



**RIAZISARA**

[www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir) **سایت ویژه ریاضیات**

**درسنامه ها و جزوه های ریاضی  
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور  
نمونه سوالات امتحانات ریاضی  
نرم افزارهای ریاضیات**

...

**(@riazisara)**

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

**(@riazisara.ir)** ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

هوالمق

# "ریاضی ۱"

((چهل تست))

تمامی تست های سراسری، سنجش و گزینه ۲ از سال ۸۰ الی ۹۸

## علی فقیهی

دبیر ریاضی ناحیه ۴ استان قم

۰۹۱۹۸۶۹۰۴۵۰

تلگرام و اینستاگرام

@aliifaghihi

دانلود از سایت ریاضی سرا

[www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

۱- حاصل عبارت  $(\sqrt{2-\sqrt{3}} + \sqrt{2+\sqrt{3}}) \cdot \sqrt[3]{2\sqrt{2}}$  کدام است؟

(۱)  $\sqrt{3}$  (۲) ۲ (۳)  $1 + \sqrt{3}$  (۴)  $2\sqrt{3}$

سراسری => ریاضی => ۹۳ (سراسری - آزاد)

۲- اگر  $\alpha = \sqrt[4]{3\sqrt{2}-4}$  و  $\beta = \sqrt[4]{3\sqrt{2}+4}$  باشند حاصل عبارت  $(\alpha^2 + \beta^2 - \alpha\beta)(\alpha^2 + \beta^2 + \alpha\beta)$  کدام است؟

(۱) ۶ (۲) ۸ (۳)  $6\sqrt{2}$  (۴)  $7\sqrt{2}$

سراسری => ریاضی => ۹۵

۳- حاصل عبارت  $A = \sqrt[4]{a^3} \times \sqrt[6]{a^5}$  کدام است؟

(۱)  $a\sqrt[2]{a^7}$  (۲)  $a\sqrt[24]{a^{15}}$  (۳)  $a\sqrt[12]{a^5}$  (۴)

آزمونهای گزینه ۲ => دهم => سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۴- اگر  $0 < a < 1$ ، حاصل عبارت  $A = |\sqrt[3]{a} - a| - |a - \sqrt{a}| - |\sqrt{a} - \sqrt[3]{a}|$  کدام است؟

(۱)  $2\sqrt{a}$  (۲) صفر (۳)  $-2\sqrt[3]{a}$  (۴)  $2(\sqrt{a} - a)$

آزمونهای گزینه ۲ => دهم => سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۵- حاصل  $(\sqrt[3]{\sqrt[2]{4}\sqrt[7]{7}-\sqrt{5}})^{\sqrt{7}} \times (\sqrt[3]{\sqrt[2]{4}\sqrt[7]{7}+\sqrt{5}})^{\sqrt{5}}$  کدام است؟

(۱)  $8\sqrt[3]{2}$  (۲) ۱۶ (۳) ۸ (۴) ۴

آزمونهای گزینه ۲ => دهم => سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۶- اگر عبارتهای  $A = \sqrt[4]{-x} \times y^{\frac{1}{4}}$  و  $B = \frac{z^{-\frac{1}{4}}}{\sqrt[5]{xy}}$  تعریف شده باشند، علامت A و B چگونه است؟

(۱)  $A > 0, B > 0$  (۲)  $A < 0, B < 0$  (۳)  $A < 0, B > 0$  (۴)  $A > 0, B < 0$

می توانند مثبت یا منفی باشند.

آزمونهای گزینه ۲ => دهم => سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۷- اگر  $a^6 = \frac{(\sqrt{\sqrt{3+1}})^{\frac{2}{3}} \times 27^{\frac{1}{9}} \times (\sqrt{3-1})^{\frac{1}{3}}}{\left(2 \times 324^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{8}}}$  ، مقدار  $a$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{12}$       (۲)  $\frac{1}{6}$       (۳)  $\frac{1}{3}$       (۴) ۱

آزمونهای گزینه ۲ = دهم = سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۸- اگر حاصل  $x^3 - 3x$  کدام است؟

- (۱) -۱۰      (۲) -۸      (۳) ۱۰      (۴) ۸

آزمونهای گزینه ۲ = دهم = سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۹- حاصل عبارت  $I = \sqrt{5 + 4\sqrt{3 - 4\sqrt{4 - 2\sqrt{3}}}}$  ، بین کدام دو عدد متوالی قرار می‌گیرد؟

- (۱) ۲ ، ۱      (۲) ۳ ، ۲      (۳) ۴ ، ۳      (۴) ۵ ، ۴

آزمایشی سنجش = دهم = سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۱۰- اگر  $0 < a < 1$  باشد، کدام گروه از عبارتهای زیر همواره درست است؟

الف:  $a^{2n} > a^4 > a^6 > \dots > a^{2n}$       ب:  $a < a^3 < a^5 < \dots < a^{2n-1}$

پ:  $a < a^2 < a^3 < \dots < a^n$       ت:  $a > a^2 > a^3 > \dots > a^n$

- (۱) الف و ب      (۲) الف و پ      (۳) ب و ت      (۴) پ و ت

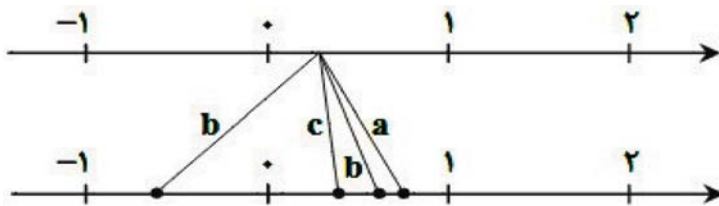
آزمایشی سنجش = دهم = سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۱۱- در کدام گزینه هر یک از اعداد روی محور بالا به درستی به عدد متناظر با ریشه سوم خود روی محور پایین وصل شده است؟



آزمونهای گزینه ۲ = دهم = سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۱۲- در شکل زیر، نقطه‌ای از محور بالا توسط خط  $a$  و خط شکسته  $b$  به ریشه‌های سوم، چهارم و پنجم خود در محور پایین وصل شده است. از راست به چپ به ترتیب کدام خط مربوط به ریشه سوم، ریشه چهارم و ریشه پنجم است؟



(۱)  $c, b, a$

(۲)  $b, c, a$

(۳)  $a, b, c$

(۴)  $b, a, c$

آزمونهای گزینه ۲ = دهم = سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۱۳- در مقایسه دو عدد  $\sqrt[3]{0.125}$  و  $\sqrt{0.25}$ ، کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟

(۲)  $\sqrt{0.25} < \sqrt[3]{0.125}$

(۱)  $\sqrt{0.25} > \sqrt[3]{0.125}$

(۳)  $\sqrt{0.25} = \sqrt[3]{0.125}$

(۴) نمی‌توان مشخص کرد کدام بزرگ‌تر است.

آزمونهای گزینه ۲ = دهم = سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۱۴- اگر  $A = \sqrt[5]{4\sqrt[3]{16}} \left(\frac{1}{2}\right)^{-\frac{4}{3}}$  باشد، حاصل  $(2A)^{-\frac{1}{3}}$ ، کدام است؟

(۴) ۱

(۳)  $0.75$

(۲)  $0.5$

(۱)  $0.25$

سراسری = ریاضی = ۹۸

۱۵- اگر  $a = 36^{2-x}$ ،  $b = 16^{\frac{1}{x}}$  و  $\frac{a}{b} = 3^{4-2\sqrt{2}}$  باشد، مقدار  $\sqrt[4]{\sqrt{8x}}$ ، کدام است؟

(۴)  $2\sqrt{2}$

(۳)  $\sqrt{2}$

(۲) ۲

(۱) ۱

آزمایشی سنجش = دهم = سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۱۶- اگر  $\frac{96}{23} = \left(\sqrt[4]{a^3} \cdot \sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt{a}\right)$  باشد، مقدار  $\sqrt{a^2 - 11}$ ، کدام است؟

(۴) ۴

(۳) ۵

(۲) ۶

(۱) ۷

آزمونهای سنجش = دهم = سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۱۷- حاصل عبارت  $A = x\sqrt[3]{x} \sqrt[5]{x^2}$  به‌ازای  $x = \sqrt[13]{2^{15}}$ ، کدام است؟

(۴) ۴

(۳) ۸

(۲) ۲

(۱) ۱

آزمونهای گزینه ۲ = دهم = سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۱۸- حاصل کسر  $A = \frac{1}{\sqrt[3]{\frac{27}{81^8}}}$  کدام گزینه است؟

(۱)  $\sqrt{3}$  (۲)  $\sqrt[4]{27}$  (۳)  $81^3$  (۴)  $3\sqrt[3]{3}$

آزمونهای گزینه ۲ = دهم = سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۱۹- اگر حاصل عبارت  $\sqrt[3]{\sqrt{2}} \times \sqrt[3]{2 + \sqrt{3}} \times \sqrt[3]{2 - \sqrt{3}}$  به صورت  $\sqrt[3]{A}$  باشد، کدام است؟

(۱)  $\sqrt{3} - 1$  (۲)  $\sqrt{3}$  (۳) ۲ (۴)  $\sqrt{3} + 1$

کنکورهای خارج از کشور = سراسری = ریاضی

۲۰- حاصل عبارت  $\sqrt[6]{12} \times \sqrt[4]{54} \times \sqrt[3]{2\sqrt[4]{6}}$  کدام است؟

(۱)  $6\sqrt[6]{2}$  (۲)  $3\sqrt[6]{32}$  (۳)  $2\sqrt[3]{9}$  (۴) ۶

کنکورهای خارج از کشور = سراسری = ریاضی

۲۱- حاصل عبارت  $x^3 - (a + b + c)x^2 + (ab + bc + ac)x - abc$  کدام است؟  
 (۱)  $(x - a)(x + b)(x + c)$  (۲)  $(x - a)(x - b)(x + c)$   
 (۳)  $(x - a)(x - b)(x - c)$  (۴)  $(x - a)(x - b)(x + c)$

آزمایشی سنجش = دهم = سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۲۲- خارج قسمت تقسیم کوچکترین مضرب مشترک بر بزرگترین مقسوم علیه مشترک عبارت های  $(x^6 - 1)^2$  و  $(x^8 - 1)^2$  شامل کدام عبارت است؟

(۱)  $(x^2 + 1)^2 - x^2$  (۲)  $(x^2 + 1)^2 + x^2$  (۳)  $(x^3 - 1)^2$  (۴)  $(x^4 - 1)^2$

آزمایشی سنجش = دهم = سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۲۳- اگر  $x + \frac{1}{x} = k$  باشد، حاصل  $\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + \left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right) + \left(x^4 + \frac{1}{x^4}\right)$  کدام است؟

(۱)  $k(k + 1)(k^2 + 1)(k^3 - 3)$  (۲)  $k(k + 1)(k^2 + 1)(k^3 + 3)$   
 (۳)  $k(k + 1)(k^2 + 2)(k^3 + 3)$  (۴)  $k(k + 1)(k^2 - 3)$

آزمایشی سنجش = دهم = سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۲۴- در تجزیه ی عبارت  $2a^2 + 5ab - 2a + 2b^2 - b$  کدام عامل وجود دارد؟

(۱)  $a + 2b + 1$  (۲)  $a - 2b + 1$  (۳)  $a + 2b - 1$  (۴)  $a - 2b - 1$

آزمایشی سنجش = دهم = سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۲۵- اگر  $3a^2 + 4b = 7$  و  $3b^2 + 4a = 7$  باشد، مجموع مقادیر مختلف برای  $ab$  کدام است؟

- (۱) ۷ (۲) ۸ (۳)  $\frac{53}{9}$  (۴)  $\frac{58}{9}$

آزمایشی سنجش <= دهم <= سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۲۶- حاصل عبارت  $\frac{\sqrt{(4+\sqrt{15})^3} + \sqrt{(4-\sqrt{15})^3}}{\sqrt{(6+\sqrt{35})^3} - \sqrt{(6-\sqrt{35})^3}}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{7}{13}$  (۲)  $\frac{9}{11}$  (۳)  $\frac{5}{8}$  (۴)  $\frac{4}{7}$

آزمایشی سنجش <= دهم <= سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۲۷- اگر  $a + b + c = 0$  باشد، حاصل  $L$  کدام است؟

$$L = \frac{b+c}{bc}(b^2+c^2-a^2) + \frac{a+c}{ac}(a^2+c^2-b^2) + \frac{a+b}{ab}(a^2+b^2-c^2)$$

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳)  $abc$  (۴)  $a^2 + b^2 + c^2$

آزمایشی سنجش <= دهم <= سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۲۸- مقدار  $A = \frac{99^3 - 1}{99^2 + 100} \times \frac{99^3 + 1}{99^2 - 98}$  کدام است؟

- (۱) ۹۹۰۰ (۲) ۹۸۰۰ (۳)  $99^2$  (۴)  $98^2$

آزمونهای گزینه ۲ <= دهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۲۹- در تجزیه عبارت  $x^3 - 2xy + x^2y - 2y^2$  کدام عامل وجود دارد؟

- (۱)  $x^2 + 2y$  (۲)  $x - y$  (۳)  $x^2 - 2y$  (۴)  $2x = y^2$

آزمونهای گزینه ۲ <= دهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۳۰- اگر  $x^2 + 3x + 1 = 0$ ، حاصل عبارت  $x^3 + \frac{1}{x}$  کدام است؟ ( $x \neq 0$ )

- (۱) -۲۷ (۲) ۲۷ (۳) ۱۸ (۴) -۱۸

آزمونهای گزینه ۲ <= دهم <= سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۳۱- حاصل عبارت  $\frac{a^3 + a^2b + ab^2 + b^3}{a + b}$  کدام است؟

- (۱)  $a + b$  (۲)  $a^2 + ab + b^2$  (۳)  $a^2 + b^2$  (۴)  $(a + b)^2$

آزمونهای گزینه ۲ <= دهم <= سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۳۲- مجموع دو عدد برابر ۵ و مجموع مربعات آنها برابر ۱۹ است. مجموع مکعبات این اعداد کدام است؟

- (۱) ۱۲۵ (۲) ۱۰۰ (۳) ۹۱ (۴) ۸۰

آزمونهای گزینه ۲ <= دهم <= سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۳۳- اگر  $x = \sqrt{3} + \sqrt{5}$  حاصل  $x^4 - 16x^2$  کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) ۲ (۳) -۴ (۴) ۴

آزمونهای گزینه ۲ = دهم = سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۳۴- حاصل عبارت  $\frac{y^3 - x^2}{\sqrt[3]{x^2 - y}}$  پس از گویا کردن مخرج کسر، کدام است؟

- (۱)  $x\sqrt[3]{x} + y\sqrt[3]{x} + y^2$   
 (۲)  $x\sqrt[3]{x} + y\sqrt[3]{x^2} + y^2$   
 (۳)  $-x\sqrt[3]{x} + y\sqrt[3]{x^2} - y^2$   
 (۴)  $-x\sqrt[3]{x} - y\sqrt[3]{x^2} - y^2$

آزمایشی سنجش = دهم = سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۳۵- حاصل عبارت  $\frac{1}{\sqrt[6]{3} - 1}$  پس از گویا کردن مخرج کسر، کدام است؟

- (۱)  $\frac{(4\sqrt[6]{3} + 1)(4\sqrt[3]{9} - 4\sqrt[3]{3} + 1)}{191}$   
 (۲)  $\frac{(4\sqrt[6]{3} + 1)(16\sqrt[3]{9} - 4\sqrt[3]{3} + 1)}{191}$   
 (۳)  $\frac{(2\sqrt[6]{3} + 1)(16\sqrt[3]{9} + 4\sqrt[3]{3} + 1)}{191}$   
 (۴)  $\frac{(2\sqrt[6]{3} + 1)(4\sqrt[3]{9} + 4\sqrt[3]{3} + 1)}{191}$

آزمایشی سنجش = دهم = سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۳۶- ساده شده کسر  $A = \frac{1 - \sqrt{2}}{1 + \sqrt[4]{2}}$  کدام است؟

- (۱)  $1 + \sqrt{2}$  (۲)  $\sqrt[4]{2} - 1$  (۳)  $1 + \sqrt[4]{2}$  (۴)  $1 = \sqrt[4]{2}$

آزمونهای گزینه ۲ = دهم = سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۳۷- حاصل عبارت  $A = \frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} + \frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} + \frac{y - 5x}{x - y}$  کدام است؟ ( $x \neq y$ )

- (۱) ۲ (۲)  $\frac{2y}{x - y}$  (۳) -۳ (۴)  $\frac{3y + x}{x - y}$

آزمونهای گزینه ۲ = دهم = سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۳۸- حاصل عبارت  $\frac{1}{\sqrt[4]{a^3 a \sqrt{a} - 1}} \times \frac{a^2 + a + 1}{(\sqrt[4]{a^3} + 1)(\sqrt[4]{a^3} + 1)}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{a + 1}{a - 1}$  (۲)  $\frac{\sqrt{a + 1}}{a + 1}$  (۳)  $\frac{a\sqrt{a + 1}}{a - 1}$  (۴)  $\frac{a\sqrt{a - 1}}{a + 1}$



۳۹- ساده شده عبارت

، کدام است؟

$$(1) \frac{x - \sqrt[3]{x}}{x + 1}$$

$$(2) \frac{x + \sqrt[3]{x}}{x + 1}$$

$$(3) \frac{x}{x + 1} + \sqrt[3]{x}$$

$$(4) \frac{-x}{x + 1} - \sqrt[3]{x}$$

آزمایشی سنجش <= دهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۴۰- حاصل  $\sqrt{\frac{2 - \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}}} + \sqrt{3} + 1$  کدام است؟

(۱) ۱

(۲)  $2\sqrt{3} - 1$

(۳) ۳

(۴)  $\sqrt{3} - 1$

آزمونهای گزینه ۲ <= دهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۱- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

راه اول:

$$x = (\sqrt{2-\sqrt{3}} + \sqrt{2+\sqrt{3}}) \cdot \sqrt{2} \Rightarrow x^2 = (2 - \sqrt{3} + 2 + \sqrt{3} + 2\sqrt{4-3}) \cdot 2$$

$$\Rightarrow x^2 = 6 \times 2 \Rightarrow x^2 = 12 \Rightarrow x = 2\sqrt{3}$$

راه دوم:

$$\sqrt{(\sqrt{3}-1)^2} + \sqrt{(\sqrt{3}+1)^2} = \sqrt{3}-1 + \sqrt{3}+1 = 2\sqrt{3}$$

توجه:  $\sqrt[3]{2}\sqrt{2} = \sqrt{2}$

۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\alpha = \sqrt[4]{3\sqrt{2}-4}$$

$$\beta = \sqrt[4]{3\sqrt{2}+4} \Rightarrow (\alpha^2 + \beta^2 - \alpha\beta)(\alpha^2 + \beta^2 + \alpha\beta) = (\alpha^2 + \beta^2)^2 - \alpha^2\beta^2$$

$$= \alpha^4 + \beta^4 + 2\alpha^2\beta^2 - \alpha^2\beta^2 = \alpha^4 + \beta^4 + \alpha^2\beta^2$$

$$= 3\sqrt{2}-4 + 3\sqrt{2}+4 + \sqrt{(3\sqrt{2}-4)(3\sqrt{2}+4)} = 6\sqrt{2} + \sqrt{18-16}$$

$$= 6\sqrt{2} + \sqrt{2} = 7\sqrt{2}$$

نکته:  $\sqrt[m]{a^n} = \sqrt[m \cdot p]{a^{n \cdot p}}$

۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$a$  حتماً عددی مثبت است، زیرا زیر رادیکال با فرجه زوج قرار گرفته است. می توان نوشت:

$$\sqrt[4]{a^3} \times \sqrt[6]{a^5} = \sqrt[12]{a^9} \times \sqrt[12]{a^{10}} = \sqrt[12]{a^{19}} = \sqrt[12]{a^{12} \times a^7} = a \sqrt[12]{a^7}$$

۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. می دانیم اگر  $0 < a < 1$ ، آنگاه  $a < \sqrt{a} < \sqrt[3]{a}$

حال با مشخص کردن علامت عبارت داخلی هر قدرمطلق، عبارت  $A$  را ساده می کنیم:

$$A = \underbrace{|\sqrt[3]{a}-a|}_{\text{مثبت}} - \underbrace{|a-\sqrt{a}|}_{\text{منفی}} - \underbrace{|\sqrt{a}-\sqrt[3]{a}|}_{\text{منفی}} = (\sqrt[3]{a}-a) + (a-\sqrt{a}) + (\sqrt{a}-\sqrt[3]{a}) = 0$$

نکته

۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} & \left( \sqrt[3]{\sqrt{2}\sqrt{7}-\sqrt{5}} \right)^{\sqrt{7}} \times \left( \sqrt[3]{\sqrt{2}\sqrt{7}+\sqrt{5}} \right)^{\sqrt{5}} = \sqrt[3]{2}^{\sqrt{7}} - \sqrt[3]{35} \times \sqrt[3]{2}\sqrt[3]{35} + 5 \\ & \sqrt[3]{2}^{\sqrt{7}} - \sqrt[3]{35} + \sqrt[3]{35} + 5 = \sqrt[3]{2}^{12} = \left( (\sqrt[3]{2})^3 \right)^4 = 2^4 = 16 \end{aligned}$$

۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نکته: مطابق صفحه ۵۹ کتاب، برای  $n \geq 2$ ، مقدار  $a^{\frac{1}{n}}$  زمانی تعریف می شود که  $a \geq 0$ .  
نکته: اگر  $n$  عددی زوج باشد،  $\sqrt[n]{a}$  تنها وقتی تعریف می شود که  $a \geq 0$ .  
مطابق نکات بالا می توان نوشت:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sqrt[4]{-x} \text{ شده} \Rightarrow -x \geq 0 \Rightarrow x \leq 0 \\ y^{\frac{1}{3}} \text{ شده} \Rightarrow y \geq 0 \\ z^{-\frac{1}{4}} \text{ شده} \Rightarrow z > 0 \\ \sqrt[5]{xy} \text{ شده} \Rightarrow xy \neq 0 \Rightarrow x, y \neq 0 \end{array} \right. \Rightarrow x < 0, y > 0, z > 0$$

بنابراین:  $A > 0, B < 0$

۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا کسر سمت چپ تساوی را ساده می کنیم:

$$\begin{aligned} & \frac{\left( \sqrt{\sqrt{3}+1} \right)^{\frac{2}{3}} \times 27^{\frac{1}{9}} \times \left( \sqrt{3}-1 \right)^{\frac{1}{3}}}{\left( 2 \times (324)^{\frac{1}{4}} \right)^{\frac{1}{8}}} = \frac{\left( \sqrt{3}+1 \right)^{\frac{1}{3}} \times \left( \sqrt{3}-1 \right)^{\frac{1}{3}} \times 3^{\frac{2}{9}}}{\left( 2 \times (3^4 \times 2^2)^{\frac{1}{4}} \right)^{\frac{1}{8}}} \\ & \frac{\left[ (\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1) \right]^{\frac{1}{3}} \times 3^{\frac{2}{9}}}{(3^2 \times 2^2)^{\frac{1}{8}}} = \frac{2^{\frac{1}{3}} \times 3^{\frac{1}{3}}}{(3 \times 2)^{\frac{1}{4}}} = \frac{6^{\frac{1}{3}}}{6^{\frac{1}{4}}} = 6^{\frac{1}{3}-\frac{1}{4}} = 6^{\frac{1}{12}} \end{aligned}$$

بنابراین مقدار  $a$  برابر  $\frac{1}{12}$  است.

۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.  $(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3a^2b + 3ab^2 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b)$  نکته  
ابتدا مقدار  $X^3$  را به دست می آوریم:

$$\underbrace{\left( \sqrt[3]{5 + 2\sqrt{6}} + \sqrt[3]{5 - 2\sqrt{6}} \right)}_X$$

$$= 10 + 3\sqrt[3]{25 - 4 \times 6 \times X} = 10 + 3 \times 1 \times X = 10 + 3X \Rightarrow X^3 = 10 + 3X \Rightarrow X^3 - 3X = 10$$

۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. داریم:

$$4 - 2\sqrt{3} = (\sqrt{3} - 1)^2 \Rightarrow A = \sqrt{5 + 4\sqrt{3} - 4(\sqrt{3} - 1)} \Rightarrow A = \sqrt{5 + 4\sqrt{7 - 4\sqrt{3}}}$$

$$= \sqrt{5 + 4\sqrt{(2 - \sqrt{3})^2}} = \sqrt{5 + 4(2 - \sqrt{3})} = \sqrt{13 - 4\sqrt{3}} = \sqrt{(2\sqrt{3} - 1)^2}$$

$$= 2\sqrt{3} - 1 = \sqrt{12} - 1$$

می دانیم:

$$3 < \sqrt{12} < 4 \Rightarrow 2 < \sqrt{12} - 1 < 3$$

۱۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

«الف»: اعداد بین صفر و یک هر چه به توان بیشتری برسند کوچکتر می شوند.

«ب»: اعداد بین صفر و -۱، هر چه به توان عدد فرد بزرگتر برسند، بزرگتر می شوند.

$$-1 < a < 0 \Rightarrow -1 < a^{2k-1} < 0$$

«پ» و «ت»: جملات یک در میان مثبت و منفی می شوند بنابراین نادرستند.

۱۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نکته: ریشه سوم اعداد بین صفر تا ۱، از خود آن عدد بزرگتر است.

$$0 < a < 1 \Rightarrow a^3 < a \Rightarrow a < \sqrt[3]{a}$$

نکته: ریشه سوم اعداد بین -۱ و صفر، از خود آن عدد کوچکتر است.

$$-1 < a < 0 \Rightarrow a^3 > a \Rightarrow a > \sqrt[3]{a}$$

نکته: ریشه سوم اعداد کوچکتر از -۱، از خود آن عدد بزرگتر است.

$$a < -1 \Rightarrow a^3 < a \Rightarrow a < \sqrt[3]{a}$$

۱۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. عدد موردنظر روی محور بالا دارای دو ریشه چهارم است که قرینه یکدیگر هستند. بنابراین خط شکسته  $b$  مربوط به ریشه چهارم است.

ضمناً از آنجا که عدد موردنظر روی محور بالا بین صفر و یک است، هر چه عدد ریشه بزرگتر باشد، حاصل بزرگتر می شود، یعنی برای  $0 < x < 1$  داریم:

$$0 < \sqrt[3]{x} < \sqrt{x} < 1$$

در نتیجه خط  $a$  مربوط به ریشه پنجم و خط  $c$  مربوط به ریشه سوم است، بنابراین گزینه ۳ پاسخ است.

۱۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

۱۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$A = \sqrt[5]{\sqrt[2]{2^2} \sqrt[3]{2^4} \cdot 2^{\frac{4}{3}}} = \sqrt[5]{2^2 \times 2^{\frac{4}{3}} \times 2^{\frac{4}{3}}} = \sqrt[5]{2^{\frac{10}{3}}} \cdot 2^{\frac{4}{3}} \Rightarrow A = \left(\frac{10}{3}\right)^{\frac{1}{5}} \cdot 2^{\frac{4}{3}}$$

$$= 2^{\frac{2}{3}} \cdot 2^{\frac{4}{3}} = 2^2 \Rightarrow (2A)^{-\frac{1}{3}} = (2^3)^{-\frac{1}{3}} = 2^{-1} = 0.5$$

۱۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\frac{a}{b} = \frac{36^{2-x}}{16^{1-\frac{1}{x}}} = \frac{6^{4-2x}}{2^{4-\frac{4}{x}}} = \frac{2^{4-2x} \times 3^{4-2x}}{2^{4-\frac{4}{x}}} = 3^{4-2\sqrt{2}}$$

$$2^{4-2x - (4-\frac{4}{x})} \times 3^{4-2x} = 3^{4-2\sqrt{2}}$$

در نتیجه:

$$\begin{cases} 2^{4-2x-4+\frac{4}{x}} = 1 \Rightarrow \frac{4}{x} - 2x = 0 \Rightarrow \frac{4-2x^2}{x} = 0 \Rightarrow x = \pm\sqrt{2} \\ 3^{4-2x} = 3^{4-2\sqrt{2}} \Rightarrow 4-2x = 4-2\sqrt{2} \Rightarrow x = \sqrt{2} \end{cases}$$

بنابراین:

$x = \sqrt{2}$  قابل قبول است

در نتیجه:

$$\sqrt[4]{\sqrt{8x}} = \sqrt[4]{2\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \sqrt[4]{4} = \sqrt{2}$$

بنابراین:

۱۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\sqrt[4]{a^3} \cdot \sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt{a} = \sqrt[4]{\sqrt[3]{(a^3)^3} \cdot a^2 \cdot \sqrt{a}} = \sqrt[4]{a^{11} \cdot \sqrt{a}} = \sqrt[4]{\sqrt{a^{22}} \cdot a}$$

$$\left(a^{\frac{23}{24}}\right)^{\frac{96}{23}} = a^{\frac{96}{24}} = a^4$$

بنابراین:

$$a^4 = 1296 = 6^4 \Rightarrow a = 6$$

در نتیجه:

$$\sqrt{a^2 - 11} = \sqrt{36 - 11} = \sqrt{25} = 5$$

$$\text{نکته: } \sqrt[m]{x^n} = x^{\frac{n}{m}}$$

۱۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\text{نکته: } a^n \times a^m = a^{n+m}$$

$$A = x \sqrt[3]{x} \sqrt[5]{x^2} = x \times x^{\frac{1}{3}} \times x^{\frac{2}{5}} = x^{\left(1 + \frac{1}{3} + \frac{2}{5}\right)} = x^{\left(\frac{4}{3} + \frac{2}{5}\right)} = x^{\frac{26}{15}}$$

با استفاده از نکات بالا، داریم:

$$A = \left(\frac{15}{2}\right)^{\frac{26}{15}} = \frac{15}{2} \times \frac{26}{15} = 2^2 = 4$$

با جایگذاری مقدار  $x = \sqrt[15]{2^{15}}$  در  $A$  داریم:

۱۸- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\text{نکته: } a^{m^n} \neq a^{mn}, \quad \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}, \quad (a^m)^n = a^{mn}, \quad \sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

نکته: برای محاسبه  $a^{m^n}$  ابتدا  $m^n$  را محاسبه می کنیم و سپس با جایگذاری آن مقدار  $a^{m^n}$  را به دست می آوریم.

$$A = \frac{11^{\frac{27}{3}}}{\sqrt[3]{11^8}} = \frac{11^{\frac{27}{3}}}{11^{\frac{8}{3}}} = \frac{11^3}{11^{\frac{8}{3}}} = 11^{3 - \frac{8}{3}} = 11^{\frac{1}{3}} = (11^4)^{\frac{1}{3}} = 11^{\frac{4}{3}} = \sqrt[3]{11^4} = \sqrt[3]{11^3 \times 11} = 11 \sqrt[3]{11}$$

۱۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$= \sqrt[6]{(2-\sqrt{3})^9 (2+\sqrt{3})^8 (\sqrt{2})^2} = \sqrt[6]{((2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3}))^8 (2-\sqrt{3})(2)} \\ = \sqrt[6]{4-2\sqrt{3}} = \sqrt[6]{(\sqrt{3}-1)^2} = \sqrt[3]{\sqrt{3}-1} \Rightarrow A = \sqrt{3}-1$$

۲۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\sqrt[12]{12^2} \times \sqrt[12]{54^3} \times \sqrt[12]{2^4 \times 6} = \sqrt[12]{(2^2 \times 3)^2} \times \sqrt[12]{(3^3 \times 2)^3} \times \sqrt[12]{2^4 \times 2 \times 3} \\ \sqrt[12]{2^4 \times 3^2} \times \sqrt[12]{3^9 \times 2^3} \times \sqrt[12]{2^5 \times 3} = \sqrt[12]{2^{12} \times 3^{12}} = 2 \times 3 = 6$$

۲۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\underline{x^3} - \underline{ax^2} - \underline{bx^2} - \underline{cx^2} + \underline{abx} + \underline{bcx} + \underline{acx} - \underline{abc} \\ = x^3(x-a) - bx(x-a) - cx(x-a) + bc(x-a) \\ = (x-a)(x^2 - bx - cx + bc) \\ = (x-a)(x(x-c) - b(x-c)) = (x-a)(x-c)(x-b)$$

۲۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$(x^6 - 1)^2 = (x-1)^2 (x+x+1)^2 (x+1)^2 (x^2 - x + 1)^2 \\ (x^4 - 1)^2 = (x-1)^2 (x+1)^2 (x^2 + 1)^2 (x^2 + 1) \\ x^{12} - 1 = (x^6 - 1)(x^6 + 1) = (x-1)^2 (x^2 + x + 1)^2 (x+1)^2 (x^2 - x + 1)^2 (x^4 + 1)(x^6 + 1) \\ \frac{\text{کوچکترین مضرب مشترک}}{\text{بزرگترین مقسوم علیه مشترک}} = \frac{(x-1)^2 (x+1)^2 (x^2 + x + 1)^2 (x^2 - x + 1)^2 (x^4 + 1)(x^6 + 1)}{(x-1)(x+1)} \\ = (x^2 - 1) \left( (x^2 + 1)^2 - x^2 \right)^2 (x^4 + 1)(x^6 + 1)$$

۲۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3x \times \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right) = k^3 - 3k$$

$$x^4 + \frac{1}{x^4} = \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 - 2x^2 \times \frac{1}{x^2} = (k^2 - 2)^2 - 2 = k^4 - 4k^2 + 4 - 2 = k^4 - 4k^2 + 2$$

$$\begin{aligned} \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + \left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right) + \left(x^4 + \frac{1}{x^4}\right) &= k^2 - 2 + k^3 - 3k + k^4 - 4k^2 + 2 && \text{در نتیجه:} \\ &= k^4 + k^3 - 3k^2 - 3k = k^2(k^2 - 3) + k(k^2 - 3) = (k^2 - 3)(k^2 + k) \\ &= k(k+1)(k^2 - 3) \end{aligned}$$

۲۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} \frac{2(2a^2 + a(5b-2) + 2b^2 - b)}{2} &= \frac{2a^2 + 2a(5b-2) + 2b^2 - 2b}{2} \\ &= \frac{(2a)^2 + (5b-2)(2a) + b(4b-2)}{2} = \frac{(2a+2b-2)(2a+b)}{2} = (a+2b-1)(2a+b) \end{aligned}$$

۲۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. از این که دو عبارت مساوی عدد ۷ هستند، لذا برابرنند:

$$3b^2 + 4a = 3a^2 + 4b \Rightarrow 3(b-a)(b+a) - 4(b-a) = 0$$

$$(b-a)(3b+3a-4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a=b & (1) \\ 3a+3b=4 & (2) \end{cases}$$

$$(1) \rightarrow \begin{cases} a=b \\ 3a^2+4b=7 \end{cases} \Rightarrow 3a^2+4a-7=0 \Rightarrow \begin{cases} a=1 \Rightarrow ab=1 \\ a=-\frac{7}{3}=b \Rightarrow ab=\frac{49}{9} \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} 3a+3b=4 \Rightarrow b=\frac{4}{3}-a \\ 3a^2+4b=7 \end{cases} \Rightarrow 3a^2 + \frac{16}{3} - 4a = 7 \Rightarrow 9a^2 - 12a - 5 = 0$$

$$\Rightarrow (3a)^2 - 4(3a) - 5 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{3} \Rightarrow b = \frac{5}{3} \Rightarrow ab = -\frac{5}{9} \\ a = \frac{5}{3} \Rightarrow b = -\frac{1}{3} \Rightarrow ab = -\frac{5}{9} \end{cases}$$

$$ab = 1 + \frac{49}{9} - \frac{5}{9} = \frac{53}{9}$$



۲۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با فرض  $a = \sqrt{4 + \sqrt{15}}$ ،  $b = \sqrt{4 - \sqrt{15}}$ ،  $c = \sqrt{6 + \sqrt{35}}$  و  $d = \sqrt{6 - \sqrt{35}}$  به کمک اتحادها عبارت را ساده می‌کنیم.

$$x = \frac{a^3 + b^3}{c^3 - d^3} = \frac{(a+b)(a^2 - ab + b^2)}{(c-d)(c^2 + cd + d^2)} = \frac{(a+b)(4 + \sqrt{15} + 1 + 4 - \sqrt{15})}{(c-d)(6 + \sqrt{35} + 1 + 6 - \sqrt{35})}$$

از طرفی

$$(2) \begin{cases} c - d = \sqrt{6 + \sqrt{35}} - \sqrt{6 - \sqrt{35}} = \sqrt{\frac{7}{2}} + \sqrt{\frac{5}{2}} - \left(\sqrt{\frac{7}{2}} - \sqrt{\frac{5}{2}}\right) = 2\sqrt{\frac{5}{2}} \\ a + b = \sqrt{4 + \sqrt{15}} + \sqrt{4 - \sqrt{15}} = \sqrt{\frac{5}{2}} + \sqrt{\frac{3}{2}} + \sqrt{\frac{5}{2}} - \sqrt{\frac{3}{2}} = 2\sqrt{\frac{5}{2}} \end{cases}$$

با استفاده از ۲ در ۱ داریم:

$$x = \frac{2\sqrt{\frac{5}{2}}(7)}{2\sqrt{\frac{5}{2}}(13)} = \frac{7}{13}$$

۲۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با ساده کردن پرانتز اول بقیه پرانتزها مشابهاً ساده می‌شوند.

$$b^2 + c^2 - a^2 = (b+c)^2 - 2bc - a^2 = (-a)^2 - 2bc - a^2 = -2bc$$

$$\begin{cases} a^2 + c^2 - b^2 = -2ac \\ a^2 + b^2 - c^2 = -2ab \end{cases} \Rightarrow L = \frac{b+c}{bc}(-2bc) + \frac{a+c}{ac}(-2ac) + \frac{a+b}{ab}(-2ab)$$

$$= -2b - 2c - 2a - 2c - 2a - 2b = -4(a+b+c) = 0$$

۲۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نکته:  $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$ ،  $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$

با استفاده از نکته بالا داریم:

$$\begin{cases} \frac{99^3 - 1}{99^2 + 100} = \frac{(99-1)(99^2 + 99 + 1)}{99^2 + 100} = 98 \times \frac{99^2 + 100}{99^2 + 100} = 98 \\ \frac{99^3 + 1}{99^2 - 98} = \frac{(99+1)(99^2 - 99 + 1)}{99^2 - 98} = 100 \times \frac{99^2 - 98}{99^2 - 98} = 100 \end{cases} \Rightarrow A = 98 \times 100 = 9800$$

۲۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با دسته بندی جملات، عبارت را به صورت زیر تجزیه می کنیم:

$$= x^2(x+y) - 2y(x+y) = (x+y)(x^2 - 2y)$$

۳۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

نکته (اتحاد مکعب مجموع دو جمله)

$$\Rightarrow a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b)$$

بنابر نکته فوق، می توان نوشت:

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3x \times \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right) = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3\left(x + \frac{1}{x}\right) \quad (*)$$

پس برای محاسبه حاصل عبارت  $x^3 + \frac{1}{x^3}$  کافی است مقدار  $x + \frac{1}{x}$  را تعیین کنیم:

$$x^2 + 3x + 1 = 0 \xrightarrow{\text{طرفین تقسیم بر } x \neq 0} \frac{x^2 + 3x + 1}{x} = 0 \Rightarrow x + \frac{1}{x} + 3 = 0 \Rightarrow x + \frac{1}{x} = -3$$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = (-3)^3 - 3(-3) = -27 + 9 = -18$$

با جایگذاری  $x + \frac{1}{x} = -3$  در (\*) خواهیم داشت:

۳۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. راه حل اول:

$$\frac{(a^3 + a^2b) + (ab^2 + b^3)}{a+b} = \frac{a^2(a+b) + b^2(a+b)}{a+b} = \frac{(a+b)(a^2 + b^2)}{a+b} = a^2 + b^2$$

راه حل دوم:

$$\frac{a^3 + a^2b + ab^2 + b^3}{a+b} = \frac{(a^3 + b^3) + (a^2b + ab^2)}{a+b}$$

$$= \frac{(a+b)(a^2 - ab + b^2) + ab(a+b)}{a+b} = \frac{(a+b)(a^2 - ab + b^2 + ab)}{a+b} = a^2 + b^2$$

۳۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. راه حل اول:  
 دو عدد مورد نظر را  $a$  و  $b$  می نامیم. حال به کمک مقادیر داده شده، مقدار  $ab$  را به دست می آوریم:

$$a+b=5 \Rightarrow (a+b)^2 = 25 \Rightarrow a^2 + b^2 + 2ab = 25 \xrightarrow{a^2 + b^2 = 19} 19 + 2ab = 25$$

$$\Rightarrow ab = 3$$

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 + b^2 - ab) = 5 \times (19 - 3) = 5 \times 16 = 80$$

بنابراین:

راه حل دوم:

$$(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b)$$

به کمک اتحاد مکعب دو جمله ای می توان نوشت:

مشابه راه حل اول، مقدار  $ab$  برابر ۳ است، بنابراین:

$$(5)^3 = a^3 + b^3 + 3 \times (3) \times (5) \Rightarrow a^3 + b^3 = 125 - 45 \Rightarrow a^3 + b^3 = 80$$

۳۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

نکته

$$x = \sqrt{3} + \sqrt{5} \Rightarrow x^2 = 3 + 5 + 2\sqrt{15} \Rightarrow x^2 = 8 + 2\sqrt{15}$$

راه حل اول:

$$\begin{cases} x^4 = (x^2)^2 = 8 + 2\sqrt{15}^2 = 64 + 4 \times 15 + 32\sqrt{15} \Rightarrow x^4 = 124 + 32\sqrt{15} \\ -16x^2 = -16(8 + 2\sqrt{15}) = -128 - 32\sqrt{15} \end{cases}$$

$$x^4 - 16x^2 = 124 + 32\sqrt{15} - 128 - 32\sqrt{15} = -4$$

بنابراین:

نکته:  $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

راه حل دوم:

$$x^4 - 16x^2 = x^2(x^2 - 16) = (2\sqrt{15} + 8)(2\sqrt{15} - 8) = (2\sqrt{15})^2 - 8^2 = 60 - 64 = -4$$

۳۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\frac{y^3 - x^2}{\sqrt{x^2} - \sqrt{y^3}} \times \frac{\sqrt{x^4} + \sqrt{x^2 y^3} + y^2}{\sqrt{x^4} + \sqrt{x^2 y^3} + y^2} = \frac{(x\sqrt{x} + y\sqrt{y})(y^3 - x^3)}{x^2 - y^3}$$

۳۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\frac{1}{2\sqrt[6]{3} - 1} \times \frac{2\sqrt[6]{3} + 1}{2\sqrt[6]{3} + 1} = \frac{2\sqrt[6]{3} + 1}{4\sqrt[3]{3} - 1}$$

$$\frac{2\sqrt[6]{3} + 1}{4\sqrt[3]{3} - 1} \times \frac{16\sqrt[3]{9} + 4\sqrt[3]{3} + 1}{16\sqrt[3]{9} + 4\sqrt[3]{3} + 1} = \frac{(2\sqrt[6]{3} + 1)(16\sqrt[3]{9} + 4\sqrt[3]{3} + 1)}{191}$$

۳۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

نکته:  $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$  (اتحاد مزدوج)

راه حل اول: صورت و مخرج کسر را در مزدوج مخرج، یعنی  $1 - \sqrt[4]{2}$  ضرب می کنیم.

$$A = \frac{1 - \sqrt[4]{2}}{1 + \sqrt[4]{2}} \times \frac{1 - \sqrt[4]{2}}{1 - \sqrt[4]{2}} = \frac{(1 - \sqrt[4]{2})(1 - \sqrt[4]{2})}{1 - \sqrt[4]{2}} = 1 - \sqrt[4]{2}$$

راه حل دوم: صورت کسر را با کمک اتحاد مزدوج تجزیه می کنیم:

$$A = \frac{1 - \sqrt[4]{2}}{1 + \sqrt[4]{2}} = \frac{(1 - \sqrt[4]{2})(1 + \sqrt[4]{2})}{1 + \sqrt[4]{2}} = 1 - \sqrt[4]{2}$$

۳۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} + \frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} + \frac{y - 5x}{x - y} = \frac{(\sqrt{x} + \sqrt{y})^2 + (\sqrt{x} - \sqrt{y})^2}{(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})} + \frac{y - 5x}{x - y}$$

$$= \frac{2y - 2x}{x - y} = \frac{-2(x - y)}{x - y} = -2$$

۳۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\sqrt[3]{\sqrt[3]{a^3} \cdot a \sqrt{a}} = \sqrt[3]{\sqrt[3]{a^3} \cdot \sqrt{a}} = \sqrt[3]{\sqrt[3]{a^3} \cdot \sqrt[2]{a}} = \sqrt[3]{a^2} = \sqrt[3]{a^2}$$

$$\frac{1}{\sqrt[3]{a^3 - 1}} \times \frac{\sqrt[3]{a^3 + 1}}{\sqrt[3]{a^3 + 1}} = \frac{\sqrt[3]{a^3 + 1}}{\sqrt[3]{a^3 - 1} \sqrt[3]{a^3 + 1}} = \frac{(\sqrt[3]{a^3 + 1})(\sqrt[3]{a^3 + 1})}{\sqrt[3]{a^3 - 1} \sqrt[3]{a^3 + 1}} \times \frac{\sqrt[3]{a^3 + 1}}{\sqrt[3]{a^3 + 1}}$$

$$= \frac{(\sqrt[3]{a^3 + 1})(\sqrt[3]{a^3 + 1})(\sqrt[3]{a^3 + 1})}{a^3 - 1}$$

بنابراین:

$$\frac{(\sqrt[3]{a^3 + 1})(\sqrt[3]{a^3 + 1})(\sqrt[3]{a^3 + 1})}{(a - 1)(a^2 + a + 1)} \times \frac{(a^2 + a + 1)}{(\sqrt[3]{a^3 + 1})(\sqrt[3]{a^3 + 1})} = \frac{\sqrt[3]{a^3 + 1}}{a - 1} = \frac{a\sqrt{a + 1}}{a - 1}$$

۳۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\frac{x^2 - x}{x^2 + x\sqrt{x} + \sqrt{x}x^2} \times \frac{x - \sqrt{x}}{x - \sqrt{x}} = \frac{x(x - 1)(x - \sqrt{x})}{x^3 - x} = \frac{\cancel{x}(x - 1)(x - \sqrt{x})}{\cancel{x}(x - 1)(x + 1)} = \frac{x - \sqrt{x}}{x + 1}$$

۴۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

(اتحاد مزدوج) نکته:  $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$

نکته:  $\sqrt{x^2} = |x| = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$

$$\frac{2 - \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} \times \frac{2 - \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}} = \frac{(2 - \sqrt{3})^2}{4 - 3} = (2 - \sqrt{3})^2$$

ابتدا کسر  $\frac{2 - \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}}$  را گویا می‌کنیم:

اکنون داریم:

$$\sqrt{(2 - \sqrt{3})^2} + \sqrt{3} + 1 = |2 - \sqrt{3}| + \sqrt{3} + 1 \stackrel{2 - \sqrt{3} > 0}{=} 2 - \sqrt{3} + \sqrt{3} + 1 = 3$$

۴	۳	۲	۱	
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۲
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۳
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۴
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۵
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۶
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۷
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۸
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۹
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۱۰
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۱
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۲
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۳
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۴
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۵
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۶
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۷
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۸
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۱۹
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۲۰
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۲۱
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۲۲
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۲۳
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۲۴
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۲۵
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۲۶
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۲۷
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۲۸
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۲۹
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۳۰
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۳۱
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۳۲
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۳۳
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۳۴
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۳۵
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۳۶
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۳۷
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۳۸
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۳۹
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۴۰