



باسمه تعالی

### آزمون تشریحی دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

کلاس:

مدت آزمون: ۹۰ دقیقه

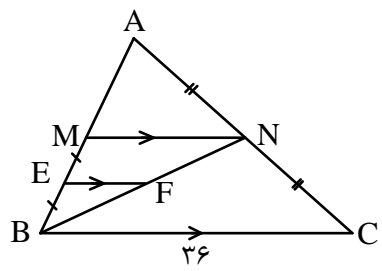
رشته: تجربی

پایه: یازدهم

نام درس: ریاضی

تاریخ آزمون: دی ماه ۱۳۹۷

صفحه ۱ از ۲

ردیف	سؤال	بارم
۱	عبارات زیر را با کلمات مناسب کامل کنید. (الف) برخی نتایج مهم و پرکاربرد که با استدلال استنتاجی به دست می‌آید، ..... نامیده می‌شود. (ب) در دو مثلث متشابه، نسبت مساحت‌ها با نسبت ..... برابر است. (ج) برای رسم نمودار وارون یک تابع کافی است، قرینه نمودار آن تابع را نسبت به ..... رسم کنیم. (د) به تابعی که در زوج‌های مرتب متفاوت خود، مؤلفه‌های دوم تکراری نداشته باشند، تابع ..... می‌گوییم.	۱
۲	با طنابی به طول ۴۰ متر زمینی به شکل زیر را محصور کرده‌ایم. بیشترین مساحت محصور شده ممکن چقدر است؟ 	۱/۵
۳	اگر $\alpha$ و $\beta$ ریشه‌های معادله $x^2 - 4x + 2 = 0$ باشند، معادله درجه دوم بنویسید که ریشه‌های آن $\alpha^2$ و $\frac{4}{\alpha}$ باشند.	۱/۵
۴	معادلات زیر را حل کنید. (الف) $\sqrt{3x-2} + 2 = x$ (ب) $\frac{x}{x+1} - \frac{5}{x^2-3x-4} = \frac{x+1}{x-4}$	۲
۵	در شکل مقابل، $MN \parallel EF \parallel BC$ می‌باشد. اگر $\begin{cases} AN = NC \\ BE = EM \end{cases}$ باشد، طول $EF$ را بیابید. 	۱/۵
۶	(الف) عکس قضیه تالس را بنویسید و اثبات کنید. (ب) ثابت کنید ارتفاع وارد بر وتر در مثلث قائم‌الزاویه، میانگین هندسی قطعات ایجاد شده روی وتر است.	۳



باسمه تعالی

## آزمون تشریحی دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

کلاس:

مدت آزمون: ۹۰ دقیقه

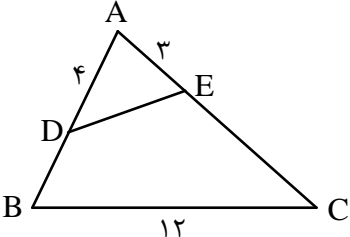
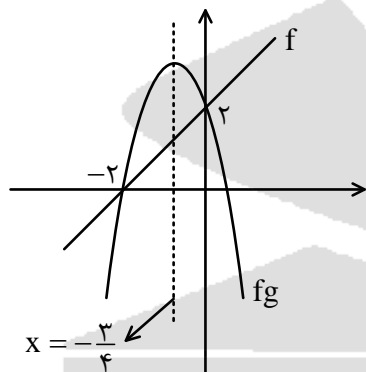
رشته: تجربی

پایه: یازدهم

نام درس: ریاضی

تاریخ آزمون: دی ماه ۱۳۹۷

صفحه ۲ از ۲

بارم	سؤال	ردیف
۱/۵	<p>در شکل زیر دو زاویه <math>\hat{D}EC</math> و <math>\hat{D}BC</math> مکمل اند و مساحت مثلث <math>ADE</math>، <math>\frac{1}{3}</math> مساحت چهارضلعی <math>DECB</math> است. محیط چهارضلعی <math>DECB</math> چقدر است؟</p> 	۷
۲	تابع $y = [x] + x$ را در فاصله $-3 \leq x < 1$ رسم کنید.	۸
۲	یک به یک بودن تابع $f(x) = \frac{2x-1}{x+1}$ را بررسی کنید و در صورت یک به یک بودن، تابع معکوس آن را بنویسید.	۹
۲	<p>اگر نمودار تابع <math>f</math> و <math>fg</math> به صورت زیر باشد، نمودار تابع <math>2f + g</math> را رسم کنید. (<math>fg</math> سهمی است).</p> 	۱۰
۲	دایره‌ای به شعاع ۶cm مفروض است. اندازه زاویه مرکزی مقابل به کمانی به طول ۱۰cm چند رادیان و چند درجه است؟	۱۱
۲۰	جمع بarm	



گروه طراحی و بازنگری (به ترتیب الفبا): حمید براتی، لیلا حیدرزاده، فاطمه زواره، علیرضا علی محمدی، مهسا محمودزادگان، محمد نادری، سمان ناهید

## پاسخ سؤال ۱:

الف) قضیه (ریاضی یازدهم، صفحه ۳۴)

ب) مجذور تشابه (ریاضی یازدهم، صفحه ۴۶)

ج) نیمساز ربع اول و سوم (ریاضی یازدهم، صفحه ۶۱)

د) یک به یک (ریاضی یازدهم، صفحه ۵۹)

## پاسخ سؤال ۲:

$$4x + 4y = 40 \Rightarrow x + y = 10$$

$$\text{مساحت کل} = S_1 + S_2 = 2xy + xy$$

$$\begin{cases} x + y = 10 \Rightarrow y = 10 - x \\ S = 2xy + xy = 3xy \end{cases} \Rightarrow S = 3x(10 - x) = -3x^2 + 30x \Rightarrow S_{\text{Max}} = -\frac{900}{-12} = 75$$

$$\leftarrow -\frac{\Delta}{4a} = \text{بیشترین مساحت}$$

(ریاضی یازدهم، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۸)

## پاسخ سؤال ۳:

$$S = \alpha + \beta = 4$$

$$P = \alpha\beta = 2 \Rightarrow \beta = \frac{2}{\alpha} \Rightarrow \beta^2 = \frac{4}{\alpha^2}$$

$$S' = \alpha^2 + \frac{4}{\alpha^2} = \alpha^2 + \beta^2 = S^2 - 2P = 16 - 4 = 12$$

$$P' = \alpha^2 \cdot \frac{4}{\alpha^2} = 4$$

$$x^2 - S'x + P' = 0 \Rightarrow x^2 - 12x + 4 = 0$$

(ریاضی یازدهم، صفحه ۱۳)

## پاسخ سؤال ۴:

$$\sqrt{3x-2} = x-2 \xrightarrow{\text{طرفین را به توان ۲ می‌رسانیم}} 3x-2 = (x-2)^2 \Rightarrow 3x-2 = x^2-4x+4 \Rightarrow x^2-7x+6=0 \Rightarrow (x-6)(x-1)=0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \times \\ x=6 \checkmark \end{cases}$$

در معادله اولیه صدق نمی‌کند.

(ریاضی یازدهم، صفحه ۲۳)

$$\text{ب) } \left( \frac{x}{x+1} - \frac{5}{(x+1)(x-4)} = \frac{x+1}{x-4} \right) (x+1)(x-4) \Rightarrow x(x-4) - 5 = (x+1)^2 \Rightarrow x^2 - 4x - 5 = x^2 + 2x + 1 \Rightarrow -6x = 6 \Rightarrow x = -1 \times$$

ریشهٔ مخرج است. پس معادله ریشه ندارد.

(ریاضی یازدهم، صفحه ۲۱)

## پاسخ سؤال ۵:

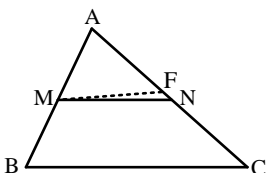
$$\triangle BNM \Rightarrow EF \parallel MN \Rightarrow \frac{BE}{BM} = \frac{EF}{MN} \Rightarrow \frac{EF}{MN} = \frac{1}{2} \Rightarrow EF = x \Rightarrow MN = 2x$$

$$\triangle ABC \Rightarrow MN \parallel BC \Rightarrow \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{MN}{36} \Rightarrow MN = 18 \Rightarrow 2x = 18 \Rightarrow x = 9 \Rightarrow EF = 9$$

(ریاضی یازدهم، صفحه‌های ۳۳ تا ۴۶)

## پاسخ سؤال ۶:

الف) اگر خطی ۲ ضلع یک مثلث را قطع کند و روی آن قطعات متناسب ایجاد کند، آنگاه آن خط با ضلع سوم موازی است. به برهان خلف فرض می‌کنیم:  $MN \not\parallel BC$ . پس MF را موازی BC رسم می‌کنیم:



$$\text{فرض: } \frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}$$

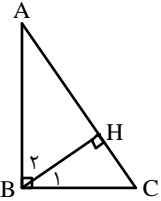
$$\text{حکم} = MN \parallel BC$$



MF || BC

$$\left. \begin{array}{l} \text{تالس } \frac{AM}{MB} = \frac{AF}{FC} \\ \text{فرض } \frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{AF}{FC} = \frac{AN}{NC} \xrightarrow{\text{ترکیب در مخرج}} \frac{AF}{FC+AF} = \frac{AN}{NC+AN} \Rightarrow \frac{AF}{AC} = \frac{AN}{AC} \Rightarrow AF=AN \quad \times$$

این متناقض با متفاوت بودن MF و MN است. پس فرض خلف باطل و حکم ثابت شد.  
(ب)



$$\left. \begin{array}{l} \hat{A} + \hat{C} = 90^\circ \\ \hat{B}_1 + \hat{C} = 90^\circ \\ \hat{A} = \hat{B}_1 \quad (*) \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} H_1 = \hat{H}_2 = 90^\circ \\ \hat{B} = A \quad (*) \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{z-z}} \triangle ABH \sim \triangle BCH$$

$$\left. \begin{array}{l} \triangle ABH \\ \triangle BCH \end{array} \right\} \frac{AB}{BC} = \frac{BH}{CH} = \frac{AH}{BH} \Rightarrow BH^2 = AH \times CH$$

(ریاضی یازدهم، صفحه های ۳۸ و ۴۴)

### پاسخ سؤال ۷:

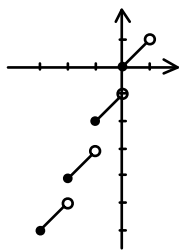
$$\left. \begin{array}{l} \hat{D}\hat{E}\hat{C} + \hat{A}\hat{E}\hat{D} = 180^\circ \\ \hat{D}\hat{E}\hat{C} + \hat{D}\hat{B}\hat{C} = 180^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{A}\hat{E}\hat{D} = \hat{D}\hat{B}\hat{C} \quad (*)$$

$$\left. \begin{array}{l} \hat{A}\hat{E}\hat{D} = \hat{D}\hat{B}\hat{C} \quad (*) \\ \hat{A} = \hat{A} \quad (\text{مشترک}) \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{z-z}} \triangle ADE \sim \triangle ACB \xrightarrow{\frac{S_{ADE} = \frac{1}{3}}{S_{DECB} = \frac{2}{3}}} \frac{S_{ADE}}{S_{ACB}} = \frac{1}{4} \Rightarrow k^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow k = \frac{1}{2}$$

$$k = \frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AB} = \frac{DE}{BC} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{4}{AC} = \frac{3}{AB} = \frac{DE}{12} \Rightarrow \begin{cases} AC = 8 \Rightarrow EC = 5 \\ AB = 6 \Rightarrow DB = 2 \\ DE = 6 \end{cases}$$

پس  $P_{DECB} = DE + EC + BC + BD = 6 + 5 + 12 + 6 = 29$

### پاسخ سؤال ۸:



$$-3 \leq x < -2 \Rightarrow [x] = -3 \Rightarrow y = -3 + x$$

$$-2 \leq x < -1 \Rightarrow [x] = -2 \Rightarrow y = -2 + x$$

$$-1 \leq x < 0 \Rightarrow [x] = -1 \Rightarrow y = -1 + x$$

$$0 \leq x < 1 \Rightarrow [x] = 0 \Rightarrow y = x$$

x	-3	-2
y	-6	-5
x	-2	-1
y	-4	-3
x	-1	0
y	-2	-1
x	0	1
y	0	1

(ریاضی یازدهم، صفحه ۵۴)

### پاسخ سؤال ۹:

$$\frac{2x_1 - 1}{x_1 + 1} = \frac{2x_2 - 1}{x_2 + 1} \Rightarrow 2x_1x_2 + 2x_1 - x_2 - 1 = 2x_1x_2 - x_1 + 2x_2 - 1 \Rightarrow 3x_1 = 3x_2 \Rightarrow x_1 = x_2$$

$$y = \frac{2x-1}{x+1} \Rightarrow yx + y = 2x - 1 \Rightarrow yx - 2x = -1 - y \Rightarrow x = \frac{-1-y}{y-2} \Rightarrow y^{-1} = \frac{-1-x}{x-2}$$

### پاسخ سؤال ۱۰:

f تابعی خطی است که از دو نقطه  $(-2, 0)$  و  $(0, 2)$  می‌گذرد و معادله‌اش به صورت  $f(x) = x + 2$  است. fg یک تابع درجه دوم است که معادله محور تقارن آن  $x = -\frac{3}{4}$  است، پس معادله‌اش به صورت زیر است:

$$(fg)(x) = a\left(x + \frac{3}{4}\right)^2 + k$$

با جای‌گذاری دو نقطه  $(-2, 0)$  و  $(0, 2)$  داریم:

$$k = \frac{25}{8}, a = -2$$

پس ضابطه fg به صورت روبه‌رو است:

$$(fg)(x) = -2x^2 - 3x + 2$$

با تقسیم fg بر f، ضابطه g به دست می‌آید:



باسمه تعالی

## پاسخنامه آزمون تشریحی دوره دوم متوسطه

مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

صفحه ۳ از ۳

تاریخ آزمون: دی ماه ۱۳۹۷

رشته: تجربی

پایه: یازدهم

پاسخنامه درس: ریاضی

$$g(x) = \frac{(fg)(x)}{f(x)} = \frac{-2x^2 - 3x + 2}{x + 2} = -2x + 1$$

$$(2f + g)(x) = 2f(x) + g(x) = 2(x + 2) + (-2x + 1) = 5 \Rightarrow (2f + g)(x) = 5$$

پس:

پاسخ سؤال ۱۱:

$$\alpha = \frac{1}{r} = \frac{1^\circ}{6} \Rightarrow \alpha = \frac{5}{3} \text{ رادیان}$$

$$\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow \frac{D}{180^\circ} = \frac{\frac{5}{3}}{\pi} \Rightarrow D = \frac{3^\circ}{\pi} \Rightarrow D \simeq 95,5^\circ$$



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر