

نام و نام خانوادگی: .....  
 مقطع و رشته: یازدهم (ریاضی)  
 نام پدر: .....  
 شماره داوطلب: .....  
 تعداد صفحه سؤال: ۲ صفحه

جمهوری اسلامی ایران  
 اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران  
 اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۴ تهران  
 دبیرستان غیردولتی دخترانه سرای دانش واحد رسالت  
 آزمون پایان ترم نوبت اول سال تحصیلی ۱۴۰۰-۱۳۹۹

نام درس: آمار و احتمال  
 نام دبیر: مرجان یغمایی  
 تاریخ امتحان: ۲۲ / ۱۰ / ۱۳۹۹  
 ساعت امتحان: ۱۰:۰۰ صبح / عصر  
 مدت امتحان: ۹۰ دقیقه

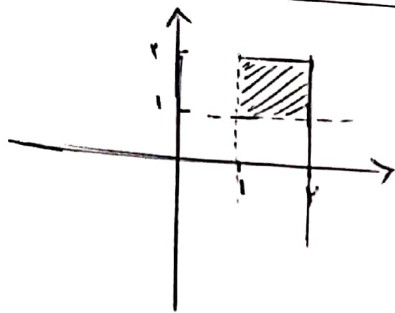
محل مهر و امضاء مدیر		نمره به عدد:	نمره به حروف:
		نمره به عدد:	نمره به حروف:
نام دبیر:		تاریخ و امضاء:	نام دبیر:
		تاریخ و امضاء:	نام دبیر:
ردیف	سؤالات	نمره	حرف
۱	جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید. (الف) ----- یک جمله خبری است که دقیقاً درست یا نادرست باشد. (ب) هر مجموعه نامتناهی دارای ----- زیرمجموعه متناهی است. (ج) علم -----، بررسی یک نمونه نامعلوم از یک جامعه معلوم است. (د) به هر عضو فضای نمونه ----- می گوئیم.	۱	
۱	اگر $q \Rightarrow p$ و $\sim q$ درست باشند، ارزش $p \Leftrightarrow q$ را بیابید	۱	
۲	ارزش گزاره‌های سوری زیر را تعیین کنید و سپس <u>نقیض</u> هر یک را بنویسید. (الف) $\forall x \in (0, +\infty); x + \frac{1}{x} \geq 2$ (ب) $2 < 4 \Rightarrow -4 < -2$	۲	
۱/۵	اگر سه عضو به عضوهای مجموعه A اضافه کنیم تعداد زیرمجموعه های مجموعه جدید ۱۱۲ تا بیشتر از تعداد زیر مجموعه های A می شود، تعداد اعضای مجموعه A را بیابید.	۱/۵	
۱	مجموعه ۶ عضوی را به چند طریق می توان به دو زیرمجموعه افراز کرد؟	۱	
۱/۵	اگر $B = (1, 2]$ و $A = (1, 2]$ باشند، شکل حاصل از مجموعه $(A \times B) \cup (B \times A)$ را رسم نمایید.	۱/۵	
۱	به ازای چند مقدار a دو مجموعه $\{a^2 + 3\}$ و $\{2x + 1, x^2 - 2\}$ با هم مساوی اند؟	۱	
۱	فرض کنید A و B دو مجموعه با مجموعه ی مرجع U باشند، ثابت کنید که اگر $A \cup B = A \cap B$ آنگاه $A=B$ .	۱	

۲	درستی هر یک از تساوی‌های زیر را بررسی کنید. الف) $[A \cap (A' \cup B)] \cup [B' \cap (A \cup B)] = A$ ب) $(A \cap B) - (B \cap C) = (A - B') - C$	۹
۲	از مجموعه $\{1, 2, \dots, 300\}$ عددی به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال آن را محاسبه کنید که عدد انتخابی: الف) بر ۳ یا ۴ بخش پذیر باشد. ب) بر ۴ بخش پذیر باشد ولی بر ۳ بخش پذیر نباشد.	۱۰
۱/۵	اگر $A$ و $B$ دو پیشامد باشند و داشته باشیم $P(A) = 2P(B) = 3P(A \cap B)$ ، مطلوب است محاسبه $\frac{P(A \cup B)}{P(A \cap B)}$	۱۱
۱/۵	در یک آزمایش تصادفی $S = \{x, y, z\}$ فضای نمونه است. اگر $P(x)$ و $P(y)$ و $P(z)$ به ترتیب از راست به چپ، جملات یک دنباله حسابی با قدرنسبت $\frac{1}{8}$ باشند، مقدار $P(\{x, z\})$ را بدست آورید.	۱۲
۱/۵	دو تاس را با هم پرتاب می‌کنیم، احتمال‌های زیر را حساب کنید: الف) مجموع دو عدد رو شده مضرب ۷ باشد. ب) مجموع دو عدد رو شده حداکثر ۴ باشد.	۱۳
۱/۵	فرض کنیم $S = \{a, b, c, d\}$ و $P(a) = 2P(b)$ و $P(c) = P(d) = \frac{1}{4}$ ، مقادیر $P(\{b, c\})$ و $P(a')$ را به دست آورید.	۱۴
صفحه ی ۲ از ۲		

جمع بارم : ۲۰ نمره



ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضاء مدیر
۱.	الف) گزاره ب) تفسیری	ج) اعمال د) برآورد
۲.		$\neg q \equiv T \rightarrow q \equiv F$ $p \Rightarrow \underset{F}{q} \equiv T \rightarrow p \equiv F \quad \rightsquigarrow \quad \underset{F}{q} \Leftrightarrow \underset{F}{p} \equiv T$
۳.	الف) درست. نقض: ب)	$\exists x \in (0, \infty) : x + \frac{1}{x} < 2$ $\neg(p \Rightarrow q) \equiv p \wedge \neg q \quad \text{نقض:} \quad \frac{2 < 4}{T} \Rightarrow \frac{-4 < -2}{T} \equiv T$ $(2 < 4) \wedge (-4 \geq -2)$
۴.		$n(A) = n$ $2^{n+3} = 112 + 2^n \rightarrow 2^{n+3} - 2^n = 112 \rightarrow 2^n \left( \frac{2^3}{1} - 1 \right) = 112 \rightarrow 2^n = 14 = 2^4 \rightarrow n = 4$
۵.		$4 = 1 + 5 \rightarrow \binom{4}{5} \binom{1}{1} = 4$ $4 = 2 + 4 \rightarrow \binom{4}{2} \binom{4}{4} = \frac{4 \times 5}{2} = 10$ $4 = 3 + 3 \rightarrow \frac{\binom{4}{3} \binom{4}{3}}{2!} = \frac{4 \times 5 \times 4}{2 \times 2} = 10$ $\left. \begin{array}{l} \rightarrow \text{تعداد} = 10 + 10 + 4 \\ = 24 \end{array} \right\} \text{حاصل}$



$$A = (1, 2] \text{ و } B = (1, 2]$$

.4

$$x^2 - 2 = 2x + 1 \rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \rightarrow (x-3)(x+1) = 0 \rightarrow \begin{cases} x=3 \\ x=-1 \end{cases}$$

اگر  $x=3 \rightarrow x^2 - 2 = a^2 + 3 \rightarrow 9 - 2 = a^2 + 3 \rightarrow 7 = a^2 + 3 \rightarrow a^2 = 4 \rightarrow a = \pm 2$

اگر  $x=-1 \rightarrow x^2 - 2 = a^2 + 3 \rightarrow 1 - 2 = a^2 + 3 \rightarrow a^2 = -4 \rightarrow \text{غ.ع.ع.}$

.5

زین |  $A \cup B = A \cap B$

حکم |  $A = B \rightarrow \begin{cases} A \subseteq B \\ B \subseteq A \end{cases}$

$$\forall x \in A \xrightarrow{A \subseteq A \cup B} x \in A \cup B \xrightarrow{A \cup B = A \cap B} x \in A \cap B \xrightarrow{A \cap B \subseteq B} x \in B \rightarrow A \subseteq B \text{ (I)}$$

$$\forall x \in B \xrightarrow{B \subseteq A \cup B} x \in A \cup B \xrightarrow{A \cup B = A \cap B} x \in A \cap B \xrightarrow{A \cap B \subseteq A} x \in A \rightarrow B \subseteq A \text{ (II)}$$

$$\boxed{A = B}$$

.6

الف)  $[A \cap (A' \cup B)] \cup [B' \cap (A \cup B)] \stackrel{\text{توزیع}}{=} (A \cap B) \cup (B' \cap A) \stackrel{\text{توزیع}}{=} A \cap (B \cup B') = A$

ب)  $(A \cap B) - (B \cap C) = (A \cap B) \cap (B \cap C)' = (A \cap B) \cap (B' \cup C') \stackrel{\text{توزیع}}{=} [(A \cap B) \cap B'] \cup [(A \cap B) \cap C'] = \emptyset \cup [(A \cap B) \cap C'] = (A \cap B) \cap C' = (A \cap B) - C = (A - B') - C$

.9

A: سیاه مدعیین نوزاد ۳٪  
 $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{[\frac{300}{100}]}{300} = \frac{100}{300}$

B: سیاه مدعیین نوزاد ۴٪  
 $P(B) = \frac{[\frac{40}{100}]}{300} = \frac{75}{300}$

$P(A \cap B) = \frac{[\frac{20}{100}]}{300} = \frac{25}{300}$

الف)  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{100 + 75 - 25}{300} = \frac{150}{300} = \frac{1}{2}$

ب)  $P(B - A) = P(B) - P(A \cap B) = \frac{75 - 25}{300} = \frac{50}{300} = \frac{1}{6}$

.10

$$P(A) = 2P(B) = 3P(A \cap B)$$

$\rightarrow P(A) = 3x$   
 $\rightarrow P(B) = \frac{2}{3}x$

.11

$$\frac{P(A \cup B)}{P(A \cap B)} = \frac{P(A) + P(B) - P(A \cap B)}{P(A \cap B)} = \frac{3x + \frac{2}{3}x - x}{x} = \frac{\frac{4}{3}x}{x} = \frac{4}{3}$$

$$P(x), P(x) + \frac{1}{\lambda}, P(x) + \frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\lambda} \rightarrow P(S) = 1$$

$$\sqrt[3]{P(x) + \frac{1}{\lambda}} = 1 \rightarrow \sqrt[3]{P(x)} = \frac{\omega}{\lambda} \rightarrow P(x) = \frac{\omega}{\lambda}$$

$$P(y) = \frac{\omega}{\lambda} + \frac{1}{\lambda} = \frac{\omega + 1}{\lambda}$$

$$P(z) = \frac{\omega}{\lambda} + \frac{2}{\lambda} = \frac{\omega + 2}{\lambda}$$

$$P(\{x, z\}) = P(x) + P(z) = \frac{\omega}{\lambda} + \frac{\omega + 2}{\lambda} = \frac{2\omega + 2}{\lambda}$$

.۱۲

تجمع (ردیف)	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲
تعداد	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۵	۴	۳	۲	۱

$$n(S) = 12$$

الف)  $P(\text{مقدار } ۷) = P(۷) = \frac{۶}{۱۲}$

ب)  $P(\text{حاصل } ۴) = P(۲) + P(۳) + P(۴) = \frac{۱}{۱۲} + \frac{۲}{۱۲} + \frac{۳}{۱۲} = \frac{۶}{۱۲} = \frac{۱}{۲}$

.۱۳

$$S = \{a, b, c, d\} \quad P(a) = 2P(b) \quad P(c) = P(d) = \frac{1}{4}$$

$$P(S) = 1 \rightarrow P(a) + P(b) + P(c) + P(d) = 1$$

$$2P(b) + P(b) + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 1 \rightarrow 3P(b) = 1 - \frac{2}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \rightarrow P(b) = \frac{1}{6}$$

$$P(a) = 2P(b) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \rightarrow P(a') = 1 - P(a) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

$$P(\{b, c\}) = P(b) + P(c) = \frac{1}{6} + \frac{1}{4} = \frac{2+3}{12} = \frac{5}{12}$$

.۱۴

امضاء:

نام و نام خانوادگی مصحح:

جمع بارم: 20 نمره