

تاریخ :

وقت : دقیقه

نام و نام خانوادگی :

تعداد سوالات: ۲۲

موضوع

علیرضا فیضیان

۱. اگر  $f(x) = x^2 + x - 2$  و  $g(x) = \frac{1}{3}(x - 3)$  باشد، در بازه  $(a, b)$  نمودار تابع  $f \circ g$  در زیر محور  $x$  ها قرار می‌گیرد. بیشترین مقدار  $b - a$  کدام است؟

(۱) ۵ (۲) ۴ (۳) ۷ (۴) ۶

۲. اگر  $f^{-1} = \{(2, 1), (3, -2), (4, -1)\}$  و  $f - 2g = \{(-2, -1), (-1, 8)\}$  و تابع  $g$  یک‌به‌یک باشد، کدام نقطه زیر حتماً روی  $g^{-1}$  قرار دارد؟

(۱)  $(-1, -2)$  (۲)  $(-2, -1)$  (۳)  $(-2, 1)$  (۴)  $(1, -2)$

۳. کدام گزینه بیانگر تابعی وارون‌پذیر است؟

(۱)  $y = |x| + 1 - x$  (۲)  $y = 1 - 3|x| + x$

(۳)  $y = 1 + 3|x| - x$  (۴)  $y = 1 - 3x + |x|$

۴. اگر  $x$  و  $y$  دو عدد حقیقی باشند، آن‌گاه با توجه به تعریف جزء صحیح کدام گزاره همواره صحیح است؟ ([ ] نماد جزء صحیح است.)

(۱)  $[x + y] = [x] + [y]$  (۲)  $[xy] = [x][y]$

(۳)  $[x - y] = [x] - [y]$  (۴)  $[x + 1] = [x] + 1$

۵. وارون  $f(x) = 2 - \sqrt{3 - x}$  از کدام نقطه می‌گذرد؟

(۱)  $(1, -1)$  (۲)  $(1, 2)$  (۳)  $(-1, 0)$  (۴)  $(-1, 2)$

۶. اگر توابع  $f$  و  $g$  به صورت  $f: N \rightarrow N$  و  $f(x) = 2x$  و  $g = \{(1, \frac{2}{3}), (4, -1), (5, 1), (6, 4)\}$  تعریف شوند، تابع  $f + g^{-1}$  کدام است؟

(۱)  $\{(1, 7), (4, 14)\}$  (۲)  $\{(5, 3), (6, 12)\}$

(۳)  $\{(1, \frac{1}{3}), (4, 7)\}$  (۴)  $\{(5, 11), (6, 12)\}$

۷.  $M$  نقطه‌ای دلخواه روی خط  $y = 3 - 2x$  است. فاصله  $M$  تا خط  $3x - 4y = 8$  را به صورت تابعی از طول نقطه  $M$  نوشته‌ایم. ضابطه این تابع کدام است؟

(۱)  $f(x) = \frac{1}{25}|11x - 20|$  (۲)  $f(x) = \frac{1}{5}|5x - 4|$

(۳)  $f(x) = \frac{1}{25}|5x - 4|$  (۴)  $f(x) = \frac{1}{5}|11x - 20|$

۸. اگر تابع  $f(x) = \frac{1-x}{(m-1)x^2 + 3x + 1}$  تنها به‌ازای یک مقدار  $x$  قابل تعریف نباشد،  $m$  چند مقدار می‌تواند اختیار کند؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) هیچ مقدار

۹. اگر  $f(x) = \frac{4}{x-1}$  و  $g(x) = \frac{1}{2-x}$  باشد، دامنه توابع  $g \circ f$  کدام است؟

(۱)  $R - \{2, 3\}$  (۲)  $R - \{1, 2, 3\}$  (۳)  $R - \{1, 2\}$  (۴)  $R - \{1, 3\}$

۱۰. تابع وارون تابع  $y = x + \sqrt{x}$  به صورت  $y = (\frac{\sqrt{ax+1}-1}{b})^2$  می‌باشد، مقدار  $\frac{a}{b}$  کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۶

۱۱. اگر  $f = \{(0, -1), (1, -2), (a, -1), (4, 0)\}$  و  $g = \{(-2, 4), (-1, 1), (b, 1), (7, -3)\}$  و  $D_{g \circ f} = \{0, 5, 1, 4\}$  باشد، حاصل  $b - 2a$  کدام است؟

(۱) ۱۰ (۲) -۱۰ (۳) ۸ (۴) -۸

۱۲. اگر  $(fog^{-1})(x) = \sqrt[3]{2x^5 + 1}$  باشد، حاصل  $(gof^{-1})(x)$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{(x-1)^3}{2}$   
 (۲)  $1 - f^{-1}(\sqrt[5]{x-1})$   
 (۳)  $\sqrt[5]{\frac{x^3-1}{2}}$   
 (۴)  $1 - g^{-1}(\sqrt[5]{x-1})$

۱۳. در ماشین روبه رو، مقدار  $a$  کدام است؟

- (۱) ۱  
 (۲) -۱  
 (۳) ۲  
 (۴)  $x \rightarrow \frac{ax+1}{2} \rightarrow \boxed{2ax-1} \rightarrow x$   
 -۲

۱۴. اگر نمودار تابع  $f(x) = \frac{2x+2}{ax+b}$  بر نمودار تابع معکوس خود منطبق باشد، مقدار  $b$  چقدر است؟ ( $a \neq 0$ )

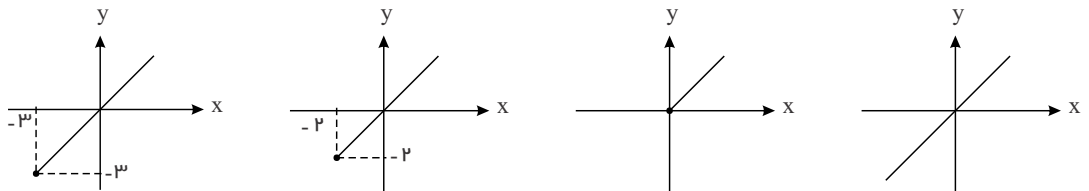
- (۱) ۲  
 (۲) ۱  
 (۳) -۲  
 (۴) -۱

۱۵. اگر  $f\left(\frac{-x}{x+1}\right) = \frac{1}{x+1}$  باشد، آنگاه  $f(x)$  کدام است؟ ( $x \neq -1$ )

- (۱)  $\frac{1}{x-1}$   
 (۲)  $1-x$   
 (۳)  $\frac{2-x}{x-1}$   
 (۴)  $x+1$

۱۶. اگر  $f(x) = \sqrt{x+2} - 3$ ، نمودار  $(fof^{-1})(x)$  در کدام گزینه آمده است؟

- (۱) (۲) (۳) (۴)



۱۷. اگر  $f^{-1}$  وارون تابع  $f(x) = x^2 + 2x + 4$  باشد،  $f: (-\infty, -1] \rightarrow R$  مجموعه جواب های حقیقی معادله  $f^{-1}(x) = x + 2$  کدام است؟

- (۱) ۷  
 (۲) -۷  
 (۳) ۱۲  
 (۴) معادله جواب حقیقی ندارد.

۱۸. اگر  $f = \{(-1, 4), (2, 3), (-1, 4m), (m+1, n-1), (5, 6), (p, n+2)\}$  تابعی یک به یک باشد،  $m+n+p$  چقدر است؟

- (۱) ۷  
 (۲) ۸  
 (۳) ۹  
 (۴) ۱۰

۱۹. کدام دو تابع با هم مساوی اند؟

- (۱)  $f(x) = (\sqrt{x})^2$  و  $g(x) = \sqrt{x|x|}$   
 (۲)  $f(x) = x$  و  $g(x) = (\sqrt{x})^2$   
 (۳)  $f(x) = \sqrt{x|x|}$  و  $g(x) = \sqrt{|x|} \times \sqrt{|x|}$   
 (۴)  $f(x) = \sqrt{x^2}$  و  $g(x) = (\sqrt{x})^2$

۲۰. معادله  $2x^2 - 12x + 7 = \frac{3}{[x] + [-x]}$  چند جواب دارد؟

- (۱) ۳  
 (۲) ۲  
 (۳) ۱  
 (۴) صفر

۲۱. دامنه ی تابع  $f(x) = \sqrt{([x] - \sqrt{5})(6 - [x])}$  کدام است؟

- (۱)  $[\sqrt{5}, 6]$   
 (۲)  $[\sqrt{5}, 7]$   
 (۳)  $[3, 6]$   
 (۴)  $[3, 7]$

۲۲. حاصل  $\left[\sqrt{n^2 + 2n}\right] + \left[\sqrt{4n^2 + 4n}\right]$  با شرط طبیعی بودن  $n$  چقدر است؟

- (۱)  $2n + 1$   
 (۲)  $3n$   
 (۳)  $n + 2$   
 (۴)  $4n - 1$

تاریخ :

وقت : دقیقه

نام و نام خانوادگی :

تعداد سوالات: ۲۲

موضوع

علیرضا فیضیان

سریال ۳۹۲۱۸۵

۱. گزینه ۴

$$(f \circ g)(x) = \left(\frac{1}{2}(x-3)\right)^2 + \frac{1}{2}(x-3) - 2 = \frac{1}{4}(x^2 - 6x + 9) + \frac{1}{2}x - \frac{3}{2} - 2 = \frac{1}{4}x^2 - x - \frac{5}{4}$$

$$(f \circ g)(x) < 0 \Rightarrow \frac{1}{4}x^2 - x - \frac{5}{4} < 0 \Rightarrow x^2 - 4x - 5 < 0 \Rightarrow (x-5)(x+1) < 0 \Rightarrow -1 < x < 5$$

$$\rightarrow b - a = 5 - (-1) = 6$$

۲. گزینه ۲

$$f^{-1} = \{(2, 1), (3, -2), (4, -1)\} \Rightarrow f = \{(1, 2), (-2, 3), (-1, 4)\}$$

برای یافتن دامنه تابع  $f - 2g$  باید اشتراک دامنه توابع  $f$  و  $g$  را به دست آوریم.

$$Df = \{1, -2, -1\}, D_{f-2g} = \{-2, -1\} \Rightarrow \{1, -2, -1\} \cap Dg = \{-2, -1\}$$

با توجه به رابطه بالا، قطعاً  $-2$  و  $-1$  در دامنه تابع  $g$  حضور دارند پس داریم:

$$f - 2g = \{(-2, -1)(-1, 8)\} \Rightarrow (f - 2g)(-2) = -1 \Rightarrow f(-2) - 2g(-2) = -1$$

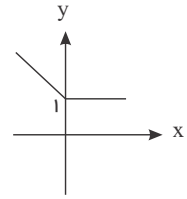
$$\Rightarrow 3 - 2g(-2) = -1 \Rightarrow g(-2) = 2 \Rightarrow (-2, 2) \in g \Rightarrow (2, -2) \in g^{-1}$$

$$(f - 2g)(-1) = 8 \Rightarrow f(-1) - 2g(-1) = 8 \Rightarrow 4 - 2g(-1) = 8 \Rightarrow g(-1) = -2$$

$$\Rightarrow (-1, -2) \in g \Rightarrow (-2, -1) \in g^{-1}$$

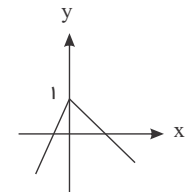
۳. گزینه ۴ شرط آن که تابع وارون پذیر باشد آن است که یک به یک باشد، برای بررسی یک به یک بودن نمودار توابع را رسم می کنیم:

$$\text{گزینه ۱: } y = |x| + 1 - x = \begin{cases} 1 & ; x \geq 0 \\ -2x + 1 & ; x < 0 \end{cases}$$



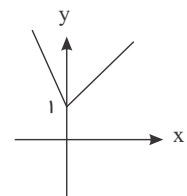
یک به یک نیست.

$$\text{گزینه ۲: } y = 1 - 3|x| + x = \begin{cases} -2x + 1 & ; x \geq 0 \\ 4x + 1 & ; x < 0 \end{cases}$$



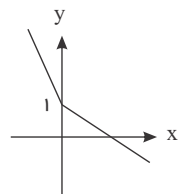
یک به یک نیست.

$$\text{گزینه ۳: } y = 1 + 3|x| - x = \begin{cases} 2x + 1 & ; x \geq 0 \\ -4x + 1 & ; x < 0 \end{cases}$$



یک به یک نیست.

$$\text{گزینه ۴: } y = 1 - 3x + |x| = \begin{cases} -2x + 1 & ; x \geq 0 \\ -4x + 1 & ; x < 0 \end{cases}$$



یک به یک است، وارون پذیر است.

**گزینه ۴** گزینه‌های ۱، ۲ و ۳ را با مثال نقض می‌توان رد کرد یعنی:

$$\text{گزینه ۱ } [x + y] = [x] + [y], x = 1,6, y = 2,7 \Rightarrow [1,6 + 2,7] = [1,6] + [2,7]$$

$$\Rightarrow [4,3] = 1 + 2 \Rightarrow 4 = 3 \quad \text{نادرست}$$

$$\text{گزینه ۲ } [xy] = [x][y], x = 2, y = 1,6 \Rightarrow [2 \times 1,6] = [2][1,6]$$

$$\Rightarrow [3,2] = 2 \times 1 \Rightarrow 3 = 2 \quad \text{نادرست}$$

$$\text{گزینه ۳ } [x - y] = [x] - [y], x = 3, y = 1,5 \Rightarrow [3 - 1,5] = [3] - [1,5]$$

$$\Rightarrow [1,5] = 3 - 1 \Rightarrow 1 = 2 \quad \text{نادرست}$$

می‌دانیم عدد صحیح در جمع و تفریق می‌تواند از داخل براکت خارج شود یعنی:

$$a \in \mathbb{Z}, x \in \mathbb{R} \Rightarrow [x \pm a] = [x] \pm a \Rightarrow [x + 1] = [x] + 1$$

**گزینه ۲** اگر  $(a, b) \in f$ ، آن‌گاه  $(b, a) \in f^{-1}$  است، پس داریم:

$$x = 2 \Rightarrow f(2) = 2 - \sqrt{3 - 2} = 2 - 1 = 1 \Rightarrow (2, 1) \in f \Rightarrow (1, 2) \in f^{-1}$$

**گزینه ۱** برای یافتن وارون تابع، باید در تمام زوج مرتب‌ها جای مؤلفه‌های اول و دوم را تعویض کنیم.

$$g = \left\{ \left( 1, \frac{2}{3} \right), (4, -1), (5, 1), (6, 4) \right\} \Rightarrow g^{-1} = \left\{ \left( \frac{2}{3}, 1 \right), (-1, 4), (1, 5), (4, 6) \right\}$$

$$\begin{cases} f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} \\ f(x) = 2x \end{cases} \Rightarrow f = \{(1, 2), (2, 4), (3, 6), (4, 8), \dots\}$$

$$Df = \mathbb{N}, Dg^{-1} = \left\{ \frac{2}{3}, -1, 1, 4 \right\} \Rightarrow Df \cap Dg^{-1} = \{1, 4\}$$

$$f + g^{-1} = \{(1, 2+5), (4, 8+6)\} = \{(1, 7), (4, 14)\}$$

۷. گزینه ۴ نقطه کلی  $M(x, y)$  را روی خط  $y = 3 - 2x$  در نظر می‌گیریم، پس داریم:

$$M(x, 3 - 2x)$$

حال تابعی که فاصله نقطه  $M$  را از خط  $3x - 4y - 8 = 0$  بیان می‌کند به دست می‌آوریم.

$$f(x) = \frac{|3x - 4(3 - 2x) - 8|}{\sqrt{9 + 16}} = \frac{|3x - 12 + 8x - 8|}{5} = \frac{1}{5} |11x - 20|$$

۸. گزینه ۲ دو حالت وجود دارد.

الف) مخرج عبارتی درجه اول باشد یعنی  $m = 1$  که داریم:

$$f(x) = \frac{1-x}{3x+1} \Rightarrow 3x+1 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{3} \Rightarrow Df = \mathbb{R} - \left\{ -\frac{1}{3} \right\}$$

ب) مخرج ریشه مضاعف داشته باشد یعنی:

$$(m-1)x^2 + 3x + 1 = 0 \Rightarrow \Delta = 0 \Rightarrow 9 - 4(m-1) = 0 \Rightarrow 9 - 4m + 4 = 0 \Rightarrow m = \frac{13}{4}$$

بنابراین برای  $m$  دو مقدار ۱ و  $\frac{13}{4}$  وجود دارد.

۹. گزینه ۴

$$f(x) = \frac{4}{x-1}, Df: x \neq 1, g(x) = \frac{1}{2-x}, Dg: x \neq 2$$

$$Dg \circ f = \{x \in Df | f(x) \in Dg\} = \{x \neq 1 | f(x) \neq 2\}$$

$$f(x) \neq 2 \Rightarrow \frac{4}{x-1} \neq 2 \Rightarrow x-1 \neq 2 \Rightarrow x \neq 3 \Rightarrow Dg \circ f = \mathbb{R} - \{1, 3\}$$

۱۰. گزینه ۲

$$f(x) = y = x + \sqrt{x} = \left(\sqrt{x} + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{4y+1}{4} = \left(\sqrt{x} + \frac{1}{2}\right)^2$$

$$\Rightarrow \sqrt{x} + \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{4y+1}}{2} \Rightarrow x = \left(\frac{\sqrt{4y+1}-1}{2}\right)^2$$

$$\xrightarrow{\text{جای } x \text{ و } y \text{ را عوض می‌کنیم}} y = \left(\frac{\sqrt{4x+1}-1}{2}\right)^2 = f^{-1}(x) \Rightarrow \begin{cases} a=4 \\ b=2 \end{cases} \Rightarrow \frac{a}{b} = 2$$

۱۱. گزینه ۲

$$Dg \circ f = \{x \in Df | f(x) \in Dg\}$$

باتوجه به این که  $5 \in Dg \circ f$  است، چون ۵ باید زیر مجموعه‌ی  $Df$  باشد، در نتیجه  $a$  باید برابر ۵ باشد و باتوجه به این که  $4 \in Df$  و

$4 \in Dg \circ f$  پس باید  $f(4) = 0$  متعلق به  $Dg$  باشد و این امکان فقط وقتی وجود دارد که  $b = 0$  باشد.

$$b - 2a = 0 - 2(5) = -10$$

۱۲. گزینه ۳ می‌دانیم:  $(f \circ g)^{-1} = g^{-1} \circ f^{-1}$

$$\text{لذا: } (f \circ g^{-1})^{-1} = g \circ f^{-1}$$

برای محاسبه‌ی تابع  $g \circ f^{-1}$  باید تابع  $y = f \circ g^{-1}$  را معکوس کنیم

$$y = \sqrt[3]{2x^5 + 1} \xrightarrow{\text{توان ۳}} y^3 = 2x^5 + 1 \rightarrow y^3 - 1 = 2x^5$$

$$\Rightarrow \frac{y^3 - 1}{2} = x^5 \xrightarrow{\text{جای } x \text{ و } y \text{ را عوض می کنیم}} \frac{x^3 - 1}{2} = y^5 \Rightarrow y = \sqrt[5]{\frac{x^3 - 1}{2}} = gof^{-1}$$

۱۳. گزینه ۱ می دانیم که هر تابعی با معکوس خود ترکیب شود جواب آن، متغیر  $x$  است بنابراین باید دو تابع  $y = 2ax - 1$  و  $y = \frac{ax+1}{2}$

معکوس هم باشند. اما معکوس تابع  $y = \frac{ax+1}{2}$  به صورت زیر حساب می گردد:

$$y = \frac{ax+1}{2} \Rightarrow 2y = ax+1 \Rightarrow x = \frac{2y-1}{a} \xrightarrow{\text{با تعویض } x \text{ و } y} y = \frac{2x-1}{a} = 2ax-1 \Rightarrow a=1$$

۱۴. گزینه ۳ ضابطه تابع وارون را پیدا می کنیم:

$$y = \frac{2x+2}{ax+b} \Rightarrow axy+by = 2x+2 \Rightarrow axy-2x = 2-by$$

$$x(ay-2) = 2-by \Rightarrow x = \frac{2-by}{ay-2} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{2-bx}{ax-2}$$

$$f^{-1}(x) = f(x) \Rightarrow b = -2$$

۱۵. گزینه ۴

$$f\left(\frac{-x}{x+1}\right) = f\left(\frac{-x-1+1}{x+1}\right) = f\left(-1 + \frac{1}{x+1}\right)$$

با فرض  $t = \frac{1}{x+1}$  و  $x \neq -1$  خواهیم داشت:

$$f(-1+t) = t \xrightarrow{t=u+1} f(u) = u+1 \Rightarrow f(x) = x+1$$

۱۶. گزینه ۴ ترکیب هر تابع و تابع معکوسش برابر با تابع همانی است. در تابع وارون پذیر  $f$ ، تابع  $f^{-1}of$  تابع همانی روی دامنه  $f$  و تابع

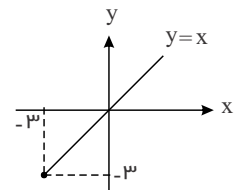
$fof^{-1}$  تابع همانی روی برد  $f$  می باشد.

$$f^{-1}of(x) = x, x \in Df \quad fof^{-1}(x) = x, x \in Rf$$

$$f(x) = \sqrt{x+2} - 3, x+2 \geq 0 \Rightarrow x \geq -2 \Rightarrow Df = [-2, +\infty)$$

$$\sqrt{x+2} \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x+2} - 3 \geq -3 \Rightarrow f(x) \geq -3 \Rightarrow Rf = [-3, +\infty)$$

$$y = fof^{-1}(x) = x, x \in Rf \Rightarrow y = x, x \in [-3, +\infty) \Rightarrow$$



۱۷. گزینه ۴ وارون  $f$  را به دست می آوریم:

$$y = x^2 + 2x + 4 \Rightarrow y = (x+1)^2 + 3 \Rightarrow (x+1)^2 = y-3$$

$$\Rightarrow |x+1| = \sqrt{y-3} \xrightarrow{x \leq -1} -x-1 = \sqrt{y-3} \Rightarrow x = -\sqrt{y-3} - 1$$

$$f^{-1}(x) = -\sqrt{x-3} - 1$$

پس ضابطه  $f^{-1}$  به صورت روبه رو است:

اکنون معادله زیر را حل می کنیم:

$$f^{-1}(x) = x+2 \Rightarrow -\sqrt{x-3} - 1 = x+2$$

$$\Rightarrow -\sqrt{x-3} = x+3 \xrightarrow{\text{توان ۲}} x-3 = x^2 + 6x + 9 \Rightarrow x^2 + 5x + 12 = 0$$

معادله جواب ندارد ( $\Delta < 0$ ).

۱۸. گزینه ۴ توجه: برای این که یک زوج مرتب معرف یک تابع یک به یک باشد ابتدا باید تابع باشد یعنی مؤلفه‌ی اول یکسان نداشته باشد و در صورت وجود مؤلفه‌ی اول باید مؤلفه‌ی دوم هم برابر باشد و سپس باید یک به یک باشد یعنی مؤلفه‌ی دوم یکسان نداشته باشد و در صورت وجود مؤلفه‌ی دوم برابر، باید مؤلفه‌ی اول هم برابر باشد. بنابراین ابتدا شرط تابع بودن را بررسی می‌کنیم:

$$f \Rightarrow 4m = 4 \Rightarrow m = 1 \rightarrow f = \{(-1, 4), (2, 3), (2, n-1), (5, 6), (p, n+2)\}$$

برای تابع بودن باید مؤلفه‌ی اول یکسان نداشته باشد.

$$f \Rightarrow n-1 = 3 \Rightarrow n = 4 \Rightarrow f = \{(-1, 4), (2, 3), (5, 6), (p, 6)\}$$

برای یک به یک بودن:

$$f \Rightarrow P = 5 \Rightarrow m + n + p = 10$$

۱۹. گزینه ۱ در گزینه‌های ۲، ۳ و ۴ دامنه دو تابع داده شده برابر نیستند زیرا:

$$Df = \mathbb{R}, Dg : x \geq 0 \Rightarrow Dg = [0, +\infty) \Rightarrow Df \neq Dg$$

$$Df : x|x| \geq 0 \xrightarrow{|x| \geq 0} x \geq 0 \Rightarrow Df = [0, +\infty), Dg = \mathbb{R} \Rightarrow Df \neq Dg$$

$$Df : x^2 \geq 0 \Rightarrow x \in \mathbb{R} \Rightarrow Df = \mathbb{R}, Dg : x \geq 0 \Rightarrow Dg = [0, +\infty) \Rightarrow Df \neq Dg$$

جواب گزینه ۱ می‌باشد زیرا:

$$f(x) = (\sqrt{x})^2 \Rightarrow x \geq 0 \Rightarrow Df = [0, +\infty)$$

$$g(x) = \sqrt{x|x|} \Rightarrow x|x| \geq 0 \xrightarrow{|x| \geq 0} x \geq 0 \Rightarrow Dg = [0, +\infty) \Rightarrow Df = Dg = [0, +\infty)$$

$$x \geq 0 \Rightarrow |x| = x \Rightarrow g(x) = \sqrt{x|x|} = \sqrt{x \cdot x} = \sqrt{x^2} = (\sqrt{x})^2 = f(x)$$

$f$  و  $g$  برابرند.

۲۰. گزینه ۴ باید  $[x] + [-x] = -1$  باشد، زیرا مخرج کسر نباید صفر شود.

$$[x] + [-x] = -1 \Rightarrow x \notin \mathbb{Z} \Rightarrow 2x^2 - 12x + 7 = \frac{3}{-1} = -3$$

$$2x^2 - 12x + 7 = -3 \Rightarrow 2x^2 - 12x + 10 = 0 \xrightarrow{\div 2} x^2 - 6x + 5 = 0$$

$$(x-1)(x-5) = 0 \Rightarrow x = 1, x = 5 \xrightarrow{x \notin \mathbb{Z}} \text{معادله جواب ندارد.}$$

گزینه ۴

$$([x] - \sqrt{5})(6 - [x]) \geq 0 \quad [x]t \Rightarrow (t - \sqrt{5})(6 - t) \geq 0$$

$$\sqrt{5} \leq t \leq 6 \Rightarrow \sqrt{5} \leq [x] \leq 6$$

t	$\sqrt{5}$	6
p	-	+

باید اولین عدد صحیح بعد از  $\sqrt{5}$  را در نظر بگیریم.

$$3 \leq [x] \leq 6 \Rightarrow 3 \leq x < 7$$

گزینه ۲

$$n^2 < n^2 + 2n < n^2 + 2n + 1 \Rightarrow n^2 < n^2 + 2n < (n+1)^2 \Rightarrow n < \sqrt{n^2 + 2n} < n+1$$

$$\Rightarrow \left[ \sqrt{n^2 + 2n} \right] = n$$

$$4n^2 < 4n^2 + 4n < 4n^2 + 4n + 1 \Rightarrow (2n)^2 < 4n^2 + 4n < (2n+1)^2$$

$$2n < \sqrt{4n^2 + 4n} < 2n+1 \Rightarrow \left[ \sqrt{4n^2 + 4n} \right] = 2n$$

$$\left[ \sqrt{n^2 + 2n} \right] + \left[ \sqrt{4n^2 + 4n} \right] = n + 2n = 3n$$