



RIA2ISRA

سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور
نمونه سوالات امتحانات ریاضی
نرم افزارهای ریاضیات

و...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

هواحق

"ریاضیا"

((چهل تست))

تمامی تست های سراسری، سنجش و گزینه ۲ از سال ۸۰ الی ۹۸

علی فقیهی

دبیر ریاضی ناحیه ۴ استان قم

۰۹۱۹۸۶۹۰۴۵۰

تلگرام و اینستاگرام

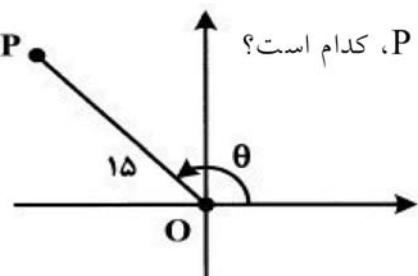
@aliifaghihi

دانلود از سایت ریاضی سرا

www.riazisara.ir

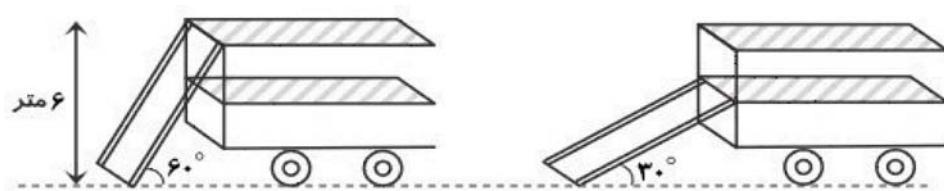
۱- در شکل زیر $\sin \theta = \frac{4}{5}$, $OP = 15$ است. حاصل جمع طول و عرض نقطه P, کدام است؟

- (۱) ۳
(۲) ۹
(۳) ۱۵
(۴) ۲۱



آزمایشی سنجش = دهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۲- برای قراردادن خودروها در یک ماشین خودروبر، از یک سطح شیب دار استفاده می کنند. اگر بعد از پر شدن طبقه بالا بخواهیم طبقه پایین را پر کنیم، سطح شیب دار باید با زاویه ۳۰ درجه مطابق شکل قرار بگیرد. پای سطح شیب دار بعد از پر شدن طبقه پایین پر کردن طبقه پایین چند متر روی زمین جایه جا می شود؟

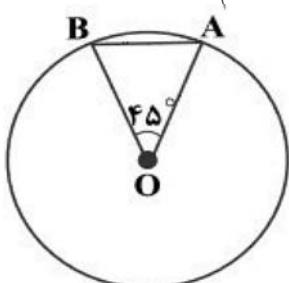


- (۱) $6 - 4\sqrt{3}$
(۲) $2\sqrt{3}$
(۳) $6 - 2\sqrt{3}$
(۴) ۶

آزمونهای گزینه ۲ = دهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۳- در شکل زیر O مرکز دایره است. اگر مساحت مثلث OAB برابر $\sqrt{2}$ باشد، مساحت دایره کدام است؟

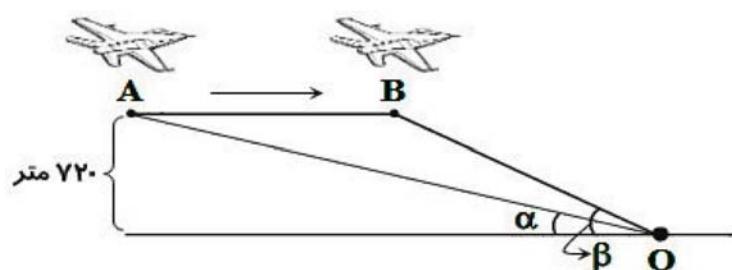
- (۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}\pi$
(۲) 2π
(۳) $\sqrt{2}\pi$
(۴) 4π



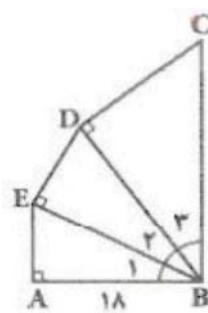
آزمونهای گزینه ۲ = دهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۴- مطابق شکل، هواپیمای دشمن موازی سطح زمین در ارتفاع ۷۲۰ متری در حال حرکت است. اگر پدافند هوایی (نقطه O) این هواپیما را در دو لحظه مختلف با زاویه های α و β مشاهده کند، به طوری که $\tan \alpha = \frac{1}{3}$ و $\tan \beta = \frac{1}{4}$ هواپیما در این مدت چند متر حرکت کرده است؟

- (۱) ۴۰۰
(۲) ۵۴۰
(۳) ۶۰۰
(۴) ۸۰۰



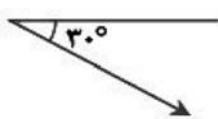
آزمونهای گزینه ۲ = دهم => سال تحصیلی ۹۵-۹۶



آزمایشی سنجش = دهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۵- در شکل رو به رو، اگر $\widehat{B}_1 = \widehat{B}_2 = \widehat{B}_3 = 30^\circ$ و $AB = 18$ باشد، مساحت شکل کدام است؟

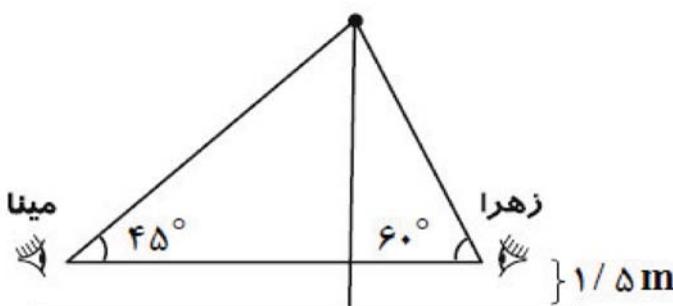
- (۱) $111\sqrt{3}$
 (۲) $222\sqrt{3}$
 (۳) $333\sqrt{3}$
 (۴) $444\sqrt{3}$



آزمونهای گزینه ۲ = دهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۶- یک موشک از ارتفاع ۲۰۰۰ متری با زاویه 30° نسبت به افق به سمت زمین شلیک می شود. در صورتی که زاویه تغییر نکند، پس از پیمودن چند متر این موشک به زمین برخورد می کند؟

- (۱) $2000\sqrt{3}$
 (۲) 2000
 (۳) $4000\sqrt{3}$
 (۴) 4000



آزمونهای گزینه ۲ = دهم <= سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۷- زهرا و مینا که قد هر کدام $1/5$ متر است، به فاصله $27+9\sqrt{3}$ متری از یکدیگر در یک

نمایشگاه ایستاده‌اند. بین این دو نفر یک تیرک قرار دارد. زهرا و مینا سر تیرک را مطابق شکل با زاویه‌های 60° و 45° نسبت به افق می‌بینند. ارتفاع تیرک چقدر است؟

- (۱) $15/5$
 (۲) 20
 (۳) $28/5$
 (۴) 27

۸- اندازه‌ی دو قطر از متوازی‌الاضلاع 12 و $8\sqrt{3}$ واحد است. این دو قطر با زاویه‌ی 60° درجه متقطع هستند. مساحت این متوازی‌الاضلاع کدام است؟

- (۱) 48
 (۲) 54
 (۳) 64
 (۴) 72

کنکورهای خارج از کشور = سراسری = تجربی

۹- یک موشک در ارتفاع 20 متری از سطح زمین، با زاویه‌ی 45° پرتاب می‌شود. پس از طی 2000 متر با همین زاویه، موشک به چه ارتفاعی از سطح زمین می‌رسد؟

- (۱) $2000\sqrt{2} + 20$
 (۲) $1000\sqrt{2} + 20$
 (۳) $2000 + 2\sqrt{2}$
 (۴) 2020

آزمونهای گزینه ۲ = دهم <= سال تحصیلی ۹۵-۹۶

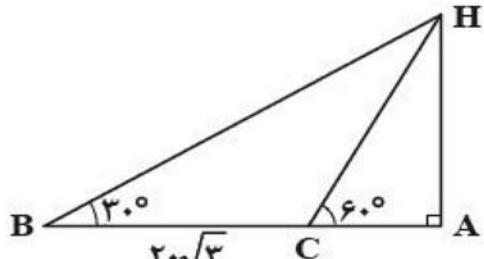
۱۰- در کدام یک از گزینه‌ها، همه مقادیر داده شده تعریف شده هستند؟

- (۱) $\cot 270^\circ, \frac{1}{\sin 180^\circ}, \tan 0^\circ$
 (۲) $\cot 180^\circ, \frac{1}{\cos 360^\circ}, \tan 360^\circ$
 (۳) $\cot 90^\circ, \frac{1}{\cos 180^\circ}, \tan 180^\circ$
 (۴) $\cot 90^\circ, \frac{1}{\sin 180^\circ}, \tan 90^\circ$

آزمونهای گزینه ۲ = دهم <= سال تحصیلی ۹۵-۹۶

- ۱۱- مساحت یک شش ضلعی منتظم برابر $54\sqrt{3}$ است. طول ضلع این شش ضلعی کدام است؟
- (۱) $3\sqrt{3}$ (۲) $6\sqrt{3}$ (۳) 6 (۴) 4

آزمونهای گزینه ۲ = دهم < سال تحصیلی ۹۶-۹۷



- ۱۲- در شکل مقابل، اندازه AH کدام است؟

- (۱) ۶۰ (۲) ۲۰ (۳) ۳۰ (۴) ۴۰

آزمونهای گزینه ۲ = دهم < سال تحصیلی ۹۶-۹۷

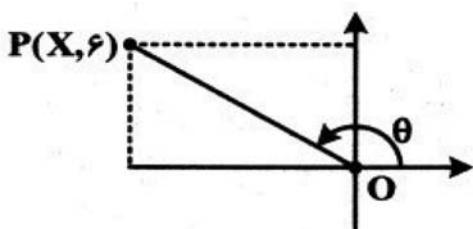
- ۱۳- مساحت مثلث متساوی الساقینی برابر ۳۶ است. اگر اندازه ساق مثلث برابر ۱۲ باشد، اندازه زوایای مجاور دو ساق مثلث، کدام زوایا می‌تواند باشد؟

- (۱) $15^\circ, 30^\circ, 45^\circ$ (۲) $15^\circ, 30^\circ, 60^\circ$ (۳) $15^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ (۴) $15^\circ, 75^\circ, 75^\circ$

آزمایشی سنجش = دهم < سال تحصیلی ۹۶-۹۷

- ۱۴- در شکل زیر، $\tan \theta = \frac{3}{5}$ و نقطه $P = (x, 6)$ است. مقدار $\sin \theta$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) $-\frac{3}{4}$ (۳) $-\frac{2}{3}$ (۴) $-\frac{4}{5}$



آزمایشی سنجش = دهم < سال تحصیلی ۹۷-۹۸

- ۱۵- سینوس زوایه 60° ، چند برابر کتانژانت زوایه 60° است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{2}{5}$

آزمونهای گزینه ۲ = دهم < سال تحصیلی ۹۷-۹۸

- ۱۶- اگر برای زوایه α $\sin \alpha + \cos \alpha > 0$ باشد، آنگاه حدود زوایه α کدام است؟

- (۱) $-90^\circ < \alpha < 90^\circ$ (۲) $-45^\circ < \alpha < 135^\circ$ (۳)

- (۴) $135^\circ < \alpha < 315^\circ$ (۵) $-90^\circ < \alpha < 270^\circ$

آزمایشی سنجش = دهم < سال تحصیلی ۹۷-۹۸

- ۱۷- کدام یک از نامساوی‌های زیر درست است؟

- (۱) $\sin 10^\circ > \sin 70^\circ$

- (۲) $\cos 10^\circ < \cos 70^\circ$

$$\cos 10^\circ < \cos 70^\circ \quad (۲)$$

$$\cos(-90^\circ) < \cos 150^\circ \quad (۴)$$

آزمونهای گزینه ۲ = دهم < سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۱۸- اگر $\frac{3m-2}{4} \leq \sin \theta < \frac{3}{4}$ و $30^\circ < \theta < 135^\circ$ ، آنگاه حدود m کدام است؟

$$0 \leq m < 2 \quad (4)$$

$$\frac{1}{2} < m \leq 1 \quad (3)$$

$$\frac{4}{3} < m \leq 2 \quad (2)$$

$$\frac{1}{2} < m < \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (1)$$

آزمونهای گزینه ۲ = سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۱۹- اگر $\cos \alpha \cot \alpha < 0$ ، انتهای کمان α در کدام ناحیه قرار دارد؟

۴) چهارم

۳) سوم

۲) دوم

۱) اول

آزمونهای گزینه ۲ = سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۲۰- خط d با جهت مثبت محور X ها زاویه 120° می سازد و محور y ها را در 60° - قطع می کند. این خط محور X ها را در کدام نقطه قطع می کند؟

$$-\sqrt{3} \quad (4)$$

$$-2\sqrt{3} \quad (3)$$

$$-\frac{\sqrt{3}}{3} \quad (2)$$

$$-\frac{2\sqrt{3}}{3} \quad (1)$$

آزمایشی سنجش = سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۲۱- اگر خط $y = \sqrt{3}x + 2$ را رسم کنیم، زاویه‌ی آن با جهت مثبت محور طولها کدام است؟

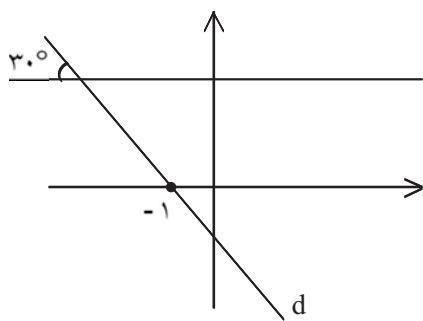
۴) 90°

۳) 45°

۲) 30°

۱) 60°

آزمونهای گزینه ۲ = سال تحصیلی ۹۷-۹۸



۲۲- با توجه به شکل، عرض از مبدأ خط d ، کدام است؟

$$-\sqrt{3} \quad (1)$$

$$\sqrt{3} \quad (2)$$

$$-\frac{\sqrt{3}}{3} \quad (3)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{3} \quad (4)$$

آزمایشی سنجش = سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۲۳- اگر خط $y = x + 1$ را حول محل تقاطع آن با محور طولها 150° در جهت مثبت مثلثاتی دوران دهیم، معادله خط به دست آمده کدام است؟

$$y = \sqrt{3}x + \sqrt{3} \quad (2)$$

$$y = \sqrt{3}x + 1 \quad (4)$$

$$3y = \sqrt{3}x + \sqrt{3} \quad (1)$$

$$3y = \sqrt{3}x + 1 \quad (3)$$

آزمونهای گزینه ۲ = سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۲۴- خطی که زاویه آن با جهت مثبت محور X ها 45° بوده و از نقطه (۲ ، ۳) عبور کند، محور y ها را با چه عرضی قطع می کند؟

۴) صفر

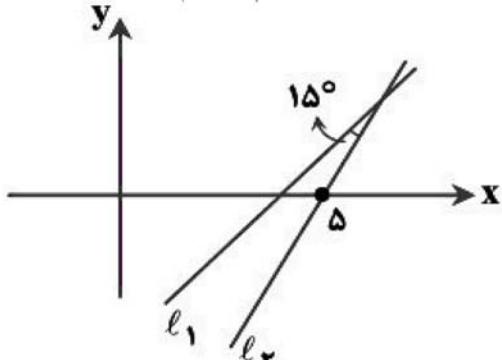
۵) ۳

-۱) ۲

۱) ۱

آزمونهای گزینه ۲ = سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۲۵- مطابق شکل، خط ℓ_1 به معادله $5\sqrt{3}x - 3y = 5$ با خط ℓ_2 با زاویه 15° می‌سازد. معادله خط ℓ_2 کدام است؟



$$y - \sqrt{3}x + 5\sqrt{3} = 0 \quad (1)$$

$$y + \sqrt{3}x - 5\sqrt{3} = 0 \quad (2)$$

(۳)

$$y = x + 5 \quad (4)$$

آزمونهای گزینه ۲ = دهم = سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۲۶- نقاط $(5, 1)$ و $(0, 2)$ روی سهمی $y = ax^2 + bx + c$ قرار دارند. اگر خطی که رأس سهمی را به مبدأ مختصات وصل می‌کند، با جهت مثبت محور x ها زاویه‌ی 45° بسازد، مقدار $a + b + c$ کدام است؟

۴

۳

۲

۱

آزمایشی سنجش = دهم = سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۲۷- خط d به معادله $2ax + by = 2$ ، خط $y = 3$ را در نقطه به طول 4 - قطع می‌کند. اگر عرض از مبدأ این خط برابر 1 باشد، زاویه میان این خط با جهت مثبت محور X ها، کدام است؟

۱۵۰°

۱۳۵°

۴۵°

۳۰°

آزمایشی سنجش = دهم = سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۲۸- اگر α زاویه‌ای در ناحیه دوم مثلثاتی باشد، $\tan \alpha = -\frac{3}{5}$ و $\cos \alpha = -\frac{3}{5}$ کدام است؟

$\frac{2}{5}$

$-\frac{4}{3}$

۳

$-\frac{4}{5}$

آزمونهای گزینه ۲ = دهم = سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۲۹- اگر $m = 3 \cot \theta$ و θ زاویه‌ای در ناحیه سوم مثلثاتی باشد، حاصل عبارت $A = \sqrt{m^2 + 9}$ کدام است؟

$-\frac{3}{\sin \theta}$

$3 \cos \theta$

$-(3 \cot \theta + 3)$

$\frac{3}{\cos \theta}$

آزمونهای گزینه ۲ = دهم = سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۳۰- حاصل $\frac{\sin 10^\circ}{1 + \cos 10^\circ}$ چند برابر $\frac{1 - \cos 10^\circ}{\sin 10^\circ}$ است؟

$\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\sqrt{2}$

-۱

۱

آزمونهای گزینه ۲ = دهم = سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۳۱- اگر $\cot x = \frac{2a}{1-a}$ و $\tan x = \frac{a^2 - 1}{a}$ ، مقدار a کدام است؟

$-\frac{3}{2}$

$\frac{3}{2}$

$-\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$

آزمونهای گزینه ۲ = دهم = سال تحصیلی ۹۶-۹۷

-۳۲- اگر θ در ربع چهارم و $\cos\theta = \frac{4}{5}$ باشد، حاصل کدام است؟

$$\frac{25}{12} (4)$$

$$-\frac{12}{25} (3)$$

$$-\frac{5}{8} (2)$$

$$\frac{8}{5} (1)$$

آزمایشی سنجش = دهم => سال تحصیلی ۹۵-۹۶

-۳۳- اگر $\operatorname{tg}x = A$ باشد، حاصل کدام است؟

$$1 - A^2 (4)$$

$$1 + A^2 (3)$$

$$A^2 - 1 (2)$$

$$A^2 (1)$$

آزمایشی سنجش = دهم => سال تحصیلی ۹۵-۹۶

-۳۴- اگر $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ و $\cos\alpha - \sin\alpha$ مقدار $\tan\alpha = \frac{-3}{4}$ کدام است؟

$$-\frac{1}{5} (4)$$

$$\frac{1}{5} (3)$$

$$-\frac{7}{5} (2)$$

$$\frac{7}{5} (1)$$

آزمونهای گزینه ۲ = دهم => سال تحصیلی ۹۶-۹۷

-۳۵- اگر $\sin x + \cos x = \frac{2}{5}$ باشد حاصل $(\cos^4 x - \sin^4 x)^2$ کدام است؟

$$\frac{184}{625} (4)$$

$$\frac{46}{625} (3)$$

$$\frac{184}{25} (2)$$

$$\frac{46}{25} (1)$$

آزمایشی سنجش = دهم => سال تحصیلی ۹۶-۹۷

-۳۶- اگر $\sin x(1 + \operatorname{cotg}x) + \cos^3 x(1 + \operatorname{tg}x)$ باشد، حاصل عبارت $\sin x + \cos x = \frac{3}{5}$ کدام است؟

$$\frac{3}{5} (4)$$

$$\frac{2}{5} (3)$$

$$\frac{1}{2} (2)$$

$$1 (1)$$

آزمایشی سنجش = دهم => سال تحصیلی ۹۶-۹۷

-۳۷- اگر $\cos x \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 x} > \sqrt{1 + \sin x}$ باشد، انتهای کمان x در کدام ناحیه است؟

$$4) \text{ چهارم}$$

$$3) \text{ سوم}$$

$$2) \text{ دوم}$$

$$1) \text{ اول}$$

آزمایشی سنجش = دهم => سال تحصیلی ۹۵-۹۶

-۳۸- در مثلث قائم الزاویه $\hat{B} = 90^\circ$ ، $A\hat{B}C$ است. مقدار عبارت زیر، کدام است؟

$$\frac{2 \left[\sin\left(\frac{A+C}{2}\right) + \cos\left(\frac{A+C}{2}\right) \right] + \sin^4 B + \cos^4 B}{\sqrt{2}(\sin^2 A + \sin^2 B + \sin^2 C) + \sin(A+C)}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} (4)$$

$$\sqrt{2} (3)$$

$$1 (2)$$

$$\frac{1}{2} (1)$$

آزمایشی سنجش = دهم => سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۳۹- اگر انتهای کمان α در ناحیه اول مثلثاتی و $\cos\alpha = A$ باشد، حاصل عبارت زیر، کدام است؟

$$\frac{A^2 + 1}{A} \quad (۴)$$

$$\frac{1 - A^2}{A} \quad (۳)$$

$$2\sqrt{1 - A^2} \quad (۲)$$

$$2A \quad (۱)$$

آزمایشی سنجش = دهم <= سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۴۰- اگر $\cos\alpha = \sqrt{\frac{\cot\alpha}{\cot\alpha - 1}}$ باشد، آنگاه انتهای کمان α در کدام ناحیه قرار دارد؟

(۴) چهارم

(۳) سوم

(۲) دوم

(۱) اول

آزمایشی سنجش = دهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

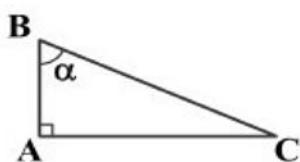
$$\left\{ \begin{array}{l} \sin \theta = \frac{y}{r} = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} = \frac{4}{5} \\ r^2 = x^2 + y^2 \Rightarrow x^2 + y^2 = 15^2 = 225 \end{array} \right. \Rightarrow \frac{y}{15} = \frac{4}{5} \Rightarrow y = 12$$

قابل قبول است

$$12 + (-9) = 3$$

۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

نکته: در مثلث قائم الزاویه شکل مقابل داریم:



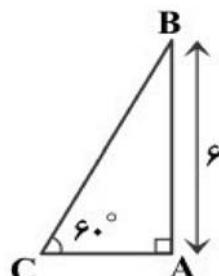
$$\sin \alpha = \frac{\text{طول ضلع مقابل}}{\text{طول وتر}} = \frac{AC}{BC}$$

$$\cos \alpha = \frac{\text{طول ضلع مجاور}}{\text{طول وتر}} = \frac{AB}{BC}$$

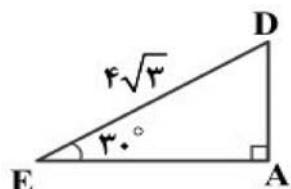
$$\tan \alpha = \frac{\text{طول ضلع مقابل}}{\text{طول ضلع مجاور}} = \frac{AC}{AB}$$

$$\cot \alpha = \frac{\text{طول ضلع مجاور}}{\text{طول ضلع مقابل}} = \frac{AB}{AC}$$

در حالت اول (پر شدن طبقه‌ی بالایی) با استفاده از نسبت‌های مثلثاتی داریم:



با استفاده از اطلاعات بالا برای شکل دوم (حالت پر کردن طبقه‌ی پایین) داریم:



$$\cos 30^\circ = \frac{AE}{DE} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{AE}{4\sqrt{3}} \Rightarrow AE = 6$$

بنابراین این سطح شیبدار روی زمین به اندازه‌ی $2\sqrt{3} - 6$ حرکت کرده است.

- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

نکته: در هر مثلث با معلوم بودن مقادیر طول دو ضلع مثلث و اندازه‌ی زاویه‌ی بین آن‌ها داریم:

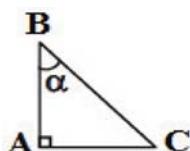
$$S_{\widehat{ABC}} = \frac{1}{2} \times AB \times BC \times \sin \widehat{B}$$

در شکل داده شده OA و OB شعاع‌های دایره هستند و با هم برابرند. اگر اندازه‌ی شعاع x باشد، با توجه به نکته می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} S_{\widehat{OAB}} &= \frac{1}{2} \times OA \times OB \times \sin \widehat{O} = \sqrt{2} \Rightarrow \frac{1}{2} \times x \times x \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} \\ \Rightarrow x^2 &= 4 \Rightarrow x = \pm 2 \end{aligned}$$

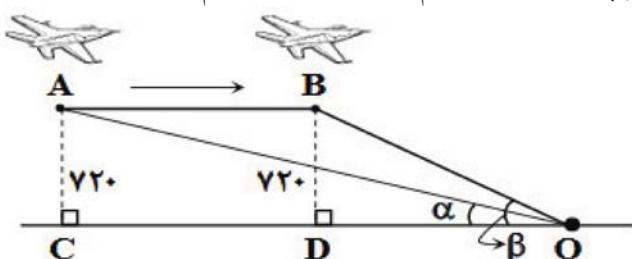
چون شعاع دایره نمی‌تواند منفی باشد، پس شعاع دایره ۲ است و مساحت آن برابر با $\pi \times 2^2 = 4\pi$ دایره داریم.

- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نکته: در مثلث قائم‌الزاویه ABC داریم:



$$\tan \alpha = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}} = \frac{AC}{AB}$$

مطابق شکل رویه‌رو، O پدافند هوایی و AB مسیر حرکت هواییما است. با رسم AC و BD داریم:



$$\triangle OBD: \tan \beta = \frac{BD}{OD} \Rightarrow OD = \frac{720}{0/4} = 1800$$

$$\triangle OAC: \tan \alpha = \frac{AC}{OC} \Rightarrow OC = \frac{720}{0/3} = 2400$$

بنابراین مسافتی که هواییما در این مدت طی کرده است، برابر است با:
 $AB = CD = OC - OD = 2400 - 1800 = 600$

۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

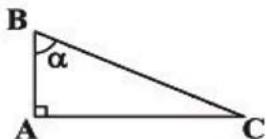
$$\cos 30^\circ = \frac{AB}{BE} = \frac{18}{BE} \Rightarrow BE = \frac{18}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{18}{\sqrt{3}} = 12\sqrt{3} \Rightarrow AE = 6\sqrt{3}$$

$$\cos 30^\circ = \frac{BC}{AC} = \frac{48}{BC} \Rightarrow BC = \frac{48}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 16\sqrt{3} \Rightarrow CD = 8\sqrt{3}$$

$$\text{مساحت شکل} = \frac{8\sqrt{3} \times 24}{2} + \frac{12 \times 12\sqrt{3}}{2} + \frac{18 \times 6\sqrt{3}}{2}$$

$$= 96\sqrt{3} + 72\sqrt{3} + 54\sqrt{3} = 222\sqrt{3}$$

بنابراین:



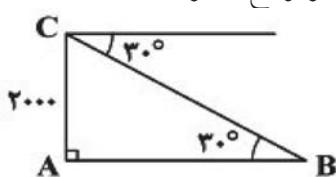
۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نکته: در مثلث قائم‌الزاویه شکل مقابل داریم:

$$\sin \alpha = \frac{\text{طول ضلع مقابل}}{\text{طول وتر}} = \frac{AC}{BC} \quad \tan \alpha = \frac{\text{طول ضلع مقابل}}{\text{طول ضلع مجاور}} = \frac{AC}{AB}$$

$$\cos \alpha = \frac{\text{طول ضلع مجاور}}{\text{طول وتر}} = \frac{AB}{BC} \quad \cot \alpha = \frac{\text{طول ضلع مجاور}}{\text{طول ضلع مقابل}} = \frac{AB}{AC}$$

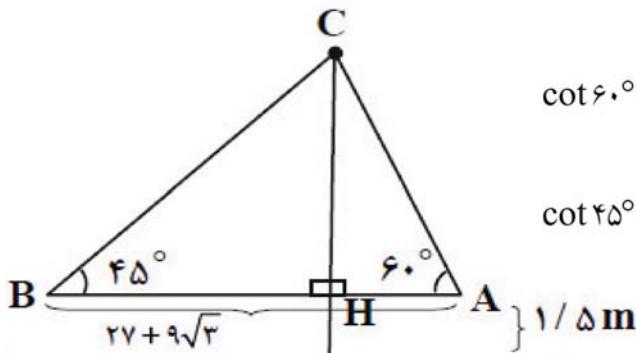
نکته: نسبت‌های مثلثاتی زوایای ۳۰°، ۴۵° و ۶۰° به صورت زیر است:

چون موشک با افق زاویه ۳۰° می‌سازد، پس $\hat{B} = 30^\circ$. مسافتی که موشک طی می‌کند در واقع اندازه BC است.



$$\sin \hat{B} = \frac{AC}{BC} \xrightarrow{\hat{B} = 30^\circ} \frac{AC}{BC} = \frac{2000}{\frac{1}{2}} = \frac{2000}{BC} \Rightarrow BC = 4000$$

- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. فرض می‌کنیم A و B چشمان زهرا و مینا و C سر تیرک باشد، داریم:



$$\cot 60^\circ = \frac{AH}{CH} \Rightarrow AH = CH \times \cot 60^\circ \Rightarrow AH = \frac{\sqrt{3}}{3} CH$$

$$\cot 45^\circ = \frac{BH}{CH} \Rightarrow BH = CH \times \cot 45^\circ \Rightarrow BH = CH$$

با جمع دو رابطه بالا داریم:

$$AH + CH = CH + \frac{\sqrt{3}}{3} CH = CH \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{3} \right) = \frac{3 + \sqrt{3}}{3} CH$$

بنابراین:

$$27 + 9\sqrt{3} = \frac{3 + \sqrt{3}}{3} CH \Rightarrow CH = \frac{3(27 + 9\sqrt{3})}{(3 + \sqrt{3})} = 3 \times 9 \frac{(3 + \sqrt{3})}{(3 + \sqrt{3})} = 27$$

ارتفاع تیرک با اضافه کردن طول قد به این مقدار حاصل می‌شود. پس طول تیرک برابر $\frac{1}{5} + 27 = 28\frac{1}{5}$ است.

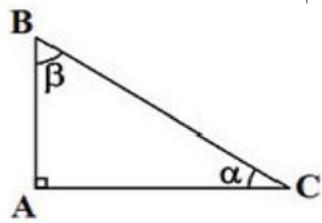
- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$S = \frac{1}{2} \times 6 \times 4\sqrt{3} \times \sin 60^\circ = \frac{1}{2} \times 6 \times 4\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 18$$

$$S = \frac{1}{2} \times 6 \times 4\sqrt{3} \times \sin 120^\circ = \frac{1}{2} \times 6 \times 4\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 18$$

$$4 \times 18 = 72$$

۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نکته: در مثلث قائم‌الزاویه $\triangle ABC$ با زاویه‌ی قائمه‌ی A داریم:

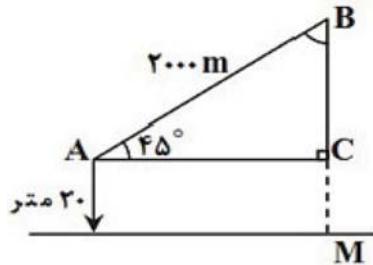


$$\cos \alpha = \frac{\text{ضلع مجاور}}{\text{وتر}} = \frac{AC}{BC}, \cos \beta = \frac{AB}{BC}$$

مطابق شکل ارتفاع موشک از سطح زمین برابر است با:

$$BM = BC + CM$$

برای به دست آوردن طول BM ، نیاز به طول BC داریم. مطابق نکته در مثلث قائم‌الزاویه ABC داریم:



$$\sin 45^\circ = \frac{BC}{AB} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{BC}{200} \Rightarrow BC = 100\sqrt{2}$$

بنابراین ارتفاع موشک از سطح زمین برابر است با:

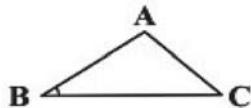
$$BM = 100\sqrt{2} + 20$$

۱۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. در گزینه سوم تمام مقادیر تعریف شده هستند.

$$\tan 180^\circ = 0, \cot 0^\circ = \frac{1}{0} = \infty, \cot 90^\circ = 0$$

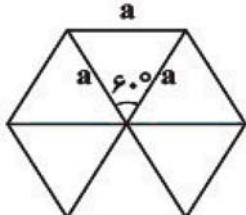
در گزینه اول، $\cot 180^\circ$ و در گزینه دوم ($\sin 180^\circ = 0$ است)، و در گزینه چهارم $\tan 90^\circ$ تعریف نشده هستند.

۱۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. راه حل اول:
نکته: مساحت مثلث ABC برابر است با:



$$S = \frac{1}{2} \times AB \times BC \times \sin \hat{B}$$

مطابق شکل رو به رو، مساحت هر شش ضلعی منتظم، ۶ برابر مساحت یک متساوی الاضلاع است، پس اگر طول شش ضلعی را a در نظر بگیریم، خواهیم داشت:



$$S = 6 \times \frac{1}{2} \times a \times a \times \sin 60^\circ = 3a^2 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

مساحت شش ضلعی برابر $54\sqrt{3}$ است، بنابراین:

$$\frac{3\sqrt{3}}{2} a^2 = 54\sqrt{3} \Rightarrow a^2 = 36 \Rightarrow a = 6$$

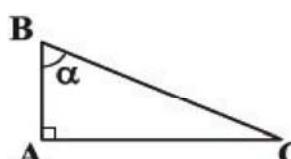
راه حل دوم:

نکته: مساحت هر مثلث متساوی الاضلاع با ضلع a برابر $\frac{\sqrt{3}}{4} a^2$ است.

یک شش ضلعی منتظم از ۶ مثلث متساوی الاضلاع تشکیل شده است. بنابراین مطابق نکته داریم:

$$6 \times \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = 54\sqrt{3} \Rightarrow a^2 = 36 \Rightarrow a = 6$$

۱۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نکته: در مثلث قائم الزاویه شکل مقابل داریم:



$$\sin \alpha = \frac{\text{طول ضلع مقابل}}{\text{طول وتر}} = \frac{AC}{BC} \tan \alpha = \frac{\text{طول ضلع مجاور}}{\text{طول وتر}} = \frac{AC}{AB}$$

$$\cos \alpha = \frac{\text{طول ضلع مقابل}}{\text{طول وتر}} = \frac{AB}{BC} \cot \alpha = \frac{\text{طول ضلع مجاور}}{\text{طول وتر}} = \frac{AB}{AC}$$

فرض کنیم $AC = x$ ، به کمک تعریف نسبت‌های مثلثاتی داریم:

$$\begin{aligned} AHB: \tan 30^\circ &= \frac{AH}{AB} = \frac{AH}{20\sqrt{3} + x} \\ \Rightarrow AH &= (20\sqrt{3} + x) \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 20 + \frac{x\sqrt{3}}{3} \quad (*) \\ AHC: \tan 60^\circ &= \frac{AH}{AC} = \frac{AH}{x} \Rightarrow AH = x\sqrt{3} \\ \Rightarrow x &= \frac{AH}{\sqrt{3}} \end{aligned}$$

با جایگذاری این مقدار در (*) داریم:

$$AH = 20 + \frac{AH}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \frac{2}{3}AH = 20 \Rightarrow AH = 30$$

۱۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$ABC \triangle = \frac{1}{2} \times AB \times AC \times \sin A^\circ$$

$$ABC \triangle = \frac{1}{2} \times 12 \times 12 \times \sin A^\circ = 36$$

در نتیجه:

$$\hat{B} = \hat{C} = \frac{180^\circ - 30^\circ}{2} = 75^\circ$$

یا:

$$\sin A^\circ = \frac{36}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2} = \sin 150^\circ \Rightarrow \hat{A} = 150^\circ$$

$$\hat{B} = \hat{C} = \frac{180^\circ - 150^\circ}{2} = 15^\circ$$

۱۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\sin \theta = \frac{y}{r} = \frac{3}{5} = \frac{6}{10} \Rightarrow y = 6, r = 10$$

$$10^2 = x^2 + 6^2 \Rightarrow x^2 = 100 - 36 = 64 \Rightarrow x = \pm 8$$

نقطه p در ناحیه دوم است بنابراین $-8 = x$ قابل قبول است.

$$\tan \theta = \frac{y}{x} = \frac{6}{-8} = -\frac{3}{4}$$

۱۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

نکته: نسبت‌های مثلثاتی زوایای $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ به صورت زیر است:

θ	30°	45°	60°	θ	30°	45°	60°
$\sin \theta$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\tan \theta$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	۱	$\sqrt{3}$
$\cos \theta$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\cot \theta$	$\sqrt{3}$	۱	$\frac{\sqrt{3}}{3}$

$$\frac{\sin 60^\circ}{\cot 60^\circ} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{3}} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{\sin 60^\circ}{\cot 60^\circ} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{3}} = \frac{3}{2}$$

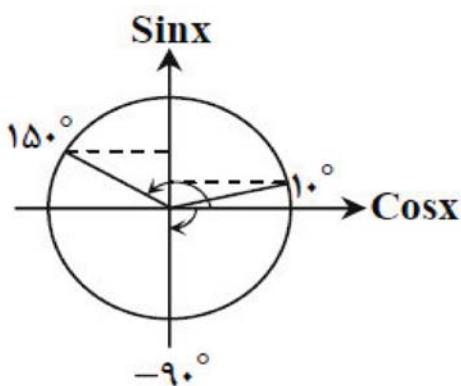
۱۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} \sin \alpha + \cos \alpha = 0 &\Rightarrow \begin{cases} \sin \alpha = -\cos \alpha \\ \cos \alpha = -\sin \alpha \end{cases} \\ \alpha = 135^\circ, \quad \alpha = 315^\circ \end{aligned}$$

$$\sin 135^\circ + \cos 315^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$\sin 135^\circ + \cos 315^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

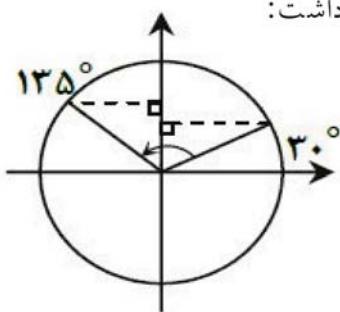
$$-45^\circ < \alpha < 135^\circ$$



۱۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. به بررسی هریک از گزینه‌ها می‌پردازیم: مطابق دایرهٔ مثلثاتی در ربع اول با افزایش زاویه، مقدار سینوس افزایش و مقدار کسینوس کاهش می‌یابد پس باید در گزینه ۱، $\sin 10^\circ < \sin 70^\circ$ و در گزینه ۲ $\cos 10^\circ < \cos 70^\circ$ باشد. به کمک دایرهٔ مثلثاتی و مقایسهٔ مقادیر $\sin 10^\circ$ و $\sin 150^\circ$ واضح است که $\sin 150^\circ > \sin 10^\circ$ همچنین داریم: $\cos(-90^\circ) = 0 > \cos 150^\circ$. بنابراین تنها گزینه ۳ درست است.

۱۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. وقتی زاویه θ بین 30° تا 135° باشد، از 90° نیز عبور می‌کند، پس بیشترین مقدار $\sin \theta$ برابر ۱ می‌شود. از طرفی از روی شکل مشخص است که $\sin 30^\circ$ از $\sin 135^\circ$ کمتر است. پس کمترین مقدار

به ازای $\sin 30^\circ < \theta < 135^\circ$ از مقدار $\frac{1}{2} = \sin 30^\circ$ بزرگتر است. در نتیجه خواهیم داشت:



$$\begin{aligned} \frac{1}{2} < \sin \theta < 1 &\Rightarrow \frac{1}{2} < \frac{3m-2}{4} \leq 1 \\ \frac{3m-2}{4} \leq 1 &\Rightarrow 3m-2 \leq 4 \Rightarrow 3m \leq 6 \Rightarrow m \leq 2 \\ \frac{1}{2} < \frac{3m-2}{4} &\Rightarrow 2 < 3m-2 \Rightarrow 4 < 3m \Rightarrow \frac{4}{3} < m \end{aligned} \Rightarrow \frac{4}{3} < m \leq 2$$

۱۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

نکته: علامت نسبت‌های مثلثاتی در نواحی مختلف به صورت زیر است:

	ربع اول	ربع دوم	ربع سوم	ربع چهارم
$\sin\theta$	+	+	-	-
$\cos\theta$	+	-	-	+
$\tan\theta$	+	-	+	-
$\cot\theta$	+	-	+	-

$$\frac{\sin\alpha < 0}{\sin\alpha \cos\alpha > 0} \rightarrow \cos\alpha < 0$$

با توجه به اینکه $\cos\alpha < 0$ و $\sin\alpha < 0$ ، از نکته بالا نتیجه می‌گیریم که α در ناحیه سوم قرار دارد.

۲۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$(0, -6) \in d$$

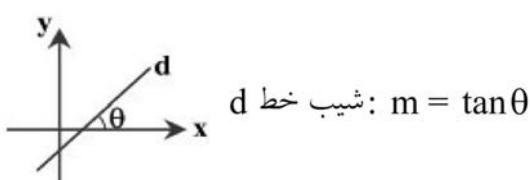
$$m = \tan 120^\circ = -\tan 60^\circ = -\sqrt{3}$$

$$y - (-6) = -\sqrt{3}(x - 0) \Rightarrow y = -\sqrt{3}x - 6 \quad \text{معادله خط } d$$

$$y = -\sqrt{3}x - 6 = 0 \Rightarrow x = \frac{6}{-\sqrt{3}} \times \frac{1}{\sqrt{3}} = -2\sqrt{3}$$

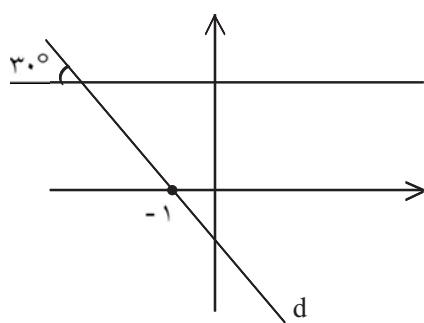
۲۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

نکته: شیب یک خط برابر تانژانت زاویه‌ای است که خط با جهت مثبت محور X‌ها می‌سازد.



$$\tan\alpha = \sqrt{3} \Rightarrow \alpha = 60^\circ \text{ است، پس مطابق نکته می‌توان نوشت: } y = \sqrt{3}x + 2$$

۲۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



$$\left\{ \begin{array}{l} m = \tan(180^\circ - 30^\circ) = -\tan 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{3} \\ (-1, 0) \in d \end{array} \right.$$

$$y - 0 = -\frac{\sqrt{3}}{3}(x - (-1))$$

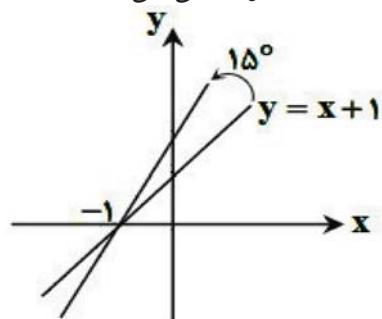
$$y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x - \frac{\sqrt{3}}{3}$$

در نتیجه:

بنابراین:

یعنی عرض از مبدأ خط d برابر $\frac{\sqrt{3}}{3}$ است.

۲۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نکته: شیب هر خطی که محور افقی را قطع می‌کند، برابر است با تانژانت زاویه بین آن خط و جهت مثبت محور افقی. به عبارت دیگر، اگر α زاویه‌ای باشد که خط با جهت مثبت محور افقی می‌سازد، آنگاه:

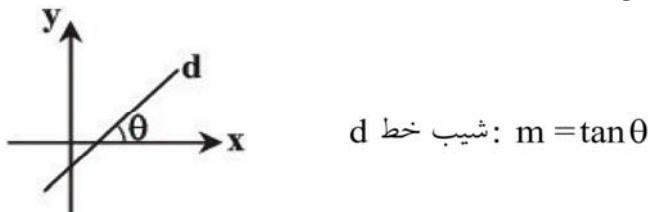


شیب خط $y = x + 1$ برابر ۱ است. بنابراین مطابق نکته، زاویه‌ای که با محور افقی می‌سازد، برابر است با $\tan \alpha = 1 \Rightarrow \alpha = 45^\circ$. اگر این خط را به اندازه 15° در جهت مثبت مثلثاتی دوران دهیم، زاویه‌ای که خط جدید با محور افقی می‌سازد برابر $45^\circ + 15^\circ = 60^\circ$ می‌باشد. پس شیب آن $\tan 60^\circ = \sqrt{3}$ است. از طرفی مطابق شکل هر دو خط از نقطه $(-1, 0)$ می‌گذرند، پس معادله خط جدید عبارت است از:

$$y = \sqrt{3}x + b \xrightarrow{(-1, 0)} 0 = -\sqrt{3} + b \Rightarrow b = \sqrt{3}$$

بنابراین: $y = \sqrt{3}x + \sqrt{3}$

- ۲۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نکته ۱: شیب یک خط برابر تانژانت زاویه‌ای است که خط با جهت مثبت محور X ها می‌سازد.



نکته ۲: معادله خط گذرا از نقطه (x_1, y_1) با شیب m به صورت $y - y_1 = m(x - x_1)$ است.
مطابق نکته ۱، شیب خط مورد نظر برابر $1 = \tan 45^\circ$ است. از طرفی خط از نقطه $A(3, 2)$ عبور می‌کند. پس
مطابق نکته ۲ معادله آن عبارت است از:

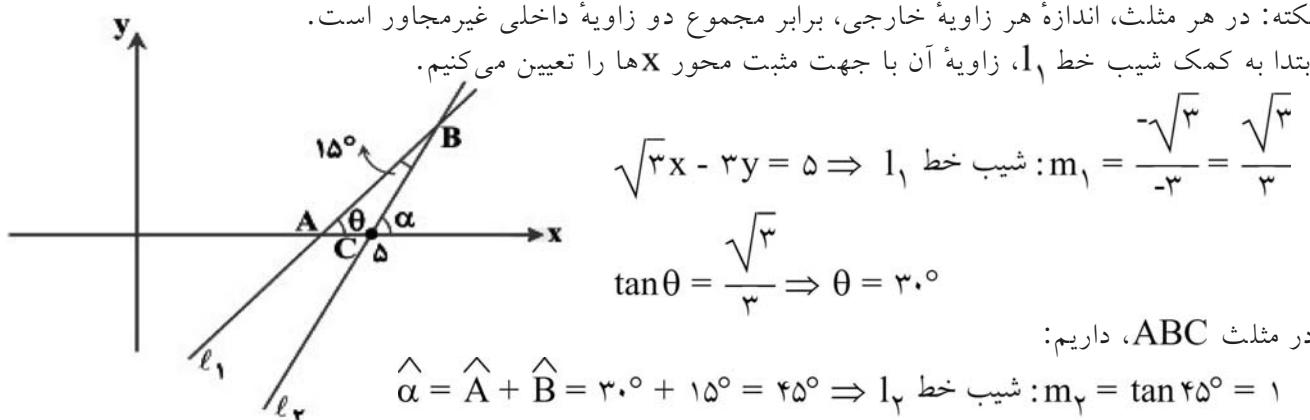
$$y - 2 = 1(x - 3) \Rightarrow y = x - 1$$

برای یافتن محل تلاقی با محور y ها، کافیست در معادله مقدار $x = 0$ را قرار دهیم:

$$x = 0 \Rightarrow y = -1$$

- ۲۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نکته: شیب یک خط برابر تانژانت زاویه‌ای است که خط با جهت مثبت محور X ها می‌سازد.

نکته: معادله خط گذرا از نقطه (x_1, y_1) با شیب m به صورت $y - y_1 = m(x - x_1)$ است.
نکته: در هر مثلث، اندازه هر زاویه خارجی، برابر مجموع دو زاویه داخلی غیرمجاور است.
ابتدا به کمک شیب خط l_1 ، زاویه آن با جهت مثبت محور X ها را تعیین می‌کنیم.



$$y - 0 = 1(x - 5) \Rightarrow y = x - 5$$

۲۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.
نقطه‌ی (۲, ۰) روی سهمی قرار دارد.

نقطه‌ی (۵, -۱) روی سهمی قرار دارد.
در نتیجه:

معادله‌ی خطی که از مبدأ و از رأس سهمی می‌گذرد

$$m = \tan 45^\circ = 1 \Rightarrow y = x \\ \text{مختصات نقطه‌ی رأس سهمی} \\ (x_*, y_*) = \left(-\frac{b}{2a}, \frac{-b^2 + 4ac}{4a} \right)$$

$$\frac{y_*}{x_*} = \frac{\frac{-b^2 + 4ac}{4a}}{\frac{-b}{2a}} = \frac{-b^2 + 4ac}{-2b} = 1 \Rightarrow \frac{-b^2 + 4(b+3)(2)}{-2b} = 1$$

بنابراین:
 $-b^2 + 8b + 24 = -2b \Rightarrow b^2 - 10b - 24 = 0 \Rightarrow (b - 12)(b + 2) = 0$

در نتیجه:
 $\begin{cases} b = 12 \Rightarrow a = 15 \Rightarrow a + b + c = 15 + 12 + 2 = 29 \\ b = -2 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow a + b + c = 1 - 2 + 2 = 1 \end{cases}$

با توجه به گزینه‌ها، گزینه ۱ درست است.

۲۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$y = -\frac{2a}{b}x + \frac{c}{b} \Rightarrow \frac{c}{b} = -1 \Rightarrow b = -2 \Rightarrow -2a + 3(-2) = 2 \Rightarrow a = -1$$

$$y = -x - 1 \Rightarrow m = -1 = \tan\left(\frac{3\pi}{4}\right) \Rightarrow \alpha = \frac{3\pi}{4} = 135^\circ$$

- ۲۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

نکته: اگر زاویه α در ناحیه دوم باشد، مقدار $\sin \alpha$ مثبت و مقادیر $\cos \alpha$ ، $\tan \alpha$ و $\cot \alpha$ منفی است.
راه حل اول: ابتدا مقدار $\sin \alpha$ را به دست می آوریم، داریم:

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \sin^2 \alpha + \left(-\frac{3}{5}\right)^2 = 1 \Rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{16}{25} \Rightarrow \sin \alpha = \pm \frac{4}{5}$$

مطابق نکته، مقدار $\sin \alpha = -\frac{4}{5}$ قابل قبول نیست، بنابراین داریم:

راه حل دوم:

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \theta}$$

با جایگذاری مقدار $\cos \alpha$ داریم:

$$\tan^2 \alpha = \frac{1}{\left(-\frac{3}{5}\right)^2} - 1 \Rightarrow \tan^2 \alpha = \frac{25}{9} - 1 \Rightarrow \tan^2 \alpha = \frac{16}{9} \Rightarrow \tan \alpha = \pm \frac{4}{3}$$

با توجه به این که α در ربع دوم واقع است، مقدار $\tan \alpha = -\frac{4}{3}$ قابل قبول می باشد.

$$1 + \cot^2 \theta = \frac{1}{\sin^2 \theta}$$

- ۲۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$A = \sqrt{(3 \cot \pi)^2 + 9} = \sqrt{9 \cot^2 \theta + 9} = \sqrt{9(\cot^2 \theta + 1)} = \sqrt{\frac{9}{\sin^2 \theta}} = \frac{3}{|\sin \theta|}$$

از آنجایی که θ زاویه‌ای در ناحیه سوم مثلثاتی است، داریم:

- ۳۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$1 - \cos^2 \theta = \sin^2 \theta$$

$$\frac{1 - \cos 10^\circ}{\sin 10^\circ} = \frac{(1 - \cos 10^\circ)(1 + \cos 10^\circ)}{\sin 10^\circ \times \sin 10^\circ} = \frac{1 - \cos^2 10^\circ}{\sin^2 10^\circ} = \frac{\sin^2 10^\circ}{\sin^2 10^\circ} = 1$$

۳۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

نکته: $\tan x \cdot \cot x = 1$

$$\tan x \cot x = 1 \Rightarrow \frac{a^2 - 1}{a} \times \frac{2a}{1-a} = 1 \Rightarrow \frac{(a-1)(a+1)(2a)}{a(1-a)} = 1 \xrightarrow{a \neq 0, 1} -2(a+1) = 1$$

$$\Rightarrow a+1 = -\frac{1}{2} \Rightarrow a = -\frac{3}{2}$$

۳۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. از این‌که $\tg \theta \cdot \Cotg \theta = 1$ پس:

$$\tg^2 \theta + \Cotg^2 \theta = 2 \Rightarrow \tg^2 \theta = \Cotg^2 \theta + 2 \tg \theta \Cotg \theta = (\tg \theta + \Cotg \theta)^2$$

در نتیجه

$$\sqrt{\tg^2 \theta + \Cotg^2 \theta} = |\tg \theta + \Cotg \theta|$$

از این‌که θ در ناحیه چهارم است داریم

$$\sqrt{\tg^2 \theta + \Cotg^2 \theta} = -(\tg \theta + \Cotg \theta) = -\frac{1}{\sin \theta \cos \theta}$$

بنابراین فرض $\cos \theta = \frac{4}{5}$ در نتیجه

$$\sin \theta = \sqrt{1 - \cos^2 \theta} = \pm \frac{3}{5}$$

بنابراین از این‌که θ در ناحیه چهارم است پس $\sin \theta = -\frac{3}{5}$ و در نتیجه

$$-\frac{1}{\sin \theta \cos \theta} = -\frac{1}{\frac{3}{5} \times \frac{4}{5}} = \frac{25}{12}$$

۳۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. کافی است از اتحادهای مقدماتی استفاده کنیم.

$$\frac{\sin^2 x}{1} - \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x} + 1 + \tg^2 x = \sin^2 x \cos^2 x - \sin^2 x \cos^2 x + 1 + \tg^2 x = 1 + A^2$$

- ۳۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\text{نکته: } \sin^2 x + \cos^2 x = 1, \quad 1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$$

اگر $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ ، آنگاه α در ناحیه دوم قرار می‌گیرد. می‌دانیم در ناحیه دوم و $\cos \alpha < 0$ ، $\sin \alpha > 0$ ، $\tan \alpha < 0$:

$$\left\{ \begin{array}{l} \cos \alpha = -\frac{4}{5} \quad * \\ \text{یا} \\ \cos \alpha = \frac{4}{5} \quad \checkmark \end{array} \right.$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \sin^2 \alpha = 1 - \left(-\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{25 - 16}{25} = \frac{9}{25} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{3}{5} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \sin \alpha = \frac{3}{5} \quad * \\ \text{یا} \\ \sin \alpha = -\frac{3}{5} \quad \checkmark \end{array} \right.$$

$$\cos \alpha - \sin \alpha = -\frac{4}{5} - \frac{3}{5} = -\frac{7}{5}$$

- ۳۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\sin x + \cos x = \frac{4}{5} \Rightarrow (\sin x + \cos x)^2 = \frac{16}{25}$$

$$1 + 2 \sin x \cos x = \frac{16}{25} \Rightarrow 2 \sin x \cos x = -\frac{21}{25}$$

در نتیجه:

$$(\cos^2 x - \sin^2 x)^2 = [(\cos^2 x - \sin^2 x)(\cos^2 x + \sin^2 x)]^2 = (\cos^2 x - \sin^2 x)^2$$

$$= \frac{16}{25} \left(1 - \left(-\frac{21}{25}\right)\right) = \frac{16}{25} \left(\frac{46}{25}\right) = \frac{184}{625}$$

- ۳۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\sin^2 x \left(1 + \frac{\cos x}{\sin x}\right) + \cos^2 x \left(1 + \frac{\sin x}{\cos x}\right)$$

$$= \sin^2 x + \sin x \cos x + \cos^2 x + \cos x \sin x$$

$$= \sin x (\sin x + \cos x) + \cos x (\cos x + \sin x) = (\sin x + \cos x)(\sin x + \cos x)$$

- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. اگر x در ناحیه دوم یا سوم باشد، سمت چپ نامساوی داده شده منفی است و به وضوح نامساوی مزبور در این دو حالت نادرست است.

اگر x در ناحیه اول یا چهارم باشد، دو طرف نامساوی مزبور مثبت است و لذا می‌توانیم طرفین را به توان دو برسانیم و داریم:

$$\begin{aligned} \cos^2 x (1 + \tan^2 x) &> 1 + \sin x \Rightarrow \cos^2 x \left(\frac{1}{\cos^2 x} \right) > 1 + \sin x \\ \Rightarrow 1 &> 1 + \sin x \Rightarrow \sin x < 0. \end{aligned}$$

این نامساوی به ازای x های واقع در ناحیه چهارم برقرار است.

- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\hat{B} = 90^\circ \Rightarrow \hat{A} + \hat{C} = 90^\circ \Rightarrow \frac{\hat{A} + \hat{C}}{2} = 45^\circ$$

بنابراین:

- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. می‌دانیم $\tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} + 1$ بنابراین:

$$\sqrt{\frac{1}{\cos^2 \alpha} + 1} + \sqrt{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + 2 \sin \alpha \cos \alpha} - \sin \alpha$$

از این‌که انتهای کمان α در ناحیه اول مثلثاتی می‌باشد پس $\cos \alpha, \sin \alpha$ هر دو مثبت هستند در نتیجه:

$$\frac{1}{\cos \alpha} + \sin \alpha + \cos \alpha - \sin \alpha \xrightarrow{\cos \alpha = A} \frac{1}{A} + A = \frac{A^2 + 1}{A}$$

- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

انتهای کمان α در ناحیه اول یا در ناحیه چهارم است.

$$\cos^2 \alpha = \frac{\cot \alpha}{\cot \alpha - 1} \Rightarrow \frac{1}{1 + \tan^2 \alpha} = \frac{\cot \alpha}{\cot \alpha - 1} \Rightarrow \cot \alpha + \tan \alpha = \cot \alpha - 1$$

در نتیجه:

$$\tan \alpha = -1 < 0$$

انتهای کمان در ناحیه دوم یا چهارم قرار دارد.
اشتراع ناحیه‌های جواب، ناحیه چهارم است.

۱	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱
۲	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۲
۳	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۳
۴	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۴
۵	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۵
۶	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۶
۷	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۷
۸	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۸
۹	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۹
۱۰	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۰
۱۱	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۱
۱۲	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۲
۱۳	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۳
۱۴	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۴
۱۵	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۵
۱۶	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۶
۱۷	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۷
۱۸	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۸
۱۹	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۹
۲۰	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۲۰
۲۱	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۲۱
۲۲	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۲۲
۲۳	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۲۳
۲۴	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۲۴
۲۵	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۲۵
۲۶	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۲۶
۲۷	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۲۷
۲۸	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۲۸
۲۹	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۲۹
۳۰	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۳۰
۳۱	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۳۱
۳۲	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۳۲
۳۳	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۳۳
۳۴	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۳۴
۳۵	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۳۵
۳۶	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۳۶
۳۷	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۳۷
۳۸	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۳۸
۳۹	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۳۹
۴۰	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۴۰