


بسمه تعالی

|                      |                        |                       |              |                                                                                   |
|----------------------|------------------------|-----------------------|--------------|-----------------------------------------------------------------------------------|
| نام و نام خانوادگی:  | نام درس: آمار و احتمال | رشته: ریاضی           | پایه: یازدهم | کد کتاب:                                                                          |
| تاریخ امتحان: ۹۸/۱۰/ | تعداد صفحه: ۳ صفحه     | مدت امتحان: ۱۰۰ دقیقه | ساعت شروع:   |  |
| نام دبیر: خانم محمدی | نمره به عدد:           | مهر و امضاء آموزشگاه: |              |                                                                                   |
|                      | نمره به حروف:          |                       |              |                                                                                   |
| ردیف                 | سؤالات                 |                       |              | بارم                                                                              |

|   |                                                                                                                                                                            |
|---|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ۱ | ارزش گزاره های زیر را تعیین کنید.<br>الف) $(2+4 \geq 5)$<br>ب) $(2 < -3) \vee (4+6=10)$<br>ج) $\{1\} \subseteq \{\{1,2\}, 3\}$<br>د) ۱۵ مضرب ۳ است $\Rightarrow$ ۲ فرد است |
| ۲ | نقیض گزاره های سوری زیر را بنویسید.<br>الف) اگر $n^2$ مضرب ۳ باشد آنگاه $n$ نیز مضرب ۳ است.<br>ب) $\forall x \in (0, +\infty), x + \frac{1}{x} > 2$                        |
| ۳ | با استفاده از جدول ارزش گزاره ها نشان دهید:<br>$p \Rightarrow (q \Rightarrow r) \equiv (p \wedge q) \Rightarrow r$                                                         |
| ۴ | مجموع تعداد زیر مجموعه های یک مجموعه $n$ عضوی و یک مجموعه $n+2$ عضوی برابر $16^n$ است. $n$ را بیابید.                                                                      |

|     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |    |
|-----|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| ۲   | <p>الف) اگر <math>B, A</math> دو مجموعه با مرجع <math>U</math> باشند و <math>A \subseteq B</math> ثابت کنید <math>B' \subseteq A'</math></p> <p>ب) اگر <math>U \subseteq A</math> ثابت کنید <math>A = U</math></p> <p>ج) اگر <math>A \subseteq \emptyset</math> ثابت کنید <math>A = \emptyset</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | ۵  |
| ۱   | <p>مجموعه های <math>A = \{\emptyset, 1\}</math> و <math>B = \{\emptyset, \{\emptyset, 1\}\}</math> را در نظر بگیرید. مطلوب است:</p> <p>الف) <math>A \cap B</math>      ب) <math>A - B</math>      پ) تمام زیر مجموعه های <math>A</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | ۶  |
| ۱   | <p>درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) اگر <math>X \subseteq A</math> و <math>X \subseteq A'</math> الزاماً <math>X = \emptyset</math></p> <p>ب) اگر <math>A \cup B = A \cup C</math> آنگاه <math>B = C</math></p> <p>پ) اگر <math>A \times B = \emptyset</math> آنگاه <math>A = \emptyset</math></p> <p>ت) اگر <math>B, A</math> دو پیشامد ناسازگار باشند آنگاه <math>P(A \cup B) = P(A) + P(B)</math></p> <p><input type="checkbox"/> ص      <input type="checkbox"/> غ      <input type="checkbox"/> ص      <input type="checkbox"/> غ      <input type="checkbox"/> ص      <input type="checkbox"/> غ</p> | ۷  |
| ۱   | <p>در جای خالی، عبارت مناسب بنویسید.</p> <p>الف) اگر <math>A \cap B = \emptyset</math> آنگاه <math>A - B = \dots\dots\dots</math></p> <p>ب) اگر <math>A \cup B = A \cap B</math> آنگاه <math>\dots\dots\dots</math></p> <p>پ) یکی از قوانین جذب عبارت است از <math>\dots\dots\dots</math></p> <p>ت) به هر زیر مجموعه از فضای نمونه ای <math>\dots\dots\dots</math> گویند.</p>                                                                                                                                                                                                                                                   | ۸  |
| ۱   | <p>با استفاده از قوانین جبر مجموعه ها ثابت کنید:</p> $(A - B) \cap (A - C) = A - (B \cup C)$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | ۹  |
| ۰/۵ | <p>اگر <math>A = (0, 2]</math> و <math>B = \{-1, 1\}</math> نمودار <math>A \times B</math> را رسم کنید.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | ۱۰ |

| ردیف | نام و نام خانوادگی:                                                                                                                                                                                | رشته و پایه: | نام درس: | تاریخ: | بارم |
|------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------|----------|--------|------|
| ۱۱   | اگر $A = \{m \in \mathbb{Z} \mid m^2 \leq 2m\}$ و $B = \{n \in \mathbb{Z} \mid n^2 \leq 1\}$ باشد، مجموعه های زیر را با نوشتن اعضا مشخص کنید.<br>الف) $A =$<br>ب) $B =$<br>پ) $A \times B - A^2 =$ |              |          |        | ۲    |
| ۱۲   | با استفاده از اصول احتمال ثابت کنید اگر $B \subseteq A$ آنگاه $P(A - B) = P(A) - P(B)$                                                                                                             |              |          |        | ۱    |
| ۱۳   | تاسی به گونه ای ساخته شده که احتمال وقوع عدد مربع کامل، دو برابر سایر اعداد است. اگر در یک پرتاب این تاس، $A$ پیشامد وقوع عدد زوج باشد، $P(A)$ را بیابید.                                          |              |          |        | ۲    |
| ۱۴   | عددی به تصادف بین ۱ تا ۲۰۰ انتخاب می کنیم. مطلوب است:<br>الف) احتمال آن که عدد انتخابی بر ۲ بخش پذیر باشد ولی بر ۳ بخش پذیر نباشد.<br>ب) احتمال آنکه عدد انتخابی نه بر ۳ و نه بر ۵ بخش پذیر باشد.  |              |          |        | ۲    |
| ۱۵   | اگر $S = \{a, b, c, d\}$ و $P(\{a, d\}) = \frac{2}{5}$ و $P(\{a, c\}) = \frac{1}{4}$ و $P(b) = \frac{1}{5}$ مطلوب است: $P(\{c, d\}) = ?$                                                           |              |          |        | ۲    |
|      |                                                                                                                                                                                                    |              |          |        | ۲۰   |



۲

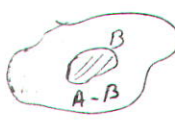
$$A = \{m \in \mathbb{Z} \mid m^2 \leq 2m\} \Rightarrow A = \{0, 1, 2\} \quad B = \{n \in \mathbb{Z} \mid n^2 \leq 1\} \Rightarrow B = \{-1, 0, 1\}$$

$$A \times B = \{(0, -1), (0, 0), (0, 1), (1, -1), (1, 0), (1, 1), (2, -1), (2, 0), (2, 1)\}$$

$$A^2 = A \times A = \{(0, 0), (0, 1), (0, 2), (1, 0), (1, 1), (1, 2), (2, 0), (2, 1), (2, 2)\}$$

$$A \times B - A^2 = \{(2, -1), (2, 0), (2, 1)\}$$

۱



$$B \subseteq A \Rightarrow (A-B) \cap B = \emptyset \quad \text{و} \quad (A-B) \cup B = A$$

$$\Rightarrow P((A-B) \cup B) = P(A-B) + P(B) \Rightarrow P(A) = P(A-B) + P(B)$$

$$\Rightarrow P(A-B) = P(A) - P(B)$$

۲

$$P(1) = P(4) = 2t, \quad P(2) = P(3) = P(5) = P(6) = t$$

$$P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) + P(6) = 1 \Rightarrow 2t + t + t + 2t + t + t = 1$$

$$8t = 1 \Rightarrow t = \frac{1}{8}$$

$$A = \{2, 3, 7\}$$

$$P(A) = P(2) + P(3) + P(7) = \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} \Rightarrow P(A) = \frac{3}{8}$$

۲

$$S = \{1, 2, 3, \dots, 200\}$$

$$A \rightarrow |A| = \left[ \frac{200}{2} \right] = 100 \rightarrow P(A) = \frac{100}{200}$$

$$B \rightarrow |B| = \left[ \frac{200}{3} \right] = 66 \rightarrow P(B) = \frac{66}{200}$$

$$A \cap B \rightarrow |A \cap B| = \left[ \frac{200}{2 \times 3} \right] = 33 \rightarrow P(A \cap B) = \frac{33}{200}$$

الف)  $P(A-B) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{100}{200} - \frac{33}{200} = \frac{67}{200}$

ب)  $P(A \cup B)' = 1 - P(A \cup B) = 1 - (P(A) + P(B) - P(A \cap B))$

$$P(A \cup B)' = 1 - \left( \frac{100}{200} + \frac{66}{200} - \frac{33}{200} \right) = 1 - \frac{133}{200} = \frac{67}{200}$$

۲

$$S = \{a, b, c, d\}$$

$$\textcircled{1} P(\{a, d\}) = \frac{1}{2} \Rightarrow P(a) + P(d) = \frac{1}{2}$$

$$\textcircled{2} P(\{a, c\}) = \frac{1}{4} \Rightarrow P(a) + P(c) = \frac{1}{4}$$

$$\textcircled{3} P(b) = \frac{1}{5}$$

$$P(a) + P(b) + P(c) + P(d) = 1$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + P(c) = 1 \Rightarrow P(c) = \frac{3}{10}$$

$$\Rightarrow P(a) + \frac{1}{5} = \frac{1}{4} \Rightarrow P(a) = \frac{1}{20}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{20} + \frac{1}{5} + P(c) + P(d) = 1 \Rightarrow P(c) + P(d) = 1 - \frac{3}{10} = \frac{7}{10}$$

$$\Rightarrow P(\{c, d\}) = \frac{7}{10}$$