \boxed{5} \times \boxed{4}}_{\{5,6,7\}} = 360$$

116 1 2 3 4 برای این که حاصل جمع دو عدد، عددی زوج شود، باید هر دو عدد زوج یا هر دو عدد فرد باشند:



$$\text{هر دو عدد زوج یا هر دو عدد فرد} = \binom{5}{2} + \binom{4}{2} = \frac{5!}{2! \times 3!} + \frac{4!}{2! \times 2!}$$

$$= \frac{5 \times 4 \times 3!}{2 \times 1 \times 3!} + \frac{4 \times 3 \times 2!}{2 \times 1 \times 2!} = 10 + 6 = 16$$

۱۱۷ اگر در خانه‌ی اول حرف «پ» و در خانه‌ی آخر حرف «ن» قرار دهیم، این دو خانه فقط به همین حالت پر می‌شوند. برای ۶ خانه‌ی دیگر که سه حرف تکراری «الف» دارد، خواهیم داشت:

$$\frac{1}{3!} = \frac{1}{3!} = 120 \Rightarrow \text{تعداد کل حالات} = 1 \times 120 \times 1 = 120$$

۱۱۸ رقم ۶ دو بار و رقم ۴ نیز ۲ بار تکرار شده است. پس:

$$\text{تعداد اعداد ۷ رقمی متمایز} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2!}{2! \times 2!} = 1260$$

۱۱۹ اگر ۲ رقم از این ۴ رقم ۷ باشد، ۲ رقم دیگر را از ۵ رقم باقی مانده انتخاب می‌کنیم:

$$\binom{5}{2} \times \frac{1}{2!} = \frac{5!}{2! \times 3!} \times \frac{1}{2!} = 10 \times 12 = 120$$

اگر یک رقم از این ۴ رقم ۷ باشد ۳ رقم دیگر را از ۵ رقم باقی مانده انتخاب می‌کنیم:

$$\binom{5}{3} \times 4! = \frac{5!}{3! \times 2!} \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 10 \times 24 = 240$$

اگر رقم ۷ در این ۴ رقم وجود نداشته باشد:

$$\binom{5}{4} \times 4! = \frac{5!}{4! \times 1!} \times 4! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

کل حالات ممکن
 $\rightarrow 120 + 240 + 120 = 480$

۱۲۰ چون دانش‌آموزان کلاس دوم حق حضور در این انتخاب را ندارند. در واقع باید سه نفر از بین ۹ نفر دیگر را انتخاب نمود.

$$C(9, 3) = \frac{9!}{3! \times 6!} = \frac{9!}{3! \times 3 \times 2 \times 1} = 84$$

۱۲۱

می‌دانیم: اگر کاری در دو مرحله انجام بگیرد به‌طوریکه در مرحله اول m روش و در مرحله دوم n روش داشته باشد بنابر اصل ضرب، کل کار مورد نظر به $m \times n$ روش قابل انجام است.

برای ورود از هر یک از ۱۰ در دلخواه می‌توانیم وارد شویم و برای اینکه از همان در خارج نشویم، برای خارج شدن $10 - 1 = 9$ حالت داریم. بنابراین در مجموع طبق اصل ضرب داریم: $10 \times 9 = 90$

۱۲۲

می‌دانیم: اگر کاری در دو مرحله انجام بگیرد به‌طوریکه در مرحله اول m روش و در مرحله دوم n روش داشته باشد بنابر اصل ضرب، کل کار مورد نظر به $m \times n$ روش قابل انجام است.

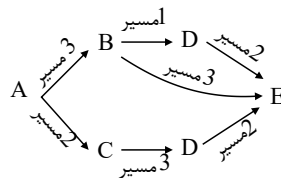


تمام حروف به جز دومی تمام حروف به جز اولی تمام حروف

$$\begin{array}{c} \uparrow \\ 5 \end{array}, \begin{array}{c} \uparrow \\ 4 \end{array}, \begin{array}{c} \uparrow \\ 3 \end{array} \Rightarrow 5 \times 4 \times 3 = 60$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲۳

می‌دانیم: اگر کاری در دو مرحله انجام بگیرد به طوریکه در مرحله اول m روش و در مرحله دوم n روش داشته باشد بنابر اصل ضرب، کل کار مورد نظر به $m \times n$ روش قابل انجام است.
اگر کاری را بتوان به یکی از دو روش انجام داد که روش اول m حالت و روش دوم n حالت داشته باشد انجام کل کار مورد نظر بنابر اصل جمع $m + n$ حالت دارد.



مسیرهای رفتن از A به E :

کل حالت‌های ممکن:

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \Rightarrow 6 + 19 + 12 = 27 \\ A \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow E \quad 2 \times 3 \times 2 = 12 \end{array} \right.$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲۴

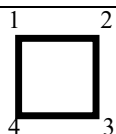
می‌دانیم: اگر کاری در دو مرحله انجام بگیرد به طوریکه در مرحله اول m روش و در مرحله دوم n روش داشته باشد بنابر اصل ضرب، کل کار مورد نظر به $m \times n$ روش قابل انجام است.

$$\begin{array}{c} \uparrow \\ 12 \end{array} \times \begin{array}{c} \uparrow \\ 12 \end{array} \times \dots \times \begin{array}{c} \uparrow \\ 12 \end{array} = 12^{10}$$

تا ۱۰

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲۵

می‌دانیم: اگر کاری در دو مرحله انجام بگیرد به طوریکه در مرحله اول m روش و در مرحله دوم n روش داشته باشد بنابر اصل ضرب، کل کار مورد نظر به $m \times n$ روش قابل انجام است.
اگر کاری را بتوان به یکی از دو روش انجام داد که روش اول m حالت و روش دوم n حالت داشته باشد انجام کل کار مورد نظر بنابر اصل جمع $m + n$ حالت دارد.



چهارضلعی مقابل را در نظر بگیرید.

رأس اول را به ۳ طریق می‌توان رنگ کرد

رأس دوم نباید با رأس اول هم‌رنگ باشد. بنابراین به ۲ طریق قابل رنگ است.

رأس سوم نباید با رأس دوم هم‌رنگ باشد و می‌تواند با رأس اول هم‌رنگ باشد یا نباشد.

$$\left. \begin{array}{l} \text{راس اول و سوم همرنگ} \\ \text{راس اول و سوم ناهمرنگ} \end{array} \right\} \Rightarrow 6 + 12 = 18 : 3 \times 2 \times 1 \times 1 = 6$$

1 2 3 4 126

می دانیم:

1 2 3 4 127

1 2 3 4 128

1 2 3 4 129

می دانیم:

۲۷



بنابراین در کل طبق اصل ضرب داریم:

$$4 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 4 \times 3^4 = 4 \times 81 = 324$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳۰

می‌دانیم: تعداد جایگشت‌های r تایی از n شیء متمایز که در آن‌ها ترتیب اهمیت دارد را با $p(n, r)$ نشان می‌دهیم و داریم:

$$p(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

حداکثر ۴ حرفی یعنی ۱ حرفی یا ۲ حرفی یا ۳ حرفی یا ۴ حرفی

$$p(4, 1) = \frac{4!}{3!} = \frac{4 \times 3!}{3!} = 4 \text{ حرفی: } 1$$

$$p(4, 2) = \frac{4!}{2!} = \frac{4 \times 3 \times 2!}{2!} = 12 \text{ حرفی: } 2$$

$$p(4, 3) = \frac{4!}{1!} = \frac{4 \times 3 \times 2 \times 1!}{1!} = 24 \text{ حرفی: } 3$$

$$p(4, 4) = \frac{4!}{0!} = \frac{4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 0!}{0!} = 24 \text{ حرفی: } 4$$

طبق اصل جمع برای انجام کار مورد نظر $4 + 12 + 24 + 24 = 64$ حالت داریم.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳۱

می‌دانیم: تعداد جایگشت‌های r تایی از n شیء متمایز که در آن‌ها ترتیب اهمیت دارد را با $p(n, r)$ نشان می‌دهیم و داریم:

$$p(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

$n!$ و در مرحله ام روش تعداد جایگشت‌های شیء متمایز برابر است با

اگر انجام کاری شامل n مرحله باشد که در مرحله اول m_1 روش و در مرحله دوم m_2 روش و ... و m_n داشته باشیم، کار مورد نظر به $m_1 \times m_2 \times \dots \times m_n$ حالت قابل انجام است.

با تکرار ارقام: ۳ جایگاه داریم که هر کدام به ۴ طریق قابل پر شدن هستند بنابراین داریم:

$$4 \times 4 \times 4 = 64$$

بدون تکرار ارقام: تعداد جایگشت‌های ۳ تایی از ۴ شیء متمایز که برابر است با:

$$p(4, 3) = \frac{4!}{1!} = \frac{4 \times 3 \times 2 \times 1!}{1!} = 24$$

بنابراین اختلاف این دو مقدار برابر است با $64 - 24 = 40$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳۲

می‌دانیم: تعداد جایگشت‌های n شیء متمایز برابر است با $n!$

اگر انجام کاری شامل n مرحله باشد که در مرحله اول m_1 روش و در مرحله دوم m_2 روش و ... و و در مرحله m_n روش داشته باشیم، کار مورد نظر به $m_1 \times m_2 \times \dots \times m_n$ حالت قابل انجام است.

ابتدا ۳ نفر از ۵ نفر را انتخاب می‌کنیم و سپس ۳ کتاب را بین آن‌ها توزیع می‌کنیم که همان $p(5, 3)$ است. بنابراین:

$$p(5, 3) = \frac{5!}{2!} = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2!}{2!} = 60$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳۳

می دانیم: $n!$ حاصل ضرب اعداد طبیعی از ۱ تا n است.

$$n! = n(n-1)! = n(n-1)(n-2)! = \dots$$
 طبق قرارداد $0! = 1$

$$\frac{11 \times (12 \times 11! + 11!)}{12 \times 11! - 11!} = \frac{11 \times 11!}{11 \times 11!} = 11$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳۴ وضعیت ۲ عضو a, b مشخص است.

عضوهای c, d, e هر کدام می توانند باشند یا نباشند که ۲ حالت دارد و بنابر اصل ضرب داریم:

$$2 \times 2 \times 2 = 8$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳۵

می دانیم: اگر کاری شامل دو مرحله باشد بطوری که در مرحله اول m حالت، و در مرحله دوم n حالت داشته باشیم، کل کار مورد نظر به $m \times n$ حالت انجام می پذیرد.

۱. ۴ گزینه ای: هر سؤال ۴ حالت $4^1 = 4$

۳. ۲ گزینه ای: هر سؤال ۲ حالت $2^3 = 8$

با توجه به اصل ضرب برای کل آزمون داریم: $4^1 \times 2^3 = 32$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳۶

می دانیم: انتخاب r شیء از n شیء متمایز که ترتیب انتخاب در آن ها اهمیت داشته باشد، ترتیب نامیده می شود و داریم:

$$P(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

$$n! = n(n-1)! = n(n-2)(n-1)! = \dots$$

اگر تعداد کتاب ها را n فرض کنیم، انتخاب و چیدمان ۳ کتاب از n کتاب ۲۱۰ حالت دارد. بنابراین:

$$P(n, 3) = 210 \Rightarrow \frac{n!}{(n-3)!} = 210 \Rightarrow$$

$$n(n-1)(n-2) = 210 = 7 \times 6 \times 5 \Rightarrow n = 7$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳۷

می دانیم: اگر کاری شامل دو مرحله باشد بطوری که در مرحله اول m حالت و در مرحله دوم n حالت داشته باشیم، کل کار مورد نظر به $m \times n$ حالت انجام می پذیرد.
 اگر کاری به دو صورت قابل انجام باشد بطوری که در حالت اول m روش و در حالت دوم n روش موجود باشد، کل کار مورد نظر به $m + n$ روش قابل انجام است.

حالت اول:



$$\frac{1}{2} \times \frac{5}{2} \times \frac{4}{2} = 20$$

حالت دوم: در حالت دوم به بعد، صفر نمی تواند در جایگاه اول ظاهر شود:

$$\frac{4}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{4}{2} = 16$$

حالت سوم:

$$\frac{4}{2}, \frac{4}{2}, \frac{1}{2} = 16$$

بنابر اصل جمع:

$$20 + 16 + 16 = 52$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳۸

می دانیم: تعداد جایگشت های n شیء متمایز برابر است با $n!$

کها را یک حرف در نظر می گیریم و جایگشت ۴ شیء را محاسبه می کنیم که برابر $4! = 24$ است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳۹ بررسی گزینه ها:

(۱) دفاع انتخاب شده در ۳ مکان «چپ، راست، وسط» قرار می گیرد. بنابراین ترتیب مهم است.

(۲) هر حرف در ۳ جایگاه می تواند قرار بگیرد بنابراین ترتیب مهم است.

(۳) این که در کدام پرتاب ها رو بیاید تفاوت ایجاد می کند بنابراین ترتیب مهم است.

(۴) ترتیب قرارگیری گل ها در دسته گل اهمیت ندارد بنابراین ترتیب مهم نیست.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴۰

می دانیم: اگر کاری را به دو روش بتوان انجام داد بطوریکه در روش اول m حالت و در روش دوم n حالت داشته باشیم،

کل کار مورد نظر به $m + n$ روش قابل انجام است.

اگر کاری دارای ۲ مرحله باشد که در مرحله اول m روش و در مرحله دوم n روش داشته باشیم، کار

مورد نظر به $m \times n$ روش قابل انجام است.

برای مضرب ۵ بودن یکان باید صفر یا ۵ باشد.

حالت اول: یکان صفر

$$\frac{2}{3} \times \frac{4}{3} \times \frac{3}{3} \times \frac{1}{5} = 36$$

۴
۵

حالت دوم: یکان ۵

$$\frac{2}{3} \times \frac{4}{3} \times \frac{3}{3} \times \frac{1}{5} = 24$$

بنابر اصل جمع کل کار موردنظر به $36 + 24 = 60$ حالت قابل انجام است.



۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴۱

می دانیم:

$$\binom{n}{r} = \binom{n}{n-r}$$

$$\binom{21}{n} = \binom{3n-3}{n} \Rightarrow n = 21 - (3n - 3) \Rightarrow n = 21 - 3n + 3 \Rightarrow 4n = 24 \Rightarrow n = 6$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴۲

می دانیم:

$$\binom{n}{r} = \frac{n!}{(n-r)!r!}$$

$$\binom{n}{2} = \frac{n(n-1)}{2}$$

$$\binom{n}{3} = \frac{n(n-1)(n-2)}{6}$$

$$\binom{n}{r} = \binom{n}{n-r}$$

$$\binom{n}{n-1} = \binom{n}{1} = n$$

$$\binom{n}{n} = 1$$

حداقل ۲ یعنی ۲ یا ۳ یا ۴:

$$\begin{aligned} & \binom{4}{2} \times \binom{5}{3} + \binom{4}{3} \times \binom{5}{2} + \binom{4}{4} \times \binom{5}{1} \\ & \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ & 2 \text{ ایرانی} \quad 3 \text{ الباقی} \quad 3 \text{ ایرانی} \quad 2 \text{ الباقی} \quad 4 \text{ ایرانی} \quad 1 \text{ الباقی} \\ & = \frac{4 \times 3}{2} \times \frac{5 \times 4 \times 3}{6} + \frac{4 \times 3 \times 2}{6} + \frac{5 \times 4}{6} + 1 \times 5 = 12 \times 5 + 4 \times 10 + 5 = \\ & = 60 + 40 + 5 = 105 \end{aligned}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴۳

می دانیم: انتخاب r شیء از n شیء متمایز (که ترتیب انتخاب اهمیت ندارد) را ترکیب r از n می نامیم و داریم:

$$\binom{n}{r} = \frac{n!}{(n-r)!r!} \quad \binom{n}{3} = \frac{n(n-1)(n-2)}{6}$$

اگر تعداد دانش آموزان را n فرض کنیم داریم:

$$\binom{n}{3} = 56 \Rightarrow \frac{n(n-1)(n-2)}{6} = 56 \Rightarrow n(n-1)(n-2) = 8 \times 7 \times 6 \Rightarrow n = 8$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴۴

می دانیم: انتخاب r شیء از n شیء متمایز که در آن ها ترتیب انتخاب اهمیت دارد را ترکیب r از n می نامیم و داریم:

$$P(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

$$P(15, 3) = \frac{15!}{12!}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴۵ زیرمجموعه فاقد عضوهای a_9 و a_{10} است. پس ۲ عضو از A حذف می شوند.

همچنین شامل a_1 و a_2 است که این ۲ عضو از A و زیرمجموعه انتخابی نیز حذف می شوند.

۳ عضو از ۵ عضو زیرمجموعه باقی می ماند که باید از اعضای $a_3, a_4, \dots, a_8$ انتخاب شوند که تعداد حالات انتخابشان $\binom{6}{3}$ است و داریم:

$$\binom{6}{3} = \frac{6 \times 5 \times 4}{6} = 20$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴۶

می دانیم: اگر کاری را به دو روش بتوان انجام داد بطوریکه در روش اول m حالت و در روش دوم n حالت داشته باشیم،

کل کار مورد نظر به $m + n$ روش قابل انجام است.

اگر کاری دارای ۲ مرحله باشد که در مرحله اول m روش و در مرحله دوم n روش داشته باشیم،

کار مورد نظر به $m \times n$ روش قابل انجام است.

۶ سوال ۴ گزینه ای: هر سوال ۵ حالت (یکی از گزینه ها یا بی جواب ماندن سوال): 5^6

۴ سوال ۳ گزینه ای: هر سوال ۳ حالت (یکی از ۳ گزینه): 3^4

بنابر اصل ضرب جواب کل مسأله برابر است با: $5^6 \times 3^4$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴۷

می دانیم: اگر کاری را به دو روش بتوان انجام داد بطوریکه در روش اول m حالت و در روش دوم n حالت داشته باشیم،

کل کار مورد نظر به $m + n$ روش قابل انجام است.

اگر کاری دارای ۲ مرحله باشد که در مرحله اول m روش و در مرحله دوم n روش داشته باشیم،

کار مورد نظر به $m \times n$ روش قابل انجام است.

از آنجائیکه صفر در بین ارقام است. دو حالت را در نظر می گیریم:

ارقام: $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$

(۱) یکان غیر صفر:

$$\frac{4}{2} \times \frac{4}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{2}{4} = 96$$

(۲) یکان صفر:



$$\frac{5}{-} \times \frac{4}{-} \times \frac{3}{-} \times \frac{1}{0} = 60$$

بنابر اصل جمع، $60 + 96 = 156$ عدد ۴ رقمی زوج با ارقام غیر تکراری و کوچک تر از ۶ داریم.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴۸

می دانیم: قرارداد $0! = 1$

$$(2x - x^2)! = 1 \Rightarrow \begin{cases} 2x - x^2 = 1 \Rightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \Rightarrow (x - 1)^2 = 0 \Rightarrow x = 1 \\ 2x - x^2 = 0 \Rightarrow x^2 - 2x = 0 \Rightarrow x(x - 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \end{cases} \end{cases}$$

بنابراین ۳ مقدار برای x وجود دارد.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴۹

می دانیم: اگر کاری به دو روش قابل انجام باشد که در روش اول m حالت و در روش دوم n حالت داشته باشیم، کل کار مورد نظر به $m + n$ روش قابل انجام است.

رقم صدگان یک رقمی است. بنابراین مجموع ارقام یکان و دهگان باید یک رقمی باشد. بنابراین:

۹	۰
۹	۱
۸	۲
۷	۳
۶	۴
۵	۵
۴	۶
۳	۷
۲	۸
۱	۹

بنابر اصل جمع تعداد حالت های انجام کار مورد نظر برابر است با:

$$9 + 9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 54$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵۰

می دانیم: اگر کاری را بتوان به دو روش انجام داد به طوریکه در روش اول m حالت و در روش دوم n حالت داشته باشیم، کل کار مورد نظر به $m + n$ حالت انجام پذیر است.
اگر کاری دارای شامل ۲ مرحله باشد به طوریکه در مرحله اول m حالت و در مرحله دوم n حالت داشته باشیم، کار مورد نظر به $m \times n$ حالت قابل انجام است.

برای رفتن از A به B ، ۴ حالت و از B به C ، ۳ حالت و از C به D ، ۲ حالت داریم که طبق اصل ضرب $2 \times 3 \times 4 = 24$ حالت برای رفتن داریم.

در مسیر برگشت از هر یک از مسیرهای رفت که آمده باشیم نمی توانیم برگردیم بنابراین برای برگشت از D به C ، ۱ حالت و از C به B ، ۲ حالت و از B به A ، ۳ حالت داریم که بنابر اصل ضرب برای برگشت $1 \times 2 \times 3 = 6$ حالت داریم.

که در مجموع برای رفت و برگشت طبق اصل ضرب $24 \times 6 = 144$ حالت داریم.



۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵۱

می دانیم: اگر کاری را بتوان به دو روش انجام داد به طوریکه در روش اول m حالت و در روش دوم n حالت داشته باشیم، کل کار مورد نظر به $m + n$ حالت انجام پذیر است.
اگر کاری دارای شامل ۲ مرحله باشد به طوریکه در مرحله اول m حالت و در مرحله دوم n حالت داشته باشیم، کار مورد نظر به $m \times n$ حالت قابل انجام است.

اگر تعداد سوالات را n فرض کنیم. هر سوال ۳ حالت پاسخ گویی دارد (گزینه اول، گزینه دوم، هیچ کدام) بنابراین به 3^n حالت می توان به این سوالات پاسخ داد:

$$3^n = 81^5 = 3^n = (3^4)^5 \Rightarrow 3^n = 3^{20} \Rightarrow n = 20$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵۲

می دانیم: تعداد جایگشت های n شی متمایز برابر است با $n!$

۳ خواهر را یک نفر در نظر می گیریم که به همراه ۳ برادر به ۴! حالت می توانند کنار هم قرار بگیرند.
خود ۳ خواهر نیز به ۳! حالت در کنار هم قرار می گیرند.
بنابر اصل ضرب در مجموع $4! \times 3! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 3 \times 2 \times 1 = 144$ حالت داریم.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵۳

می دانیم: تعداد جایگشت های n شی متمایز برابر است با $n!$

برای حرف اول ۲ انتخاب داریم (ی و ن) که به ازای هر انتخاب، ۴ حرف دیگر به ۴! حالت کنار هم قرار می گیرند بنابراین در مجموع $2 \times 4! = 2 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 48$ حالت داریم.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵۴

$$A \begin{cases} \xrightarrow{2} B \xrightarrow{2} E \\ \text{یا} \\ \xrightarrow{1} C \xrightarrow{3} D \xrightarrow{1} E \end{cases} \Rightarrow 2 \times 2 + 1 \times 3 \times 1 = 4 + 3 = 7$$

چون عدد مورد نظر باید زوج باشد و صفر نیز در بین ارقام است. بنابراین دو حالت را در نظر می گیریم:
حالت اول: یکان صفر

$$\underline{4}, \underline{3}, \underline{1} \Rightarrow 4 \times 3 = 12$$

حالت دوم: یکان ۲ یا ۴

$$\underline{3}, \underline{3}, \underline{2} \Rightarrow 3 \times 3 \times 2 = 18$$

در کل طبق اصل جمع $12 + 18 = 30$ حالت داریم.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵۶

$$\binom{n}{3} = \frac{n(n-1)(n-2)}{6}$$

می دانیم:

هر ۳ نفر کلاس اول یا دوم یا سوم باشند:



$$\begin{array}{c} \text{اول} \\ \uparrow \\ \binom{5}{3} \end{array} + \begin{array}{c} \text{دوم} \\ \uparrow \\ \binom{7}{3} \end{array} + \begin{array}{c} \text{سوم} \\ \uparrow \\ \binom{6}{3} \end{array} = \frac{5 \times 4 \times 3}{6} + \frac{7 \times 6 \times 5}{6} + \frac{6 \times 5 \times 4}{6} = 10 + 20 + 35 = 65$$

$$\binom{n}{3} = \frac{n(n-1)}{6} \quad \text{می دانیم: } \boxed{1} \boxed{2} \boxed{3} \boxed{4} \quad \boxed{157}$$

برای تشکیل مثلث باید ۳ نقطه انتخاب کنیم بطوریکه هر ۳ روی یک خط نباشند بنابراین باید ۲ نقطه از خط بالا و یک نقطه از خط پایین یا یک نقطه از خط بالا و ۲ نقطه از خط پایین انتخاب کنیم. داریم:

$$\binom{4}{2} \binom{3}{1} + \binom{4}{1} \binom{3}{2} = \frac{4 \times 3}{2} \times 3 + 4 \times \frac{3 \times 2}{2} = 18 + 12 = 30$$

1 2 3 4 158

$$P(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

$$C(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!r!}$$

می دانیم:

$$C(n+3, 3) = 5P(n+2, 2)$$

$$\frac{n!}{(n+3-3)!3!} = 5 \frac{n!}{(n+2-2)!}$$

$$\frac{n!}{n!3!} = 5 \frac{n!}{n!}$$

$$\frac{n! \times 3 \times 2 \times 1}{(n+3)(n+2)(n+1)} = 5(n+2)(n+1) \Rightarrow \frac{(n+3)(n+2)(n+1)}{(n+2)(n+1)} = 6 \times 5$$

$$\Rightarrow n+3=30 \Rightarrow n=27$$

۱ رمز ۳ رقم دارد که می تواند ۱ رقم یا ۲ رقم زوج باشند و کنار هم قرار نگیرند یا تمام ارقام فرد باشند. 1 2 3 4 159

بنابراین:

جایگاه رقم زوج (اول، دوم، سوم)

$$I) \text{ رقم زوج } 1: \begin{array}{c} 5 \\ \downarrow \\ \text{رقم زوج (ارقام دوم)} \end{array} \times \begin{array}{c} \uparrow \\ 3 \\ \downarrow \\ \text{رقم فرد} \end{array} = 300$$

$$II) \text{ رقم زوج } 2: \begin{array}{c} 5 \\ \downarrow \\ \text{رقم فرد} \end{array} \times \begin{array}{c} \uparrow \\ 3 \\ \downarrow \\ \text{رقم زوج (ارقام اول و سوم)} \end{array} = 100$$

$$III) \text{ رقم فرد } 3: 5 \times 4 \times 2 = 60$$

$$\text{بنابر اصل جمع } 300 + 100 + 60 = 460 \text{ حالت داریم}$$

برای سؤال ۴ گزینه ای هر کدام ۵ حالت (یکی از ۴ گزینه یا بدون پاسخ گذاشتن سؤال) و برای ۴ سؤال ۲ گزینه ای 1 2 3 4 160

هر کدام ۳ حالت (یکی از دو گزینه یا بدون پاسخ گذاشتن سؤال) داریم.



بنابراین برای کل آزمون $5^2 \times 3^4$ حالت داریم.

$$5^2 \times 3^4 = 25 \times 81 = 2025$$

چون عدد موردنظر باید زوج باشد و صفر هم در بین ارقام است، بنابراین دو حالت را در نظر می‌گیریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶۱

حالت اول: یکان صفر

$$\underline{5} \times \underline{4} \times \underline{3} \times \underline{1} = 60$$

حالت دوم: یکان ۲ یا ۴

$$\underline{4} \times \underline{4} \times \underline{3} \times \underline{2} = 96$$

در کل طبق اصل جمع $60 + 96 = 156$ حالت برای عدد موردنظر داریم

می‌دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶۲

$$\Rightarrow n(n-1)(n-2)! = 120 \Rightarrow n! = 120 \Rightarrow n = 5$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶۳

تعداد جایگشت‌های n شی متمایز برابر است با $n!$ می‌دانیم:

حرف آخر e است. برای آن که حروف e و r و u کنار هم باشند، حروف دوم و سوم از آخر باید r و u باشند که ۲! حالت دارند و برای سایر حروف محدودیتی وجود ندارد و خانه‌های اول تا چهارم توسط آن‌ها پر می‌شوند. در مجموع طبق اصل ضرب داریم:

$$4! \times 2! \times 1 = 4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 2 \times 1 \times 1 = 48$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶۴

تعداد جایگشت‌های n شی متمایز برابر است با $n!$ می‌دانیم:

حروف «و» و «م» و یک حرف در وسطشان را که به ۳ طریق قابل انتخاب است، یک بسته در نظر می‌گیریم که با ۲ حرف باقیمانده ۳! حالت دارند. خود «و» و «م» به ۲! حالت جابجا می‌شوند و در مجموع بنابر اصل ضرب داریم:

$$3! \times 3 \times 2 = 6 \times 3 \times 2 = 36$$

برای محاسبه تعداد اعداد ۵ رقمی که حداقل یک رقم تکراری داشته باشند، تعداد اعداد ۵ رقمی که بدون تکرار ارقام هستند را از تعداد کل اعداد ۵ رقمی (با تکرار ارقام) کم کرد. داریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶۵

$$\text{تعداد کل اعداد ۵ رقمی: } \underline{9} \times \underline{10} \times \underline{10} \times \underline{10} \times \underline{10} = 9 \times 10^4 = 90000$$

$$\text{تعداد اعداد ۵ رقمی بدون تکرار ارقام: } \underline{9} \times \underline{9} \times \underline{8} \times \underline{7} \times \underline{6} = 27216$$

$$90000 - 27216 = 62784$$

راه اول: دقیقاً یک مهره سبز و حداقل یک مهره زرد یعنی (یک مهره سبز و یک مهره زرد و ۲ مهره قرمز) یا (یک مهره سبز و ۲ مهره زرد و ۱ مهره قرمز) ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶۶

مهره سبز و ۲ مهره زرد و ۱ مهره قرمز

$$\binom{3}{1} \times \binom{2}{1} \times \binom{5}{2} + \binom{3}{1} \times \binom{2}{2} \times \binom{5}{1} = 3 \times 2 \times \frac{5 \times 4}{2} + 3 \times 1 \times 5 = 60 + 15 = 75$$



راه حل دوم:

ابتدا کل حالاتی که دقیقا یک مهره ی سبز داشته باشیم را حساب می کنیم:

$$\text{مهره سبز: } \binom{3}{1} \binom{7}{3} = \text{---} \times 3 = 105$$

حال از این تعداد به روش متمم تعداد حالاتی که مهره زرد نداشته باشیم را کم می کنیم:

$$1: \text{مهره سبز و 3 مهره قرمز: } \binom{3}{1} \binom{5}{3} = 3 \times 10 = 30$$

حالا مقدار فوق را از کل حالات کم می کنیم:

$$\text{حالت } 105 - 30 = 75$$

$$\binom{n}{r} = \binom{n}{n-r}$$

$$\binom{n}{2} = \frac{n(n-1)}{2}$$

$$\binom{n}{n-1} = n$$

می دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶۷

حداقل ۸ شاخه یعنی ۸ یا ۹ یا ۱۰ شاخه

$$\binom{10}{8} + \binom{10}{9} + \binom{10}{10} = \frac{10 \times 9}{2} + 10 + 1 = 45 + 10 + 1 = 56$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶۸ ابتدا ۴ جای خالی از ۶ جای خالی صف را انتخاب می کنیم که این عمل $\binom{6}{4}$ حالت دارد (در شکل زیر فقط یک

حالت از آن ها نشان داده شده است.) پس:

a, b, e و f را به ۴ حالت در ۴ جای خالی انتخاب شده قرار می دهیم.

$$\begin{array}{ccc} \boxed{a} & - & \boxed{f} & - & \boxed{b} \\ \boxed{a} & - & \boxed{f} & - & \boxed{b} \\ \boxed{f} & - & \boxed{e} & - & \boxed{a} & \boxed{b} \\ \boxed{f} & - & \boxed{e} & - & \boxed{b} \end{array}$$

سپس c و d را به ۲! حالت در خانه های باقی مانده قرار می دهیم.

پس در کل حالات برابر است با:

$$\binom{6}{4} \times 4 \times 2! = \frac{6!}{4! \times 2!} \times 4 \times 2! = 15 \times 4 \times 2 = 120$$

$$\binom{n}{k} = \binom{n}{k} + \binom{n}{k-1}$$

می دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶۹

$$\begin{aligned} & \binom{5}{0} + \binom{5}{1} + \binom{6}{2} + \binom{7}{3} + \dots + \binom{14}{10} - \binom{5}{0} \\ &= \binom{6}{1} + \binom{6}{2} + \binom{7}{3} + \dots + \binom{14}{10} - \binom{5}{0} \\ &= \binom{7}{2} + \binom{7}{3} + \dots + \binom{14}{10} - \binom{5}{0} \\ &\vdots \end{aligned}$$



$$= \binom{14}{9} + \binom{14}{10} - \binom{5}{0} = \binom{15}{10} - \binom{5}{0} = \frac{15!}{10!5!} - 1 = 3003 - 1 = 3002$$

انتخاب r شی از n شی متمایز که ترکیب انتخاب مهم نیست یک ترکیب

$$\binom{n}{r} = \frac{n!}{(n-r)!r!} \text{ می‌داریم}$$

می‌دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۷۰

ابتدا ۳ رشته از ۴ رشته را انتخاب می‌کنیم و سپس از هر رشته یک دبیر:

$$\binom{4}{3} \times \binom{3}{1} \times \binom{3}{1} \times \binom{3}{1} = 4 \times 3 \times 3 \times 3 = 108$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۷۱ برای کاغذ دور گل ۴ حالت و برای برگ تزئینی کنار آن ۳ حالت در اختیار داریم و چون می‌خواهیم روبان صورتی

باشد حالت‌های دیگر (زرد و قرمز) محاسبه نمی‌شوند. بنابراین خواهیم داشت: $4 \times 3 \times 1 = 12$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۷۲

$$\frac{3}{(n-2)!(n-1)!} = \frac{3}{2} = \frac{3}{(n-2)(n-3)! \times (n-1)!} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{3}{n-2} = \frac{3}{2} \Rightarrow 3n - 6 = 2n$$

$$\Rightarrow 3n - 2n = 6 \Rightarrow n = 6$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۷۳ چون عدد باید فرد باشد در خانه‌ی یکان یا ۵ یا ۷ قرار می‌گیرد، پس دو حالت داریم. در خانه‌ی اول سمت چپ

چون عدد باید از ۴۰۰۰ بزرگ‌تر باشد باید ۴ یا بیش‌تر از ۴ باشد که یکی از ارقام ۵ و ۷ را قبلاً انتخاب کردیم، پس ۳ حالت داریم یا ۸ یا ۴ یا یکی از ۵ و ۷ (۲ و صفر نمی‌تواند در خانه‌ی اول باشد).

برای خانه‌ی دوم از سمت چپ، چون از ۶ تا رقم دو رقم استفاده شده، پس ۴ حالت داریم و برای خانه‌ی سوم از سمت چپ به همین ترتیب ۳ رقم باقی می‌ماند.

$$\boxed{3} \boxed{4} \boxed{3} \boxed{2} = 3 \times 4 \times 3 \times 2 = 72$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۷۴ کلیه‌ی اعداد ۳ رقمی زوج با ارقام غیر تکراری که یکان صفر باشد، برابر است با:

$$\boxed{5} \times \boxed{4} \times \boxed{1} = 20$$

↓
صفر قرار دارد.

کلیه‌ی اعداد ۳ رقمی زوج با ارقام غیر تکراری که یکان دو باشد برابر است با: (رقم صدگان صفر نمی‌تواند باشد).

$$\boxed{4} \times \boxed{4} \times \boxed{1} = 16$$

بنابراین $20 + 16 = 36$ عدد وجود دارد.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۷۵ از روش متمم استفاده می‌کنیم. ابتدا تعداد کل حالات اعداد ۵ رقمی را می‌یابیم و سپس تعداد حالت‌هایی را که دو

رقم فرد کنار هم باشند را از آن کم می‌کنیم:

$$5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120 = \text{تعداد کل حالات عدد ۵ رقمی با ارقام داده شده}$$

$$4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24 = \text{تعداد اعداد پنج رقمی وقتی دو رقم فرد کنار هم باشند.} \quad \underbrace{2, 4, 8, \boxed{3, 7}}_{\text{شی ۴}}$$

$$120 - 48 = 72 = \text{تعداد حالات مطلوب}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۷۶ معلمین و معاونین به ترتیب به ۳! و ۲! حالت می‌توانند در کنار هم باشند. از طرفی معلمین می‌توانند در ابتدا



قرار گیرند و معاونین به دنبال آن‌ها و برعکس، پس دو حالت نیز ترتیب آن‌ها را داریم بنابراین خواهیم داشت:

$$\text{تعداد کل حالات} = 2 \times 3! \times 2! = 2 \times (3 \times 2 \times 1) \times (2 \times 1) = 24$$

$$\binom{n}{3} = \frac{n(n-1)(n-2)}{6}$$

می‌دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۷۷

$$(n+2)! = (n+2)(n+1)n!$$

$$\binom{n-2}{n-2} = \binom{5-2}{5-2} = \binom{3}{3} = \frac{3 \times 2 \times 1}{6} = 1$$

$$\binom{n}{2} = \frac{n(n-1)}{2}$$

می‌دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۷۸

از بین بلندترین و کوتاه‌ترین افراد تیم یک نفر و ۲ نفر دیگر را از بین سایر افراد باقیمانده انتخاب می‌کنیم.

$$\binom{2}{1} \binom{12}{2} = 2 \times \frac{12 \times 11}{2} = 132$$

تعداد جایگشت‌های n شی متمایز برابر است با $n!$ می‌دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۷۹

تعداد حالت‌هایی که P و A کنار هم باشند - تعداد کل حالت‌ها = تعداد حالت‌هایی که P و A کنار هم نباشند

P و A را یک حرف در نظر می‌گیریم و جایگشت ۵ حرف را در نظر می‌گیریم که برابر است با $5!$

خود P و A هم به ۲ حالت کنار هم قرار می‌گیرند بنابراین تعداد حالت‌هایی که P و A کنار هم باشند است

$$6! - 5! \times 2 = 720 - 120 \times 2 = 720 - 240 = 480$$

۴ یا ۲ برای زوج بودن، عدد یکان باید زوج باشد یعنی ۲ یا ۴ ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸۰

و برای آنکه رقم سمت چپ اول باشد باید از بین ارقام ۵ یا ۳ یا ۲ انتخاب شود

چون رقم ۲ در هر ۲ جایگاه می‌تواند بنشیند و تکرار ارقام مجاز نیست، ۲ حالت زیر را در نظر می‌گیریم:

حالت اول: ۲ در یکان باشد

$$\frac{2 \times 3 \times 2 \times 1}{3 \times 2 \times 1} = 3 \times 2 \times 2 = 12$$

حالت دوم: ۲ در یکان نباشد

$$\frac{3 \times 3 \times 2 \times 1}{2 \times 3 \times 2} = 3 \times 3 \times 2 = 18$$

در کل طبق اصل جمع $12 + 18 = 30$ حالت داریم.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸۱

می‌دانیم: انتخاب r شی از n شی متمایز که در آنها ترتیب انتخاب اهمیت ندارد، ترکیب r تایی از n شی متمایز نامیده می‌شود که داریم

$$\binom{n}{r} = \frac{n!}{(n-r)!r!}$$



$$\binom{5}{2} + \binom{5}{3} + \binom{5}{4} + \binom{5}{5} = \frac{5 \times 4}{2} + \frac{5 \times 4 \times 3}{6} + 5 + 1 = 10 + 10 + 5 + 1 = 26$$

هریک از رنگ‌ها نیز به تنهایی قابل استفاده است، بنابراین:

$$26 + 5 = 31$$

می‌دانیم $3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$ است. 1 2 3 4 182

$$\text{پس: } \left(\frac{2x}{3} - 3\right)! = 3! \rightarrow \frac{2x}{3} - 3 = 3 \Rightarrow \frac{2x}{3} = 6 \Rightarrow 2x = 18 \Rightarrow x = \frac{18}{2} = 9$$

1 2 3 4 183

$\boxed{SS} \quad \boxed{AA} \quad \boxed{OO} \quad N P R \Rightarrow \text{تعداد جایگشت‌ها} = 6! = 720$

اشئ، اشئ، اشئ

دقت کنید چون حروف داخل مستطیل‌ها یکسان هستند، جابه‌جایی آن‌ها را در داخل مستطیل‌ها در نظر نمی‌گیریم.

1 2 3 4 184

ابتدا حرف S را حذف کرده تعداد دسته‌های سه حرفی بدون S که ترتیب مهم نباشد را می‌نویسیم.

$D A N E S H$

پس از ۵ حرف باقی‌مانده سه حرف انتخاب می‌کنیم (ترتیب مهم نیست)

$$\binom{5}{3} = \binom{5}{2} = \frac{5 \times 4}{2} = 10$$

پس به ۱۰ طریق سه حرف غیر S انتخاب می‌کنیم حال با ۴ حرف می‌شوند و ۴! ترتیب جابه‌جایی آنها است.

پس:

$$10 \times 4! = 10 \times 24 = 240$$

جابه‌جایی ۴ عضو

سه تایی بدون S

1 2 3 4 185



۶ زوج‌ها به‌جز

مشخص‌شده مربع اول

$$5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 29160$$

زوج‌ها به‌جز

رقم مربع اول

رقم غیر صفر

هر تست چهارگزینه‌ای را می‌توان به ۴ حالت پاسخ داد؛ اما برای پاسخ هر سؤال به/خیر، ۳ حالت وجود دارد، 1 2 3 4 186

چون می‌توان هیچ پاسخی به آن‌ها نداد؛ پس با توجه به اصل ضرب داریم:

$$\underbrace{4 \times 4 \times \dots \times 4}_{10 \text{ سؤال ۴ گزینه‌ای}} \times \underbrace{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}_{5 \text{ سؤال ۲ گزینه‌ای}} = 4^{10} \times 3^5$$

۱۰ سؤال ۴ گزینه‌ای

۵ سؤال ۲ گزینه‌ای



۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸۷

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{کل حالات ممکن} \left\{ \begin{array}{l} \boxed{5} \boxed{4} \times \boxed{3} \times \boxed{1} = 20 \\ \downarrow \\ \text{همه به جز صفر} \\ \text{رقم یکان صفر باشد.} \\ \boxed{4} \boxed{4} \times \boxed{3} \times \boxed{1} = 48 \\ \downarrow \\ \text{همه به جز ۵ و صفر} \\ \text{رقم یکان ۵ باشد.} \end{array} \right. \Rightarrow \text{کل حالت ها} : 60 + 48 = 108 \end{array} \right.$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸۸

(۴ نفر تجربی) یا (۳ نفر تجربی و یک نفر ریاضی) → حداقل سه نفر تجربی

$$\Rightarrow \text{تعداد حالات} = \binom{4}{3} \times \binom{3}{1} + \binom{2}{4} = 4 \times 3 + 1 = 13$$

تعداد حالاتی که H و D در کنار هم هستند را از تعداد کل حالات کم می کنیم تا تعداد حالات مورد نظر مسئله به دست آید: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸۹

$$\text{تعداد کل حالات} = 5! = 120$$

$$\begin{array}{c} \text{جایگشت } H \text{ و } D \\ \uparrow \\ \boxed{H, D}, \boxed{A}, \boxed{M}, \boxed{I} \quad \text{تعداد حالات } H \text{ و } D \text{ در کنار هم} \\ \downarrow \\ \text{۴ شیء داریم} \end{array} \quad \Rightarrow 4! = 24$$

$$\Rightarrow 120 - 48 = 72$$

تعداد حالات انتخاب r شیء از n شیء متمایز برابر است با: $\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$ می دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۹۰

از هر رشته حداقل یک نفر، یعنی از یک رشته ۲ نفر و از دو رشته دیگر هر کدام ۱ نفر در کمیته حاضر باشند.

$$\begin{array}{l} \text{حالات ممکن} \left\{ \begin{array}{l} 1 \text{ شیمی دان ، } 1 \text{ فیزیک دان ، } 2 \text{ ریاضیدان} \rightarrow \binom{5}{2} \times \binom{6}{1} \times \binom{4}{1} = 10 \times 6 \times 4 = 240 \\ 1 \text{ شیمی دان ، } 2 \text{ فیزیک دان ، } 1 \text{ ریاضیدان} \rightarrow \binom{5}{1} \times \binom{6}{2} \times \binom{4}{1} = 5 \times 15 \times 4 = 300 \\ 2 \text{ شیمی دان ، } 1 \text{ فیزیک دان ، } 1 \text{ ریاضیدان} \rightarrow \binom{5}{1} \times \binom{6}{1} \times \binom{4}{2} = 5 \times 6 \times 6 = 180 \end{array} \right. \end{array}$$

$$\Rightarrow 240 + 300 + 180 = 720$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۹۱

$\boxed{u i e}, \boxed{t t}, l, b, s$

باید ترکیب زیر را بین حروف داشته باشیم:

$$\Rightarrow \text{تعداد حالات} = 5! \times 3! = 120 \times 6 = 720$$

جایگشت
↓
شیء ۵ e, i, u

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۹۲



mrkonkori

ممکن

یکان صفر باشد: $\begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{|c|} \hline 2 \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{|c|} \hline 3 \\ \hline \end{array} = 6$

یکان 2 باشد: $\begin{array}{|c|} \hline 2 \\ \hline \end{array} \times \frac{2}{\text{دو}} \times \frac{1}{\text{دو}} = 4$

هفت

$6 = 10$

عدد مطلوب به صورت زیر است: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۹۳

$$\frac{2}{2 \cdot 1} \times \underbrace{5 \times 4 \times 3}_{\text{بقیه اعداد}} = 120$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۹۴

کلمه مورد نظر به صورت مقابل است:

m o n , s , t , e , r

تعداد کلمات = $5! \times 3! = 720$

↓ ↓

۵ بسته فوق جایگشت n, o, m

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۹۵

حالات ممکن

$\frac{1}{\text{چهار}} \times \underbrace{\frac{3}{\text{بقيه}} \times \frac{3}{\text{بقيه}}}_{\text{بقيه}} \times \frac{2}{\text{یا 2}} : 3 \times 3 \times 2 = 18$

$\frac{1}{\text{ر}} \times \underbrace{\frac{4}{\text{بقيه}} \times \frac{3}{\text{بقيه}}}_{\text{بقيه}} \times \frac{2}{\text{یا 4}} : 4 \times 3 \times 2 = 24$

$\frac{2}{\text{یا سه}} \times \underbrace{\frac{4}{\text{بقيه}} \times \frac{3}{\text{بقيه}}}_{\text{بقيه}} \times \frac{3}{\text{یا 4 یا 2}} : 2 \times 4 \times 3 \times 3 = 72$

بنابر اصل جمع داریم:

مجموع = $18 + 24 + 72 = 114$

$$C(n, r) = \frac{n!}{r!(n-r)!}, \quad P(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

می دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۹۶

$$2 \times \frac{1}{3!(n-3)!} = 5 \times \frac{1}{(n-2)!} \Rightarrow \frac{2}{6(n-3)!} = \frac{5}{(n-2)(n-3)!}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{5}{n-2} \Rightarrow n-2 = 15 \Rightarrow n = 17$$

$$C(17, 2) = \frac{17 \times 16 \times \cancel{15!}}{2! \times \cancel{15!}} = \frac{17 \times 16}{2 \times \cancel{15!}} = 17 \times 8 = 136$$



تعداد حالات انتخاب r شیء از n شیء متمایز از رابطه

$$\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

می دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۹۷

از هر ضلع یک رأس انتخاب شود: $\binom{3}{1} \times \binom{3}{1} \times \binom{4}{1} = 3 \times 3 \times 4 = 36$

یک ضلع روی AB باشد: $\binom{3}{2} \times \binom{4}{1} + \binom{3}{2} \times \binom{3}{1} = 12 + 9 = 21$

یک ضلع روی AC باشد: $\binom{3}{2} \times \binom{4}{1} + \binom{3}{2} \times \binom{3}{1} = 12 + 9 = 21$

یک ضلع روی BC باشد: $\binom{4}{2} \times \binom{3}{1} + \binom{4}{2} \times \binom{3}{1} = 18 + 18 = 36$

$\Rightarrow$ مجموع حالت ها $= 36 + 21 + 21 + 36 = 114$

تعداد حالات انتخاب r شیء از n شیء متمایز

$$\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

می دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۹۸

هر مستطیل از برخورد دو خط افقی و دو خط عمودی تشکیل می شود:

خطوط عمودی خطوط افقی

$$\binom{5}{2} \times \binom{7}{2} = \frac{5!}{2! \times 3!} \times \frac{7!}{2! \times 5!} = 10 \times 21 = 210$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۹۹

شامل صفر باشد: $\binom{5}{2} \times \binom{4}{2} \times 4! = 10 \times 6 \times 24 = 60 \times 24$

چیدن ربع ها مرزها

شامل صفر نباشد: $\binom{5}{2} \times \binom{4}{1} \times 3 \times 3 \times 2 \times 1 = 10 \times 4 \times 18 = 40 \times 24$

چیدن بقیه
همه جز صفر

$\Rightarrow$ مجموع $= 60 \times 24 + 40 \times 18 = 2160$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰۰

$$= \left(\begin{matrix} \text{حالات انتخاب ۱ زوج} \\ \text{از ۶ زوج} \end{matrix} \right) \times \left(\begin{matrix} \text{حالات انتخاب ۳ زوج} \\ \text{از ۵ زوج باقی مانده} \end{matrix} \right) \times \left(\begin{matrix} \text{انتخاب ۱ نفر از هر یک} \\ \text{از ۳ خانواده} \end{matrix} \right)$$

$$= \binom{6}{1} \times \binom{5}{3} \times 2 \times 2 \times 2 = 6 \times 10 \times 8 = 480$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰۱



رستوران ۱ : $\square \times \square \times \square = 160$
 رستوران ۲ : $\square \times \square \times \square = 90$

مجموع = 250

دقت کنید که حرف «ی» اگر در آخر کلمه بیاید، نقطه ندارد و در غیر این صورت ۲ نقطه دارد.

چیدن ۵ حرف
 $\binom{4}{3} \times 5! = 4 \times 120 = 480$
 انتخاب ۳ حرف از ۴ حرف باقی مانده
 چیدن همه جز «ی»
 $\binom{4}{2} \times 4! = 6 \times 24 = 144$
 انتخاب ۲ حرف از ۴ حرف باقی مانده
 $5! - 4! = 96$
 «ی» در آخر است - جایگشت ۵ حرف باقی مانده : «ز»، «خ»، «ی» نباشند
 و «ی» باشد و حرف آخر هم نباشد.

$\Rightarrow \text{مجموع} = 480 + 144 + 96 = 720$

$n! = n(n-1)!$ می دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰۳

$13(13! + 12!) = 13(13 \times 12! + 12!) = 13 \times 12!(13 + 1) = 12! \times 13 \times 14 = 14! \Rightarrow n = 14$

$C(n, r) = \frac{n!}{r!(n-r)!}$, $P(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!}$ می دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰۴

$\frac{n!}{(n-4)!} = 60 \times \frac{n!}{(n-4)! \times 2!} \Rightarrow n! = 30(n-2)!$

$\Rightarrow n(n-1)(n-2)! = 30(n-2)! \Rightarrow n(n-1) = 30 \Rightarrow n^2 - n - 30 = 0$

$\rightarrow (n-6)(n+5) = 0 \rightarrow \begin{cases} n = \\ n = -5 \end{cases}$ غ ق ۵

تعداد حالات انتخاب r شیء از n شیء متمایز
 از رابطه $\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$ می دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰۵

آن دو نوع گل خاص را از ۸ نوع گل حذف می کنیم. حال باید ۴ نوع گل را از ۶ نوع باقی مانده انتخاب کنیم:

$\binom{6}{4} = \frac{6!}{4! \times 2!} = \frac{6 \times 5}{2} = 15$



۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰۶

$$\underline{\quad} \underline{\quad} \underline{\quad} = ۶۰$$

با ۵ حرف مذکور، به این ترتیب می توان کلمات ۳ حرفی با حروف متمایز ساخت:

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰۷

مسیر حرکت از A به C به یکی از دو صورت زیر است:

$$A \rightarrow C : \begin{cases} A \rightarrow D \rightarrow C \Rightarrow ۲ \times ۲ = ۴ \\ \Rightarrow ۲ + ۴ = ۶ \end{cases}$$

و مسیرهای برگشت هم عبارت اند از:

$$C \rightarrow A : \begin{cases} C \rightarrow E \rightarrow R \rightarrow A \Rightarrow ۱ + ۲ = ۳ \\ C \rightarrow F \rightarrow R \rightarrow A \Rightarrow ۱ + ۲ = ۳ \end{cases}$$

و تعداد کل حالات طبق اصل ضرب برابر با $۳ \times ۶ = ۱۸$ است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰۸

حروف «ط» و «ی» و «س» را به هم وصل می کنیم:

س، ی، ط، ا، ن، غ، م

این ۵ شیء به ۵ حالت در کنار هم ظاهر می شوند. از طرفی «ط» و «ی» و «س» هم به اندازه ۳! حالت، جایگشت دارند، پس:

$$۵! \times ۳! = ۱۲۰ \times ۶ = ۷۲۰$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰۹ عدد ۶ رقمی مطلوب، به صورت زیر است:

$$\frac{۴}{\text{همه به جز صفر و یکان}} \times \underbrace{\frac{۴}{\text{بقیه}} \times \frac{۳}{\text{بقیه}} \times \frac{۲}{\text{بقیه}} \times \frac{۱}{\text{بقیه}}}_{\text{بقیه}} \times \frac{۳}{۹ \times ۵ \times ۱} = ۲۸۸$$

تعداد حالات انتخاب r شیء از n شیء متمایز

$$\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۱۰ می دانیم:

$$n(\text{حداکثر یک زن}) = n(\text{هیچ زن}) + n(\text{۱ زن})$$

$$= \binom{۴}{۳} + \binom{۲}{۱} \times \binom{۴}{۲} = ۴ + ۲ \times ۶ = ۴ + ۱۲ = ۱۶$$

$\downarrow$ $\downarrow$ $\downarrow$
 ۳ مرد ۱ زن ۲ مرد

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۱۱

$$n(S) = \overbrace{۲ \times ۲}^{\text{دو سکه}} \times \overbrace{۶}^{\text{تاس}} = ۲۴$$

$$n(\text{حداقل یک سکه رو بیاید}) = n(S) - n(\text{هیچ سکه ای رو نیاید}) = ۲۴ - \overset{\uparrow}{۱} \times \overset{\uparrow}{۱} \times \overset{\uparrow}{۶} = ۱۸$$

$$\Rightarrow P(\text{حداقل ۱ سکه رو بیاید}) = \frac{۱۸}{۲۴} = \frac{۳}{۴}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۱۲ عدد مطلوب به صورت زیر است:



mrkonkori

$$\frac{1}{\text{مثل یکان}} \times \frac{10}{\text{همه}} \times \frac{4}{\text{به جز صفر}} = 40$$

تعداد حالات انتخاب r شیء از n شیء متمایز

$$\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

می دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۱۳

حالات

$$\begin{aligned} & \text{جایگشت 3 نفر} \uparrow \times 3! = \boxed{} \times 3! = 9 \times 8 \times 7 = 504 \\ & \text{3 نفر از 9 نفر باقی مانده} \uparrow \\ & \text{علی انتخاب نشود} : \left(\frac{9}{3} \right) \times 3! = \boxed{} \times 3! = 504 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{جایگشت 2 نفر} \downarrow \times 2! = \boxed{} \times 2! = 9 \times 8 = 72 \\ & \text{2 نفر از 9 نفر} \downarrow \\ & \text{علی انتخاب شود} : \left(\frac{9}{2} \right) \times 2! = \boxed{} \times 2! = 72 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \text{مجموع حالات} = 504 + 72 = 576$$

دقت کنید که اگر علی انتخاب شود، حتماً باید رئیس باشد، ولی دو نفر دیگر می توانند در سمت های دیگر جابه جا شوند.

کتاب ها به صورت زیر در قفسه قرار گیرند: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۱۴

شیمی، ریاضی، ریاضی، شیمی، ریاضی، ریاضی، شیمی، ریاضی، ریاضی، شیمی

$$\text{تعداد حالات} = 6! \times 4!$$

↓ ↓
ریاضی شیمی

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۱۵

$$\text{تعداد حالات} = \binom{6}{4} \times 3! \times 2! = 15 \times 6 \times 2 = 180$$

↓ ↓ ↓
انتخاب ۴ جایگاه برای e, c, b, a در جایگاه اول e حرف باقی مانده

قرار گرفتن e, c, b, a در سه جایگاه باقی مانده

تعداد حالات انتخاب r شیء از n شیء متمایز

$$\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

می دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۱۶

AC روی یک رأس، AB روی یک رأس، دو رأس روی BC و یک رأس روی BC : $\left(\frac{1}{1} \right) \times \left(\frac{2}{2} \right) \times \left(\frac{3}{1} \right) = 1 \times 1 \times 3 = 3$

AC روی یک رأس، AB روی یک رأس، دو رأس روی BC و دو رأس روی BC : $\left(\frac{1}{1} \right) \times \left(\frac{2}{1} \right) \times \left(\frac{3}{2} \right) = 1 \times 2 \times 3 = 6$

AC روی یک رأس، AB روی یک رأس، دو رأس روی BC و دو رأس روی AC : $\left(\frac{2}{2} \right) \times \left(\frac{3}{2} \right) = 1 \times 3 = 3$

$$\text{مجموع} = 3 + 6 + 3 = 12$$



کتاب‌ها باید به صورت زیر قرار گیرند: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۱۷

۳ کتاب ریاضی و ۴ کتاب فیزیک

$$\Rightarrow \text{تعداد حالات} = \frac{3!}{\downarrow \text{جایگشت کتاب های ریاضی}} \times \frac{4!}{\downarrow \text{جایگشت کتاب های فیزیک}} \times \frac{2!}{\downarrow \text{جابه جایی گروه ریاضی با فیزیک}}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۱۸

$$\text{تعداد حالات} = \frac{5^4}{\downarrow \text{هر پسر ۵ انتخاب دارد.}} \times \frac{4}{\downarrow \text{انتخاب های اولین دختر}} \times \frac{3}{\downarrow \text{انتخاب های دومین دختر}} \times \frac{2}{\downarrow \text{انتخاب های سومین دختر}} = 5^3 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 = 5^3 \times 5!$$

تعداد حالات انتخاب r شیء از n شیء متمایز

$$\left(\begin{matrix} n \\ r \end{matrix} \right) = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

می دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۱۹

اگر حروف I, T, E, R را بچینیم، S ‌ها باید در مکان های قرار گیرند:



$$\Rightarrow \text{تعداد حالات} = \frac{5!}{\downarrow \text{انتخاب ۳ مکان برای قرار گرفتن S ها}} \times \frac{4!}{\uparrow \text{جایگشت I, T, E, R}} = 24 \times 10 = 240$$

دقت کنید که چون S ‌ها مشابهند، برای آن‌ها جایگشت نمی نویسیم.

تعداد حالات انتخاب r شیء از n شیء متمایز

$$\left(\begin{matrix} n \\ r \end{matrix} \right) = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

می دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۲۰

$$\text{هیچ یک از دو نفر دعوت نشوند} : \left(\begin{matrix} 8-2 \\ 5 \end{matrix} \right) = \left(\begin{matrix} 6 \\ 5 \end{matrix} \right) = 6$$

$$\text{فقط نفر اول دعوت شود} : \left(\begin{matrix} 8-2 \\ 5-1 \end{matrix} \right) = \left(\begin{matrix} 6 \\ 4 \end{matrix} \right) = 15$$

$$\text{فقط نفر دوم دعوت شود} : \left(\begin{matrix} 8-2 \\ 5-1 \end{matrix} \right) = \left(\begin{matrix} 6 \\ 4 \end{matrix} \right) = 15$$

$$\Rightarrow \text{مجموع حالات} = 6 + 15 + 15 = 36$$



پاسخنامه کلیدی

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴
۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۶	۱	۲	۳	۴
۲۷	۱	۲	۳	۴
۲۸	۱	۲	۳	۴
۲۹	۱	۲	۳	۴
۳۰	۱	۲	۳	۴
۳۱	۱	۲	۳	۴
۳۲	۱	۲	۳	۴
۳۳	۱	۲	۳	۴
۳۴	۱	۲	۳	۴
۳۵	۱	۲	۳	۴

۳۶	۱	۲	۳	۴
۳۷	۱	۲	۳	۴
۳۸	۱	۲	۳	۴
۳۹	۱	۲	۳	۴
۴۰	۱	۲	۳	۴
۴۱	۱	۲	۳	۴
۴۲	۱	۲	۳	۴
۴۳	۱	۲	۳	۴
۴۴	۱	۲	۳	۴
۴۵	۱	۲	۳	۴
۴۶	۱	۲	۳	۴
۴۷	۱	۲	۳	۴
۴۸	۱	۲	۳	۴
۴۹	۱	۲	۳	۴
۵۰	۱	۲	۳	۴
۵۱	۱	۲	۳	۴
۵۲	۱	۲	۳	۴
۵۳	۱	۲	۳	۴
۵۴	۱	۲	۳	۴
۵۵	۱	۲	۳	۴
۵۶	۱	۲	۳	۴
۵۷	۱	۲	۳	۴
۵۸	۱	۲	۳	۴
۵۹	۱	۲	۳	۴
۶۰	۱	۲	۳	۴
۶۱	۱	۲	۳	۴
۶۲	۱	۲	۳	۴
۶۳	۱	۲	۳	۴
۶۴	۱	۲	۳	۴
۶۵	۱	۲	۳	۴
۶۶	۱	۲	۳	۴
۶۷	۱	۲	۳	۴
۶۸	۱	۲	۳	۴
۶۹	۱	۲	۳	۴
۷۰	۱	۲	۳	۴

۷۱	۱	۲	۳	۴
۷۲	۱	۲	۳	۴
۷۳	۱	۲	۳	۴
۷۴	۱	۲	۳	۴
۷۵	۱	۲	۳	۴
۷۶	۱	۲	۳	۴
۷۷	۱	۲	۳	۴
۷۸	۱	۲	۳	۴
۷۹	۱	۲	۳	۴
۸۰	۱	۲	۳	۴
۸۱	۱	۲	۳	۴
۸۲	۱	۲	۳	۴
۸۳	۱	۲	۳	۴
۸۴	۱	۲	۳	۴
۸۵	۱	۲	۳	۴
۸۶	۱	۲	۳	۴
۸۷	۱	۲	۳	۴
۸۸	۱	۲	۳	۴
۸۹	۱	۲	۳	۴
۹۰	۱	۲	۳	۴
۹۱	۱	۲	۳	۴
۹۲	۱	۲	۳	۴
۹۳	۱	۲	۳	۴
۹۴	۱	۲	۳	۴
۹۵	۱	۲	۳	۴
۹۶	۱	۲	۳	۴
۹۷	۱	۲	۳	۴
۹۸	۱	۲	۳	۴
۹۹	۱	۲	۳	۴
۱۰۰	۱	۲	۳	۴
۱۰۱	۱	۲	۳	۴
۱۰۲	۱	۲	۳	۴
۱۰۳	۱	۲	۳	۴
۱۰۴	۱	۲	۳	۴
۱۰۵	۱	۲	۳	۴

۱۰۶	۱	۲	۳	۴
۱۰۷	۱	۲	۳	۴
۱۰۸	۱	۲	۳	۴
۱۰۹	۱	۲	۳	۴
۱۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۱۹	۱	۲	۳	۴
۱۲۰	۱	۲	۳	۴
۱۲۱	۱	۲	۳	۴
۱۲۲	۱	۲	۳	۴
۱۲۳	۱	۲	۳	۴
۱۲۴	۱	۲	۳	۴
۱۲۵	۱	۲	۳	۴
۱۲۶	۱	۲	۳	۴
۱۲۷	۱	۲	۳	۴
۱۲۸	۱	۲	۳	۴
۱۲۹	۱	۲	۳	۴
۱۳۰	۱	۲	۳	۴
۱۳۱	۱	۲	۳	۴
۱۳۲	۱	۲	۳	۴
۱۳۳	۱	۲	۳	۴
۱۳۴	۱	۲	۳	۴
۱۳۵	۱	۲	۳	۴
۱۳۶	۱	۲	۳	۴
۱۳۷	۱	۲	۳	۴
۱۳۸	۱	۲	۳	۴
۱۳۹	۱	۲	۳	۴
۱۴۰	۱	۲	۳	۴



۱۴۱	۱	۲	۳	۴
۱۴۲	۱	۲	۳	۴
۱۴۳	۱	۲	۳	۴
۱۴۴	۱	۲	۳	۴
۱۴۵	۱	۲	۳	۴
۱۴۶	۱	۲	۳	۴
۱۴۷	۱	۲	۳	۴
۱۴۸	۱	۲	۳	۴
۱۴۹	۱	۲	۳	۴
۱۵۰	۱	۲	۳	۴
۱۵۱	۱	۲	۳	۴
۱۵۲	۱	۲	۳	۴
۱۵۳	۱	۲	۳	۴
۱۵۴	۱	۲	۳	۴
۱۵۵	۱	۲	۳	۴
۱۵۶	۱	۲	۳	۴
۱۵۷	۱	۲	۳	۴
۱۵۸	۱	۲	۳	۴
۱۵۹	۱	۲	۳	۴
۱۶۰	۱	۲	۳	۴

۱۶۱	۱	۲	۳	۴
۱۶۲	۱	۲	۳	۴
۱۶۳	۱	۲	۳	۴
۱۶۴	۱	۲	۳	۴
۱۶۵	۱	۲	۳	۴
۱۶۶	۱	۲	۳	۴
۱۶۷	۱	۲	۳	۴
۱۶۸	۱	۲	۳	۴
۱۶۹	۱	۲	۳	۴
۱۷۰	۱	۲	۳	۴
۱۷۱	۱	۲	۳	۴
۱۷۲	۱	۲	۳	۴
۱۷۳	۱	۲	۳	۴
۱۷۴	۱	۲	۳	۴
۱۷۵	۱	۲	۳	۴
۱۷۶	۱	۲	۳	۴
۱۷۷	۱	۲	۳	۴
۱۷۸	۱	۲	۳	۴
۱۷۹	۱	۲	۳	۴
۱۸۰	۱	۲	۳	۴

۱۸۱	۱	۲	۳	۴
۱۸۲	۱	۲	۳	۴
۱۸۳	۱	۲	۳	۴
۱۸۴	۱	۲	۳	۴
۱۸۵	۱	۲	۳	۴
۱۸۶	۱	۲	۳	۴
۱۸۷	۱	۲	۳	۴
۱۸۸	۱	۲	۳	۴
۱۸۹	۱	۲	۳	۴
۱۹۰	۱	۲	۳	۴
۱۹۱	۱	۲	۳	۴
۱۹۲	۱	۲	۳	۴
۱۹۳	۱	۲	۳	۴
۱۹۴	۱	۲	۳	۴
۱۹۵	۱	۲	۳	۴
۱۹۶	۱	۲	۳	۴
۱۹۷	۱	۲	۳	۴
۱۹۸	۱	۲	۳	۴
۱۹۹	۱	۲	۳	۴
۲۰۰	۱	۲	۳	۴

۲۰۱	۱	۲	۳	۴
۲۰۲	۱	۲	۳	۴
۲۰۳	۱	۲	۳	۴
۲۰۴	۱	۲	۳	۴
۲۰۵	۱	۲	۳	۴
۲۰۶	۱	۲	۳	۴
۲۰۷	۱	۲	۳	۴
۲۰۸	۱	۲	۳	۴
۲۰۹	۱	۲	۳	۴
۲۱۰	۱	۲	۳	۴
۲۱۱	۱	۲	۳	۴
۲۱۲	۱	۲	۳	۴
۲۱۳	۱	۲	۳	۴
۲۱۴	۱	۲	۳	۴
۲۱۵	۱	۲	۳	۴
۲۱۶	۱	۲	۳	۴
۲۱۷	۱	۲	۳	۴
۲۱۸	۱	۲	۳	۴
۲۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۲۰	۱	۲	۳	۴