

محل مهر آموزشگاه	نوبت دوم خرداد ماه ۱۴۰۱	باسمه تعالی اداره کل آموزش و پرورش استان گیلان مدیریت آموزش و پرورش ناحیه ۲ رشت دبیرستان غیردولتی اندیشه های شریف (دوره دوم)	نام و نام خانوادگی :
	تاریخ امتحان : ۱۴۰۱/۰۳/۰۱		پایه تحصیلی : یازدهم رشته : ریاضی کلاس : ۱۱ ریاضی
	مدت امتحان : ۹۵ دقیقه		سوالات درس : حسابان ۱
نام و نام خانوادگی دبیر و امضا : نمره با عدد : نمره با حروف : نمره پس از تجدید نظر :			
بارم	سوالات		ردیف
$\frac{1}{5}$	در یک دنباله هندسی مجموع ده جمله اول ۳۳ برابر مجموع ۵ جمله اول است. قدرنسبت دنباله را به دست آورید.		۱
$\frac{1}{5}$	معادله زیر را حل کنید. $ 4x + 2 - 2 = 64$		۲
$\frac{1}{5}$	مساحت مربعی که یک رأس آن $A(-1, 3)$ و معادله ی یک ضلع آن $3x - 4y + 1 = 0$ است، بیابید.		۳
ادامه ی سوالات در صفحه ی دوم			

$\frac{1}{5}$	<p>بررسی کنید آیا تابع $f(x) = 1 - 2\sqrt{x+1}$ یک به یک است؟ در صورت مثبت بودن پاسخ، ضابطه تابع وارون را به دست آورید.</p>	<p>۴</p>
$\frac{1}{5}$	<p>دو تابع $f(x) = x - 1$ و $g(x) = \sqrt{x+2}$ را در نظر بگیرید: الف) دامنه‌ی تابع $g \circ f$ را بدون تشکیل $(g \circ f)(x)$ به دست آورید. ب) ضابطه‌ی $g \circ f$ را به دست آورید. پ) مقدار $(\frac{f}{g})(2)$ را محاسبه کنید.</p>	<p>۵</p>
$\frac{1}{5}$	<p>از معادله‌ی $\text{Log}_3 3 + \text{Log}_5 \sqrt{5} = \text{Log}_x (x^2 + 1)$ مقدار x را بیابید.</p>	<p>۶</p>
<p>ادامه‌ی سوالات در صفحه‌ی سوم</p>		

$\frac{1}{5}$	<p>انرژی آزاد شده یک زلزله 10^{19} Erg است. شدت این زلزله چند ریشتر می باشد؟ $(\text{Log } 2/5 = 0/4)$</p>	<p>۷</p>
$\frac{1}{5}$	<p>اگر $\text{tg } 20^\circ = 0/4$ باشد، حاصل $\frac{\text{Sin } 160^\circ - 2 \text{Cos } (-200^\circ)}{\text{Cos } 110^\circ - \text{Sin } (-70^\circ)}$ را به دست آورید.</p>	<p>۸</p>
$\frac{2}{2}$	<p>فرض کنید $\text{Sin } \alpha = \frac{5}{13}$ و $\text{Cos } \beta = \frac{3}{5}$ و a و b حاده باشند. مطلوب است حاصل عبارت $\text{Sin}(\alpha + \beta)$.</p>	<p>۹</p>
<p>ادامه ی سوالات در صفحه ی چهارم</p>		

حاصل حدهای زیر را حساب کنید.

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x^2 - 5x + 6}$$

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x+4} - 3}{\sqrt{x-1} - 2}$$

۱۰

حد تابع زیر را محاسبه کنید.

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos 2x}{\sin x - \cos x}$$

۱۱

مقادیر a و b را طوری بیابید که تابع $f(x) = \begin{cases} 3x - [x] & x < 0 \\ a & x = 0 \\ \sqrt{x+1} + b & x > 0 \end{cases}$ در نقطه‌ی $x = 0$ پیوسته باشد. ([] نماد جزء صحیح است.)

۱۲

$$\log_a 3 = \log_{\frac{1}{a}} 3 = \frac{1}{\log_a 3} = \frac{1}{\log_a 3}$$

$$\log_5 \sqrt{5} = \log_5 5^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \log_5 5 = \frac{1}{2}$$

$$\log_a^3 + \log_a \sqrt{5} = \log_a (x^2 + 1) \Rightarrow \frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \log_a (x^2 + 1) \Rightarrow 2x = x^2 + 1$$

$$\Rightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \Rightarrow (x-1)^2 = 0 \Rightarrow x = 1$$

$$E = 2/5 \times 10^{19} \text{ Erg}$$

$$M = ?$$

$$\log_{2/5} 10^{19} = 11/8 + 1/5 M \Rightarrow \log_{2/5} 2/5 + \log_{2/5} 10^{19} = 11/8 + 1/5 M$$

شدت زلزله ۵/۰۶ ریشتر است.

$$\Rightarrow 0/4 + 19 = 11/8 + 1/5 M \Rightarrow 1/5 M = 7/6 \Rightarrow M = 5/06$$

$$\frac{\sin(180^\circ - 20^\circ) - 2 \cos(180^\circ + 20^\circ)}{\cos(90^\circ + 20^\circ) + \sin(90^\circ - 20^\circ)} = \frac{\sin 20^\circ + 2 \cos 20^\circ}{-\sin 20^\circ + \cos 20^\circ} \quad \text{صورت و مخرج}$$

$$\cos 20^\circ \div$$

$$\frac{\tan 20^\circ + 2}{-\tan 20^\circ + 1} = \frac{2/4}{0/6} = 4$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta = \frac{5}{13} \times \frac{3}{5} + \frac{12}{13} \times \frac{4}{5} = \frac{63}{65}$$

$$\sin \beta = \sqrt{1 - \frac{9}{25}} = \sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5}$$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \frac{25}{169}} = \sqrt{\frac{144}{169}} = \frac{12}{13}$$

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x^2 - 5x + 6} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x^2 + 2x + 4)}{(x-2)(x-3)} = \frac{12}{-1} = -12$$

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x+4}-3}{\sqrt{x-1}-2} \times \frac{\sqrt{x+4}+3}{\sqrt{x+4}+3} \times \frac{\sqrt{x-1}+2}{\sqrt{x-1}+2} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{(x+4-9)(\sqrt{x-1}+2)}{(x-1-4)(\sqrt{x+4}+3)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 5} \frac{(x-5)(\sqrt{x-1}+2)}{(x-5)(\sqrt{x+4}+3)} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{-(\cos x - \sin x)} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{(\cos x - \sin x)(\cos x + \sin x)}{-(\cos x - \sin x)} = -\sqrt{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -[0^-] = 1 \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 1 + b \quad f(0) = a \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -12 \end{cases}$$

$$S_{10} = 33S_5 \Rightarrow \frac{a(1-q^{10})}{1-q} = 33 \times \frac{a(1-q^5)}{1-q}$$

$$1 - q^{10} = 33(1 - q^5) \Rightarrow (1 + q^5)(1 - q^5) = 33(1 - q^5)$$

$$1 + q^5 = 33 \Rightarrow q^5 = 32 \Rightarrow q = 2$$

$$|4x + 2| - 2 = 64 \Rightarrow |4x + 2| - 2 = \pm 64 \Rightarrow |4x + 2| - 2 = 64 \Rightarrow |4x + 2| = 66$$

$$\Rightarrow 4x + 2 = \pm 66 \Rightarrow \begin{cases} 4x + 2 = 66 \Rightarrow 4x = 64 \Rightarrow x = 16 \\ 4x + 2 = -66 \Rightarrow 4x = -68 \Rightarrow x = -17 \end{cases}$$

$$|4x + 2| - 2 = -64 \Rightarrow |4x + 2| = -62 \Rightarrow \text{جواب ندارد}$$

۳- از آنجا که مختصات نقطه A در معادله خط صدق نمی‌کند، طول ضلع مربع برابر با فاصله نقطه از خط می‌شود.

$$a = \frac{|3x_A - 4y_A + 1|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = \frac{|-3 - 12 + 1|}{5} = \frac{14}{5}$$

$$S = a^2 = \left(\frac{14}{5}\right)^2 = \frac{196}{25}$$

۴- تابع یک به یک است.

$$y = 1 - 2\sqrt{x+1}$$

$$2\sqrt{x+1} = 1 - y$$

$$4x + 4 = (1 - y)^2$$

$$x = \frac{(1 - y)^2 - 4}{4}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{(1 - x)^2 - 4}{4}$$

$$\text{الف) } f(x) = x - 1 \Rightarrow D_f = \mathbb{R}, g(x) = \sqrt{x+2} \Rightarrow D_g = [-2, +\infty)$$

$$D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \{x \in \mathbb{R} \mid \underbrace{x - 1 \geq -2}_{x \geq -1}\} = [-1, +\infty)$$

$$\text{ب) } (g \circ f)(x) = g(f(x)) = \sqrt{f(x) + 2} = \sqrt{x - 1 + 2} = \sqrt{x + 1}$$

$$\text{پ) } \left(\frac{f}{g}\right)(2) = \frac{f(2)}{g(2)} = \frac{2-1}{\sqrt{2+2}} = \frac{1}{2}$$