

نوبت امتحانی : نوبت اول دی ماه ۹۹

پایه : یازدهم تجربی

ساعت شروع : ۱۰:۳۰ صبح

مدت امتحان : ۹۵ دقیقه

تاریخ برگزاری ۱۳/۱۰/۱۳۹۹

باسمه تعالی

سازمان آموزش و پرورش

کارشناسی سنجش و ارزشیابی تحصیلی

مدیریت آموزش و پرورش شهرستان قاین

نام درس : ریاضی ۲ - یازدهم تجزیه آموزشگاه : استعدادهای درخشان شهید بهشتی

نام :

نام خانوادگی :

نام پدر :

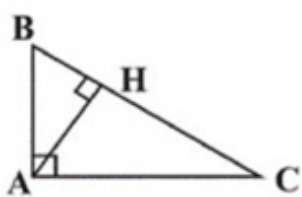
شماره دانش آموزی :

نام و نام خانوادگی دبیر:	نمره با عدد:	نام و نام خانوادگی دبیر:	نمره با عدد:
تاریخ و امضا:	نمره با حروف:	تاریخ و امضا:	نمره با حروف:

۱

کوچکترین ریشه معادله $x^2 - 2x - 2 = 0$ کدام است؟

- (۱) $1 - \sqrt{2}$ (۲) $1 - \sqrt{3}$ (۳) $-1 - \sqrt{3}$ (۴) $-1 - \sqrt{2}$



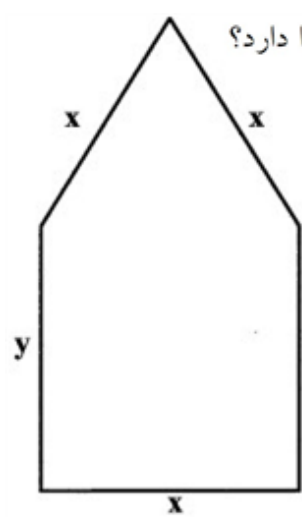
۲ در شکل زیر، اگر $AH = 3/2$ و $BH = 1/6$ باشد، حاصل $AB \times AC$ کدام است؟

- (۱) ۶۴ (۲) ۸ (۳) ۲۵/۶ (۴) ۱۲/۸

۳

کدام یک از گزینه‌ها، ضابطه‌ی تابعی گویا با دامنه‌ی $R - \{-2\}$ است؟

- (۱) $f(x) = \frac{x}{\frac{1}{2} + \frac{1}{x}}$ (۲) $f(x) = \frac{x}{\sqrt{2} - \sqrt{-x}}$ (۳) $f(x) = \frac{x-1}{x+2}$ (۴) $f(x) = 1 + \frac{3}{x+2}$



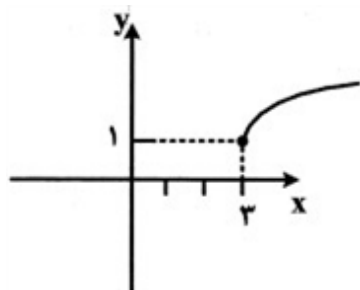
۴ محیط پنجره شکل مقابل ۸ واحد است. به ازای کدام مقدار x این پنجره بیشترین نوردهی را دارد؟

- (۱) $\frac{3}{2 - \sqrt{3}}$ (۲) $\frac{4}{3 - \sqrt{3}}$ (۳) $\frac{6}{4 - \sqrt{3}}$ (۴) $\frac{8}{6 - \sqrt{3}}$

۵

نقاط $A(5, 1)$, $B(2, -1)$, $C(4, 9)$ سه رأس از مثلثی هستند مختصات پای ارتفاع AH کدام است؟

- (۱) $(\frac{3}{2}, \frac{1}{2})$ (۲) $(\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$ (۳) $(\frac{5}{2}, \frac{3}{2})$ (۴) $(\frac{3}{2}, \frac{5}{2})$



۶ شکل مقابل نمودار کدام تابع است؟

(۱) $f(x) = 1 + \sqrt{x-3}$

(۲) $f(x) = 3 + \sqrt{x+1}$

(۳) $f(x) = 1 + \sqrt{x+3}$

(۴) $f(x) = 3 + \sqrt{x-1}$

۷ دامنه تابع $f(x) = \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{1-x}}{\sqrt{x^2-1}}$ کدام است؟

(۴) $(-1, 1)$

(۳) $(-1, 0]$

(۲) $[0, 1)$

(۱) $\emptyset$

۸ بیشترین مقدار تابع $y = -3x^2 + 4x + 2$ کدام است؟

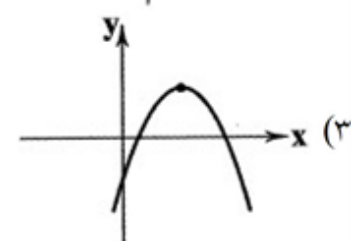
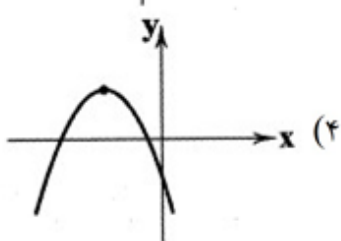
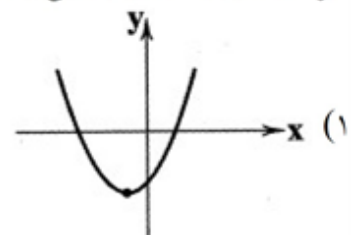
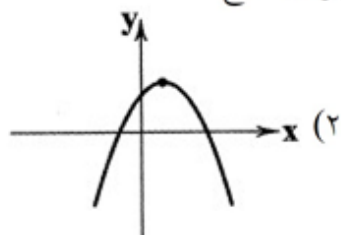
(۴) $\frac{14}{3}$

(۳) $\frac{8}{3}$

(۲) $\frac{10}{3}$

(۱) $\frac{11}{3}$

۹ اگر a ، b و c اعدادی منفی باشند، کدام نمودار می‌تواند مربوط به تابع $y = ax^2 + bx + c$ باشد؟



۱۰ سهمی $y = -\frac{x^2}{2} + x - 4$ از کدام ناحیه‌ی مختصاتی عبور نمی‌کند؟

(۴) دوم و سوم

(۳) دوم

(۲) اول

(۱) اول و دوم

۱۱ اگر $x = 7$ ریشه معادله $\sqrt{2x+k} = x - 4$ باشد، ریشه دیگر کدام است؟

(۴) ریشه دیگری ندارد.

(۳) $x = 13$

(۲) $x = 3$

(۱) $x = 9$

۱۲ کدام گزینه غلط است؟

- (۱) از هر نقطه خارج یک خط فقط یک خط می‌توان در آن عمود کرد.
- (۲) هرگاه دو خط بر خط دیگری عمود باشند، با هم موازی‌اند.
- (۳) عمودمنصف‌های اضلاع هر چهارضلعی در یک نقطه متقاطع‌اند (همرسند).
- (۴) در هر مثلث متساوی‌الساقین، میانه و نیمساز وارد بر قاعده بر هم منطبق‌اند.

۱۳ اگر $A(4, 2)$ و $B(-2, 4)$ باشند، عمودمنصف پاره‌خط AB از کدام نقطه‌ی زیر عبور می‌کند؟

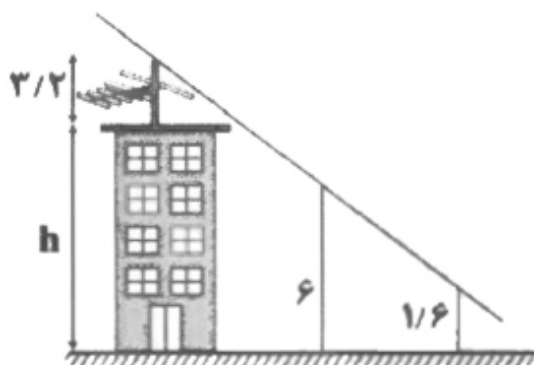
- (۱) $(-3, 1)$ (۲) $(-1, 3)$ (۳) $(2, 6)$ (۴) $(3, 1)$

۱۴ اگر حاصل ضرب ریشه‌های معادله‌ی $m = x^2 + 6x + 4$ برابر ۲ باشد، آن‌گاه مجموع مربعات این ریشه‌ها، کدام است؟

- (۱) ۲۴ (۲) ۶ (۳) ۳۲ (۴) ۱۶

۱۵ رأس‌های چهارضلعی $ABCD$ روی دایره‌ی به مرکز O قرار دارند، کدام گزینه در مورد نقطه‌ی O درست است؟

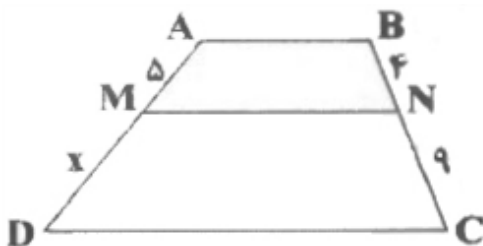
- (۱) در محل تلاقی نیمسازهای داخلی زوایای چهارضلعی قرار دارد.
- (۲) در محل تلاقی عمودمنصف‌های دو ضلع دلخواه این چهارضلعی قرار دارد.
- (۳) در محل تلاقی میانه‌های اضلاع چهارضلعی قرار دارد.
- (۴) بر روی خطی قرار دارد که از دو ضلع چهارضلعی به یک فاصله باشد.



۱۶ مطابق شکل روی یک ساختمان یک آنتن به ارتفاع $3/2$ متر

نصب شده است. در فاصله ۶۰ متری ساختمان یک تیربرق ۶ متری قائم وجود دارد و یک ناظر در فاصله ۲۰ متری تیر برق می‌ایستد، انتهای آنتن و انتهای تیربرق را در یک راستا می‌بیند. اگر بدانیم فاصله چشم ناظر از زمین $1/6$ متر است، ارتفاع ساختمان چقدر است؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۱۶ (۳) ۱۸ (۴) ۲۰



۱۷ در دوزنقه شکل زیر، طول ساق بزرگ‌تر چقدر است؟

- (۱) ۱۶ (۲) $15/75$ (۳) $16/25$ (۴) $16/5$

۱۸ در اثبات یک مسئله به روش غیرمستقیم یا برهان خلف از کدام روش استفاده می‌کنیم؟

- (۱) حکم را درست می‌گیریم و به فرض درست می‌رسیم.
- (۲) حکم را نادرست می‌گیریم و به یک تناقض با فرض یا به نتیجه غیرممکن می‌رسیم.
- (۳) فرض را درست می‌گیریم و حکم را به کمک آن اثبات می‌کنیم.
- (۴) فرض را نادرست می‌گیریم و به حکم نادرست می‌رسیم.

۱۹

اگر $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{6} = \frac{3}{5}$ باشد، حاصل $x + y + z$ کدام است؟

۶ (۴)

۵/۸ (۳)

۶/۶ (۲)

۶/۴ (۱)

۲۰

اگر مجموعه همه جواب‌های معادله $\left[x + \frac{3}{2}\right] = 3$ به صورت $[a, b]$ باشد، حاصل $a - b$ کدام است؟ [] نماد

جزء صحیح است.

۰/۵ (۴)

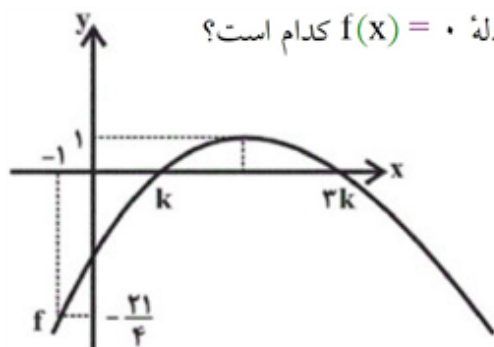
-۰/۵ (۳)

۱ (۲)

-۱ (۱)

۲۱

نمودار شکل زیر، مربوط به سهمی $y = f(x)$ است. جواب کوچک‌تر معادله $f(x) = 0$ کدام است؟



۱ (۱)

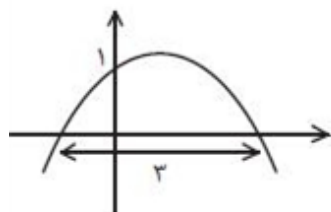
$\frac{3}{2}$ (۲)

$\frac{2}{9}$ (۳)

۲ (۴)

۲۲

شکل مقابل مربوط به سهمی $y = -x^2 + bx + c$ است، b کدام است؟



$\sqrt{5}$ (۱)

-۳ (۲)

۳ (۳)

$-\sqrt{5}$ (۴)

۲۳

کوچک‌ترین جواب معادله $(x^2 + 2x)^2 = 3x^2 + 6x + 4$ کدام است؟

$1 - \sqrt{3}$ (۴)

$-2 - \sqrt{3}$ (۳)

$-\sqrt{5} - 1$ (۲)

$\sqrt{5} - 1$ (۱)

۲۴

کدام یک از تابع‌های زیر، با تابع $y = x - 2$ برابر است؟

$$y = \sqrt{(x-2)^2} \quad (۲)$$

$$y = |x - 2|; x \geq 2 \quad (۱)$$

$$\begin{cases} y = \frac{x^2 - 2x}{x}; x \neq 0 \\ y = -2; x = 0 \end{cases} \quad (۴)$$

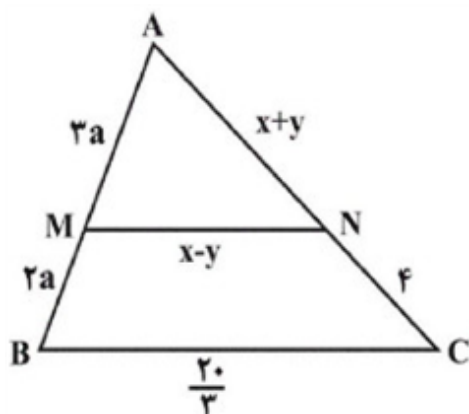
$$y = \frac{x^2 - 4}{x + 2} \quad (۳)$$

- ۲۵ اگر a ریشه‌ی معادله‌ی $\frac{1}{x+3} + \frac{1}{x+1} = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+5}$ باشد، حاصل $\frac{4a+1}{a}$ کدام است؟
- (۱) $1/5$ (۲) $2/5$ (۳) $3/5$ (۴) $4/5$

- ۲۶ اگر هر دو شیر استخری باز باشند، استخر در سه ساعت پر می‌شود. در صورتی که شیر بزرگ‌تر به تنهایی باز باشد ۲۰ دقیقه زودتر از شیر کوچک‌تر استخر را پر می‌کند. شیر کوچک‌تر به تنهایی استخر را تقریباً در چند ساعت پر می‌کند؟
- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

- ۲۷ برای اثبات نادرستی چه تعداد از گزاره‌های زیر می‌توان از مثال نقض استفاده کرد؟
- (الف) هیچ عدد اول بزرگتر از ۱۲۷ وجود ندارد.
 (ب) مساحت هر مثلث از مساحت هر مربع بیش‌تر است.
 (ج) در هر مثلث اندازه هر ضلع از اندازه هر ارتفاع بزرگ‌تر است.
 (د) در هر مثلث میانه و عمود منصف متناظر به هر ضلع برهم منطبق‌اند.
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

- ۲۸ اگر α و β ریشه‌های معادله‌ی $4x^2 - mx - 1 = 0$ باشند و در رابطه $(\alpha + 3)(\beta + 3) = 4$ صدق کنند، m کدام است؟
- (۱) $-\frac{1}{3}$ (۲) $-\frac{19}{3}$ (۳) $\frac{7}{4}$ (۴) $-\frac{19}{4}$



- ۲۹ در شکل مقابل $MN \parallel BC$ است. حاصل $2x + 3y$ است؟
- (۱) ۱۱ (۲) ۱۲ (۳) ۱۳ (۴) ۱۴

- ۳۰ سرعت یک قایق موتوری در آب راکد ۹ متر در دقیقه است. این قایق یک مسیر ۸۰ متری را در جهت موافق جریان آب رفته و در جهت مخالف برگشته است. اگر اختلاف زمان رفت و برگشت ۲ دقیقه باشد، سرعت قایق موتوری در مسیر رفت چند متر در دقیقه است؟
- (۱) ۱۰ (۲) ۸ (۳) ۱۲ (۴) ۱۵

۱ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$x^2 - 2x = t \Rightarrow t^2 - t - 2 = 0$$

$$\begin{cases} t = -1 \Rightarrow x^2 - 2x = -1 \Rightarrow x = 1 \\ t = 2 \Rightarrow x^2 - 2x = 2 \Rightarrow x = 1 \pm \sqrt{3} \end{cases}$$

۲ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$AH^2 = BH \times CH \Rightarrow 3/2^2 = 1/6 \times CH \Rightarrow CH = 6/4$$

$$\Rightarrow BC = BH + CH = 1/6 + 6/4 = 8$$

$$AB^2 = BH \times BC \Rightarrow AB^2 = 1/6 \times 8 \Rightarrow AB = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$AC^2 = CH \times BC \Rightarrow AC^2 = 6/4 \times 8 \Rightarrow AC = 2\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow AB \times AC = \frac{12}{\sqrt{3}} = 4\sqrt{3}$$

۳ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. گزینه ۱ تابعی گویا با دامنه $R - \{0, -2\}$ است. گزینه ۲ تابع گویا نیست. گزینه ۳ تابعی گویا با دامنه $R - \{1, -2\}$ است. فقط گزینه ۴ تابعی گویا با دامنه $R - \{-2\}$ است.

۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$S = \frac{x^2 \sqrt{3}}{4} + xy \quad \text{محیط پنجره } 3x + 2y = 8 \text{ و مساحت پنجره}$$

$$S = \frac{\sqrt{3} - 6}{4} x^2 + 4x \quad \text{یا} \quad S = \frac{x^2 \sqrt{3}}{4} + x \left(4 - \frac{3}{2}x \right) \quad \text{پس}$$

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{8}{6 - \sqrt{3}}$$

۵

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. معادله خط گذرا از A و عمود بر BC را نوشته دو خط حاصل را با هم قطع می‌دهیم.

$$m_{BC} : \frac{10}{7} = 5 \Rightarrow m_{AH} = -\frac{1}{5}$$

$$\begin{aligned} AH: y - 1 &= -\frac{1}{5}(x - 5) \Rightarrow \begin{cases} 5y + x = 10 \\ y - 5x = -11 \end{cases} \Rightarrow H\left(\frac{5}{2}, \frac{3}{2}\right) \\ BC: y + 1 &= 5(x - 2) \end{aligned}$$

۶

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

کمترین مقدار تابع در $x = 3$ برابر ۱ می‌باشد دامنه تابع $x \geq 3$ است. پس $f(x) = 1 + \sqrt{x - 3}$

۷

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} x + 1 \geq 0 \\ 1 - x \geq 0 \\ x^2 - 1 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x \leq 1 \\ x > 1 \text{ یا } x < -1 \end{cases} \Rightarrow x \in \emptyset$$

دامنه تابع تهی است.

۸

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$y = -3\left(x^2 - \frac{4}{3}x\right) + 2 = -3\left(x - \frac{2}{3}\right)^2 + \frac{4}{3} + 2 = -3\left(x - \frac{2}{3}\right)^2 + \frac{10}{3} \leq \frac{10}{3}$$

پس بیشترین مقدار تابع $\frac{10}{3}$ است.

۹

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به علامت a، b و c می‌توان به صورت تقریبی شکل سهمی را حدس زد:

(I) $a < 0$ ، بنابراین شاخه‌های سهمی رو به پایین است (رد گزینه ۱).

(II) $c < 0$ ، بنابراین تلاقی سهمی با محور y ها در $y < 0$ رخ می‌دهد (رد گزینه ۲).

(III) با توجه به این که $a < 0$ و $b < 0$ ، بنابراین $-\frac{b}{2a} < 0$ است، یعنی طول رأس سهمی منفی است (رد گزینه ۳).

۱۰

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. چون در سهمی داده شده $a = -\frac{1}{2} < 0$ ، پس سهمی رو به پایین است و چون داریم:

$$x_S = -\frac{1}{2\left(-\frac{1}{2}\right)} = 1 \Rightarrow y_S = -\frac{1}{2} + 1 - 4 = -\frac{7}{2} < 0$$

پس سهمی از نواحی سوم و چهارم عبور می‌کند.

۱۱

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\sqrt{14 + k} = 3 \Rightarrow k = -5$$

$$2x - 5 = x^2 + 16 - 8x \Rightarrow x^2 - 10x + 21 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 7 \\ x = 3 \end{cases}$$

غ ق ق

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. عمود منصف‌های یک چهارضلعی در یک نقطه هم‌رسند اگر و تنها اگر آن چهارضلعی محاطی باشد یعنی دایره‌ای وجود داشته باشد که هر ۴ رأس چهارضلعی روی محیط دایره باشند.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا وسط پاره خط AB را به دست می‌آوریم:

$$M = \left(\frac{4-2}{2}, \frac{2+4}{2} \right) = (1, 3)$$

شیب خط عمود منصف پاره خط AB، قرینه معکوس شیب خط AB است:

$$m_{AB} = \frac{2-4}{4-(-2)} = \frac{-2}{6} = -\frac{1}{3} \Rightarrow \text{شیب عمود منصف} = 3$$

$$AB \text{ معادله خط عمود منصف } y - 3 = 3(x - 1) \Rightarrow y - 3 = 3x - 3 \Rightarrow y = 3x$$

نقطه‌ی (۲, ۶) روی خط $y = 3x$ قرار دارد.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$(m-1)x^2 + 6x + 4 - m = 0 \xrightarrow[\text{قانون ضرب ریشه ها}]{x_1 x_2 = \frac{c}{a}} \frac{4-m}{m-1} = 2 \Rightarrow 4-m = 2m-2 \Rightarrow m=2$$

$$x^2 + 6x + 2 = 0 \Rightarrow \Delta = 36 - 8 = 28 > 0$$

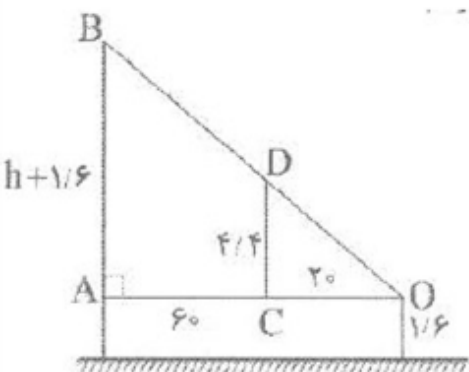
با قرار دادن $m = 2$ ، معادله به صورت زیر درمی‌آید:

پس معادله دو ریشه دارد. در نتیجه:

$$x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = S^2 - 2P \xrightarrow[\frac{S=-6}{P=2}]{S=-6} 36 - 4 = 32$$



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. مرکز دایره (نقطه O) از رئوس چهارضلعی به یک فاصله است و می‌دانیم هر نقطه واقع بر عمود منصف هر پاره خط از دو سر آن پاره خط به یک اندازه است. (شعاع دایره) بنابراین محل تلاقی عمود منصف اضلاع قرار دارد.



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. شکل زیر را در نظر می‌گیریم:

$$DC \parallel AB \Rightarrow \frac{OC}{OA} = \frac{DC}{AB}$$

$$\Rightarrow \frac{20}{80} = \frac{4/4}{h + 1/6}$$

$$\Rightarrow 252 = 20h + 32$$

$$\Rightarrow 20h = 320 \Rightarrow h = 16$$

۱۷ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$AB \parallel MN \parallel DC \xrightarrow{\text{نتیجه تالس}} \frac{AM}{MD} = \frac{BN}{NC} \Rightarrow \frac{5}{x} = \frac{4}{9}$$

$$\Rightarrow x = \frac{45}{4} \Rightarrow \begin{cases} BC = 13 \\ AD = 5 + \frac{45}{4} = \frac{65}{4} = 16\frac{1}{4} \end{cases}$$

۱۸ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۱۹ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{6} = \frac{r}{5} \Rightarrow \frac{x+y+z}{2+3+6} = \frac{r}{5} \Rightarrow x+y+z = \frac{r}{5} \times 11 = \frac{33}{5} = 6\frac{3}{5}$$

۲۰ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\left[x + \frac{3}{2} \right] = 3 \Rightarrow 3 \leq x + \frac{3}{2} < 4$$

$$\Rightarrow \frac{1}{5} \leq x < \frac{2}{5} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{5} \\ b = \frac{2}{5} \end{cases} \Rightarrow a - b = -1$$

۲۱ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به شکل $x_1 = k$ و $x_2 = 3k$ جواب‌های معادله $f(x) = 0$ هستند، پس این تابع را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$f(x) = a(x - k)(x - 3k)$$

$$\text{رأس سهمی: } S\left(\frac{k+3k}{2}, 1\right) = S(2k, 1) \Rightarrow f(2k) = 1$$

$$a(2k - k)(2k - 3k) = -ak^2 = 1 \Rightarrow a = \frac{-1}{k^2} \Rightarrow f(x) = -\frac{1}{k^2}(x - k)(x - 3k)$$

$$\left(-1 - \frac{21}{4}\right) \in f \xrightarrow{\quad} -\frac{21}{4} = \frac{-1}{k^2}(-1 - k)(-1 - 3k)$$

$$\Rightarrow \frac{21}{4} = \frac{1}{k^2}(1 + 3k^2 + 4k) \Rightarrow 21k^2 = 4 + 12k^2 + 16k \Rightarrow 9k^2 - 16k - 4 = 0$$

$$\Rightarrow k = \frac{16 \pm 20}{18} \Rightarrow \begin{cases} k = -\frac{2}{9} \text{ غ.ق.} \\ k = 2 \text{ جواب کوچک تر:} \end{cases}$$

۲۲

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. سهمی در نقطه‌ای به عرض ۱ محور y ها را قطع کرده است پس $c = 1$ می‌شود.

$$y = -x^2 + bx + 1$$

تفاضل ریشه‌ها برابر ۳ است:

$$\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = 3 \Rightarrow \frac{\sqrt{b^2 + 4}}{1} = 3 \Rightarrow b^2 + 4 = 9 \Rightarrow b^2 = 5 \Rightarrow \begin{cases} b = \sqrt{5} \\ b = -\sqrt{5} \end{cases}$$

با توجه به این که طول رأس یعنی $-\frac{b}{2a} > 0$ می‌باشد باید $b > 0$ باشد، پس $b = \sqrt{5}$ قابل قبول است.

۲۳

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با فرض $t = x^2 + 2x$ معادله به صورت زیر درمی‌آید:

$$(x^2 + 2x)^2 - 3(x^2 + 2x) - 4 = 0 \Rightarrow t^2 - 3t - 4 = 0 \Rightarrow t = -1, t = 4$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x^2 + 2x = -1 \Rightarrow x^2 + 2x + 1 = (x+1)^2 = 0 \Rightarrow x = -1 \\ x^2 + 2x = 4 \Rightarrow x^2 + 2x - 4 = 0 \Rightarrow x = -1 \pm \sqrt{5} \end{cases}$$

بنابراین $-\sqrt{5} - 1$ کوچک‌ترین جواب معادله است.

۲۴

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

اگر $x \neq 0$ باشد $\frac{x^2 - 2x}{x} = x - 2$ در حالت $x = 0$ مقدار تابع برابر ۲- است.

۲۵

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\frac{1}{x+3} - \frac{1}{x+5} = \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} \Rightarrow \frac{x+5-x-3}{x^2+8x+15} = \frac{x+1-x+1}{x^2-1} \Rightarrow \frac{2}{x^2+8x+15} = \frac{2}{x^2-1}$$

$$\Rightarrow x^2 + 8x + 15 = x^2 - 1 \Rightarrow 8x = -16 \Rightarrow x = -2 \Rightarrow a = -2$$

$$\frac{4a+1}{a} = \frac{4(-2)+1}{-2} = \frac{-7}{-2} = 3.5$$

در نتیجه:

$x =$ زمان شیر کوچک‌تر برای پر کردن استخر

$x - \frac{1}{3} =$ زمان شیر بزرگ‌تر برای پر کردن استخر

$3 =$ زمان پر شدن استخر با هر دو شیر

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x - \frac{1}{3}} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{x - \frac{1}{3} + x}{x(x - \frac{1}{3})} = \frac{1}{3} \Rightarrow 6x - 1 = x^2 - \frac{x}{3} \Rightarrow x^2 - \frac{19}{3}x + 1 = 0$$

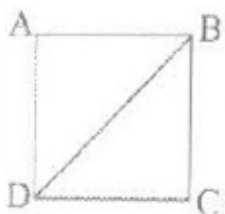
$$3x^2 - 19x + 3 = 0$$

$$\Delta = (-19)^2 - 4(3)(3) = 361 - 36 = 325$$

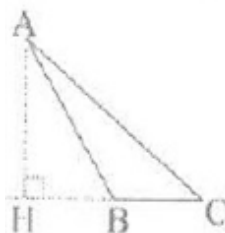
$$\Rightarrow x = \frac{19 \pm \sqrt{325}}{6} \approx \frac{19 \pm 18}{6} \begin{cases} \frac{37}{6} \approx 6 \text{ ساعت} \\ \frac{1}{6} \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

الف) ۱۳۱ یک مثال نقض برای «الف» است.

ب) مثال نقض دارد.

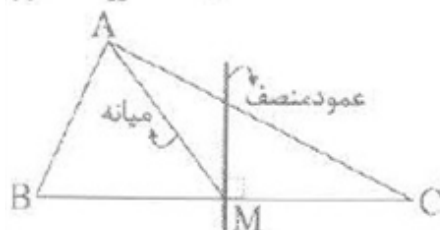


$$(S)_{\triangle ABD} < S_{ABCD}$$



$$\xrightarrow{\text{مثال نقض}} AH > BC$$

ج)



د) در شکل زیر میانۀ و عمود منصف بر هم منطبق نیستند.

$$\alpha\beta = \frac{c}{a} = -\frac{1}{4}, \alpha + \beta = -\frac{b}{a} = \frac{m}{4}, \alpha\beta + 3(\alpha + \beta) + 9 = 4$$

$$\Rightarrow 3 \times \left(\frac{m}{4}\right) - \frac{1}{4} = -5 \Rightarrow 3\left(\frac{m}{4}\right) = -\frac{19}{4} \Rightarrow m = -\frac{19}{3}$$

$$MN \parallel BC \xrightarrow{\text{طبق قضیه ی تالس}} \frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC} \Rightarrow \frac{3a}{2a} = \frac{x+y}{4} \Rightarrow x+y=6$$

$$MN \parallel BC \xrightarrow{\text{طبق تعمیم قضیه ی تالس}} \frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC} \Rightarrow \frac{3a}{5a} = \frac{x-y}{\frac{20}{3}} \Rightarrow x-y=4$$

$$\begin{cases} x+y=6 \\ x-y=4 \end{cases} \Rightarrow x=5, y=1 \Rightarrow 2x+3y=10+3=13$$

$$x = vt \Rightarrow t = \frac{x}{v}$$

نکته:

اگر سرعت حرکت آب را v در نظر بگیریم، قایق موتوری با سرعت $9+v$ رفته و با سرعت $9-v$ برگشته است:

$$\left. \begin{aligned} \text{رفت } t_1 &= \frac{x}{v_1} = \frac{80}{9+v} \\ \text{برگشت } t_2 &= \frac{x}{v_2} = \frac{80}{9-v} \end{aligned} \right\} \Rightarrow t_2 - t_1 = 2 \Rightarrow \frac{80}{9-v} - \frac{80}{9+v} = 2$$

$$\xrightarrow{\times (9-v)(9+v)} 720 + 80v - 720 + 80v = 162 - 2v^2$$

$$\Rightarrow 2v^2 + 160v - 162 = 0 \Rightarrow \begin{cases} v=1 \text{ ق ق} \\ v=-81 \text{ غ ق} \end{cases}$$

$$\text{سرعت در مسیر رفت} = 9+v = 9+1 = 10$$

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴
۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۶	۱	۲	۳	۴
۲۷	۱	۲	۳	۴
۲۸	۱	۲	۳	۴
۲۹	۱	۲	۳	۴
۳۰	۱	۲	۳	۴