

مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	تاریخ امتحان: ۹۸/۳/۱۱	پایه: یازدهم رشته: ریاضی	سوالات امتحان نوبت دوم درس: حسابان ۱
شماره صندلی:	تعداد صفحه: ۱		نام و نام خانوادگی:
<b>دبیرستان غیر دولتی مشکات</b>			

ردیف	سوالات (پاسخ نامه دارد) (استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است)	نمره
۱	در جاهای خالی عبارت مناسب داخل پرانتز را انتخاب کنید. الف) نمودار تابع $f(x) = \log x$ محور ..... را در نقطه ۱ قطع می‌کند. ( $y - x$ ) ب) معادله $x^2 + y^2 = 5$ یک تابع را مشخص ..... (می‌کند - نمی‌کند) پ) به طور کلی می‌توان گفت یک تابع در صورتی یک به یک است که هر خط موازی محور $x$ نمودار آن را ..... در یک نقطه قطع نماید. (دقیقا - حداکثر) ت) $x = \pi$ صفر تابع ..... است. ( $f(x) = \sin x$ - $f(x) = \cos x$ ) ث) تابع $f(x) = \sqrt{x}$ در نقطه $x = 0$ دارای حد ..... (نیست - است)	۱/۲۵
۲	مجموع اعداد طبیعی دو رقمی مضرب ۳ را به دست آورید.	۱
۳	اگر $\alpha$ و $\beta$ ریشه‌های معادله $x^2 + 6x + 4 = 0$ باشند، حاصل $\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha}$ را به دست آورید.	۱
۴	معادله $  x  - 1  = 2$ را به روش جبری و هندسی حل نمایید.	۱/۵
۵	اگر $A(2, -3)$ و $B(6, -1)$ دو سر پاره خط $AB$ بوده و نقطه $M$ وسط این پاره خط باشد، مختصات نقطه $M$ را بیابید.	۰/۵
۶	آیا دو تابع $f(x) = 2x$ و $g(x) = \frac{2x^2+2x}{x^2+1}$ با هم برابرند؟ بررسی کنید.	۰/۵
۷	وارون تابع $f(x) = \frac{2x+1}{5} - 3$ را بیابید.	۱
۸	اگر $f(x) = \sqrt{x-1}$ و $g(x) = \frac{1}{2-x}$ ، ضابطه و دامنه تابع $g \circ f(x)$ را به دست آورید.	۱
۹	نمودار تابع نمایی $f(x) = (\frac{1}{2})^x - 1$ را به کمک انتقال رسم کنید و دامنه و برد آن را مشخص کنید.	۱
۱۰	اگر $\log_2 = a$ و $\log_3 = b$ ، حاصل $\log_6 0.75$ را بر حسب $a$ و $b$ به دست آورید.	۰/۲۵
۱۱	معادله $\log_2 x + \log_2(x+3) = 2 \log_2 2$ را حل نمایید.	۱
۱۲	در دایره‌ای به شعاع ۶، کمانی به طول $2\pi$ از آن جدا کرده ایم. اندازه زاویه مرکزی روبرو به کمان را بر حسب رادیان و درجه به دست آورید.	۱/۲۵
۱۳	مقدار نسبت‌های مثلثاتی زیر را به دست آورید. الف) $\tan(-45^\circ)$ ب) $\sin(\frac{5\pi}{3})$	۱/۲۵
۱۴	فرض کنید $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ و $\cos \beta = \frac{-12}{13}$ و انتهای کمان $\alpha$ در ربع اول و انتهای کمان $\beta$ در ربع دوم قرار دارد. مقدار $\cos(\alpha + \beta)$ را به دست آورید.	۱/۲۵
۱۵	با توجه به نمودار تابع $f$ به سوالات زیر پاسخ دهید. الف) در چه نقاطی تابع دارای حد است؟ ب) در چه نقاطی تابع از چپ پیوسته است؟ پ) آیا تابع در بازه $(c, d)$ پیوسته است؟	۱/۵
۱۶	حاصل هریک از حدهای زیر را به دست آورید. الف) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x+[x]}{\sqrt{x^2+3}}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-x-2}{x^2-4}$ پ) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x+8}-3}$ ت) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 2x}{x^2}$	۳
۱۷	در تابع زیر مقدار $a$ را طوری تعیین کنید که تابع در $x = 1$ پیوسته باشد. $f(x) = \begin{cases} 2x-1 & x < 1 \\ a & x = 1 \\ -x+2 & x > 1 \end{cases}$	۱/۲۵
جمع نمره	۲۰	



- ① الف)  $x$
- ب) نمی‌کند
- پ) حد است

ت)  $f(x) = \sin x$

ث) نیست

$$12 + 15 + \dots + 99$$

$\swarrow$   $\searrow$   
 $a_1$   $a_n$

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$99 = 12 + (n-1)3 \Rightarrow n = 30$$

$$S_n = \frac{n}{2} (a_1 + a_n) \Rightarrow S_{30} = 15 (12 + 99) = 15 \times 111 = 1665$$

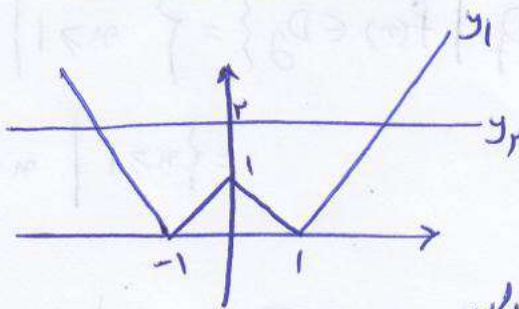
$$\alpha + \beta = -\frac{b}{a} \Rightarrow \alpha + \beta = -4$$

$$\alpha \cdot \beta = \frac{c}{a} \Rightarrow \alpha \cdot \beta = 4$$

$$\frac{2}{\alpha} + \frac{2}{\beta} = \frac{2\beta + 2\alpha}{\alpha\beta} = \frac{2(\alpha + \beta)}{\alpha\beta} = \frac{2(-4)}{4} = \frac{-8}{4} = -2$$

$$y_1 = | |m| - 1 |$$

$$y_2 = 2$$



④

دو خط مستقیم

دو خط موازی

دو خط متقاطع

$$| |m| - 1 | = 2 \begin{cases} \rightarrow |m| - 1 = 2 \Rightarrow |m| = 3 \Rightarrow m = \pm 3 \\ \rightarrow |m| - 1 = -2 \Rightarrow |m| = -1 \end{cases}$$

$$M \begin{vmatrix} \frac{x_A + x_B}{r} \\ \frac{y_A + y_B}{r} \end{vmatrix} \Rightarrow M \begin{vmatrix} f \\ -r \end{vmatrix}$$

(3)

1:  $D_f = \mathbb{R}$

$D_g = \mathbb{R}$

$\Rightarrow D_f = D_g$

(4)

$r: g(x) = \frac{rx(x+1)}{x^r+1} = rx = f(x)$

$f = g$

$y = \frac{rx+1}{r} - r \xrightarrow{x \leftrightarrow y} \Delta y = rx+1 - r$

(5)

$rx = \Delta y + r \Rightarrow x = \frac{\Delta y}{r} + r$

$\Rightarrow f^{-1}(m) = \frac{\Delta}{r} x + r$

$D_f: x - 1 \geq 0 \Rightarrow x \geq 1$

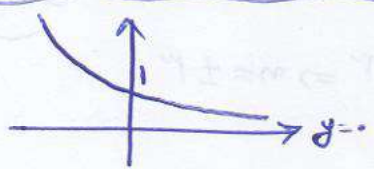
$D_g: r - x \neq 0 \Rightarrow x \neq r$

(6)

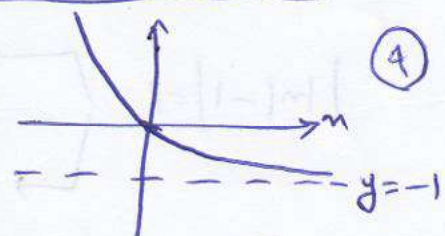
$D_{g \circ f} = \{ x \in D_f \mid f(x) \in D_g \} = \{ x \geq 1 \mid \sqrt{x-1} \neq r \}$   
 $= \{ x \geq 1 \mid x \neq r^2 \} = [1, +\infty) - \{r^2\}$

$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(\sqrt{x-1}) = \frac{1}{r - \sqrt{x-1}}$

$y = (\frac{1}{r})^x$



$\Rightarrow y = (\frac{1}{r})^x - 1$



(7)

$D = \mathbb{R}$

$R = (-1, +\infty)$



$$\text{Log } r_0 = \text{Log } \frac{r}{r} = \text{Log } r - \text{Log } r = \text{Log } r - r \text{Log } r = b - ra \quad (10)$$

$$\text{Log}_r (r^n + r^n) = \text{Log}_r r \Rightarrow r^n + r^n = r \Rightarrow r^n + r^n - r = 0 \quad (11)$$

$$(r + r)(n-1) = 0 \begin{cases} \rightarrow r = -r \text{ غلط} \\ \rightarrow n = 1 \end{cases}$$

$$\theta = \frac{L}{r} \Rightarrow \theta = \frac{r\pi}{4} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{4} \quad (12)$$

$$\frac{D}{180} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow \frac{D}{180} = \frac{\frac{\pi}{4}}{\pi} \Rightarrow \frac{D}{180} = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow D = 45^\circ$$

$$\text{د) } \tan(-\epsilon^\circ) = -\tan \epsilon^\circ = -1 \quad (13)$$

$$\text{ب) } \sin \frac{3\pi}{4} = \sin \left( 2\pi - \frac{\pi}{4} \right) = \sin \left( -\frac{\pi}{4} \right) = -\sin \frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin \alpha = \frac{4}{5} \quad \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \frac{16}{25} + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{9}{25} \quad (14)$$

$$\Rightarrow \cos \alpha = \frac{3}{5}$$

$$\cos \beta = -\frac{12}{13} \quad \sin^2 \beta + \cos^2 \beta = 1 \Rightarrow \sin^2 \beta + \frac{144}{169} = 1 \Rightarrow \sin^2 \beta = \frac{25}{169}$$

$$\Rightarrow \sin \beta = \frac{5}{13}$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta = \frac{3}{5} \left( -\frac{12}{13} \right) - \frac{4}{5} \left( \frac{5}{13} \right) = \frac{-36 - 20}{65} = \frac{-56}{65}$$

$$-56$$

$$d - c - b \text{ (الف) } \quad (15)$$

c, a (ب)

ب  
ب

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x + [x]}{\sqrt{x^2 + 3}} = \frac{1 + 0}{\sqrt{4}} = \frac{1}{2} \quad (17)$$

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 4} \stackrel{0/0}{=} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+1)}{(x-2)(x+2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+1}{x+2} = \frac{3}{4}$$

$$\begin{aligned} \text{ج) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x+1} - 2} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x+1} - 2} \times \frac{\sqrt{x+1} + 2}{\sqrt{x+1} + 2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(\sqrt{x+1} + 2)}{x+1 - 4} = \lim_{x \rightarrow 1} (\sqrt{x+1} + 2) = 4 \end{aligned}$$

$$\text{د) } \lim_{n \rightarrow 0} \frac{\sin^n n}{n^2} = \lim_{n \rightarrow 0} \frac{\left(\frac{\sin n}{n}\right)^n}{n^2} = \lim_{n \rightarrow 0} \frac{9n^2}{n^2} = 9$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = f(1) \quad (18)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} (-x+2) = -1+2 = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} (2x-1) = 2-1 = 1$$

$\Rightarrow a=1$