

نام و نام خانوادگی: .....  
 مقطع و رشته: یازدهم ریاضی  
 نام پدر: .....  
 شماره داوطلب: .....  
 تعداد صفحه سؤال: ۲ صفحه

جمهوری اسلامی ایران  
 اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران  
 اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۳ تهران  
 دبیرستان غیردولتی پسرانه سرای دانش واحد سیدخندان  
 آزمون پایان ترم نوبت دوم سال تحصیلی ۹۸-۱۳۹۷

نام درس: حسابان ۱  
 نام دبیر: آقای غلامرضا بیگی  
 تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۰۳/۰۵  
 ساعت امتحان: ۰۰: ۰۰: ۸ صبح  
 مدت امتحان: ۱۰۰ دقیقه

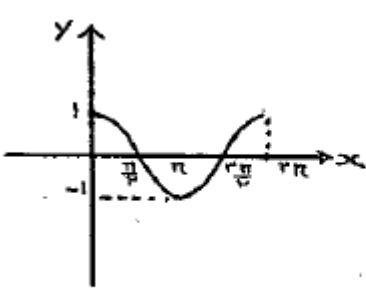
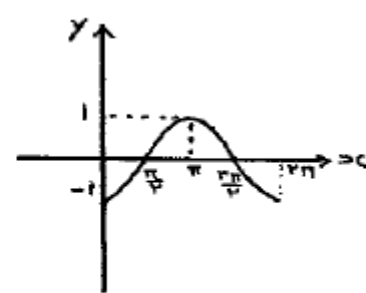
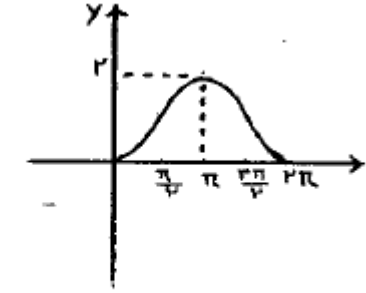
محل مهر و امضا: مدیر	نمره به عدد:	نمره به حروف:	نمره به عدد:	نمره به حروف:
	نام دبیر:	تاریخ و امضا:	نام دبیر:	تاریخ و امضا:
سؤال	نمره	سؤال	نمره	سؤال
۱	۱,۲۵	۱	۱,۲۵	مجموع همه اعداد طبیعی سه رقمی که مضرب شش هستند، چقدر است؟
۲	۱,۲۵	۲	۱,۲۵	معادله ی $12 = (4 - x^2) - (4 - x^2)^2$ را حل کنید.
۳	۰,۵	۳	۰,۵	نمودار تابع $f(x) =  x^2 - 2x $ را رسم کنید.
۴	۱	۴	۱	اگر فاصله ی نقطه ی $A(1,2)$ از خط $ax + 4y = 1$ برابر ۲ باشد، مقدار $a$ چقدر است؟
۵	۱,۲۵	۵	۱,۲۵	به کمک رسم نمودار وارون پذیری تابع $f(x) = \sqrt{x+2} - 3$ را بررسی کنید و ضابطه ی تابع وارون آن را بدست آورید. ( دامنه ی تابع وارون را تعیین کنید )
۶	۱,۷۵	۶	۱,۷۵	اگر داشته باشیم $f(x) = \sqrt{x-1}$ و $g(x) = x^2 + 3$ ، دامنه و ضابطه ی تابع $f \circ g$ را تعیین کنید. ( $D_{f \circ g}$ را از راه تعریف تعیین کنید )
۷	۱	۷	۱	نیمه عمر یک ماده هسته ای ۳۰ سال است. نمونه ای از این ماده ۱۲۸ میلی گرم جرم دارد، جرمی که پس از ۳۰۰ سال باقی می ماند، چقدر است؟
۸	۲	۸	۲	معادله ی لگاریتمی مقابل را حل کنید. $\log(x+3) + \log(x-3) - \log x = 3 \log 2$
۹	۲,۷۵	۹	۲,۷۵	مقدار نسبت های مثلثاتی زیر را بدست آورید. الف) $\sin(300^\circ)$ ب) $\cos(\frac{9\pi}{4})$ پ) $\tan(-150^\circ)$ ت) $\sin(\frac{\pi}{12})$
۱۰	۱,۲۵	۱۰	۱,۲۵	نمودار تابع مقابل را رسم کنید. $y =  1 - \cos x  \quad x \in [0, 2\pi]$
۱۱	۰,۷۵	۱۱	۰,۷۵	با توجه به دامنه ی تابع، در مورد حد راست تابع $f(x) = \frac{x}{[x]-2}$ در نقطه ی $x = 2$ چه می توان گفت؟
۱۲	۱	۱۲	۱	مقدار $b$ را طوری تعیین کنید که تابع زیر در $x = -1$ حد داشته باشد. $f(x) = \begin{cases} x^2 + [x] & x < -1 \\  x  & x > -1 \\ 3x + b & \end{cases}$

نمره	محل مهر یا امضاء مدیر	ادامه ی سؤالات	نمره
۰,۷۵	الف) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2 + x - 1}{3x^2 + 3x}$	مقدار حدهای زیر را بیابید.	۱۳
۱,۲۵	ب) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1}$		
۱	پ) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos(x + \frac{\pi}{4})}{\cos x - \sin x}$		
۱,۲۵	$k(x) = ([x] - a)[x]$	مقدار $a$ را طوری تعیین کنید که تابع زیر در $x = 1$ پیوسته باشد.	۱۴
صفحه ی ۲ از ۲			

جمع بارم : ۲۰ نمره



ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضاء مدیر
۱		$102, 108, \dots, 996 \rightarrow a_n = a_1 + (n-1)d \rightarrow 996 = 102 + (n-1)(6) \rightarrow n = 150$ $S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) \rightarrow S_{150} = \frac{150}{2}(102 + 996) \rightarrow S_{150} = 82350$
۲		$4 - x^2 = t \rightarrow t^2 - t - 12 = 0 \rightarrow (t-4)(t+3) = 0$ $\rightarrow \begin{cases} t=4 \rightarrow 4-x^2=4 \rightarrow x^2=0 \rightarrow x=0 \\ t=-3 \rightarrow 4-x^2=-3 \rightarrow x^2=7 \rightarrow x=\pm\sqrt{7} \end{cases}$
۳		
۴		$d = \frac{ ax_1 + by_1 + c }{\sqrt{a^2 + b^2}} \rightarrow 2 = \frac{ a + 8 - 1 }{\sqrt{a^2 + 16}} \rightarrow 2\sqrt{a^2 + 16} =  a + 7  \rightarrow 4(a^2 + 16) = a^2 + 49 + 14a$ $3a^2 - 14a + 15 = 0 \rightarrow a = 3, a = \frac{5}{3}$
۵		<p>چون تابع یک به یک است، پس وارون پذیر است.</p> $y = \sqrt{x+2} - 3 \rightarrow y+3 = \sqrt{x+2} \rightarrow x+2 = (y+3)^2 \rightarrow x = (y+3)^2 - 2$ $f^{-1}(x) = (x+3)^2 - 2, D_{f^{-1}} = [-3, +\infty)$
۶		$D_f = [1, +\infty), D_g = R, D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{x \in R \mid x^2 + 3 \in [1, +\infty)\} = R$ $x^2 + 3 \geq 1 \rightarrow x^2 \geq -2$ بدیهی

$m(t) = m_0 \left(\frac{1}{2}\right)^t \rightarrow m(300) = 128 \left(\frac{1}{2}\right)^{300} = 2^7 \cdot \frac{1}{2^{300}} \rightarrow m(300) = \frac{1}{8} = 0.125 \text{ گرم}$	۷
$\log(x+3) + \log(x-3) - \log x = 3 \log 2 \rightarrow \log \frac{(x+3)(x-3)}{x} = \log 2^3 \rightarrow x^2 - 9 = 8x$ $\rightarrow x^2 - 8x - 9 = 0 \rightarrow x = -1 \text{ ق ق } , x = 9 \text{ ق ق}$	۸
<p>الف) <math>\sin(300^\circ) = \sin(360^\circ - 60^\circ) = -\sin 60^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}</math></p> <p>ب) <math>\cos\left(\frac{9\pi}{4}\right) = \cos\left(2\pi + \frac{\pi}{4}\right) = \cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}</math></p> <p>پ) <math>\tan(-150^\circ) = -\tan(150^\circ) = -\tan(180^\circ - 30^\circ) = \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}</math></p> <p>ت) <math>\sin\left(\frac{\pi}{12}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{6}\right) = \sin \frac{\pi}{4} \cdot \cos \frac{\pi}{6} - \sin \frac{\pi}{6} \cdot \cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}</math></p>	۹
<div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;">  <p><math>y = \cos x</math></p> </div> <div style="text-align: center;">  <p><math>y = -\cos x</math></p> </div> <div style="text-align: center;">  <p><math>y = 1 - \cos x =  1 - \cos x </math></p> </div> </div>	۱۰
$[x] - 2 = 0 \rightarrow [x] = 2 \rightarrow x \in [2, 3) \rightarrow D_f = (-\infty, 2) \cup [3, +\infty)$ <p>چون تابع در همسایگی راست نقطه ی ۲ تعریف نشده است، پس تابع در این نقطه حد ندارد.</p>	۱۱
$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = \frac{1-2}{1} = -1$ $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = -3 + b$ $\rightarrow -3 + b = -1 \rightarrow b = 2$	۱۲
<p>الف) <math>\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2 + x - 1}{3x^2 + 3x} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(2x-1)}{3x(x+1)} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x-1}{3x} = 1</math></p> <p>ب) <math>\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} \times \frac{x + \sqrt{x}}{x + \sqrt{x}} \times \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} + 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^2 - x)(\sqrt{x} + 1)}{(x-1)(x + \sqrt{x})} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x(x-1)(\sqrt{x} + 1)}{(x-1)(x + \sqrt{x})} = 1</math></p> <p>پ) <math>\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos(x + \frac{\pi}{4})}{\cos x - \sin x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos x \cdot \cos \frac{\pi}{4} - \sin x \cdot \sin \frac{\pi}{4}}{\cos x - \sin x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}(\cos x - \sin x)}{\cos x - \sin x} = \frac{\sqrt{2}}{2}</math></p>	۱۳

$$k(x) = ([x] - a)[x] \quad x = 1$$

$$k(1) = (1 - a)(1) = 1 - a$$

$$\lim_{x \rightarrow (1)^+} k(x) = (1 - a)(1) = 1 - a$$

$$\lim_{x \rightarrow (1)^-} k(x) = (0 - a)(0) = 0$$

$$\text{چون } k(1) = \lim_{x \rightarrow (1)^-} k(x) = \lim_{x \rightarrow (1)^+} k(x) \rightarrow 1 - a = 0 \rightarrow a = 1$$

۱۴

امضاء:

نام و نام خانوادگی مصحح : غلامرضا بیگی

جمع بارم : ۲۰ نمره