

نام و نام خانوادگی:

مقطع و رشته: یازدهم تجربی

نام پدر:

شماره داوطلب:

تعداد صفحه سؤال: ۳ صفحه

جمهوری اسلامی ایران

اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران

اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۲ تهران

دبیرستان غیردولتی پسرانه سرای دانش واحد سعادت آباد

آزمون پایان ترم نوبت اول سال تحصیلی ۱۳۹۹-۰۰

نام درس: ریاضی یازدهم تجربی

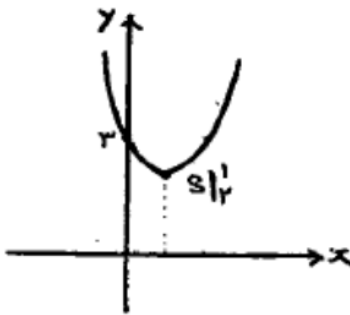
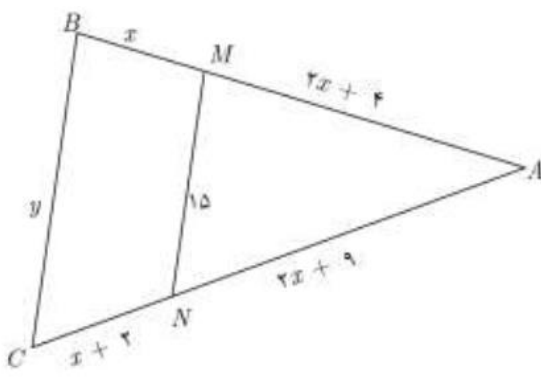
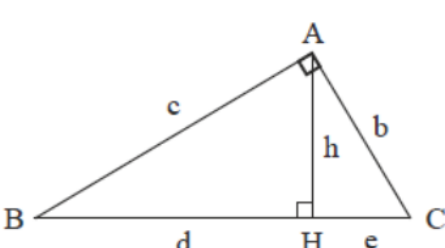
نام دبیر: آقای حسینی

تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۱۰/۰۹

ساعت امتحان: ۰۰:۰۸ صبح / عصر

مدت امتحان: ۱۰۰ دقیقه

محل مهر و امضا: مدیر	نمره به عدد:	نمره به حروف:	نمره به عدد:	نمره به حروف:	
	نام دبیر:	تاریخ و امضا:	نام دبیر:	تاریخ و امضا:	
ردیف	سوالات				نمره
۰,۷۵	<p>درستی یا نادرستی هر یک از عبارتهای زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) مرکز دایره محاطی مثلث، محل تلاقی نیمسازهای زوایای داخلی مثلث است.</p> <p>ب) از نقطه‌ای خارج یک خط، می‌توان دو خط بر آن عمود کرد.</p> <p>پ) زاویه ۵ درجه، با زاویه $\frac{\pi}{18}$ رادیان برابر است.</p>				۱
۱,۵	<p>جاهای خالی را با کلمات مناسب کامل کنید.</p> <p>الف) قرینه نقطه $A(-7,4)$ نسبت به نقطه $M(-2,1)$ برابر با نقطه است.</p> <p>ب) صفرهای تابع $y = 2x^2 - 2x - \frac{1}{2}$ برابر با و است.</p> <p>پ) دایره $C(O,r)$ را در نظر بگیرید. هر نقطه که از نقطه O به فاصله r باشد دایره قرار دارد.</p> <p>ت) تابع $y = \frac{1}{x+2}$ دارای دامنه است.</p> <p>ث) برد تابع $y = x - [x]$ برابر است با</p>				۲
۱	<p>با ذکر دلیل، گزینه صحیح را انتخاب نمایید.</p> <p>الف) اگر نمودار تابع $y = mx^2 - (m^2 - 1)x + 1$ روی محور عرض‌ها دارای ماکزیمم باشد، مقدار m کدام است؟</p> <p>۱) ۱ ۲) -۱ ۳) ۰ ۴) ۲</p> <p>ب) زاویه ۳۱۵ درجه، مساوی کدام زاویه نیست؟</p> <p>۱) $-\frac{\pi}{4}$ ۲) $\frac{7\pi}{4}$ ۳) -۴۵ ۴) $\frac{11\pi}{4}$</p>				۳
۱,۲۵	<p>دو نقطه $A(14,3)$ و $B(10,-13)$ را در نظر بگیرید.</p> <p>الف) فاصله مبدا مختصات را از وسط پاره خط AB به دست آورید.</p> <p>ب) معادله عمود منصف پاره خط AB را بنویسید.</p>				۴
۱	<p>مقدار m را طوری به دست آورید که معادله $(m-1)x^2 + (m-4)x - 3m = 0$ دارای دو ریشه حقیقی متمایز و قرینه باشد و سپس ریشه‌ها را به دست آورید.</p>				۵
۱	<p>معادله زیر را حل کنید.</p>				۶

	$(x + \frac{1}{x})^2 - 2(x + \frac{1}{x}) = 0$	
۱,۵	 <p>ضابطه سهمی زیر را بنویسید. (S راس سهمی است).</p>	۷
۱	اگر $x=4$ یکی از جوابهای معادله $x + a = \sqrt{5x - x^2}$ باشد، جواب دیگر آن را بیابید.	۸
۰,۵	با برهان خلف، ثابت کنید نمی‌توان از یک نقطه غیر واقع بر یک خط، دو عمود بر آن خط رسم کرد.	۹
۱,۵	 <p>در شکل زیر، $MN \parallel BC$ مقادیر x و y را بیابید.</p>	۱۰
۱	 <p>در مثلث قائم الزاویه زیر، اگر $d=5$ و $e=3$ باشد، b و c را بیابید.</p>	۱۱
۱,۵	دامنه توابع زیر را بیابید.	۱۲
	<p>الف) $f(x) = \sqrt{\frac{x+2}{x^2-1}}$</p> <p>ب) $g(x) = \frac{\sqrt[3]{-x^2+4}}{ x -2}$</p>	
۱	<p>$f(x) = x - 1$</p> <p>آیا توابع زیر با هم مساوی اند؟ چرا؟</p> <p>$g(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 2x + 1}{x - 1} & x \neq 1 \\ 0 & x = 1 \end{cases}$</p>	۱۳
۱	اگر تابع خطی f از نقاط $(-1, 4)$ و $(2, -2)$ بگذرد، ضابطه تابع وارون آن را به دست آورید.	۱۴
۱	اگر $f(x) = \frac{5x-1}{2x-1}$ و $g(x) = x + \sqrt{x}$ باشد، در این صورت $f(\frac{1}{g(x)})$ را بیابید.	۱۵

۰,۵	اگر $f(x) = \sqrt{x-1}$ و $g(x) = x^2 - 4$ باشد، ابتدا تابع $\frac{f}{g}$ و دامنه آن را بیابید، سپس مقدار $(g-3f)(5)$ را محاسبه کنید.	۱۶
۱	ابتدا تابع $f(x) = \sqrt{x+4} - 2$ را رسم کنید. سپس از روی آن تابع $g(x) = 2f(x) - 1$ را رسم کنید.	۱۷
۱	زاویه 210° - درجه را به رادیان تبدیل کرده و مکان آن را روی دایره مثلثاتی نمایش دهید.	۱۸
۱	اگر $\tan 25^\circ = 0.4$ باشد، حاصل $\frac{3 \sin 155^\circ - 2 \cos 295^\circ}{\cos 115^\circ + \cos 335^\circ}$ چقدر است.	۱۹
صفحه ی ۳ از ۳		

جمع بارم : ۲۰ نمره

ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضاء مدیر
۱	الف) درست ب) نادرست پ) نادرست	
۲	الف) $(۳, -۲)$ ب) $۱ \mp \sqrt{۲}$ پ) روی ت) $R - \{-۲\}$ ث) $[۰, ۱)$	
۳	الف) $x_s = -\frac{b}{2a} = 0 \rightarrow \frac{m^2-1}{2m} = 0 \rightarrow m^2 - 1 = 0 \rightarrow m = \pm 1$ است، پس ضریب x^2 باید منفی باشد، پس $0 > m$ ، یعنی $m = -1$ قابل قبول است. گزینه (۲) ب) گزینه (۴)	
۴	الف) $\left. \begin{aligned} x_M &= \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{۱۴ + ۱۰}{2} \rightarrow x_M = ۱۲ \\ y_M &= \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{۳ + (-۱۳)}{2} \rightarrow y_M = -۵ \end{aligned} \right\} \rightarrow M(۱۲, -۵)$ $OM = \sqrt{x_M^2 + y_M^2} = \sqrt{۱۲^2 + (-۵)^2} = \sqrt{۱۴۴ + ۲۵} \rightarrow \boxed{OM = ۱۳}$ ب) $m_{AB} = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = \frac{۳ - (-۱۳)}{۱۴ - ۱۰} = \frac{۱۶}{۴} \rightarrow m_{AB} = ۴$ $m' = \frac{-1}{m_{AB}} \rightarrow m' = -\frac{1}{4}$ $y - y_M = m'(x - x_M) \rightarrow y - (-۵) = -\frac{1}{4}(x - ۱۲)$ $\rightarrow y + ۵ = -\frac{1}{4}x + ۳ \rightarrow \boxed{y = -\frac{1}{4}x - ۲}$	
۵	$a = m - ۱, b = m - ۴, c = -۳m$ $\rightarrow \begin{cases} b = ۰ \rightarrow m - ۴ = ۰ \rightarrow \boxed{m = ۴} \\ \Delta > ۰ \end{cases}$ $\rightarrow ۳x^2 - ۱۲ = ۰ \rightarrow ۳(x^2 - ۴) = ۰ \rightarrow (x - ۲)(x + ۲) = ۰$ $\begin{aligned} \nearrow x - ۲ = ۰ &\rightarrow \boxed{x = ۲} \\ \searrow x + ۲ = ۰ &\rightarrow \boxed{x = -۲} \end{aligned}$	

$$\rightarrow x + \frac{1}{x} = u \rightarrow u^2 - 2u = 0 \rightarrow u(u-2) = 0 \rightarrow u = 0, u = 2$$

معادله ریشه‌ی حقیقی ندارد.

$$u = 0 \rightarrow x + \frac{1}{x} = 0 \rightarrow \frac{x^2 + 1}{x} = 0 \rightarrow x^2 + 1 = 0 \rightarrow \Delta = 0^2 - 4(1)(1) = -4 < 0 \rightarrow$$

$$u = 2 \rightarrow x + \frac{1}{x} = 2 \rightarrow \frac{x^2 + 1}{x} = 2 \rightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \rightarrow (x-1)^2 = 0 \rightarrow \boxed{x=1}$$

۶

$$S \begin{vmatrix} 1 \\ 2 \end{vmatrix}, A \begin{vmatrix} 1 \\ 3 \end{vmatrix} \quad y = a(x-h)^2 + k \rightarrow y = a(x-1)^2 + 2 \rightarrow 3 = a(0-1)^2 + 2$$

$$\rightarrow a = 1 \rightarrow y = (x-1)^2 + 2$$

۷

پس جواب باید در معادله صدق کند:

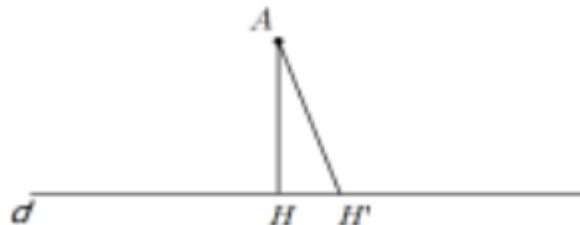
$$x+a = \sqrt{\Delta x - x^2} \xrightarrow{x=4} 4+a = \sqrt{\Delta(4) - (4)^2} \rightarrow a = -2$$

$$\xrightarrow{a=-2} x-2 = \sqrt{\Delta x - x^2} \xrightarrow{(\quad)^2} x^2 - 4x + 4 = \Delta x - x^2 \rightarrow 2x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$\rightarrow \boxed{x=4}, \boxed{x=\frac{1}{2}} \times$$

۸

فرض می‌کنیم از نقطه A بتوان دو عمود بر d رسم کرد.



در این صورت مجموع زوایای مثلث از 180° درجه بیشتر می‌شود که تناقض است.

۹

$$MN \parallel BC \rightarrow \frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC} \rightarrow \frac{2x+4}{x} = \frac{2x+9}{x+2} \rightarrow \boxed{x=8}$$

$$MN \parallel BC \rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC} \rightarrow \frac{2x+4}{3x+4} = \frac{15}{y} \xrightarrow{x=8} \boxed{y=21}$$

۱۰

$$AB^2 = BC \cdot BH \rightarrow c^2 = (d+e)d \rightarrow c^2 = (\Delta+3) \times \Delta \rightarrow c^2 = 40 \rightarrow \boxed{c=2\sqrt{10}}$$

$$AC^2 = BC \cdot CH \rightarrow b^2 = (d+e)e \rightarrow b^2 = (\Delta+3) \times 3 \rightarrow b^2 = 24 \rightarrow \boxed{b=2\sqrt{6}}$$

۱۱

$$\frac{x+2}{x^2-1} \geq 0 \quad \text{ریشه ها } x = -2 \quad x = \pm 1$$

$$D_f = (-2, -1] \cup [1, +\infty)$$

		-۲	-۱	۱	
$x+2$	-	○	+	+	+
x^2-1	+	+	○	-	○
	-	○	+	تَن	+

۱۲

$$g(x) = \frac{\sqrt[3]{-x^2+4}}{|x|-2} \quad |x|-2=0 \quad |x|=2 \quad x = \pm 2 \quad D_g = \mathbb{R} - \{\pm 2\}$$

$$f(x) = x - 1 \quad g(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 2x + 1}{x - 1} & x \neq 1 \\ 0 & x = 1 \end{cases}$$

$D_f = D_g = \mathbb{R}$ شرط 1 برقرار است

$$\begin{cases} x \neq 1: & g(x) = \frac{x^2 - 2x + 1}{x - 1} = \frac{(x - 1)^2}{x - 1} = x - 1 = f(x) \\ x = 1: & g(1) = 0 = f(1) \end{cases}$$

پس به ازای هر x متعلق به دامنه مشترک داریم $f(x) = g(x)$ شرط (۲) برقرار است.

۱۳

$$(2, -2), (-1, 4) \rightarrow a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4 - (-2)}{-1 - 2} = \frac{6}{-3} = -2$$

$$\rightarrow y = -2x + b \xrightarrow{(2, -2)} -2 = -2(2) + b \rightarrow b = 2 \rightarrow \boxed{f(x) = -2x + 2}$$

$$\rightarrow y = -2x + 2 \rightarrow 2x = -y + 2 \rightarrow x = \frac{-y + 2}{2} \rightarrow f^{-1}(y) = -\frac{y}{2} + 1$$

$$\rightarrow \boxed{f^{-1}(x) = -\frac{x}{2} + 1}$$

۱۴

$$f(x) = \frac{\Delta x - 1}{2x - 1} \xrightarrow{x = \frac{\Delta}{\gamma}} f\left(\frac{\Delta}{\gamma}\right) = \frac{\Delta \times \frac{\Delta}{\gamma} - 1}{2 \times \frac{\Delta}{\gamma} - 1} = \epsilon$$

$$g^{-1}\left(f\left(\frac{\Delta}{\gamma}\right)\right) = g^{-1}(\epsilon) = ?$$

$$x + \sqrt{x} = \epsilon \rightarrow x = 4$$

۱۵

$$f(x) = \sqrt{x-1} \rightarrow x-1 \geq 0 \rightarrow x \geq 1 \rightarrow D_f = [1, +\infty)$$

$$g(x) = x^2 - 4 \rightarrow D_g = \mathbb{R}$$

$$D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x \mid g(x) = 0\} = ([1, +\infty) \cap \mathbb{R}) - \{x \mid x^2 - 4 = 0\}$$

$$\rightarrow D_{\frac{f}{g}} = [1, +\infty) - \{-2, 2\} \rightarrow \boxed{D_{\frac{f}{g}} = [1, 2) \cup (2, +\infty)}$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\sqrt{x-1}}{x^2-4} \rightarrow \boxed{\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{x^2-4}}$$

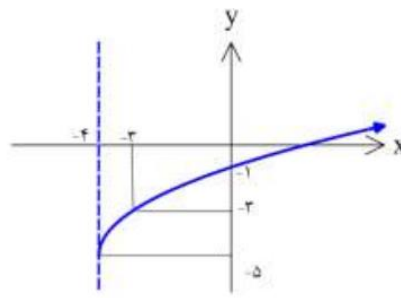
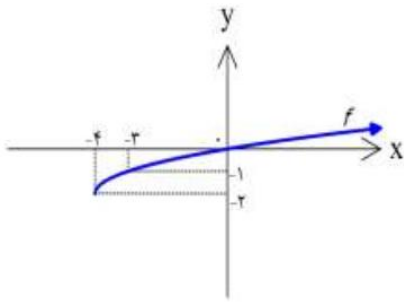
$$g(\Delta) = \Delta^2 - 4 \rightarrow g(\Delta) = 21$$

$$f(\Delta) = \sqrt{\Delta-1} \rightarrow f(\Delta) = 2$$

$$(g - 3f)(\Delta) = g(\Delta) - 3f(\Delta) = 21 - 3(2) \rightarrow \boxed{(g - 3f)(\Delta) = 15}$$

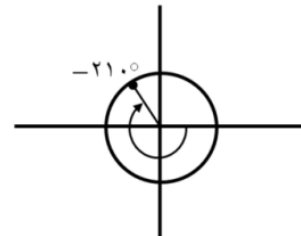
۱۶

ابتدا تابع $f(x) = \sqrt{x+4} - 2$ را رسم کنید. سپس از روی آن تابع $g(x) = 2f(x) - 1$ را رسم کنید.



۱۷

$$\frac{D}{180} = \frac{R}{\pi} \rightarrow \frac{-210}{180} = \frac{R}{\pi} \rightarrow R = \frac{-210}{180} \pi \rightarrow R = \frac{-7\pi}{6}$$



۱۸

$$\frac{3 \sin 155^\circ - 2 \cos 295^\circ}{\cos 115^\circ + \cos 335^\circ} = \frac{3 \sin(180^\circ - 25^\circ) - 2 \cos(270^\circ + 25^\circ)}{\cos(90^\circ + 25^\circ) + \cos(360^\circ - 25^\circ)}$$

$$= \frac{3 \sin 25^\circ - 2 \sin 25^\circ}{-\sin 25^\circ + \cos 25^\circ} = \frac{\sin 25^\circ}{-\sin 25^\circ + \cos 25^\circ} = \frac{\tan 25^\circ}{-\tan 25^\circ + 1}$$

$$\xrightarrow{\tan 25^\circ = 0/4} \frac{0/4}{-0/4 + 1} = \frac{0/4}{0/6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

۱۹

امضاء:

نام و نام خانوادگی مصحح:

جمع بارم: ۲۰ نمره