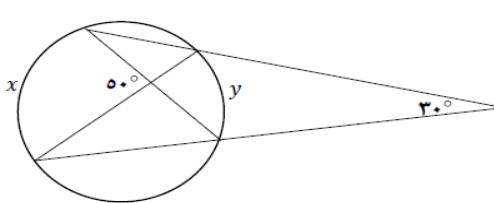


نام و نام خانوادگی:
 مقطع و رشته: یازدهم ریاضی
 نام پدر:
 شماره داوطلب:
 تعداد صفحه سؤال: ۱ صفحه

جمهوری اسلامی ایران
 اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران
 اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۳ تهران
 دبیرستان غیردولتی پسرانه سرای دانش واحد سیدخندان
 آزمون پایان ترم نوبت اول سال تحصیلی ۹۸-۱۳۹۷

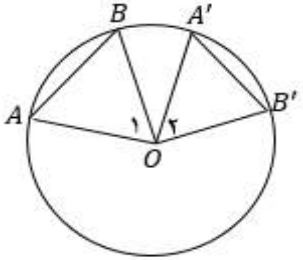
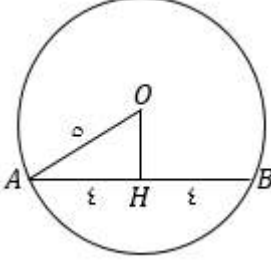
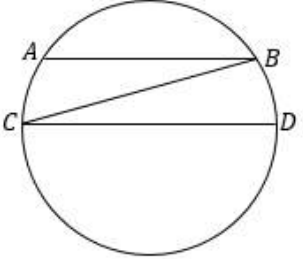
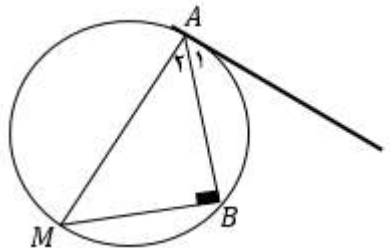
نام درس: هندسه ۲
 نام دبیر: آقای زمانی نژاد
 تاریخ امتحان: ۱۰ / ۱۰ / ۱۳۹۷
 ساعت امتحان: ۰۰ : ۰۸ : صبح / عصر
 مدت امتحان : ۸۰ دقیقه

محل مهر و امضا: مدیر	نمره به عدد:	نمره به حروف:	نمره به عدد:	نمره به حروف:	
	نام دبیر:	تاریخ و امضا:	نام دبیر:	تاریخ و امضا:	
ردیف	سؤالات				نمره
۱	ثابت کنید اگر دو وتر از دایره ای برابر باشند، کمانهای نظیر آنها هم برابرند.				۱
۰.۵	وتر AB به طول ۸ از دایره ی $C(O, 5)$ مفروض است. فاصله ی مرکز دایره از این وتر را بیابید.				۲
۱	ثابت کنید در هر دایره، کمانهای محصور بین دو وتر موازی، برابرند.				۳
۲	ثابت کنید اندازه ی زاویه ی ظلی، نصف کمان روبرو به آن است.				۴
۱	 <p>در شکل زیر، مقادیر X و Y را بیابید.</p>				۵
۱	از نقطه ی M خارج دایره، مماس MT و قاطع MAB را نسبت به دایره رسم کرده ایم، اگر $AB = 8$ ، $MT = 2\sqrt{5}$ ، طول MA و MB را بیابید.				۶
۱.۵	وضعیت های مختلف دو دایره نسبت به یکدیگر را بیان کنید. (با رسم شکل)				۷
۱.۵	ثابت کنید عمود منصف هر ضلع مثلث و نیمساز زاویه ی روبرو به آن ضلع، در نقطه ای روی دایره ی محیطی مثلث، متقاطع اند.				۸
۱.۵	طول مماس مشترک خارجی دو دایره $3\sqrt{7}$ و مماس مشترک داخلی $\sqrt{15}$ و خط المرکزین آنها ۸ واحد است، شعاع های دو دایره را بیابید.				۹
۲	ثابت کنید مماس مشترک های داخلی دو دایره و خط المرکزین آنها، همرس اند.				۱۰
۱.۵	در مثلث دلخواه ABC ، ثابت کنید: $\frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{1}{r}$				۱۱
۱.۵	در مثلث به اضلاع ۷ و ۸ و ۹ طول قطعاتی که دایره ی محاطی خارجی نظیر ضلع بزرگ، روی آن ضلع می سازد را بیابید.				۱۲
۲	ثابت کنید در چهارضلعی محیطی، مجموع اضلاع روبرو، با هم برابر است.				۱۳
۲	ثابت کنید یک دوزنقه، محاطی است اگر و تنها اگر متساوی الساقین باشد.				۱۴
موفق و مؤید باشید زمانی نژاد					
صفحه ی ۱ از ۱					

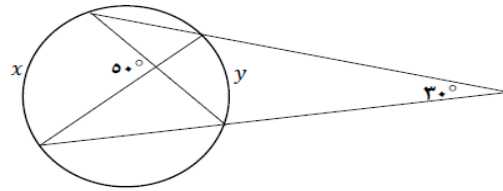


اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران
 اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۳ تهران
 دبیرستان غیر دولتی پسرانه سرای دانش واحد سیدخندان
کلید سوالات پایان ترم نوبت اول سال تحصیلی ۹۸-۱۳۹۷

نام درس: هندسه ۲
 نام دبیر: آقای زمانی نژاد
 تاریخ امتحان: ۱۰ / ۱۰ / ۱۳۹۷
 ساعت امتحان: ۸:۰۰ صبح / عصر
 مدت امتحان: ۸۰ دقیقه

ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضاء مدیر
۱		$\begin{cases} OA = OA' \\ OB = OB' \\ AB = A'B' \end{cases} \rightarrow \Delta OAB \cong \Delta OA'B' \text{ (ض ض ض)} \rightarrow \widehat{O_1} = \widehat{O_2} \rightarrow \text{کمان } AB = \text{کمان } A'B'$
۲		<p>$OH \rightarrow$ قطر عمود بر وتر است $AH = HB = ۴$ ΔOAH : فیثاغورس $\rightarrow OH^2 + ۴^2 = ۵^2 \rightarrow OH = ۳$</p>
۳		<p>B را به C وصل می کنیم، داریم: $(AB \parallel CD), (BC \text{ مورب}) \rightarrow \widehat{B} = \widehat{C}$ $\frac{1}{2} AC = \frac{1}{2} BD \rightarrow AC = BD$</p>
۴		<p>قطر AM را رسم می کنیم، داریم: $\widehat{B} = \frac{1}{2} AM = ۹۰ \rightarrow \begin{cases} \widehat{M} + \widehat{A_2} = ۹۰ \\ \widehat{A_1} + \widehat{A_2} = ۹۰ \end{cases} \rightarrow \widehat{A_1} = \widehat{M} = \frac{1}{2} AB$</p>

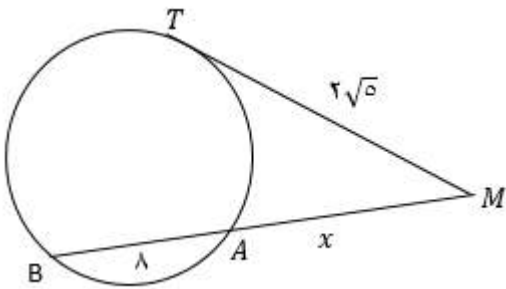
$$\begin{cases} 50 = \frac{1}{4}(x+y) \\ 30 = \frac{1}{4}(x-y) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+y = 200 \\ x-y = 120 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 160 \\ y = 40 \end{cases}$$



۵

$$MT^2 = MA \cdot MB \rightarrow 30 = x(x+160) \rightarrow x^2 + 160x - 30 = 0 \rightarrow (x+160)(x-2) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = -160 \text{ ق ق} \\ x = 2 \text{ ق ق} \end{cases}$$

$MA = 2, MB = 160$



۶

دو دایره ی $C(O, R)$ و $C'(O', R')$ را با خط المکزین d در نظر می گیریم.

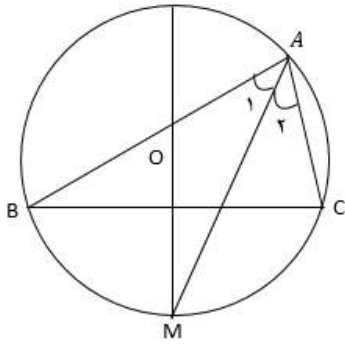
	$d > R + R'$	دو دایره بیرون هم (متخارج)
	$d = R + R'$	دو دایره مماس بیرون
	$R - R' < d < R + R'$	دو دایره متقاطع
	$d = R - R'$	دو دایره مماس درون
	$d < R - R'$	دو دایره متداخل
	$d = 0$	دایره های هم مرکز

۷

قطر عمود بر وتر BC را رسم می کنیم پس این قطر، کمان BC را هم نصف می کند و داریم :

$$\begin{cases} \widehat{A_1} = \frac{1}{2} BM \\ \widehat{A_2} = \frac{1}{2} MC \end{cases} \xrightarrow{BM=MC} \widehat{A_1} = \widehat{A_2}$$

پس AM نیمساز زاویه A است.



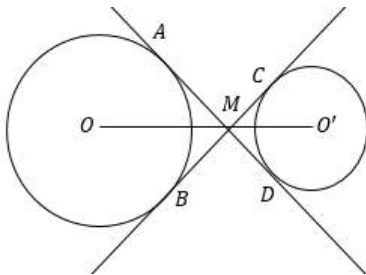
۸

دو دایره ی $C(O, R)$ و $C'(O', R')$ را با خط المرکزین ۸ در نظر می گیریم و فرض می کنیم $R > R'$ داریم :

$$\begin{aligned} \text{طول مماس مشترک خارجی} &= 3\sqrt{7} \rightarrow \sqrt{64 - (R - R')^2} = 3\sqrt{7} \rightarrow (R - R')^2 = 1 \rightarrow R - R' = 1 \\ \text{طول مماس مشترک داخلی} &= \sqrt{15} \rightarrow \sqrt{64 - (R + R')^2} = \sqrt{15} \rightarrow (R + R')^2 = 49 \rightarrow R + R' = 7 \\ &\rightarrow R = 4, R' = 3 \end{aligned}$$

۹

فرض کنیم مماس مشترک های داخلی در M متقاطع اند، پس از M دو مماس بر هریک از دایره ها رسم شده در نتیجه MO و MO' نیمسازهای دو زاویه ی AMB و CMD می باشند و چون این دو زاویه متقابل به رأس اند، MO و MO' در یک امتدادند پس OO' هم از M می گذرد.

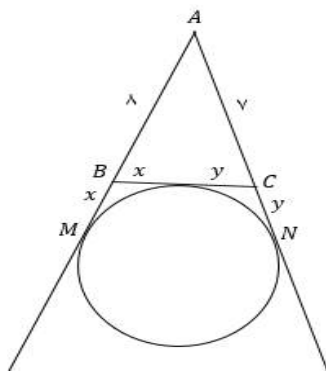


۱۰

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2} a \cdot h_a = \frac{1}{2} b \cdot h_b = \frac{1}{2} c \cdot h_c \\ \rightarrow \frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} &= \frac{a}{2S} + \frac{b}{2S} + \frac{c}{2S} = \frac{a+b+c}{2S} = \frac{2P}{2S} = \frac{P}{S} = \frac{1}{r} \end{aligned}$$

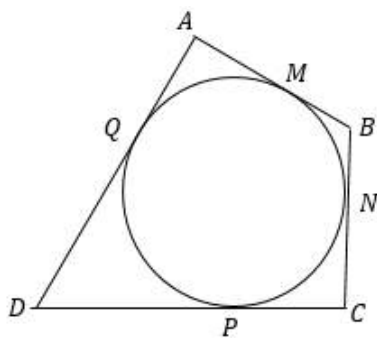
۱۱

$$\begin{cases} AM = AN \rightarrow 8 + x = 7 + y \rightarrow x - y = 1 \\ BC = 9 \rightarrow x + y = 9 \end{cases} \rightarrow x = 5, y = 4$$



۱۲

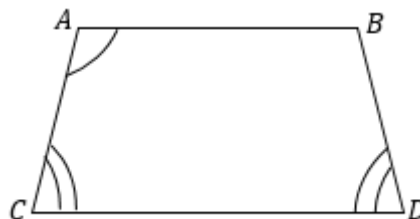
می دانیم اگر از نقطه ای خارج دایره، دو مماس بر آن رسم کنیم، با هم برابرند، پس :
 $AB + CD = AM + MB + CP + PD = AQ + BN + CN + DQ$
 $= (AQ + DQ) + (BN + CN) = AD + BC$



۱۳

فرض کنیم دوزنقه ی ABCD محاطی است پس زاویه های روبرو، مکمل اند و داریم :

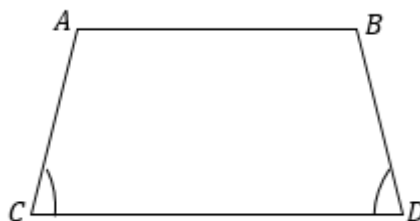
$$\begin{cases} \hat{A} + \hat{C} = 180 \\ \hat{A} + \hat{D} = 180 \end{cases} \rightarrow \hat{C} = \hat{D} \rightarrow \text{دوزنقه متساوی الساقین است}$$



۱۴

حال فرض کنیم دوزنقه ی ABCD متساوی الساقین است، داریم :

$$\hat{A} + \hat{D} = 180 \xrightarrow{\hat{C}=\hat{D}} \hat{A} + \hat{C} = 180 \rightarrow \text{محاطی است } ABCD$$



امضاء:

نام و نام خانوادگی مصحح : فرزاد زمانی نژاد

جمع بارم : ۲۰ نمره