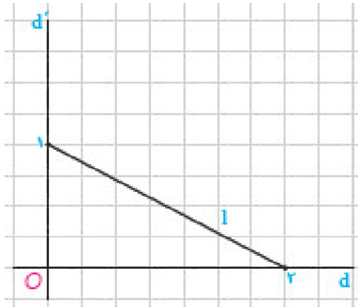
۱- در شکل روبه‌رو اگر خط l را در تجانس به مرکز O و نسبت تجانس $\frac{۷}{۴}$ تصویر کنیم و آن‌را 'l بنامیم، مساحت بین خط l و 'l و خطوط d و 'd چه‌قدر است؟



« **پاسخ** »

۲- یک مربع را در تجانسی با نسبت تجانس $\frac{۲}{۳}$ و به مرکز محلی تلاقی قطرها تصویر کرده‌ایم. اگر مساحت بین مربع و تصویرش ۵ باشد، محیط مربع اولیه را محاسبه کنید.

« **پاسخ** »

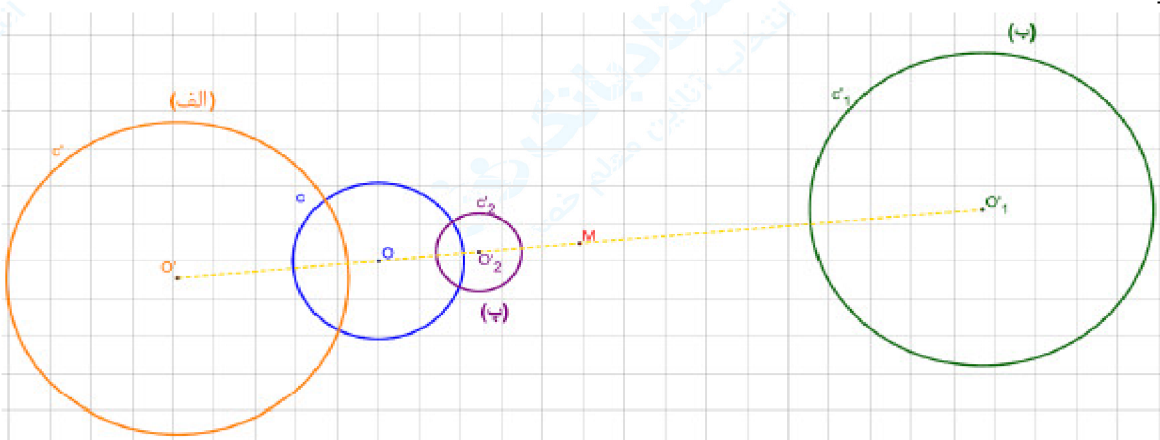
۳- دایره $C(O , R)$ و نقطه‌ی M خارج این دایره مفروض است. مجانس این دایره را نسبت به نقطه‌ی M در هر حالت رسم کنید.
(راهنمایی: تصویر مرکز و یک نقطه دلخواه از دایره را تحت تجانس پیدا کنید.)

الف) $k = ۲$

ب) $k = -۲$

پ) $k = \frac{۱}{۲}$

« **پاسخ** »



۴- در تجانسی با نسبت $k > 0$ و مرکز تجانس O (نقطه O را خارج AB درنظر بگیرید) نشان دهید:

الف) تجانس شیب خط را حفظ می‌کند.

ب) تجانس زاویه بین خطوط را حفظ می‌کند.

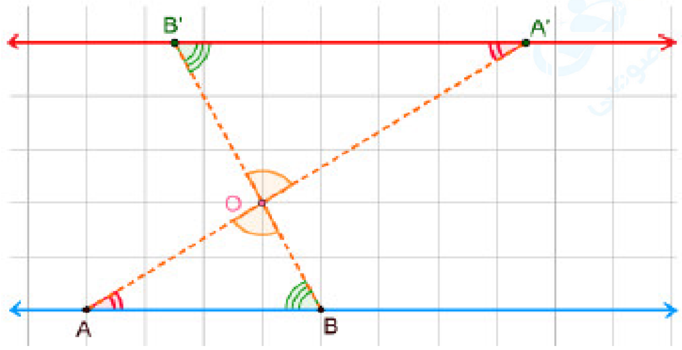
« **پاسخ** »

الف) ۱) در حالتی که نقطه‌ی O روی خط AB قرار دارد و $k > 0$ بدیهی است که نقاط 'A و 'B مجانس‌های نقاط A و B روی خط AB واقع می‌شوند ؛ بنابراین 'A'B بر AB واقع است و شیب تغییر نمی‌کند.

۲) در حالتی‌که نقطه‌ی O روی خط AB قرار ندارد و $k > 0$ در این صورت اگر نقاط 'A و 'B به‌ترتیب، مجانس‌های نقاط A و B باشند، طبق تعریف داریم:

$$\left.\begin{array}{l}\left.\begin{array}{l} OA' = k.OA \\ OB' = k.OB \end{array}\right\} \Rightarrow \dfrac{OA'}{OA} = \dfrac{OB'}{OB} = k \\ \widehat{A'OB'} = \widehat{AOB} \end{array}\right\} \xrightarrow{\text{قضیه ۲ تشابه دو مثلث}} A\overset{\triangle}{O}B \sim A'\overset{\triangle}{O}B'$$

$$\Rightarrow \widehat{OB'A'} = \widehat{OBA} \; , \; \widehat{OA'B'} = \widehat{OAB}$$



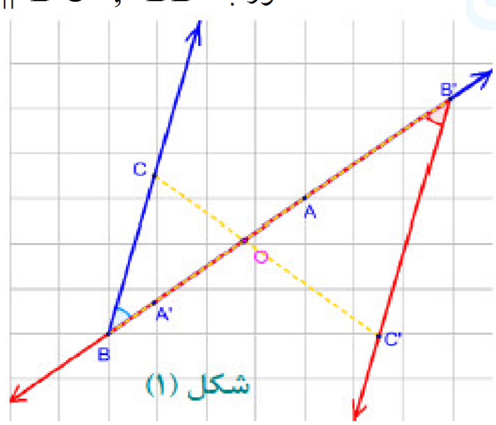
پس بنابر عکس قضیه خطوط موازی خط AB موازی خط 'A'B است و شیب خط ها در صورت وجود با هم برابر است.

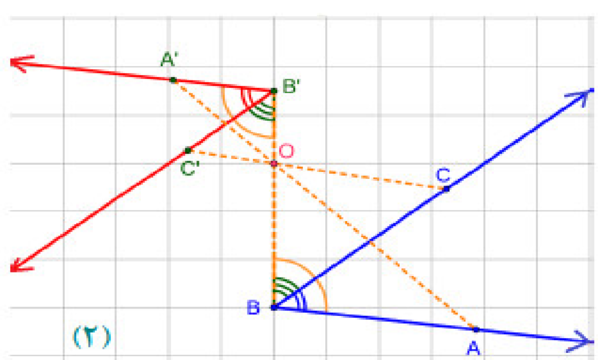
ب) زاویه‌ی $\widehat{ABC}$ را در صفحه درنظر می‌گیریم:

۱) اگر نقطه‌ی O روی رأس زاویه یعنی نقطه‌ی B باشد آن‌گاه مجانس زاویه یعنی $\widehat{A'B'C'}$ روی خط $\widehat{ABC}$ منطبق می‌شود. پس اندازه‌ی آن حفظ می‌شود.

۲) اگر نقطه‌ی O روی یکی از اضلاع باشد مانند شکل ۱ آن‌گاه با توجه به قضیه، تجانس شیب خط را حفظ می‌کند پس:

$$BC \parallel B'C' \; , \; BB' \text{ مورب} \xrightarrow{\text{ق خطوط موازی}} \widehat{ABC} = \widehat{A'B'C'}$$





۳) اگر نقطه‌ی O نه روی اضلاع و نه روی رأس زاویه باشد مانند شکل ۲ با توجه به بند قبلی، تجانس شیب خط را حفظ می‌کند پس:

$$BC \parallel B'C' \; , \; BB' \text{ مورب} \xrightarrow{\text{ق خطوط موازی}} \widehat{CBB'} = \widehat{C'B'B}$$

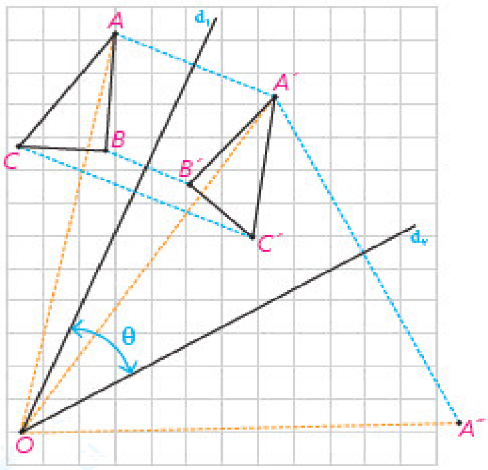
ق خطوط موازی

۵- نقطه‌ی A' تصویر نقطه‌ی A در بازتاب نسبت به خط l است. اگر $AA' = ۱۶$ و نقطه O روی خط l و $OA = ۱۰$ باشد، فاصله‌ی نقطه‌ی A از خط OA' چه‌قدر است؟

« **پاسخ** »

۶- نقطه‌ی A به فاصله‌ی $۲\sqrt{۶}$ از خط d قرار دارد. تصویر نقطه‌ی A را تحت بازتاب نسبت به خط d، نقطه‌ی A' می‌نامیم. نقطه‌ی A را حول نقطه‌ی A' به اندازه‌ی ۱۲۰ درجه دوران می‌دهیم تا نقطه‌ی A'' حاصل شود. طول پاره‌خط AA'' را محاسبه کنید.

« **پاسخ** »



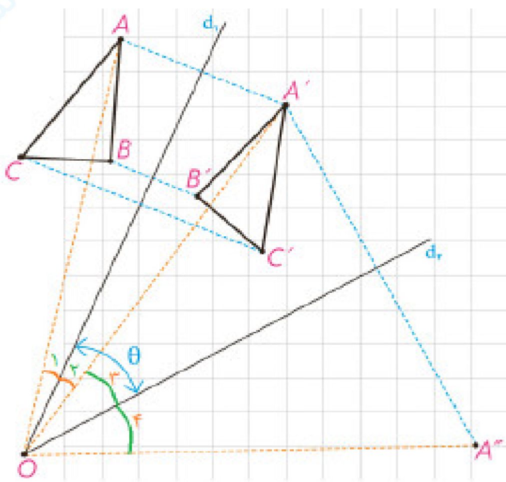
۷- در شکل، دو خط d_1 و d_2 با زاویه‌ی θ یک‌دیگر را قطع کرده‌اند. مثلث $A'\overset{\triangle}{B}'C'$ بازتاب مثلث $A\overset{\triangle}{B}C$ نسبت به خط d_1 است. بازتاب مثلث $A'\overset{\triangle}{B}'C'$ را نسبت به خط d_2 رسم کنید و آنرا $A''\overset{\triangle}{B}''C''$ بنامید.

الف) نشان دهید: $\widehat{AOA''} = ۲\theta$

ب) اندازه‌ی $\widehat{COC''}$ و $\widehat{BOB''}$ چه‌قدر است؟

پ) با چه تبدیلی می‌توان مثلث $A''\overset{\triangle}{B}''C''$ را تصویر $A\overset{\triangle}{B}C$ دانست؟ چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

« **پاسخ** »



الف) خط d_1 محور بازتاب است پس نیمساز زاویه AOA' است

یعنی: $\hat{O}_1 = \hat{O}_2$

خط d_2 محور بازتاب است پس نیمساز زاویه AOA'' است یعنی:

$\hat{O}_3 = \hat{O}_4$

$$\widehat{AOA''} = \hat{O}_1 + \hat{O}_2 + \hat{O}_3 + \hat{O}_4 \xrightarrow[\hat{O}_3 = \hat{O}_4]{\hat{O}_1 = \hat{O}_2}$$

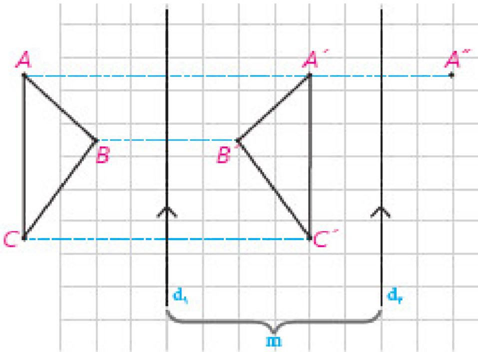
$$\widehat{AOA''} = ۲\hat{O}_2 + ۲\hat{O}_3 \Rightarrow \widehat{AOA''} = ۲\underbrace{\left(\hat{O}_2 + \hat{O}_3\right)}_{\theta}$$

$$\Rightarrow \widehat{AOA''} = ۲\theta$$

ب) بنابر اثبات الف به روش مشابه: $\widehat{BOB''} = \widehat{COC''} = ۲\theta$

پ) با دورانی به مرکز O نقطه‌ی برخورد دو خط بازتاب d_1 و d_2 و زاویه‌ای به اندازه‌ی دو برابر زاویه بین دو خط (۲θ) می‌توان مثلث $A''\overset{\triangle}{B}''C''$ را تصویر مثلث $A\overset{\triangle}{B}C$ دانست.

نتیجه می‌گیریم، ترکیب دو بازتاب که محورهای بازتاب متقاطع باشند یک دوران است.



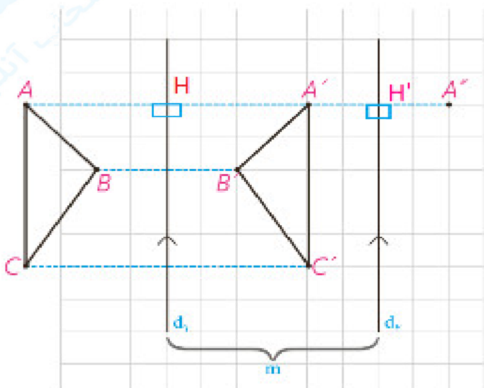
۸- در شکل، $d_{۱}$ به موازات $d_{۲}$ و به فاصله‌ی m از آن قرار دارد و مثلث $A'\overset{\triangle}{B}'C'$ بازتاب مثلث $A\overset{\triangle}{B}C$ نسبت به خط $d_{۱}$ است. بازتاب مثلث $A'\overset{\triangle}{B}'C'$ را نسبت به خط $d_{۲}$ رسم کنید و آن‌را $A''\overset{\triangle}{B}''C''$ بنامید.

الف) نشان دهید: $AA' = ۲m$

ب) اندازه‌ی BB'' و CC'' چه‌قدر است؟

پ) با چه تبدیلی می‌توان مثلث $A''\overset{\triangle}{B}''C''$ را تصویر $A\overset{\triangle}{B}C$ دانست؟ چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

« **پاسخ** »



الف) $AA'' = AH + HA' + A'H' + H'A''$

$$\xrightarrow[A'H' = H'A'']{AH = HA'} AA' = ۲HA' + ۲A'H'$$

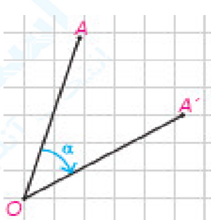
$$\Rightarrow AA'' = ۲\underbrace{(HA' + A'H')}_{m} \Rightarrow AA'' = ۲m$$

ب) بنا بر اثبات قسمت الف به روش مشابه نتیجه می‌گیریم که:

$BB'' = CC'' = ۲m$

پ) با انتقالی تحت بردار انتقالی که اندازه‌ی آن دو برابر فاصله‌ی بین دو خط بازتاب $d_{۱}$ و $d_{۲}$ یعنی $۲m$ و راستای آن عمود بر این دو خط است، می‌توان مثلث $A''\overset{\triangle}{B}''C''$ را تصویر را تصویر مثلث $A\overset{\triangle}{B}C$ دانست.

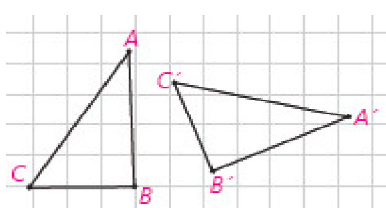
نتیجه می‌گیریم، ترکیب دو بازتابی که محورهای بازتاب موازی یک‌دیگر هستند یک انتقال است.



۹- به سؤالات زیر پاسخ دهید.

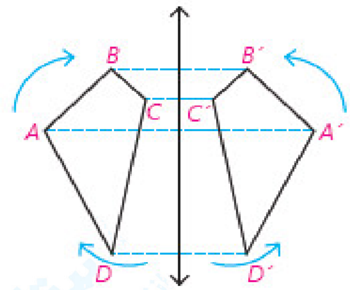
الف) در شکل مقابل نقطه‌ی A' دوران یافته‌ی نقطه‌ی A در دوران به مرکز O و زاویه‌ی α است. نشان دهید عمودمنصف AA' از نقطه‌ی O می‌گذرد.

ب) اگر بدانیم $A'\overset{\triangle}{B'}C$ دوران یافته‌ی $A\overset{\triangle}{B}C$ است، چگونه می‌توان مرکز دوران را مشخص کرد؟



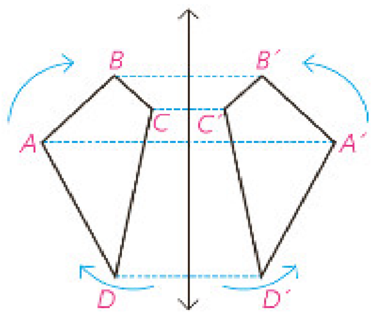
« **پاسخ** »

۱۰- در شکل زیر چهارضلعی $A'B'C'D'$ تصویر چهارضلعی محدب $ABCD$ تحت بازتاب است. در شکل اولیه وقتی به ترتیب A به B C و D می‌رویم، جهت حرکت، موافق چند حرکت عقربه‌های ساعت است. جهت حرکت در بازتاب این نقاط چگونه است؟ آیا می‌توان گفت بازتاب، جهت شکل را حفظ می‌کند؟



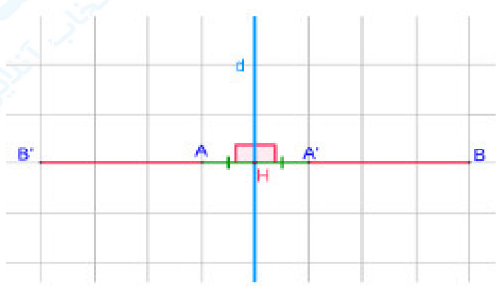
« پاسخ »

جهت حرکت در بازتاب این نقاط خلاف جهت عقربه‌های ساعت است.
خیر نمی‌توان گفت بازتاب، جهت شکل را حفظ می‌کند.



۱۱- در حالتی‌که پاره‌خط AB در راستای عمود بر خط بازتاب قرار دارد، ثابت کنید که اگر $A'B'$ بازتاب AB باشد، AB و $A'B'$ هم‌اندازه‌اند.

« پاسخ »



$B'H = BH \Rightarrow B'A + AH$ بنا بر تعریف بازتاب

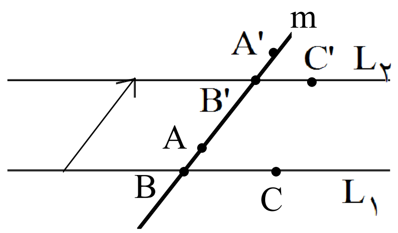
$= BA' + A'H \xrightarrow[\text{بنا بر تعریف بازتاب}]{AH = A'H}$

$B'A = BA'$

$$\left.\begin{array}{l} AB = AA' + A'B \\ A'B' = AA' + B'A \\ B'A = BA' \end{array}\right\} \Rightarrow AB = A'B'$$

۱۲- با استفاده از تبدیل‌ها ثابت کنید اگر خط موربی دو خط موازی را قطع کند، زاویه‌های نظیر برابر خواهند بود.

« **پاسخ** »

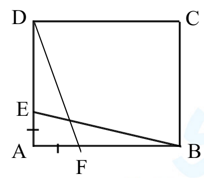


تحت انتقالی به موازات خط مورب m که خط L_1 را بر روی L_2 می‌نگارد.

خواهیم داشت: $C \to C'$, $B \to B'$, $A \to A'$

بنابراین $\widehat{ABC} \to \widehat{A'B'C'}$ یعنی زاویه‌های متناظر برابرند.

۱۳- چهارضلعی $ABCD$، یک مربع است و $AE = AF$.
با استفاده از بازتاب ثابت کنید: $BE = DF$



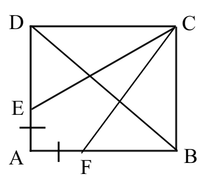
« **پاسخ** »

قطر AC را رسم می‌کنیم. در این صورت داریم:

$$\left.\begin{array}{l} B \xrightarrow{\text{تحت بازتاب نسبت به خط } AC} D \\ E \xrightarrow{\text{تحت بازتاب نسبت به خط } AC} F \end{array}\right\} \Rightarrow BE \xrightarrow{\text{تحت بازتاب نسبت به خط } AC} DF$$

بازتاب نسبت به خط ایزومتری است پس $BE = DF$.

۱۴- چهارضلعی $ABCD$، یک مربع است و $AE = AF$.
با استفاده از بازتاب ثابت کنید: $CE = CF$

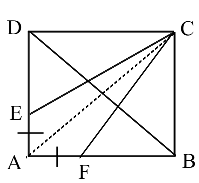


« **پاسخ** »

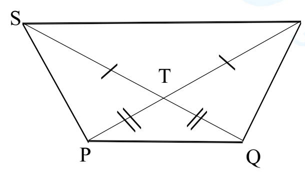
قطر AC را رسم می‌کنیم. در این صورت داریم:

$$\left.\begin{array}{l} E \xrightarrow{\text{تحت بازتاب نسبت به خط } AC} F \\ C \xrightarrow{\text{تحت بازتاب نسبت به خط } AC} C \end{array}\right\} \Rightarrow EC \xrightarrow{\text{تحت بازتاب نسبت به خط } AC} FC$$

بازتاب نسبت به خط ایزومتری است پس $EC = FC$.



۱۵- در شکل روبه‌رو PR و QS قطرها، $PT = QT$ و $RT = ST$
با استفاده از بازتاب ثابت کنید: $PQS \cong QPR$



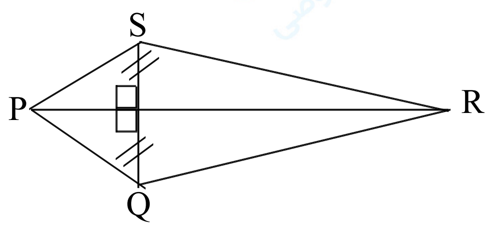
« **پاسخ** »

از نقطه‌ی T خط d بر SR و PQ عمود می‌کنیم.

$$\left.\begin{array}{l} S \xrightarrow{\text{تحت بازتاب نسبت به خط } d} R \\ P \xrightarrow{\text{تحت بازتاب نسبت به خط } d} Q \\ Q \xrightarrow{\text{تحت بازتاب نسبت به خط } d} P \end{array}\right\} \Rightarrow \widehat{SPQ} \xrightarrow{\text{تحت بازتاب نسبت به خط } d} \widehat{RQP}$$

بازتاب نسبت به خط ایزومتری است پس دو مثلث $\widehat{SPQ}$ و $\widehat{RQP}$ مساویند.

۱۶- در شکل روبه‌رو PR عمودمنصف QS است.
با استفاده از بازتاب ثابت کنید: $\widehat{SPR} = \widehat{QPR}$



« **پاسخ** »

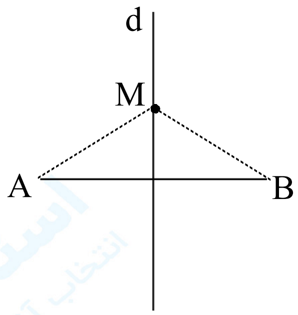
PR را به عنوان محور تقارن در نظرمی‌گیریم.

$$\left.\begin{array}{l} P \xrightarrow{\text{تحت بازتاب نسبت به خط } PR} P \\ S \xrightarrow{\text{تحت بازتاب نسبت به خط } PR} Q \\ R \xrightarrow{\text{تحت بازتاب نسبت به خط } PR} R \end{array}\right\} \Rightarrow \widehat{PSR} \xrightarrow{\text{تحت بازتاب نسبت به خط } d} \widehat{PQR}$$

بازتاب نسبت به خط تبدیل ایزومتری است پس $\widehat{PQR} \cong \widehat{PSR}$ در نتیجه زوایای $\widehat{SPR}$ و $\widehat{QPR}$ برابرند.

۱۷- با استفاده از بازتاب ثابت کنید:
فاصله‌ی هر نقطه روی عمودمنصف یک پاره‌خط
تا دو سر آن به یک اندازه است.

« **پاسخ** »



فرض کنید خط d عمودمنصف پاره خط AB باشد و M نقطه‌ای از خط d باشد.

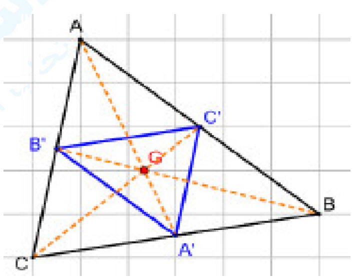
$$\left.\begin{array}{l} A \xrightarrow{\text{تحت بازتاب نسبت به خط } d} B \\ M \xrightarrow{\text{تحت بازتاب نسبت به خط } d} M \end{array}\right\} \Rightarrow AM \xrightarrow{\text{تحت بازتاب نسبت به خط } d} BM$$

بازتاب نسبت به خط تبدیل ایزومتری است پس $AM = BM$.

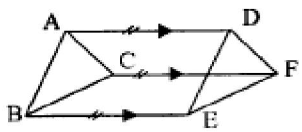
۱۸- فرض کنید G محل برخورد میانه‌های مثلث ABC (مرکز ثقل آن) باشد و مثلث $A'B'C'$ مجانس مثلث ABC در تجانس به مرکز G و نسبت $K = -\frac{1}{2}$ باشد.

الف) جایگاه رأس‌های A' و B' و C' نسبت به مثلث ABC کجاست؟
ب) مساحت مثلث $A'B'C'$ چه کسری از مساحت مثلث ABC است؟

« **پاسخ** »



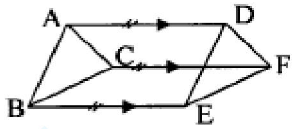
الف) A' وسط BC، B' وسط AC و C' وسط AB قرار دارند.
با توجه به خاصیت مرکز ثقل می‌دانیم که $GA' = \frac{1}{2}GA$ همچنین نقطه‌ی G بین A و A' پس نقطه‌ی A' مجانس نقطه‌ی A به مرکز تجانس G و نسبت تجانس $-\frac{1}{2}$ است. همین مطلب در مورد نقاط B' و C' نیز صدق می‌کند.
ب) با توجه به ویژگی تجانس مساحت مثلث $A'B'C'$، $\frac{1}{4}$ مساحت مثلث ABC است.



۱۹- پاره‌خط‌های AD ، BE و CF مساوی و موازی‌اند.
با استفاده از ویژگی‌های تبدیل انتقال ثابت کنید: $A\overset{\triangle}{B}C \cong D\overset{\triangle}{E}F$

« **پاسخ** »

بردار AD را بردار انتقال در نظر می‌گیریم (۰/۲۵) چون خطهای AD و CF و BE موازی و مساویند: بنابراین تحت

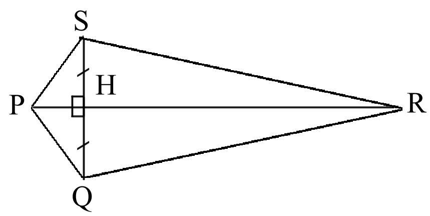


این انتقال $\begin{cases} A \to D \\ C \to F \\ B \to E \end{cases}$ پس (۰/۲۵) $\begin{cases} AC \to DF \\ AB \to DE \\ CB \to FE \end{cases}$

چون انتقال ایزومتری است پس $AC = DF$, $AB = DE$, $CB = FE$ (۰/۲۵)

بنابراین $A\overset{\triangle}{B}C \cong D\overset{\triangle}{E}F$ (۰/۲۵)

۲۰- در شکل روبه‌رو PR عمودمنصف QS است. با استفاده از ویژگی‌های تبدیل‌ها ثابت کنید: $S\hat{P}R = Q\hat{P}R$



« **پاسخ** »

راه‌حل اول: PR را به عنوان محور تقارن در نظر می‌گیریم تحت بازتاب نسبت به خط PR داریم:

$$\left.\begin{array}{l} P \to P \\ S \to Q \\ R \to R \end{array}\right\} \to \begin{cases} PS \to PQ \\ PR \to PR \\ SR \to QR \end{cases}$$

$$\to PS = PQ\ ,\ PR\ ,\ SR = QR \xrightarrow{\text{(ض ض ض)}} \widehat{PSR} = \widehat{PQR} \to S\hat{P}R = Q\hat{P}R$$

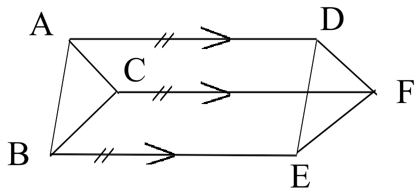
بازتاب ایزومتری است.

راه حل دوم: PR را به عنوان محور تقارن در نظر می‌گیریم تحت بازتاب نسبت به خط PR داریم:

$$\left.\begin{array}{l} S \to Q \\ P \to P \\ R \to R \end{array}\right\} \to S\hat{P}R \to Q\hat{P}R \Rightarrow S\hat{P}R = Q\hat{P}R$$

۲۱- پاره خط های AD , BE و CF مساوی و موازی‌اند.

با استفاده از ویژگی‌های تبدیل انتقال ثابت کنید: $A\overset{\triangle}{B}C \cong D\overset{\triangle}{E}F$



« **پاسخ** »

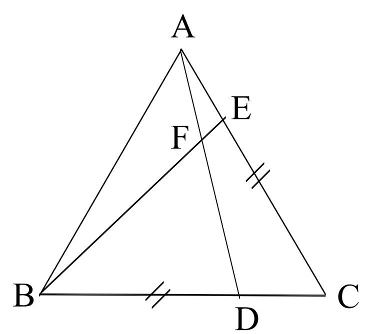
بردار AD را بردار انتقال در نظر می‌گیریم (۰/۲۵) چون خط های AD و CF و BE موازی و مساویند.

بنابراین تحت این انتقال (۰/۲۵) $\begin{cases} A \to D \\ C \to F \\ B \to E \end{cases}$ پس (۰/۲۵) $\begin{cases} AC \to DF \\ AB \to DE \\ CB \to FE \end{cases}$

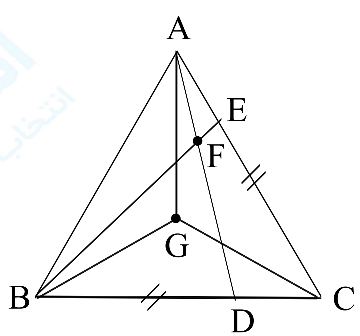
چون انتقال ایزومتری است پس $AC=DF$, $AB=DE$ و $CB=FE$ (۰/۲۵) بنابراین $D\overset{\triangle}{E}F \cong A\overset{\triangle}{B}C$ (۰/۲۵)

۲۲- مثلث ABC متساوی‌الاضلاع است و $BD = CE$

با استفاده از تبدیلات ثابت کنید $AD = BE$



« **پاسخ** »



محل تلاقی میانه‌های مثلث ABC را G می‌نامیم، می‌دانیم هر کدام از زاویه‌های حول نقطه‌ی G مساوی ۱۲۰° می‌باشند و (۰/۲۵)

$AG = BG = CG$ تحت دوران به مرکز G و زاویه‌ی ۱۲۰°-

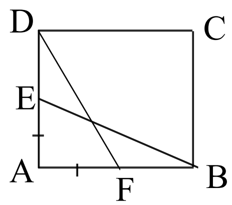
$$\left.\begin{matrix} A \to B \\ A \to C \end{matrix}\right\} \Rightarrow BA \to AC$$

(۰/۵)

$$\left.\begin{matrix} A \to C \\ C \to B \end{matrix}\right\} \Rightarrow AC \to CB$$

$$AE = CD \quad \Rightarrow \quad E \to D$$

$$\Rightarrow \begin{cases} B \to A \\ E \to D \end{cases} \to BE \to AD \Rightarrow BE = AD$$ (۰/۵)

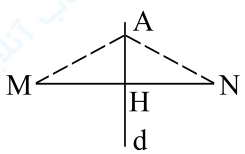


۲۳- چهارضلعی $ABCD$ یک مربع است و $AE = AF$.
با استفاده از تبدیل‌ها ثابت کنید: $BE = DF$

« **پاسخ** »

قطر AC را رسم می‌کنیم لذا AC عمودمنصف EF و DB است. بنابراین در بازتاب نسبت به AC داریم:

$$\left.\begin{array}{l} B \longrightarrow D \\ E \longrightarrow F \end{array}\right\} \Rightarrow BE \longrightarrow DF \Rightarrow BE = DF$$



۲۴- با استفاده از بازتاب ثابت کنید فاصله‌ی هر نقطه روی عمودمنصف یک پاره‌خط تا دو سر آن پاره‌خط به یک اندازه است.

$d \perp MN \,,\, MH = NH \Rightarrow AM = AN$

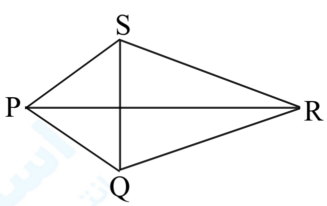
« **پاسخ** »

d عمودمنصف MN می‌باشد پس محور تقارن این پاره‌خط هم می‌باشد بنابراین:

$A \longrightarrow A$ و $M \longrightarrow N \Rightarrow AM \longrightarrow AN$

و چون بازتاب ایزومتری است پس:

$AM = AN$



۲۵- در شکل مقابل PR عمود منصف QS است به کمک ویژگی‌های تبدیلات ثابت کنید.

$\widehat{SPR} = \widehat{QPR}$

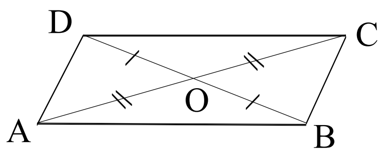
« **پاسخ** »

خط PR را به عنوان محور تقارن در نظر می‌گیریم.

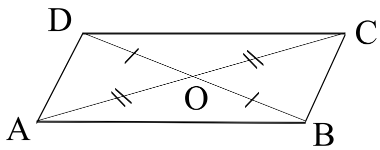
$$\left.\begin{array}{l} P \xrightarrow[\text{به خط } PR]{\text{تحت بازتاب نسبت}} P \\ S \xrightarrow[\text{به خط } PR]{\text{تحت بازتاب نسبت}} Q \\ R \xrightarrow[\text{به خط } PR]{\text{تحت بازتاب نسبت}} R \end{array}\right\} \Rightarrow \widehat{PSR} \xrightarrow[\text{به خط } PR]{\text{تحت بازتاب نسبت}} \widehat{PQR}$$

چون بازتاب ایزومتری است پس مثلث‌های $\widehat{PSR}$ و $\widehat{PQR}$ مساوایند در نتیجه زوایای $\widehat{SPR}$ و $\widehat{QPR}$ مساویند.

۲۶- قطرهای چهارضلعی $ABCD$ یکدیگر را نصف کرده‌اند. با استفاده از تبدیل‌ها، ثابت کنید: $ABCD$ یک متوازی‌الاضلاع است.

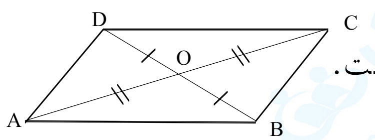


« **پاسخ** »



محل تلاقی قطرها یعنی O را مرکز دوران می‌نامیم. OD و OB همچنین OC و OA در یک راستا هستند. پس زاویه‌ی دوران را می‌توانیم ۱۸۰° در نظر بگیریم در این تبدیل $A \to C$ و $B \to D$ یعنی DC تصویر AB است. در دوران ۱۸۰° شیب خط حفظ می‌شود پس $AB||DC$ است، یعنی چهارضلعی $ABCD$ یک متوازی الاضلاع است.

۲۷- قطرهای چهارضلعی $ABCD$ یکدیگر را نصف کرده‌اند. با استفاده از دوران ثابت کنید: $ABCD$ یک متوازی‌الاضلاع است.

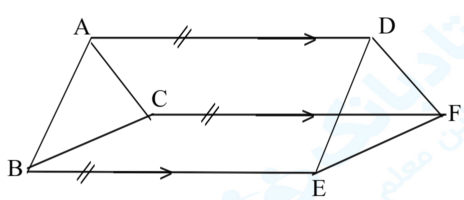


« **پاسخ** »

$$\left.\begin{array}{l}\left.\begin{array}{l} OC = OA \\ \widehat{AOC} = ۱۸۰^\circ \end{array}\right\} \Rightarrow A \xrightarrow{\text{تحت دوران } ۱۸۰^\circ \text{ به مرکز } O} C \\ \left.\begin{array}{l} OB = OD \\ \widehat{BOD} = ۱۸۰^\circ \end{array}\right\} \Rightarrow B \xrightarrow{\text{تحت دوران } ۱۸۰^\circ \text{ به مرکز } O} D \end{array}\right\} \Rightarrow AB \xrightarrow{\text{تحت دوران } ۱۸۰^\circ \text{ به مرکز } O} CD$$

دوران ۱۸۰ درجه یک تبدیل ایزومتری بوده و شیب را حفظ می‌کند. پس $AB = CD$ و $AB \parallel CD$. بنابراین $ABCD$ متوازی‌الاضلاع است.

۲۸- پاره‌خطهای AD، BE، CF مساوی و موازیند.
با استفاده از انتقال ثابت کنید: $ABC \cong DEF$.



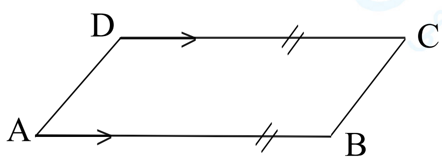
« **پاسخ** »

اگر $\overrightarrow{AD}$ را به عنوان بردار انتقال در نظر بگیریم با توجه به فرض بردارهای AD , CF و BE مساویند.

$$\left.\begin{array}{l} A \xrightarrow{\text{بردار تحت انتقال با } \overrightarrow{AD}} D \\ C \xrightarrow{\text{بردار تحت انتقال با } \overrightarrow{AD}} F \\ B \xrightarrow{\text{بردار تحت انتقال با } \overrightarrow{AD}} E \end{array}\right\} \Rightarrow \widehat{ACB} \xrightarrow{\text{بردار تحت انتقال با } \overrightarrow{AB}} \widehat{DFE}$$

انتقال تبدیل ایزومتری است پس دو مثلث $\widehat{ACB}$ و $\widehat{DEF}$ مساویند.

۲۹- در چهارضلعی $ABCD$، $AB \| DC$ و $AB = DC$،
با استفاده از انتقال ثابت کنید: $AD \| BC$ و $AD = BC$



« **پاسخ** »

اگر $\overrightarrow{AB}$ را به عنوان بردار انتقال در نظر بگیریم خواهیم داشت.

$$\left.\begin{array}{l} AB \parallel DC \\ AB = DC \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} D \xrightarrow[\text{بردار } \overrightarrow{AB}]{\text{تحت انتقال با}} C \\ A \xrightarrow[\text{بردار } \overrightarrow{AB}]{\text{تحت انتقال با}} B \end{array}\right\} \Rightarrow AD \xrightarrow[\text{بردار } \overrightarrow{AB}]{\text{تحت انتقال با}} BC$$

انتقال یک تبدیل ایزومتری است و شیب را حفظ می‌کند پس $AD \parallel BC$ و $AD = BC$.

۳۰- مقدار a را چنان بیابید که اندازه‌ی مماس مشترک خارجی دو دایره به شعاعهای ۸ و ۳ و خط المرکزین $d = ۱۳$، $۵a - ۳$

« **پاسخ** »

$$\text{مماس مشترک خارجی } TT' = \sqrt{d^۲ - (R - R')^۲} \rightarrow ۵a - ۳ = \sqrt{۱۳^۲ - (۸ - ۳)^۲}$$

$$\rightarrow ۵a - ۳ = ۱۲ \rightarrow ۵a = ۱۵ \Rightarrow a = ۳$$