



سوالات امتحان درس : هندسه (۲) نام آموزگاه:

رشته : ریاضی پایه : یازدهم تعداد سوال: ۱۵

سال تحصیلی : ۱۳۹۷ - ۱۳۹۶ تعداد صفحه: ۴

نام و نام خانوادگی :

ساعت شروع :

وقت امتحان : ۱۲۰ دقیقه

تاریخ امتحان : ۱۳۹۷ / ۳ /

طراح : رضا رخ فروز

(استان گیلان)

نمره پس از تصحیح:

امضاء دبیر:

بارم

«پاسخ را به صورت خلاصه و خوانا در برگه پاسخنامه بنویسید سعی کنید قلم خوردگی ایجاد نکنید. استفاده از ماشین حساب مجاز نمی باشد»

۱- درست یا نادرست بودن عبارتهای زیر را مشخص کنید:

الف) یک چند ضلعی محاطی است اگر و تنها عمود منصفهای همه ضلعهای آن در یک نقطه هم راس باشند.  
ب) اگر در یک  $n$  ضلعی محیطی با مساحت  $S$  و محیط  $2P$  شعاع دایره محاطی برابر با  $r$  باشد آن گاه:  
$$S = 2rP$$

ج) یک دوزنقه متساوی الساقین همواره محاطی است.

د) یک متوازی الاضلاع در حالت کلی همواره محاطی است.

۲- جای خالی را با عبارات مناسب کامل کنید.

الف) اگر نقطه ای مانند  $B$  روی دایره  $C(O,R)$  باشد فاصله آن تا مرکز دایره --- شعاع دایره است.

ب) اگر نقطه ای مانند  $B$  بیرون دایره  $C(O,R)$  باشد فاصله آن تا مرکز دایره --- شعاع دایره است.

ج) یک چهار ضلعی ---- است اگر و تنها اگر مجموع اندازه های دو ضلع مقابل برابر مجموع اندازه های دو ضلع مقابل دیگر باشد.

د) چند ضلعی را ---- گوئیم هرگاه تمام ضلها و زاویه های آنها برابر باشند.

۳- گزینه صحیح را انتخاب کنید:

سوال اول) در چند مورد از تبدیلات زیر مساحت شکل حفظ می شود؟

بازتاب - دوران - تجانس - انتقال

الف) ۱ (ب) ۲ (ج) ۳ (د) ۴

سوال دوم) در هر بازتاب نسبت به خط  $d$  تبدیل یافته تمام نقاط روی خط ----- است. بنابر این تعداد نقاط ثابت تبدیل در هر بازتاب ----- است.

الف) روی خط - صفر (ب) روی خط - یکی (ج) روی خط - بیشمار (د) خارج خط - بیشمار

سوال سوم) در مثلث  $ABC$  اگر  $A = 120^\circ$  باشد کدام گزینه درست است؟

الف)  $a^2 = b^2 + c^2 - bc$  (ب)  $a^2 = b^2 + c^2 + bc$

ج)  $a^2 = b^2 + c^2 + \sqrt{3}bc$  (د)  $a^2 = b^2 + c^2 - \sqrt{3}bc$

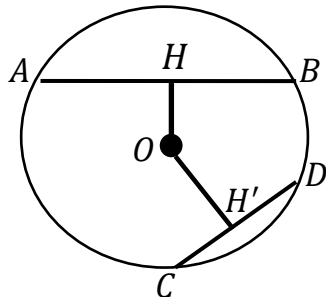
سوال چهارم) در مثلث  $ABC$  ،  $AB = 3$  و  $AC = 5$  و  $BC = 7$  با فرض بر اینکه  $AD$  نیم ساز زاویه  $A$  است

آنگاه  $BD$  و  $AD$  به ترتیب برابر است با :

الف)  $\frac{15}{8}$  و  $\frac{21}{8}$  (ب)  $\frac{21}{8}$  و  $\frac{35}{8}$  (ج)  $\frac{15}{8}$  و  $\frac{21}{8}$  (د)  $\frac{35}{8}$  و  $\frac{15}{8}$

بارم

۱



۴- در دایره  $C(O, R)$  نشان دهید  $AB > CD$  اگر و تنها اگر  $OH < OH'$  (  $OH$  و  $OH'$  فاصله  $O$  از دو وتر  $AB$  و  $CD$  هستند).

۱

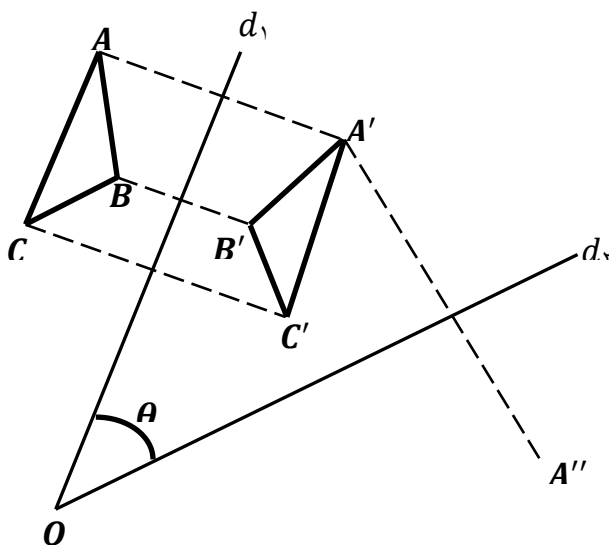
۵- طول خط مرکزین دو دایره مماس درونی ۴ سانتی متر و مساحت ناحیه محدود بین آنها  $120\pi$  سانتی متر مربع است. طول شعاع‌های دو دایره را پیدا کنید.

۱

۶- اگر  $r_a$  و  $r_b$  و  $r_c$  شعاع‌های ۳ دایره محاطی خارجی مثلث و شعاع دایره محاطی داخلی باشد نشان دهید:

$$\frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} = \frac{1}{r}$$

۱



۷- در شکل، دو خط  $d_1$  و  $d_2$  با زاویه  $\theta$  یکدیگر را قطع کرده اند. مثلث  $A'B'C'$  بازتاب

مثلث  $ABC$  نسبت به خط  $d_1$  است. بازتاب

مثلث  $A'B'C'$  را نسبت به خط  $d_2$  رسم کنید و

آن را  $A''B''C''$  بنامید.

الف) نشان دهید  $\angle AA'' = 2\theta$

ب) با چه تبدیلی می توان مثلث  $A''B''C''$  را

تصویر مثلث  $ABC$  دانست؟ چه نتیجه‌ای

میگیرید؟

۲/۲۵

۸- درستی یا نادرستی هر عبارت را داخل جدول معلوم کنید.

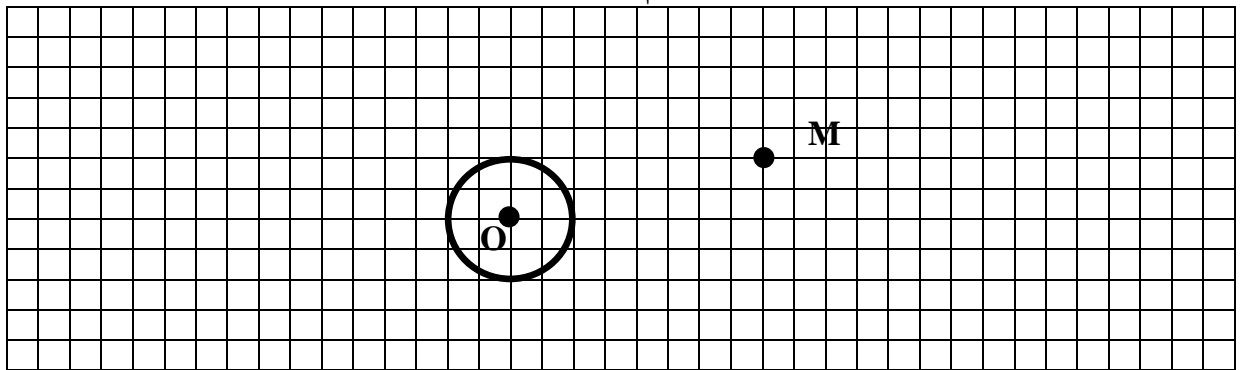
شیب خط را حفظ می کند	اندازه زاویه را حفظ می کند	طولیا		
			$k > 1$	تجانس
			$k < -1$	
				دوران

بارم

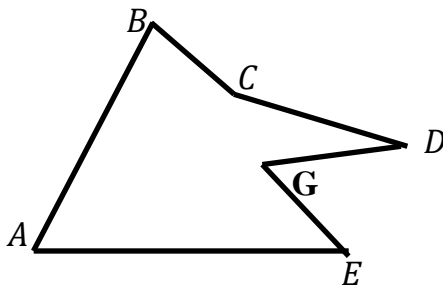
۰/۷۵

۹- دایره  $C(O, R)$  و نقطه  $M$  خارج دایره مفروض است. مجانس دایره را نسبت به نقطه  $M$  در هر یک از حالات زیر رسم کنید.

الف ( تجانس  $k = 2$  )      ب ( تجانس  $k = \frac{1}{2}$  )      ج ( تجانس  $k = -2$  )



۱۰- دور زمین مطابق شکل زیر حصار کشی شده است چطور می توان بدون کم و بیش کردن حصارها، مساحت زمین را افزایش داد.



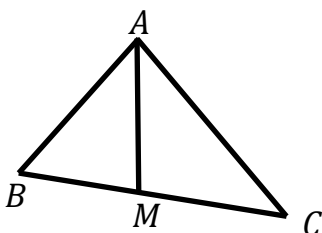
۱۱- سه خط دو به دو به دو ناموازی  $l$  و  $l'$  و  $l''$  در صفحه مفروضند پاره خطی به طول ۱۰ سانتی متر رسم کنید که دو سر آن روی  $l$  و  $l'$  و موازی  $l''$  باشد.

۱۲- در مثلث  $ABC$ ،  $BC = 20$  و  $B + C = 120^\circ$  و نیز  $AC = \frac{20\sqrt{6}}{3}$

الف ( شعاع دایره محیطی مثلث را بیابید.

ب ( اندازه زوایای  $B$  و  $C$  پیدا کنید.

۱۳- در مثلث  $ABC$  میانه  $AM$  را رسم کرده ایم. با استفاده از قضیه کسینوسها درستی تساوی زیر را ثابت کنید:



$$b^2 + c^2 = 2AM^2 + \frac{a^2}{2}$$

بارم

۱/۵

۱۴- با در نظر گرفتن اینکه  $AB$  و  $AC$  و  $BC$  اضلاع مثلث  $ABC$  هستند در مورد قائمه یا حاده بودن یا منفرجه بودن راس  $A$ ، هر یک از سوالات ستون الف را به یک جواب از ستون ب جور کنید.

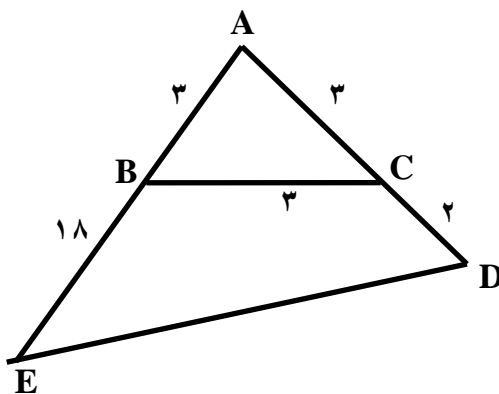
ستون ب

حاده
منفرجه
قائم

ستون الف

$BC = 6$ و $AC = 5$ و $AB = 3$
$BC = 17$ و $AC = 15$ و $AB = 8$
$BC = 9$ و $AC = 6$ و $AB = 10$

۱/۵



۱۵- در شکل مقابل :

الف) طول ضلع  $DE$  را بدست آورید.

ب) مساحت چهار ضلعی  $BCDE$  را بیابید.

۲۰

جمع بارم



بارم

۱

۱- هر مورد ۰/۲۵ نمره

الف) درست ب) نادرست ج) درست د) نادرست

۱

۲- هر مورد ۰/۲۵ نمره

الف) برابر ب) بزرگ تر ج) محیطی د) محدب

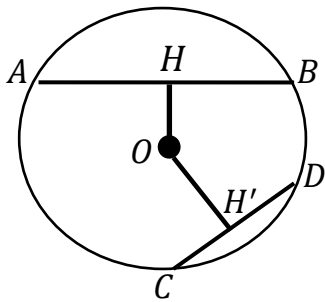
۳

۳- سوال اول) گزینه ج ۰/۵ نمره سوال دوم) گزینه د ۰/۵ نمره

سوال سوم) گزینه ب ۱ نمره سوال چهارم) گزینه الف ۱ نمره

۱

۴- در دایره  $C(O,R)$  نشان دهید  $AB > CD$  اگر و تنها اگر  $OH < OH'$  (  $OH$  و  $OH'$  فاصله  $O$  از دو وتر  $AB$  و  $CD$  هستند.)



اثبات قضیه:

فرض:  $AB > CD$  حکم:  $OH < OH'$

$H = 90^\circ \Rightarrow BH^2 = R^2 - OH^2$  ← رابطه یک

$\Delta OCH': H' = 90^\circ \Rightarrow CH'^2 = R^2 - OH'^2$  ← رابطه دوم

۰/۲۵ نمره

$AB > CD \rightarrow \frac{AB}{2} > \frac{CD}{2} \rightarrow BH > CH' \rightarrow BH^2 > CH'^2$  ← رابطه سوم

با بکار گیری رابطه فوق در روابط اول و دوم خواهیم داشت:

$\Rightarrow R^2 - OH^2 > R^2 - OH'^2 \Rightarrow OH < OH'$

۰/۲۵ نمره

اثبات عکس قضیه:

فرض:  $OH < OH'$  حکم:  $AB > CD$

$H = 90^\circ \Rightarrow OH^2 = R^2 - BH^2$  ← رابطه چهارم

$\Delta OCH': H' = 90^\circ \Rightarrow OH'^2 = R^2 - CH'^2$  ← رابطه پنجم

۰/۲۵ نمره

با بکارگیری فرض  $(OH < OH')$  در روابط چهارم و پنجم خواهیم داشت:

$\Rightarrow R^2 - BH^2 < R^2 - CH'^2 \Rightarrow BH > CH' \rightarrow AB > CD$

۰/۲۵ نمره

بارم

۵- از تعریف دو دایره مماس درونی داریم :  $r_1 - r_2 = 4$  نمره ۰/۲۵

مساحت ناحیه محدود :

$$\pi r_1^2 - \pi r_2^2 = 120 \cdot \pi \rightarrow (r_1 - r_2)(r_1 + r_2) = 120 \rightarrow r_1 + r_2 = 30$$

نمره ۰/۲۵

$$r_1 = 17, r_2 = 13$$

نمره ۰/۲۵

نمره ۰/۲۵

۶-  $s = rp \rightarrow \frac{1}{r} = \frac{p}{s}$  نمره ۰/۲۵

$$\left. \begin{aligned} r_a &= \frac{s}{p-a} \rightarrow \frac{1}{r_a} = \frac{p-a}{s} \\ r_b &= \frac{s}{p-b} \rightarrow \frac{1}{r_b} = \frac{p-b}{s} \\ r_c &= \frac{s}{p-c} \rightarrow \frac{1}{r_c} = \frac{p-c}{s} \end{aligned} \right\} \frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} = \frac{p-a}{s} + \frac{p-b}{s} + \frac{p-c}{s} = \frac{3p - (a+b+c)}{s} = \frac{p}{s} = \frac{1}{r}$$

نمره ۰/۲۵

نمره ۰/۲۵

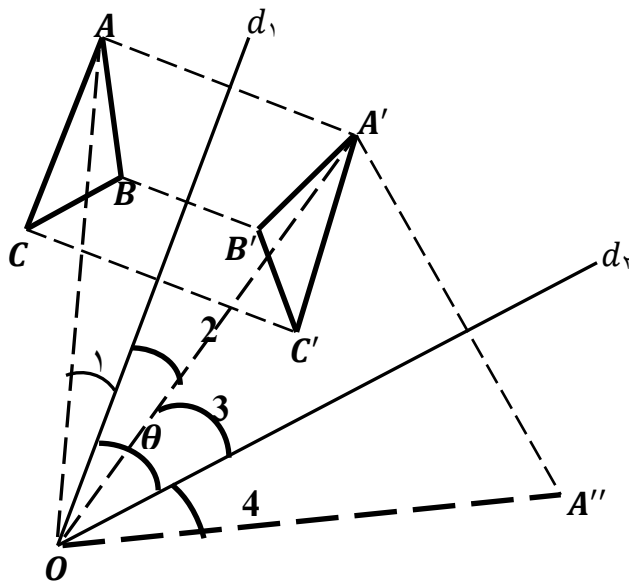
نمره ۰/۲۵

۷- الف) خط  $d_1$  محور بازتاب است پس نیمساز زاویه

$AOA'$  است یعنی :  $\angle O_1 = \angle O_2$  نمره ۰/۲۵

خط  $d_2$  محور بازتاب است پس نیمساز زاویه

$A'OA''$  است یعنی :  $\angle O_3 = \angle O_4$  نمره ۰/۲۵



ب) با دورانی به مرکز  $O$  نقطه برخورد دو خط بازتاب  $d_1$  و  $d_2$  و زاویه ای به اندازه دو برابر زاویه بین دو خط

$(2\theta)$

نمره ۰/۲۵

$$\angle AOA'' = \angle O_1 + \angle O_2 + \angle O_3 + \angle O_4 \rightarrow \angle AOA'' = 2\theta$$

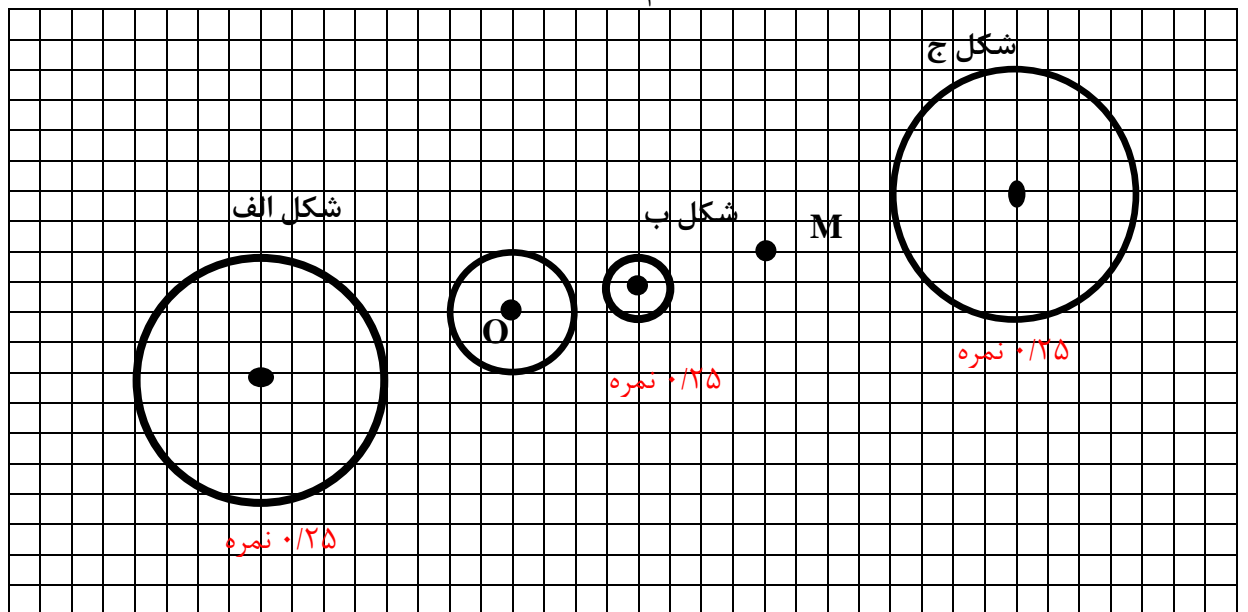
نمره ۰/۲۵

طولیا	اندازه زاویه را حفظ می کند	شیب خط را حفظ می کند	تجانس
نادرست	درست	درست	
نادرست	درست	درست	$k < -1$
درست	درست	نادرست	دوران

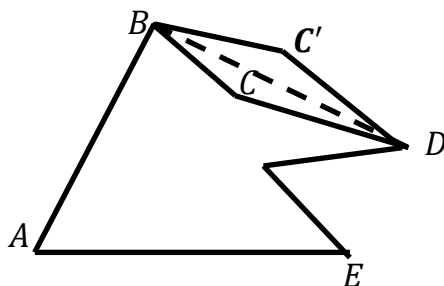
الف ( تجانس  $k = 2$  )

ب ( تجانس  $k = \frac{1}{3}$  )

ج ( تجانس  $k = -2$  )

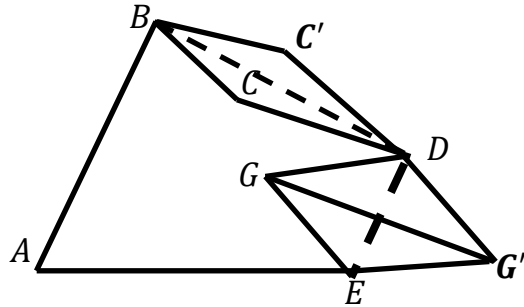


۱۰- ابتدا از B به D وصل کرده و BD را به عنوان محور بازتاب در نظر می گیریم C را نسبت به محور بازتاب قرینه می کنیم تا نقطه C' بدست آید بازتاب اندازه پازه خط را ثابت نگه می دارد بنا بر این حصار افزایش یا کاهش پیدا نمی کند ولی مساحت شکل جدید افزایش می باید.



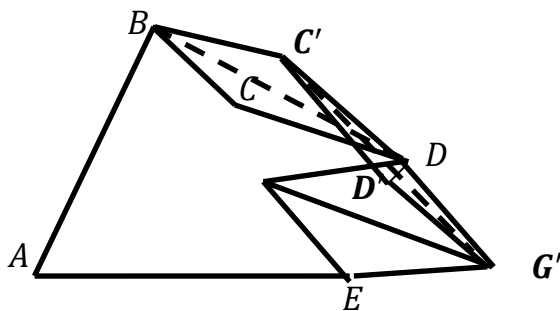
نمره ۰/۲۵

اکنون  $DE$  را به عنوان محور بازتاب در نظر می گیریم و بازتاب  $G$  را نسبت به محور بازتاب پیدا می کنیم و آن را  $G'$  می نامیم.



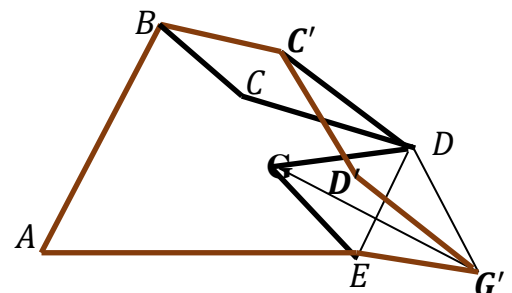
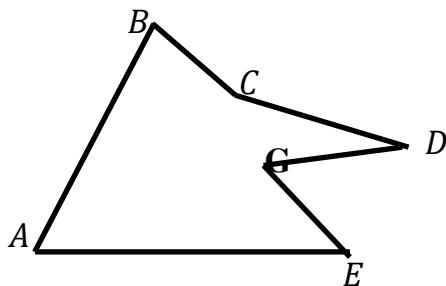
۰/۲۵ نمره

اکنون  $C'G'$  را به عنوان محور بازتاب در نظر گرفته و بازتاب  $D$  را نسبت به محور بازتاب پیدا می کنیم



۰/۲۵ نمره

مقایسه شکل اول و شکل نهایی :



۰/۲۵ نمره

$$BC = BC', CD = CD'$$

$$GD = G'D, GE = G'E$$

$$C'D = C'D'$$

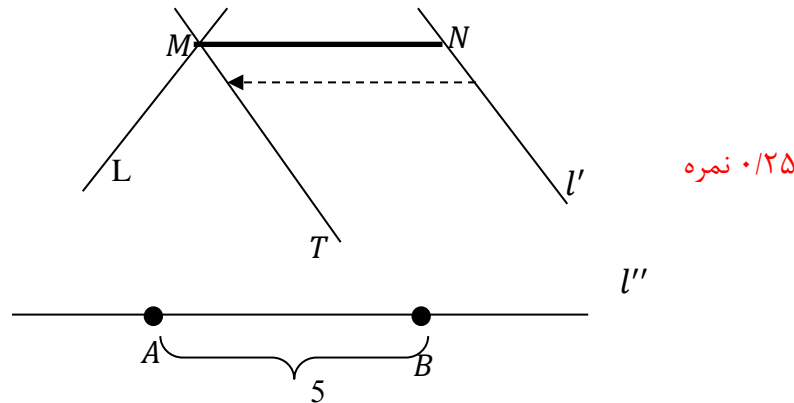
$$AB = AB, BC' = BC, C'D' = CD, GD = G'D, GE = G'E, AE = AE$$

محیط شکل اول و نهایی برابر ولی مساحت افزایش پیدا کرده است.



بارم

۱۱- ابتدا روی خط  $l''$  پاره خط دلخواه  $AB$  به طول ۵ سانتی متر مشخص می کنیم خط  $L'$  را تحت بردار  $BA$  انتقال می دهیم تا خط  $T$  بدست آید  $۰/۲۵$  این خط  $L$  را در نقطه ای مانند  $M$  قطع میکند از نقطه  $M$  موازی خط  $l''$  خطی رسم می کنیم تا خط  $l'$  را در نقطه  $N$  قطع کند  $۰/۲۵$  پاره خط  $MN$  جواب مساله است.  $۰/۲۵$



۰/۷۵

$$۱۲- الف) \frac{a}{\sin A} = 2R \rightarrow \frac{20}{\sin 60} = 2R \rightarrow R = \frac{20\sqrt{3}}{3}$$

نمره ۰/۲۵

نمره ۰/۲۵

نمره ۰/۲۵

ب)

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = 2R \rightarrow \frac{b}{\sin B} = \frac{40\sqrt{3}}{3} \rightarrow \sin B = \frac{\frac{20\sqrt{6}}{3} \times 3}{40\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow B = 45^\circ \rightarrow C = 75$$

۱/۲۵

نمره ۰/۲۵

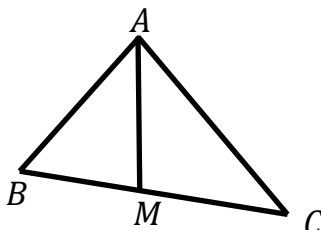
نمره ۰/۲۵

نمره ۰/۲۵

نمره ۰/۲۵

نمره ۰/۲۵

۱۳-



نمره ۰/۲۵

نمره ۰/۲۵

$$\Delta ACM: b^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + AM^2 - 2 \times \frac{a}{2} \times m_a \times \cos \alpha \rightarrow b^2 = \frac{a^2}{4} + AM^2 - a \cdot AM \cdot \cos \alpha$$

$$\Delta ABM: c^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + AM^2 - 2 \times \frac{a}{2} \times m_a \times \cos(180 - \alpha) \rightarrow c^2 = \frac{a^2}{4} + AM^2 + a \cdot AM \cdot \cos \alpha$$

نمره ۰/۲۵

از جمع دو رابطه فوق داریم :

$$b^2 + c^2 = \frac{a^2}{2} + 2 AM^2$$

نمره ۰/۲۵

۱۴- هر مورد ۰/۵ نمره

بارم

۱/۵

ستون الف	ستون ب
$BC = 6$ و $AC = 5$ و $AB = 3$	حاده
$BC = 17$ و $AC = 15$ و $AB = 8$	منفرجه
$BC = 9$ و $AC = 6$ و $AB = 10$	قائمه

۱۵-

الف :

۰/۲۵ نمره

با توجه به این که مثلث  $ABC$  متساوی الساقین است داریم :  $BAC = 60^\circ$

$$ED^2 = AE^2 + AD^2 - 2 \cdot AE \cdot AD \cdot \cos(60^\circ) \quad \text{۰/۲۵ نمره}$$

$$ED^2 = 25 + 441 - 2 \times 5 \times 21 \times \frac{1}{2} = 466 - 105 = 361 \rightarrow ED = 19 \quad \text{۰/۲۵ نمره}$$

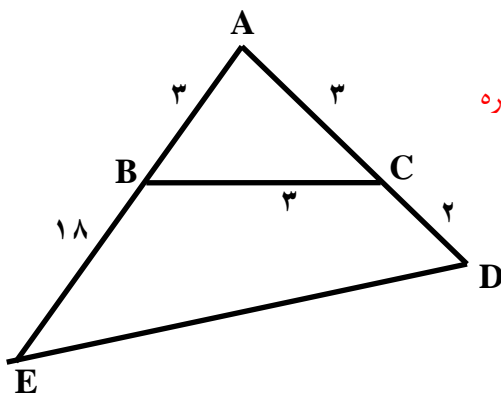
ب :

$$S_{BCDE} = S_{AED} - S_{ABC} = \frac{1}{2} \times 21 \times 5 \times \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{4} \times 3^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 96$$

۰/۲۵ نمره

۰/۲۵ نمره

۰/۲۵ نمره



۱/۵

۲۰

جمع بارم

«لطفاً برای راه حل‌های درست دیگر بارم منظور گردد.»