

## بسمه تعالی

### پنجاه نمونه سوال فصل ۱ تا ۵ حسابان یازدهم

۱- نمودار تابع  $f(x) = x + |x|$  و تابع  $g(x) = 2x$  چند نقطه‌ی مشترک دارد؟

- ① یک نقطه      ② دو نقطه      ③ بی‌شمار      ④ بی‌شمار

۲- به ازای چند مقدار  $a$  دستگاه  $\begin{cases} ax + 2y = 0 \\ 3x + 5y = a(x + y) + 2 \end{cases}$  بی‌شمار جواب دارد؟

- ① ۱      ② ۲      ③ ۳      ④ بیشمار

۳- در دنباله‌های حسابی  $(2, 9, 16, 23, \dots)$  و  $(12, 17, 22, 27, \dots)$  چند عدد سه رقمی مشترک کوچک‌تر از ۳۰۰ موجود است؟

- ① ۵      ② ۶      ③ ۷      ④ ۸

۴- به ازای کدام مقدار  $a$  معادله‌ی درجه‌ی دوم  $x^2 - 2(a-2)x + 14 - a = 0$  دارای دو ریشه‌ی مثبت است؟

- ①  $-2 < a < 2$       ②  $2 < a < 5$       ③  $2 < a < 14$       ④  $5 < a < 14$

۵- معادله‌ی  $\sqrt{2x-3} + \sqrt{8x-12} = x+1$  چند ریشه‌ی حقیقی دارد؟

- ① صفر      ② ۱      ③ ۲      ④ ۳

۶- در معادله‌ی درجه‌ی دوم  $mx^2 + (3+m)x + 6 = m^2$  دو ریشه، معکوس یکدیگرند. مجموع ریشه‌ها کدام است؟

- ①  $\frac{5}{2}$       ②  $\frac{1}{3}$       ③  $-\frac{5}{2}$       ④ صفر

۷- جواب‌های معادله‌ی  $2x + \sqrt{2x+5} = 1$  کدام است؟

- ①  $-2$  و  $-\frac{1}{2}$       ②  $+2$       ③  $-\frac{1}{2}$       ④  $2$  و  $-\frac{1}{2}$

۸- معادله‌ی  $x|x| = x^3 - 4x^2 + 3x$  چند جواب دارد؟

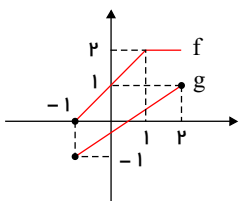
- ① ۱      ② ۲      ③ ۳      ④ ۴

۹- نمودار تابع  $f(x) = 4 - |x-2| - |x|$  چه مساحتی با محور طول‌ها می‌سازد؟

- ① ۴      ② ۵      ③ ۶      ④ ۷

۱۰- اگر  $x^2 < 2x$  باشد، حاصل عبارت  $2|x| + |x-2|$  کدام است؟

- ①  $-3x + 2$       ②  $3x - 2$       ③  $-x - 2$       ④  $x + 2$



۱۱- نمودار تابع  $f$  و  $g$  در شکل مقابل داده شده است حاصل  $\frac{(f+g)(-1) + (f-g)(2)}{(f+g)(1)}$  کدام است؟

- ① ۵      ② ۲      ③ ۰      ④ -۲

۱۲- اگر  $f(x+2) + 2f(1-x) = 4 - 3x$  باشد آن‌گاه  $f(x)$  کدام است؟

- ①  $\frac{6x-10}{9}$       ②  $\frac{3x-14}{3}$       ③  $\frac{x-3}{9}$       ④  $\frac{9x-8}{3}$

۱۳- اگر  $f = \{(4, 10), (-1, 6), (0, 5), (3, -9)\}$  و  $g = \{(4, 2), (7, 2), (0, -3), (3, 0)\}$  مفروض باشند آن گاه  $\frac{f}{g}$  شامل چند زوج مرتب است؟

- ۱) ۲      ۲) ۳      ۳) ۴      ۴) ۱

۱۴- در تابع  $f(x) = \frac{mx}{x^2 + 1}$  و  $f(-2) = 4$  می باشد، حاصل  $f(-1) - 2f(1)$  کدام است؟

- ۱) -۵      ۲) -۱۰      ۳) ۱۵      ۴) ۵

۱۵- چه تعداد تابع مانند  $f$  از مجموعه  $A = \{a, b, c, d\}$  به مجموعه  $B = \{e, f, c\}$  وجود دارد به شرطی که  $f(a) = e$  و  $f(b) \neq c$  باشد؟

- ۱) ۸۱      ۲) ۳۶      ۳) ۲۷      ۴) ۱۸

۱۶- اگر  $f(x) = 3x - 2$  و  $(g \circ f)(x) = 9x^2 - 9x + 2$  باشد، ضابطه تابع  $(g - f)(x)$  کدام است؟

- ۱)  $-x^2 - 2x + 2$       ۲)  $x^2 + 2x - 1$       ۳)  $-x^2 + 2x - 1$       ۴)  $x^2 - 2x + 2$

۱۷- اگر  $[2x - 1] = 3$  باشد، حاصل  $[4x + 3]$  کدام است؟

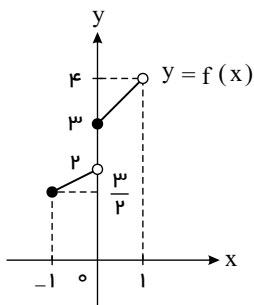
- ۱) فقط ۱۱      ۲) ۱۱ یا ۱۲      ۳) فقط ۱۲      ۴) ۱۲ یا ۱۳

۱۸- دوتایی مرتب  $(a, b)$  کدام می تواند باشد تا نمودار وارون تابع  $y = \frac{2x}{a} - b$  بر خود تابع منطبق نباشد؟

- ۱)  $(2, 0)$       ۲)  $(-2, 0)$       ۳)  $(-2, 5)$       ۴)  $(2, 5)$

۱۹- تابع خطی  $f$  و وارون آن یکدیگر را هیچ گاه قطع نمی کنند. اگر  $f(2) = 5$  باشد،  $f(6)$  کدام است؟ (دامنه تابع  $f$  مجموعه اعداد حقیقی است.)

- ۱) ۲      ۲) ۷      ۳) ۹      ۴) ۶



۲۰- اگر نمودار تابع  $f$  به صورت زیر باشد، مجموع جواب های معادله  $(f \circ f^{-1})(x) = x^2 - 3x + 3$  کدام است؟

- ۱) ۳      ۲) -۴      ۳) ۴      ۴) معادله جواب ندارد.

۲۱- اگر  $\log 2 = k$  باشد حاصل  $\log(6 - 2\sqrt{5}) + 2\log(1 + \sqrt{5})$  کدام است؟

- ۱)  $2 + 4k$       ۲)  $4k$       ۳)  $1 + k$       ۴)  $2k$

۲۲- با فرض  $\log_p^q x = \log_{p^q}^q x$ ، حاصل  $\log_{p^q}^q x$  کدام است؟

- ۱)  $\frac{2}{2+x}$       ۲)  $\frac{1}{2+x}$       ۳)  $\frac{1}{1+2x}$       ۴)  $\frac{2}{1+2x}$

۲۳- دامنه ی تعریف تابع  $y = \sqrt{\log_{\frac{x-1}{x+1}}^{\frac{x-1}{x+1}}}$  کدام است؟

- ۱)  $x < -1$  یا  $x > 1$       ۲)  $x < 1$       ۳)  $x > -1$       ۴)  $x > 1$

۲۴- دامنه ی تعریف تابع  $f(x) = \log_{49-x^2}^{x^2-1}$  شامل چند عدد طبیعی است؟

- ۱) ۱      ۲) ۲      ۳) ۴      ۴) ۵

۲۵- حاصل عبارت  $\log \frac{1}{2} + \log \frac{2}{3} + \dots + \log \frac{n}{n+1}$  برابر کدام گزینه است؟

- ۱)  $-\log n!$       ۲)  $n - \log(n+1)$       ۳)  $n - \log n!$       ۴)  $-\log(n+1)$

۲۶- مقدار  $\frac{1}{1 + \log_p^3} + \frac{1}{1 + \log_p^2}$  کدام است؟

- ① ۱      ② ۲      ③  $\log_p^3$       ④  $\log_p^2$

۲۷- دامنه تابع  $y = \log(2^x - 3)$  کدام است؟

- ①  $(0, +\infty)$       ②  $(\log_p^3, +\infty)$       ③  $(\log_p^2, +\infty)$       ④  $(0, 1)$

۲۸- مجموع جواب‌های معادله  $9^x - 7 \times 3^x + 10 = 0$  کدام است؟

- ① ۷      ② ۱۰      ③  $\log_p^{10}$       ④  $\log_p^7$

۲۹- جمعیت گونه خاصی از حشرات، سالانه ۱۰ درصد افزایش می‌یابد. پس از حداقل چند سال، جمعیت این گونه خاص بیش‌تر از یازده برابر می‌شود؟  
( $\log 11 \approx 1.041$ )

- ① ۲۴      ② ۲۵      ③ ۲۶      ④ ۲۷

۳۰- نمودار یک تابع به صورت  $f(x) = -2 + \left(\frac{1}{p}\right)^{Ax+B}$ ، نمودار تابع  $y = x^2 - x$  را در دو نقطه به طول‌های ۱ و ۲ قطع می‌کند.  $f(3)$  کدام است؟

- ① ۳      ② ۴      ③ ۵      ④ ۶

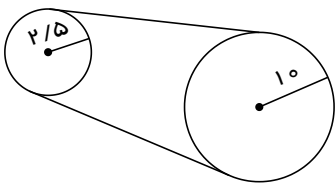
۳۱- چرخ و فلکی به قطر ۴۰ متر داریم که هر ۲ دقیقه یک دور در جهت مثبت می‌چرخد اگر کابین خاصی از چرخ و فلک را در دست گرفته باشیم که در لحظه  $t = 0$  با زمین ۱۰ متر فاصله دارد و رو به بالا در حال حرکت است. پس از گذشت ۴ ثانیه کمانی که کابین طی می‌کند چند رادیان است؟

- ①  $\frac{\pi}{3}$       ②  $\frac{2\pi}{3}$       ③  $\frac{4\pi}{3}$       ④  $\frac{\pi}{15}$

۳۲- در دایره‌ای به شعاع ۴ cm طول کمان مقابل به زاویه  $20^\circ$  چقدر است؟

- ①  $\frac{4\pi}{9}$  cm      ②  $\frac{2\pi}{9}$  cm      ③ ۴ cm      ④ ۸ cm

۳۳- در شکل زیر یک تسمه، دو قرقره به شعاع ۱ cm و ۲٫۵ cm را به هم وصل کرده است، اگر قرقره بزرگتر  $\frac{3\pi}{2}$  رادیان بچرخد، قرقره کوچکتر چند رادیان می‌چرخد؟



- ①  $10\pi$       ②  $15\pi$       ③  $6\pi$       ④  $12\pi$

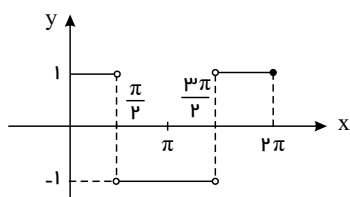
۳۴- اگر  $\frac{\pi}{3} \leq \theta < \pi$ ،  $\sin \theta = m - 2$  باشد، حدود  $m$  کدام است؟

- ①  $2 \leq m \leq 3$       ②  $2 < m \leq 3$       ③  $\frac{\sqrt{3}}{2} < m \leq 2 + \frac{\sqrt{3}}{2}$       ④  $\frac{\sqrt{3}}{2} \leq m \leq 2 + \frac{\sqrt{3}}{2}$

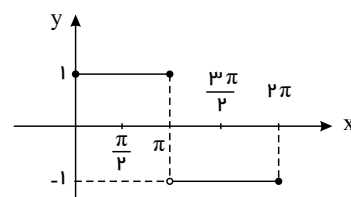
۳۵- عبارت  $\sin(\alpha + \frac{\pi}{3}) + \sin(\alpha + 3\pi) + \sin(\alpha + \frac{5\pi}{3})$  برابر است با:

- ① صفر      ② ۱      ③  $\cos \alpha$       ④  $-2 \sin \alpha$

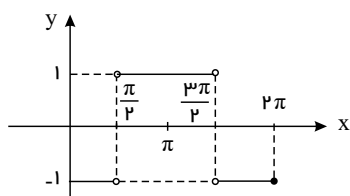
۳۶- نمودار تابع  $y = \frac{|\cos x|}{\cos x}$  را در بازه  $[0, 2\pi]$  رسم کنید.



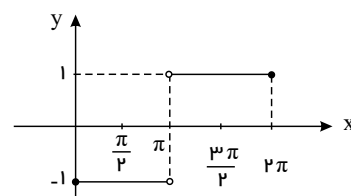
(۲)



(۱)



(۴)



(۳)

۳۷- اگر  $\tan(\frac{3\pi}{2} - \theta) = 5 \cos(\pi + \theta)$  و  $\theta$  در ربع چهارم نباشد،  $\tan \theta$  کدام است؟ ( $\cos \theta \neq 0$ )

(۴)  $-\frac{4}{3}$

(۳)  $-\frac{3}{4}$

(۲)  $\frac{4}{3}$

(۱)  $\frac{3}{4}$

۳۸- کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟

(۴)  $\sin(-4) < \cos(-2)$

(۳)  $\sin 3 < \cos(-1)$

(۲)  $\cos 2 > \sin 1$

(۱)  $\sin 4 > \cos(-1)$

۳۹- مقدار  $\cos 15^\circ$  کدام است؟

(۴)  $\frac{\sqrt{3}-1}{4}$

(۳)  $\frac{\sqrt{3}+1}{4}$

(۲)  $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

(۱)  $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

۴۰- حاصل عبارت  $\tan \frac{11\pi}{4} + \sin \frac{15\pi}{4} \cos \frac{13\pi}{4}$  کدام است؟

(۴)  $\frac{3}{2}$

(۳)  $\frac{1}{2}$

(۲)  $-\frac{1}{2}$

(۱)  $-\frac{3}{2}$

۴۱- حد کسر  $\frac{\cos 2x + [-\sin^2 x]}{\sin^2 x + [\sin^2 x]}$  وقتی  $x \rightarrow 0$  کدام است. (□ نماد جزء صحیح)

(۴)  $\infty$

(۳) ۲

(۲) -۲

(۱)  $-\frac{1}{2}$

۴۲- به ازای کدام مقدار  $a$  تابع با ضابطه  $f(x) = \begin{cases} (x-1)|x| & ; x < 2 \\ a + 2 \sin \frac{\pi}{x} & ; x \geq 2 \end{cases}$  در بازه  $[0, 3]$  پیوسته است؟

(۴) ۱

(۳) ۰

(۲) -۱

(۱) -۲

۴۳- اگر  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - \sqrt{3x-2}}{ax+b} = \frac{1}{2}$  باشد، آنگاه  $b$  کدام است؟

(۴) ۲

(۳) ۱

(۲) -۱

(۱) -۲

۴۴- حاصل  $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{|x^2-1|}{x + \sqrt{x+2}}$  کدام است؟

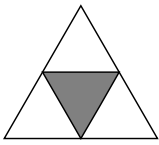
(۴) ۱

(۳)  $-\frac{4}{3}$

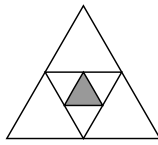
(۲)  $\frac{4}{3}$

(۱) ۰

۴۵- مثلث متساوی‌الاضلاع به طول ضلع ۲ را در نظر بگیرید. وسط اضلاع این مثلث را به هم وصل می‌کنیم تا مثلث جدیدی ایجاد شود. اگر عمل وصل کردن وسط ضلع‌های مثلث جدید را ادامه دهیم و در مرحله  $n$  ام محیط مثلث حاصل را با  $P_n$  نمایش دهیم، ضابطه  $P_n$  کدام است و به چه عددی نزدیک می‌شود؟



(۱)



(۲)

①  $P_n = 3 \times 2^{-n}$  و ۶

②  $P_n = 3 \times 2^{1-n}$  و صفر

③  $P_n = 3 \times 2^{-n}$  و صفر

④  $P_n = 3 \times 2^{1-n}$  و ۶

۴۶- اگر تابع  $f$  در نقطه‌ی  $x = -2$  حد داشته باشد و  $\lim_{x \rightarrow -2} \left( \frac{f(x)}{3 - f(x)} \right) = 4$ ، آن‌گاه حاصل  $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$  کدام است؟

④  $-4$

③  $4$

②  $2, 4$

①  $4, 2$

۴۷- حاصل  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 + x - 6}$  کدام است؟

④  $\frac{3}{2}$

③  $\frac{4}{5}$

②  $\frac{5}{4}$

①  $\frac{2}{3}$

۴۸- اگر تابع‌های  $f$  و  $g$  در  $x = -2$  حد داشته باشند و  $\lim_{x \rightarrow -2} (2f(x) + g(x)) = 7$  و  $\lim_{x \rightarrow -2} (f(x) - 3g(x)) = -7$  حاصل

$\lim_{x \rightarrow -2} \left( x + \frac{f(x)}{g(x)} \right)$  کدام است؟

④  $\frac{8}{3}$

③  $\frac{4}{3}$

②  $-\frac{4}{3}$

①  $\frac{3}{2}$

۴۹- حاصل  $\lim_{x \rightarrow 2^-} [x^2 - x]$  کدام است؟

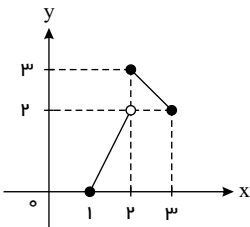
④  $-1$

③  $3$

②  $2$

①  $1$

۵۰- نمودار تابع  $y = f(x)$  به صورت شکل زیر است. حاصل  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f \circ f(x) + \lim_{x \rightarrow 2^-} [f(x)]$  کدام است؟ [ ]، نماد جزء صحیح است.



②  $2$

①  $1$

④  $3$

③  $4$

# پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۴

$$f(x) = \begin{cases} 2x & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$$

ابتدا ضابطه‌ی تابع  $f(x) = x + |x|$  را به صورت یک تابع دوضابطه‌ای می‌نویسیم.

توجه کنیم که برای  $x \geq 0$ ،  $f(x) = g(x)$  است بنابراین این دو تابع بی‌شمار نقطه‌ی مشترک دارند.

۲ - گزینه ۳ ابتدا دستگاه معادلات را به صورت  $\begin{cases} ax + 2y = 0 \\ (3-a)x + (5-a)y = 2 \end{cases}$  مرتب می‌کنیم.

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} \rightarrow \frac{a}{3-a} = \frac{2}{5-a} = \frac{0}{2}$$

شرط بی‌شمار جواب داشتن

عبارت  $\frac{2}{5-a} = \frac{0}{2}$  به ازای هیچ مقداری از  $a$  برقرار نیست بنابراین رابطه‌ی فوق به ازای هیچ مقداری از  $a$  برقرار نمی‌شود.

۳ - گزینه ۲

$$2, 9, 16, 23, 30, \boxed{37}, \dots \quad 12, 17, 22, 27, 32, \boxed{37}, \dots$$

$$\begin{cases} a_1 = 37 \\ d = [5, 7] = 35 \end{cases} \Rightarrow a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow a_n = 35n + 2$$

$$a_n < 300 \Rightarrow 35n + 2 < 300 \Rightarrow n < 8.57 \dots \Rightarrow n = 8$$

اما جمله مشترک دورقمی

$$\rightarrow \text{تعداد جملات مشترک سه‌رقمی} = 8 - 2 = 6$$

دارد (۳۷، ۷۲)

۴ - گزینه ۴ شرط وجود دو ریشه‌ی مثبت در معادله‌ی درجه دوم این است که:

$$\begin{cases} \Delta > 0 \rightarrow 4(a-2)^2 - 4(14-a) > 0 \rightarrow a^2 - 3a - 10 > 0 & \frac{-2}{+} \quad \frac{5}{-} \quad \frac{+}{+} \quad (I) \\ S = -\frac{b}{a} > 0 \rightarrow S = -\frac{-2(a-2)}{1} > 0 \rightarrow a > 2 & (II) \\ P = \frac{c}{a} > 0 \rightarrow P = \frac{c}{a} = \frac{14-a}{1} > 0 \rightarrow a < 14 & (III) \end{cases}$$

$$I \cap II \cap III \Rightarrow 5 < a < 14$$

توجه: در معادله درجه دوم هرگاه  $\frac{c}{a}$  منفی نباشد، باید شرط  $\Delta > 0$  بررسی گردد و اگر  $\frac{c}{a} < 0$  باشد، آنگاه معادله دو ریشه حقیقی دارد و نیاز به بررسی  $\Delta > 0$  نیست.

۵ - گزینه ۳

$$\sqrt{2x-3} + \sqrt{4(2x-3)} = x+1 \Rightarrow 3\sqrt{2x-3} = x+1$$

$$\Rightarrow 9(2x-3) = x^2 + 2x + 1 \Rightarrow x^2 - 16x + 28 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 2 \rightarrow 3\sqrt{4-3} = 2+1 \rightarrow 3 = 3 \\ x = 14 \rightarrow 3\sqrt{28-3} = 14+1 \rightarrow 15 = 15 \end{cases}$$

هر دو جواب قابل قبول اند. چون در معادله صدق می‌کنند.

۶ - گزینه ۳

$$mx^2 + (3+m)x + 6 = m^2 \Rightarrow mx^2 + (3+m)x + 6 - m^2 = 0$$

اگر ریشه‌های معادله را  $\alpha$  و  $\beta$  بنامیم داریم:

$$\alpha = \frac{1}{\beta} \Rightarrow \alpha\beta = 1 \Rightarrow \frac{c}{a} = 1 \Rightarrow a = c \Rightarrow m = 6 - m^2 \Rightarrow m^2 + m - 6 = 0$$

$$\Rightarrow (m-2)(m+3) = 0 \Rightarrow m = 2, m = -3$$

$$m = 2 \Rightarrow 2x^2 + 5x + 2 = 0 \Rightarrow \Delta = 25 - 16 = 9 > 0 \Rightarrow S = \alpha + \beta = -\frac{5}{2}$$

$$m = -3 \Rightarrow -3x^2 - 3 = 0 \Rightarrow x^2 = -1 \text{ غیر قابل قبول}$$

۷ - گزینه ۳

$$2x + \sqrt{2x+5} = 1 \Rightarrow \sqrt{2x+5} = 1 - 2x \xrightarrow{\text{توان ۲}} 2x+5 = 1 + 4x^2 - 4x$$

$$\Rightarrow 4x^2 - 6x - 4 = 0 \Rightarrow 2x^2 - 3x - 2 = 0 \Rightarrow \Delta = 9 + 16 = 25 \Rightarrow x = \frac{3 \pm 5}{4} = 2, -\frac{1}{2}$$

حال ریشه‌ها را در معادله امتحان می‌کنیم:

$$x = 2 \Rightarrow 4 + \sqrt{4+5} = 1 \Rightarrow 4+3=1 \text{ غلط} \Rightarrow x=2 \text{ غ قی}$$

$$x = -\frac{1}{2} \Rightarrow -1 + \sqrt{-1+5} = 1 \Rightarrow -1+2=1 \Rightarrow 1=1 \Rightarrow x = -\frac{1}{2} \text{ قابل قبول}$$

۸ - گزینه ۳

$$x|x| = x^2 - 4x^2 + 3x$$

$$x \leq 0 \Rightarrow x(-x) = x^2 - 4x^2 + 3x \Rightarrow x^2 - 3x^2 + 3x = 0 \Rightarrow x(x^2 - 3x + 3) = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{x=0}, x^2 - 3x + 3 = 0 \Rightarrow \Delta = 9 - 12 = -3 < 0 \Rightarrow \text{ریشه ندارد.}$$

$$x \geq 0 \Rightarrow x(x) = x^2 - 4x^2 + 3x \Rightarrow x^2 - 5x^2 + 3x = 0 \Rightarrow x(x^2 - 5x + 3) = 0$$

$$\Rightarrow x=0, x^2 - 5x + 3 = 0 \Rightarrow \Delta = 13 \Rightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{13}}{2} > 0 \Rightarrow \text{معادله در کل ۳ ریشه دارد.}$$

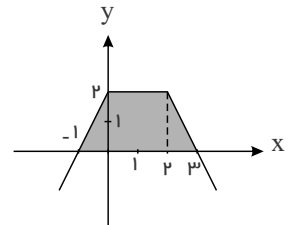
۹ - گزینه ۳

$$f(x) = 4 - |x-2| - |x|$$

$$x < 0 \Rightarrow f(x) = 4 + x - 2 + x = 2x + 2 \quad \begin{array}{c|c} x & -1 \\ \hline y & 2 \end{array}$$

$$0 \leq x < 2 \Rightarrow f(x) = 4 + x - 2 - x = 2$$

$$x \geq 2 \Rightarrow f(x) = 4 - (x-2) - x = -2x + 6 \quad \begin{array}{c|c} x & 2 \quad 3 \\ \hline y & 2 \quad 0 \end{array}$$



$$S = \frac{(2+4) \times 2}{2} = 6$$

۱۰ - گزینه ۴ ابتدا محدوده  $x$  را به دست می‌آوریم:

$$x^2 < 2x \Rightarrow x(x-2) < 0 \Rightarrow 0 < x < 2$$

پس داریم:

$$2|x| + |x-2| = 2x + (2-x) = x+2$$

۱۱ - گزینه ۴

$$(f \pm g)(a) = f(a) \pm g(a) \quad \text{میدانیم:}$$

$$\frac{f(-1) + g(-1) + f(2) - g(2)}{f(1) + g(1)} = \frac{0 + (-1) + 2 - 1}{2 + g(1)} = 0$$

۱۲ - گزینه ۴ در اینگونه مسائل باید عبارت دیگری متشکل از  $f(x+2)$  و  $f(1-x)$  تشکیل دهیم. با کمی دقت معلوم است که اگر بجای  $x$  جمله  $x-1$  را قرار دهیم، عبارت دیگری تشکیل می‌شود که با حل دستگاه به جواب می‌رسیم.

$$f(x+2) + 2f(1-x) = 4 - 3x$$

$$x \rightarrow -1-x \Rightarrow f(-1-x+2) + 2f(1+1+x) = 4 - 3(-1-x)$$

$$\begin{cases} f(1-x) + 2f(x+2) = 7 + 3x \\ 2f(1-x) + f(x+2) = 4 - 3x \\ -3f(x+2) = 4 - 3x - 14 - 6x = -9x - 10 \end{cases}$$

$$f(x+2) = 3x + \frac{10}{3} \xrightarrow{x \rightarrow x-2} f(x-2+2) = 3(x-2) + \frac{10}{3}$$

$$\Rightarrow f(x) = 3x - 6 + \frac{10}{3} \Rightarrow f(x) = \frac{9x-8}{3}$$

۱۳ - گزینه ۱

$$D_f \cap D_g = \{4, 0, 2\} D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x | g(x) = 0\} = \{4, 0\}$$

$$\frac{f}{g} = \left\{ \left(4, \frac{10}{3}\right), \left(0, \frac{5}{-3}\right) \right\} = \left\{ \left(4, 5\right), \left(0, -\frac{5}{3}\right) \right\} \Rightarrow \text{عضو ۲}$$

$$f(-2) = 4 \Rightarrow \frac{-2m}{5} = 4 \Rightarrow m = -10 \Rightarrow f(x) = \frac{-10x}{x^2 + 1}$$

$$f(-1) - 2f(1) = \frac{10}{2} - 2\left(\frac{-10}{2}\right) = 5 + 10 = 15$$

۱۵ - گزینه ۴ با در نظر گرفتن تعداد انتخاب‌های هر عضو مجموعه A داریم:

$$\left\{ \begin{array}{cccc} a & , & b & , & c & , & d \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ 1 & \times & 2 & \times & 3 & \times & 3 \end{array} \right\} = 18$$

چون  $f(a) = e$  پس  $a$  یک انتخاب و چون  $f(b) \neq c$  پس  $b$  دو انتخاب دارد.

۱۶ - گزینه ۴

$$f(x) = 3x - 2, (g \circ f)(x) = g(f(x)) = 9x^2 - 9x + 2 \Rightarrow g(3x - 2) = 9x^2 - 9x + 2$$

$$3x - 2 = t \Rightarrow x = \frac{t + 2}{3}$$

$$g(t) = 9\left(\frac{t+2}{3}\right)^2 - 9\left(\frac{t+2}{3}\right) + 2 \Rightarrow g(t) = t^2 + 4 + 4t - 3t - 6 + 2 \Rightarrow g(t) = t^2 + t \Rightarrow g(x) = x^2 + x$$

$$\text{پس: } (g - f)(x) = g(x) - f(x) = x^2 + x - (3x - 2) = x^2 - 2x + 2$$

۱۷ - گزینه ۲

$$[2x - 1] = 3 \Rightarrow [2x] - 1 = 3 \Rightarrow [2x] = 4 \Rightarrow 4 \leq 2x < 5 \xrightarrow{\times 2} 8 \leq 4x < 10$$

$$8 + 3 \leq 4x + 3 < 10 + 3 \Rightarrow 11 \leq 4x + 3 < 13 \Rightarrow [4x + 3] = 11, 12$$

۱۸ - گزینه ۴ ابتدا تابع وارون تابع  $b - \frac{2x}{a}$  را می‌یابیم.

$$y = \frac{2x}{a} - b \Rightarrow \frac{2x}{a} = y + b \Rightarrow x = \frac{a}{2}y + \frac{ab}{2} \Rightarrow y^{-1} = \frac{a}{2}x + \frac{ab}{2}$$

اگر تابع وارون بر تابع اولیه منطبق باشد، داریم:

$$y^{-1} = y \Rightarrow \frac{a}{2}x + \frac{ab}{2} = \frac{2x}{a} - b \Rightarrow \begin{cases} \frac{a}{2} = \frac{2}{a} \Rightarrow a^2 = 4 \Rightarrow a = \pm 2 \\ \frac{ab}{2} = -b \quad (1) \end{cases}$$

$$a = 2 \xrightarrow{(1)} \frac{2b}{2} = -b \Rightarrow b = -b \Rightarrow 2b = 0 \Rightarrow b = 0 \Rightarrow (a, b) = (2, 0)$$

$$a = -2 \Rightarrow \frac{-2b}{2} = -b \Rightarrow -b = -b \Rightarrow b \in \mathbb{R} \Rightarrow (a, b) = (-2, b), b \in \mathbb{R}$$

پس به ازای  $(a, b) = (2, 0)$  تابع وارون بر تابع اصلی منطبق نمی‌باشد.

۱۹ - گزینه ۳ تابع خطی  $f(x) = ax + b$  با دامنه  $\mathbb{R}$  زمانی با وارونش یعنی  $f^{-1}$  غیرمتقاطع است که  $a = 1$  و  $b \neq 0$  باشد، پس:

$$f(x) = x + b \xrightarrow{f(2)=5} 5 = 2 + b \Rightarrow b = 3$$

پس  $f(x) = x + 3$  و در نتیجه  $f(6) = 6 + 3 = 9$  است.

۲۰ - گزینه ۱ می‌دانیم که  $(f \circ f^{-1})(x) = x$  برای همه مقادیر عضو  $D_{f^{-1}}$  برقرار است. از طرفی  $D_{f^{-1}} = R_f$  و  $R_f = \left[\frac{3}{2}, 2\right) \cup [3, 4)$ . بنابراین باید معادله  $x = x^2 - 3x + 3$  را

حل کنیم. البته تنها جواب‌هایی قابل قبول هستند که عضو  $R_f$  باشند. با حل این معادله به  $x = 3$  و  $x = 1$  می‌رسیم که تنها  $x = 3$  قابل قبول است.

۲۱ - گزینه ۲

$$\log_k^a + \log_k^b = \log_k^{ab}, \quad \log_k^{a^n} = n \log_k^a \quad \text{می‌دانیم:}$$

$$\log(\sqrt{6-2\sqrt{5}}) + 2\log(1+\sqrt{5}) = \log(\sqrt{6-2\sqrt{5}}) + \log(1+\sqrt{5})^2 = \log(\sqrt{6-2\sqrt{5}}) + \log(1+5+2\sqrt{5})$$

$$= \log(\sqrt{6-2\sqrt{5}}) + \log(\sqrt{6+2\sqrt{5}}) = \log(\sqrt{(6-2\sqrt{5})(6+2\sqrt{5})}) = \log(\sqrt{36-20}) = \log 16 = \log 2^4 = 4 \log 2 = 4k$$

مزوج

۲۲ - گزینه ۱

$$\log_k^{a^n} = n \log_k^a, \quad \log_k^a = \frac{1}{\log_k^a}, \quad \log_k^a + \log_k^b = \log_k^{ab} \quad \text{می‌دانیم:}$$

$$\log_{\sqrt{2}}^4 = x \Rightarrow 2 \log_{\sqrt{2}}^2 = x \Rightarrow \log_{\sqrt{2}}^2 = \frac{x}{2}$$



$$\log_{\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} = \frac{1}{\log_{\sqrt{2}}^{\sqrt{2}}} = \frac{1}{\log_{\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} + \log_{\sqrt{2}}^{\sqrt{2}}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{\sqrt{2}}} = \frac{1}{\frac{\sqrt{2} + 1}{\sqrt{2}}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} + 1}$$

۲۳ - گزینه ۴

$$\text{می دانیم: } \log_a^A \geq m \xrightarrow{0 < \alpha < 1} A \leq a^m$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{x-1}{x+1} > 0 \Rightarrow \frac{x-1}{x+1} > 0 \quad \left| \begin{array}{cccc} -\infty & -1 & 1 & +\infty \\ + & \cup & - & \cup & + \end{array} \right. \Rightarrow x > 1 \text{ یا } x < -1 \\ \log_{\sqrt{2}}^{\frac{x-1}{x+1}} \geq 0 \Rightarrow \frac{x-1}{x+1} \leq 1 \Rightarrow \frac{x-1}{x+1} - 1 \leq 0 \Rightarrow \frac{-2}{x+1} \leq 0 \Rightarrow x+1 > 0 \Rightarrow x > -1 \end{array} \right. \xrightarrow{\text{اشتراک}} x > 1$$

۲۴ - گزینه ۴

جلوی لگاریتم باید مثبت باشد و مبنای لگاریتم باید مثبت باشد و مخالف یک باشد.

$$\left. \begin{array}{l} x^{\sqrt{2}} - 1 > 0 \Rightarrow x^{\sqrt{2}} > 1 \Rightarrow x > 1 \text{ یا } x < -1 \\ 49 - x^{\sqrt{2}} > 0 \Rightarrow x^{\sqrt{2}} < 49 \Rightarrow -\sqrt{2} < x < \sqrt{2} \\ 49 - x^{\sqrt{2}} \neq 1 \Rightarrow x^{\sqrt{2}} \neq 48 \Rightarrow x \neq \pm 4\sqrt{3} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{اشتراک}} D_f = (-\sqrt{2}, -1) \cup (1, \sqrt{2}) - \{\pm 4\sqrt{3}\}$$

دامنه‌ی تعریف تابع شامل اعداد طبیعی ۲، ۳، ۴، ۵، ۶ می باشد.

۲۵ - گزینه ۴

$$\log \frac{1}{2} + \log \frac{2}{3} + \dots + \log \frac{n}{n+1} = \log \left( \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \dots \times \frac{n}{n+1} \right) = \log \left( \frac{1}{n+1} \right) \\ = \log(n+1)^{-1} = -\log(n+1)$$

۲۶ - گزینه ۱

$$\frac{1}{1 + \log_{\sqrt{2}}^{\sqrt{2}}} + \frac{1}{1 + \log_{\sqrt{2}}^{\sqrt{2}}} = \frac{1}{\log_{\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} + \log_{\sqrt{2}}^{\sqrt{2}}} + \frac{1}{\log_{\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} + \log_{\sqrt{2}}^{\sqrt{2}}} \\ = \frac{1}{\log_{\sqrt{2}}^{\sqrt{2}}} + \frac{1}{\log_{\sqrt{2}}^{\sqrt{2}}} = \log_{\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} + \log_{\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} = \log_{\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} = 1$$

۲۷ - گزینه ۲

$$y = \log(2^x - 3) \text{ شرط معنی دار بودن لگاریتم } : 2^x - 3 > 0 \Rightarrow 2^x > 3$$

از طرفین نامساوی فوق در مبنای ۲ لگاریتم می گیریم. چون  $2 > 1$  پس جهت نامعادله عوض نمی شود.

$$\log_{\sqrt{2}}^{2^x} > \log_{\sqrt{2}}^3 \Rightarrow x \log_{\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} > \log_{\sqrt{2}}^3 \Rightarrow x > \log_{\sqrt{2}}^3 \Rightarrow D_f = (\log_{\sqrt{2}}^3, +\infty)$$

۲۸ - گزینه ۳

$$9^x - 7 \times 3^x + 1 = 0 \Rightarrow (3^{\sqrt{2}})^x - 7 \times 3^x + 1 = 0 \Rightarrow (3^{\sqrt{2}})^{\sqrt{2}} - 7 \times 3^{\sqrt{2}} + 1 = 0$$

با فرض  $3^x = A$  داریم:

$$A^{\sqrt{2}} - 7A + 1 = 0 \Rightarrow (A - 2)(A - 5) = 0 \Rightarrow A = 2, A = 5$$

$$3^x = 2 \Rightarrow x = \log_{\sqrt{2}}^2, \quad 3^x = 5 \Rightarrow x = \log_{\sqrt{2}}^5 \Rightarrow \log_{\sqrt{2}}^2 + \log_{\sqrt{2}}^5 = \log_{\sqrt{2}}^{(2 \times 5)} = \log_{\sqrt{2}}^{10}$$

۲۹ - گزینه ۳

جمعیت اولیه =  $P_0$

$$\text{جمعیت پس از سال اول} = P(1) = P_0 + \frac{1}{100} P_0 = 1,1 P_0$$

$$\text{جمعیت پس از سال دوم} = P(2) = P(1) + \frac{1}{100} P(1) = 1,1 P(1) = (1,1)^2 P_0$$

به همین ترتیب جمعیت پس از  $t$  سال از رابطه زیر به دست می آید.

$$P(t) = (1,1)^t \cdot P_0 \Rightarrow P(t) > 11 P_0 \Rightarrow (1,1)^t \cdot P_0 > 11 P_0 \Rightarrow (1,1)^t > 11$$

$$\log(1,1)^t > \log 11 \Rightarrow t \log \left( \frac{11}{10} \right) > \log 11 \Rightarrow t(\log 11 - \log 10) > \log 11$$

$$\Rightarrow t(1,1 - 1) > 1,1 \Rightarrow t > \frac{1,1}{0,1} \Rightarrow t > 11 \xrightarrow{t \in \mathbb{N}} t \geq 12$$

۳۰ - گزینه ۴ چون دو نقطه به طولهای  $x = 1$  و  $x = 2$  محل برخورد این دو تابع است پس در هر دو تابع صدق می کند؛ بنابراین داریم:

$$y = x^2 - x \rightarrow \begin{cases} y(1) = 0 \\ y(2) = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f(1) = 0 \\ f(2) = 2 \end{cases}$$

$$f(1) = -2 + \left(\frac{1}{2}\right)^{A+B} = 0 \Rightarrow 2^{-A-B} = 2^1 \Rightarrow \boxed{A+B=-1} \quad (1)$$

$$f(2) = -2 + \left(\frac{1}{2}\right)^{2A+B} = 2 \Rightarrow 2^{-2A-B} = 2^2 \Rightarrow \boxed{2A+B=-2} \quad (2)$$

$$\begin{cases} A+B=-1 \\ 2A+B=-2 \end{cases} \Rightarrow A=-1, B=0 \Rightarrow f(x) = -2 + \left(\frac{1}{2}\right)^{-x} \Rightarrow f(3) = -2 + 2^3 = 6$$

۳۱ - گزینه ۳

با فرض اینکه در هر ثانیه  $x$  رادیان طی می شود داریم:

$$2\pi r = 40\pi \Rightarrow \frac{40\pi}{x} = \frac{2 \times 60}{1} \rightarrow x = \frac{\pi}{3}$$

پس در هر ثانیه  $\frac{\pi}{3}$  رادیان طی می کند بنابراین در ۴ ثانیه  $\frac{4\pi}{3}$  رادیان طی می کند.

۳۲ - گزینه ۱

$$20^\circ \text{ طول کمان مقابل به زاویه } = \frac{20}{360} \times 2\pi r = \frac{1}{18} \times 2\pi \times 4 = \frac{8\pi}{18} = \frac{4\pi}{9} \text{ cm}$$

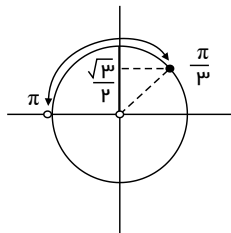
۳۳ - گزینه ۳ ابتدا مسافت طی شده بر روی محیط قمره بزرگتر را حساب می کنیم.

$$L = r \cdot \theta = 10 \times \frac{3\pi}{2} = 15\pi \text{ cm}$$

پس قمره کوچکتر هم  $15\pi$  سانتی متر حرکت می کند پس داریم:

$$L = 15\pi \rightarrow \theta = \frac{L}{r'} = \frac{15\pi}{2.5} = \frac{15\pi}{5} = 3\pi$$

۳۴ - گزینه ۲



در  $\frac{\pi}{3} \leq \theta < \pi$  مقدار  $\sin \theta$  از  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  تا ۱ افزایش یافته و سپس از ۱ تا صفر کاهش می یابد. پس داریم:

$$0 < \sin \theta \leq 1 \rightarrow 0 < m - 2 \leq 1 \rightarrow 2 < m \leq 3$$

۳۵ - گزینه ۱

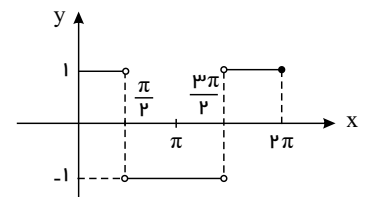
$$\begin{aligned} & \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) + \sin(2\pi + \pi + \alpha) + \sin\left(2\pi - \frac{\pi}{3} + \alpha\right) \\ &= \sin \alpha \cos \frac{\pi}{3} + \cos \alpha \sin \frac{\pi}{3} + \sin(\pi + \alpha) + \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{3}\right) \\ &= \frac{1}{2} \sin \alpha + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \alpha - \sin \alpha + \sin \alpha \cos \frac{\pi}{3} - \cos \alpha \sin \frac{\pi}{3} \\ &= \frac{1}{2} \sin \alpha + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \alpha - \sin \alpha + \frac{1}{2} \sin \alpha - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \alpha = \sin \alpha - \sin \alpha = 0 \end{aligned}$$

۳۶ - گزینه ۲

$$y = \frac{|\cos x|}{\cos x}$$

$$\cos x > 0 \rightarrow y = \frac{\cos x}{\cos x} = 1, 0 \leq x < \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} < x \leq 2\pi$$

$$\cos x < 0 \rightarrow y = \frac{-\cos x}{\cos x} = -1, \frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2}$$



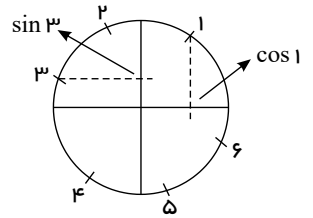
۳۷ - گزینه ۱

$$\begin{aligned} 3 \tan\left(\pi + \frac{\pi}{2} - \theta\right) &= 5 \cos(\pi + \theta) \Rightarrow 3 \tan\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = -5 \cos \theta \\ \Rightarrow 3 \cot \theta &= -5 \cos \theta \Rightarrow 3 \times \frac{\cos \theta}{\sin \theta} = -5 \cos \theta \xrightarrow{\cos \theta \neq 0} \frac{3}{\sin \theta} = -5 \\ \Rightarrow \sin \theta &= -\frac{3}{5} \Rightarrow \theta \text{ ناحیه ۳ یا ۴ نیست} \rightarrow \theta \text{ ناحیه ۳ است.} \end{aligned}$$

$$\cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25} \Rightarrow \cos \theta = -\frac{4}{5} \Rightarrow \tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{3}{4}$$

۳۸ - گزینه ۳ ابتدا توجه کنید که  $\cos(-\alpha) = \cos \alpha$  ،  $\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$  و زوایای داده شده در گزینه‌ها برحسب رادیان هستند.

$$1 \text{ rad} \approx 57^\circ \Rightarrow \begin{cases} 2 \text{ rad} \approx 114^\circ \\ 3 \text{ rad} \approx 171^\circ \\ 4 \text{ rad} \approx 228^\circ \end{cases}$$



گزینه ۱، نادرست است، زیرا:  $\sin 4 < 0 < \cos(-1)$

گزینه ۲، نادرست است، زیرا:  $\cos 2 < 0 < \sin 1$

گزینه ۴، نادرست است، زیرا:  $\cos(-2) < 0 < \sin(-4)$

گزینه ۳، با توجه به دایره مثلثاتی (شکل بالا) درست است.

۳۹ - گزینه ۲

نکته:  $\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$

$$\cos 15^\circ = \cos(45^\circ - 30^\circ) = \cos 45^\circ \cos 30^\circ + \sin 45^\circ \sin 30^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$$

۴۰ - گزینه ۲

$$A = \tan \frac{11\pi}{4} + \sin \frac{15\pi}{4} \cos \frac{13\pi}{4}$$

$$\tan\left(\frac{11\pi}{4}\right) = \tan\left(\frac{12\pi - \pi}{4}\right) = \tan\left(3\pi - \frac{\pi}{4}\right) = \tan\left(\pi - \frac{\pi}{4}\right) = -\tan \frac{\pi}{4} = -1$$

$$\sin\left(\frac{15\pi}{4}\right) = \sin\left(\frac{16\pi - \pi}{4}\right) = \sin\left(4\pi - \frac{\pi}{4}\right) = -\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos\left(\frac{13\pi}{4}\right) = \cos\left(\frac{12\pi + \pi}{4}\right) = \cos\left(3\pi + \frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(\pi + \frac{\pi}{4}\right) = -\cos \frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$A = -1 + \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \cdot \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = -1 + \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$$

۴۱ - گزینه ۲

هرگاه در محاسبه‌ی حد، به براکت برخوردیم، ابتدا آن را تعیین عدد، سپس حاصل حد را می‌یابیم.

$$x \rightarrow 0 \Rightarrow 0 < \sin^2 x < 1 \Rightarrow \begin{cases} [\sin^2 x] = 0 \\ -1 < -\sin^2 x < 0 \Rightarrow [-\sin^2 x] = -1 \end{cases}$$

$\cos 2x = 1 - 2 \sin^2 x$

 می‌دانیم:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x + [-\sin^2 x]}{\sin^2 x + [\sin^2 x]} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x - 1}{\sin^2 x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - 2 \sin^2 x - 1}{\sin^2 x} = -2$$

۴۲ - گزینه ۳ هر دو ضابطه در دامنه خودشان پیوستگی دارند لذا کافی است شرط  $f(2) = \lim_{x \rightarrow 2} f(x)$  برقرار شود. لذا داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (x-1)|x| = (2-1) \times 2 = 2$$

$$\text{حد راست و مقدار تابع } f(2) = a + 2 \sin \frac{\pi}{2} = a + 2 \Rightarrow a + 2 = 2 \Rightarrow a = 0$$

۴۳ - گزینه ۲

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - \sqrt{3x-2}}{ax+b} = \frac{0}{2a+b} \xrightarrow{\text{چون جواب حد، برابر عدد شده است پس این کسر حتماً}} \frac{0}{2a+b} \rightarrow 2a+b = 0$$

$\frac{0}{0}$  بوده که پس از رفع ابهام جوابش  $\frac{1}{2}$  شده است

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - \sqrt{3x-2}}{ax+b} = \frac{0}{0} \rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - \sqrt{3x-2}) \cdot (x + \sqrt{3x-2})}{(ax+b) \cdot (x + \sqrt{3x-2})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{(ax+b) \cdot (x + \sqrt{3x-2})} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-1)(x-2)}{(ax+b)(x + \sqrt{3x-2})} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(1)(x-2)}{(ax+b)(2)} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{a(x + \frac{2}{a})} = \frac{1}{a} = \frac{1}{2} \Rightarrow a = \frac{1}{2} \xrightarrow{ra+b=0} b = -1$$

گزینه ۳ - ۴۴

$$x \rightarrow (-1)^- \Rightarrow x < -1 \Rightarrow x^r > 1 \Rightarrow x^r - 1 > 0$$

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{|x^r - 1|}{x + \sqrt{x+2}} = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{x^r - 1}{x + \sqrt{x+2}} \times \frac{x - \sqrt{x+2}}{x - \sqrt{x+2}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{(x^r - 1)(-2)}{x^2 - x - 2} = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{(x-1)(x+1)(-2)}{(x+1)(x-2)} = -\frac{4}{3}$$

۴۵ - گزینه ۲ اگر طول یک ضلع را در مرحله  $n$  ام با  $x_n$  نمایش دهیم، داریم:

$$x_1 = \frac{1}{r} \times 2 \Rightarrow P_1 = rx_1 = \frac{r}{r} \times 2, x_r = \frac{1}{r} x_1 = \left(\frac{1}{r}\right)^r \times 2 \Rightarrow P_r = \frac{r}{r^r} \times 2$$

$$x_n = \frac{1}{r} x_r = \left(\frac{1}{r}\right)^n \times 2 \Rightarrow P_n = \frac{r}{r^n} \times 2 = 2 \times r^{1-n}$$

با افزایش  $n$  حاصل  $2 \times \frac{r}{r^n}$  به صفر نزدیک می‌شود.

۴۶ - گزینه ۲ چون تابع  $f$  در نقطه  $x = -2$  حد دارد، فرض می‌کنیم  $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = L$  حال داریم:

$$\frac{\lim_{x \rightarrow -2} f(x)}{2 - \lim_{x \rightarrow -2} f(x)} = 2 \Rightarrow \frac{L}{2 - L} = 2 \Rightarrow L = 4 \Rightarrow L = 12 - 4L \Rightarrow L = \frac{12}{5} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -2} f(x) = \frac{12}{5} = 2,4$$

گزینه ۳ - ۴۷

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^r - 4}{x^r + x - 6} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)(x+3)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+2}{x+3} = \frac{4}{5}$$

۴۸ - گزینه ۲ چون تابع‌های  $f$  و  $g$  در  $x = -2$  حد دارند، پس فرض می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = M, \lim_{x \rightarrow -2} g(x) = N$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} (rf(x) + g(x)) = 2 \Rightarrow rM + N = 2 \xrightarrow{\times r} \begin{cases} rM + rN = 2r \\ M - rN = -2 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} (f(x) - rg(x)) = -2 \Rightarrow M - rN = -2 \rightarrow \frac{rM - 1rM = -2r}{rM - 1rM = -2r}$$

$$M - rN = -2 \Rightarrow r - rN = -2 \Rightarrow N = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} \left(x + \frac{f(x)}{g(x)}\right) = \lim_{x \rightarrow -2} x + \lim_{x \rightarrow -2} \frac{f(x)}{g(x)} = -2 + \frac{2}{2} = -1$$

گزینه ۱ - ۴۹

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} [x^r - x] = [(2 - \epsilon)^r - (2 - \epsilon)] = [2^r - 2\epsilon + \epsilon^r - 2 + \epsilon] = [2^r - 2\epsilon] = 1$$

گزینه ۴ - ۵۰

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(f(x)) + \lim_{x \rightarrow 2^-} [f(x)] = f(2^+) + [2^-] = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) + 1 = 2 + 1 = 3$$