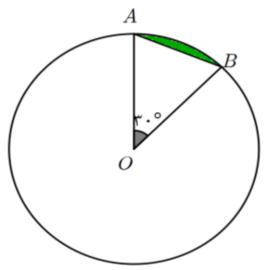
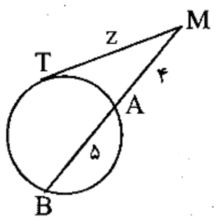
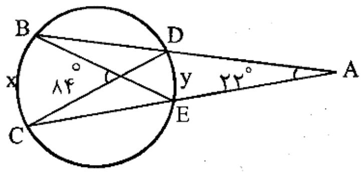
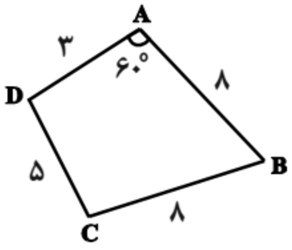
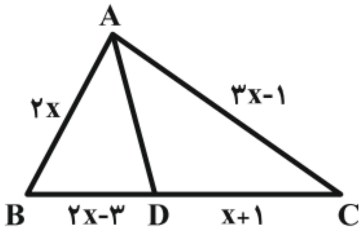
نام درس: هندسه ۲
نام دبیر: علی بهرمندپور
تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۰۳/۰۸
ساعت امتحان: ۰۸:۳۰ صبح / عصر
مدت امتحان : ۹۰ دقیقه

جمهوری اسلامی ایران
اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران
اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۱۲ تهران
دبیرستان غیردولتی پسرانه سرای دانش واحد حافظ
آزمون **پایان** ترم **نوبت دوم** سال تحصیلی **۱۴۰۰- ۱۳۹۹**

نام و نام خانوادگی: ........................
مقطع و رشته: یازدهم ریاضی
نام پدر: ........................................
شماره داوطلب: ..........................
تعداد صفحه سؤال: ۲ صفحه

| | | | |
|---|---|---|---|
| نمره تجدید نظر به عدد: | نمره به حروف: | نمره به عدد: | نمره به حروف: | محل مهر و امضاء مدیر |
| نام دبیر: | تاریخ و امضاء: | نام دبیر: | تاریخ و امضاء: | |

| ردیف | سؤالات | بارم |
|---|---|---|
| ۱ | قضیه: ثابت کنید اندازه هر زاویه ظلی برابر نصف کمان روبرو به آن است. | ۱/۵ |
| ۲ | در شکل روبرو مساحت قطاع $\frac{۴\pi}{۳}$ است. مساحت قسمت رنگی را بیابید.  | ۱ |
| ۳ | در شکل های روبرو مقدار x و y و z را تعیین کنید.   | ۲ |
| ۴ | قضیه: هرگاه M نقطه ای بیرون دایره باشد و از M مماس و قاطعی نسبت به دایره رسم کنیم، مربع اندازه مماس برابر است با حاصلضرب اندازه های دو قطعه قاطع. | ۲ |
| ۵ | مقدار a را طوری تعیین کنید که اندازه مماس مشترک خارجی دو دایره به شعاع‌های ۹ و ۴ واحد و خط المرکزین ۱۳ واحد برابر ۴+ 2a شود. | ۱ |
| ۶ | شعاع دایره محاطی بیرونی مثلث متساوی االاضلاع به ضلع $۸\sqrt{۳}$ را بیابید. | ۱ |
| ۷ | ثابت کنید بازتاب یک تبدیل طولپاست. | ۱ |
| ۸ | دایره‌ای به شعاع ۶ سانتی‌متر را در نظر بگیرید. تجانس این دایره را با نسبت‌های $k=-\frac{۱}{۲}$ و $k=۳$ به مرکز دایره، رسم نمایید. مساحت بین دو دایره جدید را نیز بدست آورید. | ۱ |
| ۹ | در شکل زیر فاصله دو نقطه A و B از خط d برابر ۳ و ۸ طول پاره خط AB برابر ۱۳ است. طول کوتاهترین مسیر MA+MB که M روی خط d است، چقدر است؟  | ۱/۵ |
| ۱۰ | قضیه کسینوس‌ها را بیان و ثابت نمایید. | ۲ |

| ردیف | سؤالات | بارم |
| --- | --- | --- |
| ۱۱ | **مساحت چهارضلعی زیر را بدست آورید.**   | ۲ |
| ۱۲ | **در مثلث ABC طول نیمساز AD را تعیین کنید.**   | ۲ |
| ۱۳ | **در مثلث ABC، AB = ۷ و AC = ۹ و BC = ۱۰ است. طول میانه AM را بدست آورید.** | ۲ |



جمع بارم: ۲۰ نمره

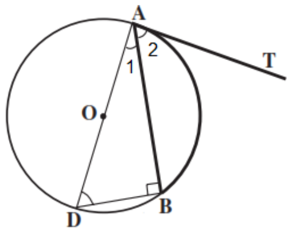
اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران
اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۱۲ تهران
دبیرستان غیر دولتی پسرانه سرای دانش واحد حافظ

# کلید سؤالات پایان ترم نوبت دوم سال تحصیلی ۱۴۰۰-۱۳۹۹

نام درس: هندسه ۲
نام دبیر: علی بهرمندپور
تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۰۳/۰۸
ساعت امتحان: ۰۸:۳۰ صبح / عصر
مدت امتحان: ۹۰ دقیقه

| ردیف | راهنمای تصحیح | محل مهر یا امضاء مدیر |
|---|---|---|

۱ از نقطه A قطر دایره را رسم می‌کنیم. زاویه $A_1$ و $A_2$ متمم و همچنین زاویه‌های $A_1$ و D متمم هستند. بنابراین دو زاویه $A_2$ و D برابرند پس:




$$\widehat{A_2} = \widehat{D} = \frac{\widehat{AB}}{۲}$$

۲

$$S = \frac{\pi R^{۲}}{۱۲} = \frac{۴\pi}{۳} \Rightarrow R = ۴$$

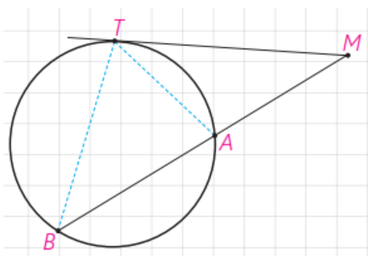
$$S' = S - S_{ABC} = \frac{\pi R^{۲}}{۱۲} - \frac{۱۶\sqrt{۳}}{۴}$$

۳

$$\begin{cases} \frac{y-x}{۲} = ۶۲ \\ y + x = ۳۶۰ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = ۱۱۸ \\ y = ۲۴۲ \end{cases}$$

$۸(z+۸)=۶\times۱۶ \Rightarrow z=۴$

۴ مطابق شکل از نقطه M یک خط مماس بر دایره و یک قاطع رسم شده است. طبق حالت دو زاویه ( $\widehat{M}$ مشترک و $M\widehat{T}A = T\widehat{B}A = \frac{\widehat{TA}}{۲}$) دو مثلث $MTA$ و $MTB$ متشابهند. از نسبت تشابه این دو مثلث داریم:




$$\frac{TM}{MB} = \frac{MA}{TM} \Rightarrow MT^{۲} = MA \times MB$$

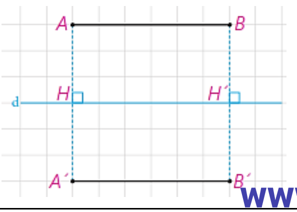
۵

$$TT' = \sqrt{d^{۲} - (R_1 - R_2)^{۲}} \Rightarrow ۲a + ۴ = \sqrt{۱۳^{۲} - (۹-۴)^{۲}} \Rightarrow a = ۴$$

۶ فرض کنید ABC یک مثلث متساوی الاضلاع به ضلع $۸\sqrt{۳}$ باشد. در نتیجه مساحت این مثلث $S = \frac{\sqrt{۳}}{۴}(۸\sqrt{۳})^{۲} = ۴۸\sqrt{۳}$ و محیط آن $۲P = ۲۴\sqrt{۳} \Rightarrow P = ۱۲\sqrt{۳}$ در نتیجه:

$$r_a = \frac{S}{P-a} = \frac{۴۸\sqrt{۳}}{۱۲\sqrt{۳} - ۸\sqrt{۳}} = \frac{۴۸\sqrt{۳}}{۴\sqrt{۳}} = ۱۲$$

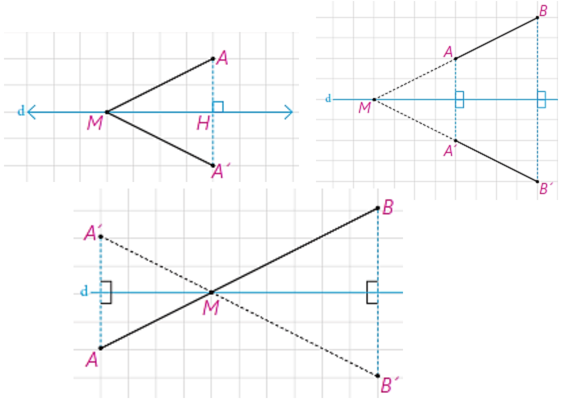
۷ چهار حالت زیر را در نظر می گیریم:
الف) پاره خط AB با خط d موازی است.
در این حالت یک مستطیل تشکیل می شود که نتیجه می شود: AB=A'B'



ب) یک از نقاط انتهایی پاره خط AB روی خط d است.

ج) پاره خط AB با خط d نه متقاطع است و نه موازی.

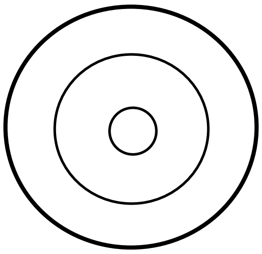
د) پاره خط AB با خط d متقاطع است.
در هر سه حالت با توجه به شکل و همنهشتی
ثابت می شود:AB=A’B’




۸ شعاع دایره کوچک: ۳

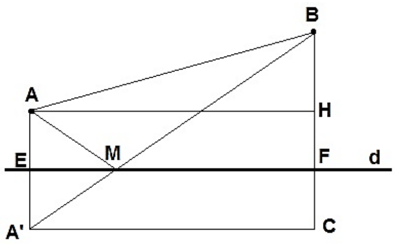
شعاع دایره بزرگ: ۱۸

$$S = ۳۲۴\pi - ۹\pi = ۳۱۵\pi$$



۹ قرینه A را نسبت به خط d بدست می آوریم. مسیر AM+MB کوتاهترین مسیر مسئله می باشد که طولش با پاره خط $A'B$ برابر است.

$$AB^۲ = AH^۲ + HB^۲ \Rightarrow ۱۳^۲ = AH^۲ + ۵^۲ \Rightarrow AH = ۱۲ \Rightarrow AH' = ۱۲$$
$$A'B^۲ = A'C^۲ + BC^۲ \Rightarrow A'B^۲ = ۱۲^۲ + ۹^۲ \Rightarrow AM + MB = A'B = ۱۵$$




۱۰ در مثلث ABC، با اضلاع $BC = a$، $AC = b$ و $AB = c$ داریم:

$$a^۲ = b^۲ + c^۲ - ۲bc\,cosA$$

که R شعاع دایره محیطی مثلث است. اثبات صفحه ۶۶ کتاب درسی

۱۱

$$BD^۲ = b^۲ + c^۲ - ۲bc\,cosA = ۳^۲ + ۸^۲ - ۲ \times ۳ \times ۸ \times \frac{۱}{۲} = ۴۹ \Rightarrow BD = ۷$$
$$S_{ABD} = \frac{۱}{۲} \times ۳ \times ۸ \times sin۶۰ = ۶\sqrt{۳}$$
$$S_{CBD} = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)} = \sqrt{۱۰ \times ۵ \times ۳ \times ۲} = ۱۰\sqrt{۳}$$
$$S = S_{ABD} + S_{BCD} = ۶\sqrt{۳} + ۱۰\sqrt{۳} = ۱۶\sqrt{۳}$$

۱۲ باتوجه به قضیه کسینوسها داریم:

$$c^۲ = BM^۲ + AM^۲ - ۲BM \times AM\,cosM_۱$$

$$b^۲ = CM^۲ + AM^۲ - ۲CM \times AM\,cos(۱۸۰ - M_۱) = BM^۲ + AM^۲ + ۲BM \times AM\,cosM_۱$$

۱۳

$$\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC} \Rightarrow \frac{۲x - ۳}{x + ۱} = \frac{۲x}{۳x - ۱} \Rightarrow x = ۳$$
$$AD^۲ = AB \times AC - BD \times DC = ۶ \times ۸ - ۳ \times ۴ = ۴۸ - ۱۲ = ۳۶ \Rightarrow AD = ۶$$

۱۴

$$AM = \sqrt{\frac{۲(b^۲ + c^۲) - a^۲}{۲}} = \sqrt{\frac{۲(۹^۲ + ۷^۲) - ۱۰^۲}{۲}} = \sqrt{۶۵}$$

| | | |
|---|---|---|
| **جمع بارم : ۲۰ نمره** | **نام و نام خانوادگی مصحح : علی بهرمندپور** | **امضاء:** |