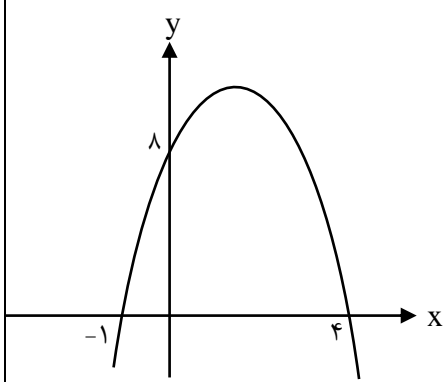
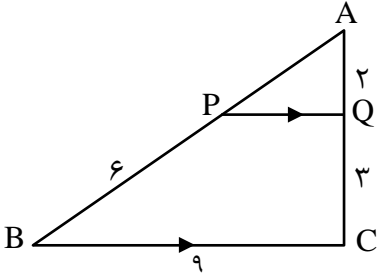
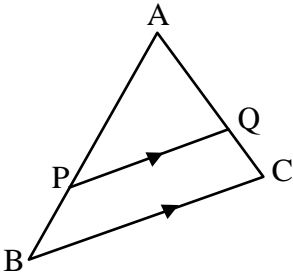


نام و نام خانوادگی:
 مقطع و رشته: یازدهم تجربی
 نام پدر:
 شماره داوطلب:
 تعداد صفحه سؤال: ۳ صفحه

جمهوری اسلامی ایران
 اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران
 اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۶ تهران
 دبیرستان غیردولتی دخترانه سرای دانش واحد فلسطین
 آزمون پایان ترم نوبت اول سال تحصیلی ۱۴۰۰-۱۳۹۹

نام درس: ریاضی (۲)
 نام دبیر: بیتا سعیدی
 تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۱۰/۹
 ساعت امتحان: ۰۹:۰۰ صبح / عصر
 مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

محل مهر و امضاء مدیر		نمره به عدد:	نمره به حروف:
		نمره تجدید نظر به عدد:	نمره به حروف:
		نام دبیر:	تاریخ و امضاء:
ردیف	سؤالات	بارم	
۱	مثلث ABC با رئوس $A(1,2)$ ، $B(-5,3)$ و $C(-1,-4)$ مفروض است. مطلوب است: الف) محاسبه طول اضلاع مثلث ب) طول میانه AM پ) طول ارتفاع AH و معادله آن ت) مساحت مثلث ABC	۲	
حسابان			
۲	نقاط $A(0,6)$ و $B(8,-8)$ دو سر قطر یک دایره‌اند. مختصات مرکز و طول شعاع دایره را به دست آورید.	۱	
ریاضی			
۳	معادله سهمی زیر را بنویسید.	۱	
۴	معادله درجه دومی بنویسید که ریشه‌های آن $6 + \sqrt{20}$ و $6 - 2\sqrt{5}$ باشد.	۱	
۵	اگر α و β ریشه‌های معادله درجه دوم $3x^2 - 6x - 1 = 0$ باشند، بدون حل معادله، حاصل عبارت $\frac{\alpha^2}{\beta} + \frac{\beta^2}{\alpha}$ را بیابید.	۱/۵	
صفحه ی ۱ از ۳			

۱	<p>کمترین مقدار تابع $f(x) = 3x^2 - 12x + 5$، است.</p>	۶
۱	<p>معادله زیر را حل کنید.</p> $\sqrt{5x+6} - \sqrt{x+2} = 2$	۷
۱	<p>معادلات زیر را حل کنید.</p> $\frac{3}{x+2} + \frac{2}{x} = \frac{4x-4}{x^2-4}$ <p>(الف)</p>	۸
۱	<p>در شکل زیر $PQ \parallel BC$ است. طول پاره‌های AP و PQ را به دست آورید.</p> 	۹
۱	<p>در شکل زیر پاره خط PQ موازی با ضلع BC است. درستی یا نادرستی هر عبارت را مشخص کنید.</p>  <p>(الف) $\frac{AP}{PB} = \frac{AQ}{QC} = \frac{PQ}{BC}$</p> <p>(پ) $\frac{AP}{AB} = \frac{AQ}{AC} = \frac{PQ}{BC}$</p> <p>(پ) $\frac{PB}{AP} = \frac{QC}{AC}$</p> <p>(ت) $\frac{PB}{AB} = \frac{QC}{AC} = \frac{PQ}{BC}$</p> <p>(ث) $\frac{PB}{AB} = \frac{QC}{AC}$</p> <p>(ح) $\frac{AB}{AP} = \frac{AC}{AQ} = \frac{BC}{PQ}$</p>	۱۰

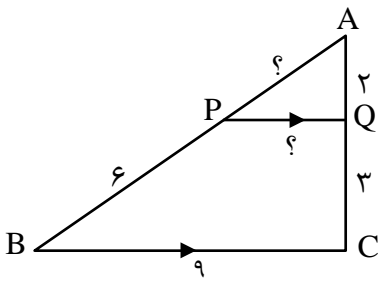
۱	نسبت مساحت‌های دو مثلث متشابه، $\frac{3}{4}$ نسبت اضلاع متناظر آنها است. نسبت محیط‌های آنها را بیابید.	۱۱
۱		۱۲
۱	<p>آیا دو تابع زیر باهم مساوی‌اند؟ چرا</p> $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 25}{x - 5} & ; x = 5 \\ 6 & ; x = 5 \end{cases}, \quad g(x) = x + 5$	۱۳
۱/۵	نمودار تابع $y = [x] + 2$ را در بازه $[-1, 2)$ رسم کنید.	۱۴
۱	<p>وارون پذیری تابع زیر را بررسی کنید و در صورت وارون پذیر بودن تابع، ضابطه وارون آن را به دست آورید.</p> $f(x) = \sqrt{x+3} - 5$	۱۵
۱/۵	<p>اگر $f = \{(2, -1), (3, 5), (7, 4), (0, 0)\}$ و $g = \{(2, 7), (7, 9), (3, 8)\}$ حاصل $\left(\frac{2f+g}{f^2}\right)(2)$ را به دست آورید.</p>	۱۶
۱/۵	<p>اگر $f(x) = 3x + 5$ و $g(x) = \frac{x}{x^2 - 4}$ دامنه و ضابطه تابع $\frac{f}{g}$ را تعیین کنید.</p>	۱۷
صفحه ی ۳ از ۳		

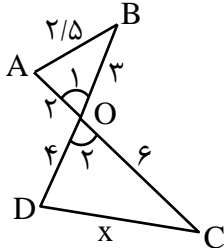
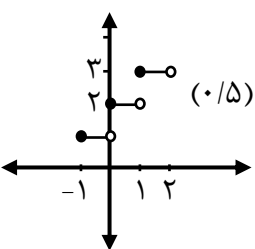
جمع بارم : ۲۰ نمره



ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضاء مدیر
۱	<p>(الف)</p> $AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(-5 - 1)^2 + (3 - 2)^2} = \sqrt{37}$ $AC = \sqrt{(-1 - 1)^2 + (-4 - 2)^2} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$ $BC = \sqrt{(-1 + 5)^2 + (-4 - 3)^2} = \sqrt{65}$ <p>(ب) میانه AM بر وسط ضلع BC وارد می شود، پس ابتدا نقطه M وسط BC را می یابیم:</p> $\begin{cases} x_M = \frac{-5 - 1}{2} = -3 \\ y_M = \frac{3 - 4}{2} = -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow AM = \sqrt{(1 + 3)^2 + \left(2 + \frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{16 + \frac{25}{4}} = \frac{\sqrt{89}}{2}$ <p>(پ) ارتفاع AH بر ضلع BC عمود است. برای محاسبه طول AH باید فاصله نقطه A تا خط BC را بیابیم، ابتدا معادله BC را می نویسیم:</p> $m_{BC} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-4 - 3}{-1 + 5} = \frac{-7}{4}$ $BC \text{ معادله ضلع: } y - 3 = \frac{-7}{4}(x + 5) \xrightarrow{\times 4} 4y - 12 = -7x - 35 \Rightarrow 7x + 4y + 23 = 0$ $AH = \frac{ ax_1 + by_1 + c }{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{ 7(1) + 4(2) + 23 }{\sqrt{7^2 + 4^2}} = \frac{38}{\sqrt{65}} = \frac{38\sqrt{65}}{65}$ $M_{AH} = \frac{-1}{m_{BC}} = \frac{4}{7} \Rightarrow AH \text{ معادله ارتفاع: } y - 2 = \frac{4}{7}(x - 1)$ $\Rightarrow y = \frac{4}{7}x + \frac{10}{7} \xrightarrow{\times 7} 4x - 7y + 10 = 0$ <p>(ت)</p> $S = \frac{AH \times BC}{2} = \frac{\frac{38\sqrt{65}}{65} \times \sqrt{65}}{2} = 19$	

حسابان	
$x_M = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{0 + 8}{2} = 4, \quad y_M = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{6 - 8}{2} = -1$ <p>$\Rightarrow O(4, -1)$: مختصات مرکز دایره</p> $AB = \sqrt{(8-0)^2 + (-8-6)^2} = \sqrt{64 + 196} = \sqrt{260}$ $AB \text{ قطر} = \sqrt{260} \Rightarrow \text{شعاع} = \frac{2\sqrt{65}}{2} = \sqrt{65}$	۲
ریاضی	
<p>معادله سهمی با ریشه‌های α و β به صورت $y = a(x - \alpha)(x - \beta)$ است. طبق نمودار $\alpha = -1$ و $\beta = 4$ است، پس:</p> $y = a(x + 1)(x - 4)$ <p>نقطه $(0, 8)$ روی سهمیم است، پس داریم:</p> $8 = a(1)(-4) \Rightarrow a = -2$ <p>بنابراین: $y = -2x^2 + 6x + 8$ یا $y = -2(x + 1)(x - 4)$</p>	۳
<p>S و P را حساب می‌کنیم:</p> $S = (6 + \sqrt{20}) + (6 - 2\sqrt{5}) = 6 + 2\sqrt{5} + 6 - 2\sqrt{5} = 12$ $P = (6 + 2\sqrt{5})(6 - 2\sqrt{5}) = 36 - 20 = 16$ <p>معادله درجه دومی که جمع ریشه‌هایش S و ضربشان P باشد، به صورت $x^2 - Sx + P = 0$ است، پس:</p> $x^2 - 12x + 16 = 0$	۴
$3x^2 - 6x - 1 = 0 \Rightarrow S = \alpha + \beta = -\frac{b}{a} = 2, \quad P = \alpha \cdot \beta = \frac{c}{a} = \frac{-1}{3}$ $\Rightarrow \frac{\alpha^2}{\beta} + \frac{\beta^2}{\alpha} = \frac{\alpha^3 + \beta^3}{\alpha\beta} = \frac{(\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta)}{\alpha\beta}$ $= \frac{S^3 - 3PS}{P} = \frac{2^3 - 3\left(-\frac{1}{3}\right) \times 2}{-\frac{1}{3}} = \frac{8 + 2}{-\frac{1}{3}} = -30$	۵

<p>عدد ۷- است. (۰/۲۵)</p>	<p>۶</p>
$\sqrt{5x+6} = 2 + \sqrt{x+2} \Rightarrow 5x+6 = 4+x+2+4\sqrt{x+2}$ $\Rightarrow 4x = 4\sqrt{x+2} \Rightarrow x = \sqrt{x+2} \Rightarrow x^2 = x+2$ $\Rightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow x = -1 \text{ یا } x = 2$ <p>فقط $x = 2$ در معادله صدق می کند.</p>	<p>۷</p>
<p>(الف)</p> <p>مخرج مشترک $= x(x+2)(x-2)$</p> $\frac{\text{معادله} \times x(x+2)(x-2)}{\rightarrow \left(\frac{3}{x+2} + \frac{2}{x} = \frac{4x-4}{x^2-4} \right) \times [x(x+2)(x-2)]}$ $\Rightarrow 3x^2 - 6x + 2x^2 - 8 = 4x^2 - 4x \Rightarrow x^2 - 2x - 8 = 0 \Rightarrow (x-4)(x+2) = 0$ $\Rightarrow \begin{cases} x = 4 & \text{ق ق} \\ x = -2 & \text{غ ق ق} \end{cases}$	<p>۸</p>
 <p>$PQ \parallel BC \Rightarrow$ طبق قضیه تالس: $\frac{AP}{BP} = \frac{AQ}{QC} \Rightarrow \frac{AP}{6} = \frac{2}{3} \Rightarrow AP = \frac{6 \times 2}{3} \Rightarrow AP = 4$</p> <p>$PQ \parallel BC \Rightarrow$ طبق قضیه تالس: $\frac{AQ}{AC} = \frac{PQ}{BC} \Rightarrow \frac{2}{2+3} = \frac{PQ}{6} \Rightarrow PQ = \frac{9 \times 2}{5} \Rightarrow PQ = \frac{18}{5}$</p>	<p>۹</p>
<p>(الف) نادرست است.</p> <p>(ب) درست است.</p> <p>(پ) نادرست است.</p> <p>(ت) درست است.</p> <p>(ج) درست است.</p>	<p>۱۰</p>

<p>نسبت تشابه دو مثلث را k فرض می‌کنیم. حال داریم:</p> $\left. \begin{array}{l} k = \text{نسبت اضلاع متناظر} \\ k^2 = \text{نسبت مساحتها} \end{array} \right\} \rightarrow k^2 = \frac{3}{4}k \xrightarrow{\times \frac{1}{k}} k = \frac{3}{4} \quad (*)$ <p>نسبت تشابه = نسبت محیطها $\xrightarrow{(\cdot)}$ $\frac{3}{4}$ = نسبت محیطها</p>	<p>۱۱</p>
 <p>$\frac{OA}{OD} = \frac{OB}{OC} = \frac{1}{2}$, $\hat{Q}_1 = \hat{Q}_2 \Rightarrow OAB \sim ODC$</p> <p>$\Rightarrow \frac{AB}{DC} = \frac{OA}{OD} \Rightarrow \frac{2/5}{x} = \frac{1}{2} \Rightarrow x = 5$</p>	<p>۱۲</p>
$\begin{cases} f(5) = 6 \\ g(5) = 10 \end{cases} \quad (0/5)$ <p>دو تابع مساوی نیستند. (0/25)</p>	<p>۱۳</p>
<p>$-1 \leq x < 0$ $y = 1$ (0/25) $0 \leq x < 1$ $y = 2$ (0/25) $1 \leq x < 2$ $y = 3$ (0/25)</p> 	<p>۱۴</p>
<p>$D_f = x \geq -3$</p> <p>$f(x_1) = f(x_2) \rightarrow \sqrt{x_1+3} - 5 = \sqrt{x_2+3} - 5 \rightarrow \sqrt{x_1+3} = \sqrt{x_2+3} \rightarrow x_1 = x_2$ (0/75)</p> <p>یک به یک است.</p> <p>$y = \sqrt{x+3} - 5 \rightarrow y+5 = \sqrt{x+3} \rightarrow (y+5)^2 = x+3$ $\rightarrow (y+5)^2 - 3 = x \rightarrow f^{-1}(x) = (x+5)^2 - 3$ (0/75)</p>	<p>۱۵</p>
$\frac{2f(2) + g(2)}{(f(2))^2} = \frac{2(-1) + 7}{(-1)^2} = 5$	<p>۱۶</p>
$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{3x+5}{\frac{x}{x^2-4}} = \frac{(x^2-4)(3x+5)}{x}$ <p>$D_f = R_f D_g = R - \{\pm 2\}$ (0/25)</p> <p>$D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x g(x) = 0\} = R - \{\pm 2\} - \{0\} = R - \{0, \pm 2\}$ (0/25) (0/25) (0/25)</p>	<p>۱۷</p>
<p>جمع بارم : ۲۰ نمره</p> <p>نام و نام خانوادگی مصحح :</p> <p>امضاء:</p>	

