
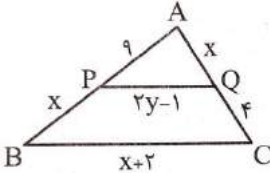
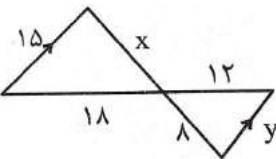
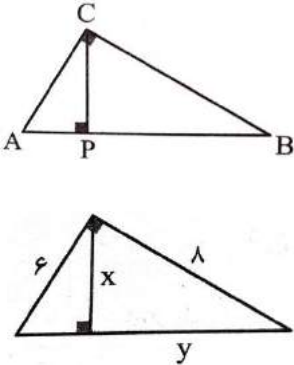

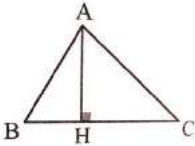


نام و نام خانوادگی: مقطع و رشته: یازدهم تجربی شماره داوطلب: تعداد صفحه سؤال:	جمهوری اسلامی ایران اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۱۲ تهران دبیرستان غیردولتی پسرانه / دخترانه 	نام درس: ریاضی نام دبیر: آقای کشاورز تاریخ امتحان: ۱۳۹۶/۱۰/۰۹ ساعت امتحان: ۸ صبح مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
---	--	--

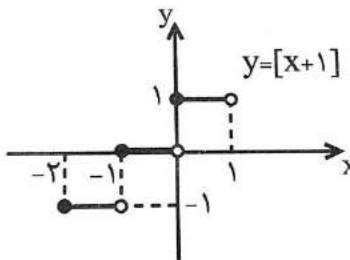
ردیف	سؤالات	نمره
۱	معادله خطی را بنویسید که از نقطه‌ی $A(-3, 2)$ می‌گذرد و عمود بر نیمساز ربع اول و سوم است.	۱
۱/۵	اگر $A(-1, 2)$ و $B(3, 0)$ و $C(1, -2)$ سه رأس مثلث $ABC$ باشند، آنگاه: الف) معادله‌ی ارتفاع $AH$ را به‌دست آورید. ب) طول ارتفاع $AH$ را بیابید.	۲
۱	مقدار $m$ را چنان بیابید که مجموع ریشه‌های معادله‌ی $2x^2 - (m+1)x - 3m = 0$ برابر به ۳ باشد.	۳
۱	اگر نقطه‌ای به طول $-1$ ، ماکزیمم تابع $y = (1-m)x^2 + (m^2 - 6)x + 1$ باشد، مقدار $m$ را به‌دست آورید.	۴
۱	معادله‌ی زیر را حل کنید. $\frac{x+2}{x-2} + \frac{x-3}{x+3} = \frac{8x+6}{x^2+x-6}$	۵
۱	معادله‌ی زیر را حل کنید. $\sqrt{x+3} + \sqrt{2-x} = 3$	۶
۱	طریقه‌ی رسم عمودمنصف یک پاره‌خط را توضیح دهید.	۷
۱	با استفاده از خواص تناسب، در تناسب زیر مقدار عددی نسبت $\frac{x}{y}$ را به‌دست آورید. $\frac{5x+7}{7+2x} = \frac{5y+1}{1+2y}$	۸
۱	قضیه‌ی تالس را بیان و اثبات کنید.	۹
۱	در شکل زیر $PQ$ با $BC$ موازی است؛ مقادیر $x$ و $y$ را محاسبه کنید. 	۱۰
۱/۵	مفاهیم زیر را تعریف کنید. الف) استدلال استقرایی (ب) برهان خلف (ج) مثال نقض (د) تشابه دو مثلث	۱۱
۱	در شکل مقابل مقدار $x$ و $y$ را محاسبه کنید. 	۱۲
۱/۵	الف) مطابق شکل، مثلث $ABC$ در رأس $C$ قائم‌الزاویه است و $CP$ بر $AB$ عمود است، ثابت کنید: $(PC^2 = AP \times BP)$ ب) در شکل زیر مقادیر مجهول را محاسبه کنید. 	۱۳
۱	دامنه توابع زیر را به‌دست آورید. الف) $P(x) = \sqrt{16 - x^2}$ ب) $f(x) = \frac{x+5}{x^2-2x+3}$	۱۴

۱/۵	کدام یک از جفت توابع زیر برابر هستند؟ $\begin{cases} f(x) = \frac{x+1}{ x+1 } \\ g(x) = \frac{ x+1 }{x+1} \end{cases} \text{ (ب)}$ $\begin{cases} f(x) = \frac{x^2-9}{x-3} \\ g(x) = x+3 \end{cases} \text{ (الف)}$	۱۵
۱	نمودار تابع $y = [x + 1]$ را در بازه $[-2, 1]$ رسم کنید.	۱۶
۱	اگر $f = \{(-1, 2), (0, 3), (4, -1)\}$ باشد، تابع $f^{-1}$ را بیابید و دامنه و برد آن را مشخص کنید.	۱۷
۱	تابع $f = \{(m^4 + 2, 5), (n^3 + 1, 4)\}$ مفروض است، $m$ و $n$ را طوری تعیین کنید که برد وارون $f$ ، $\{-7, 18\}$ باشد.	۱۸
۲۰	موفق باشید. جمع نمره	

نام درس: ریاضی نام دبیر: آقای کشاورز تاریخ امتحان: ۹۶/۱۰/۰۹ ساعت امتحان: ۸ صبح مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	جمهوری اسلامی ایران اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۱۲ تهران دبیرستان غیردولتی پسرانه / دخترانه 	<b>پاسخ نامه سوالات</b>
--	--	-------------------------

ردیف	راهنمای تصحیح	ردیف
۱	$y - y_1 = m'(x - x_1) \Rightarrow y - 2 = -1(x + 3) \Rightarrow y = -x - 1$	۱
۱/۵	<div style="display: flex; align-items: center;">  <div style="margin-left: 20px;"> <p>الف) مطابق شکل فرضی روبه‌رو، <math>AH</math> خطی است با دو ویژگی زیر:</p> <p>(۱) بر <math>BC</math> عمود است، پس: <math>m_{AH} \cdot m_{BC} = -1</math></p> <math display="block">m_{BC} = \frac{y_C - y_B}{x_C - x_B} = \frac{-2 - 0}{1 - 3} = \frac{-2}{-2} = 1 \Rightarrow m_{AH} = -1</math> <p>(۲) از نقطه‌ی <math>A</math> می‌گذرد؛ بنابراین:</p> <math display="block">AH: y - y_A = m_{AH}(x - x_A) \Rightarrow AH: y - 2 = -1(x + 1) \Rightarrow AH: y = -x + 1</math> <p>ب)</p> <math display="block">BC: y - y_B = m_{BC}(x - x_B) \Rightarrow BC: y = 1(x - 3) \Rightarrow BC: y - x + 3 = 0 \Rightarrow</math> <math display="block">AH = \frac{ y_A - x_A + 3 }{\sqrt{(-1)^2 + 1}} = \frac{ 2 + 1 + 3 }{\sqrt{2}} = \frac{6}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{2}</math> </div> </div>	۲
۱	$\alpha + \beta = -\frac{b}{a}$ $-\frac{(m+1)}{2} = 3 \Rightarrow \frac{m+1}{2} = 3 \Rightarrow m+1 = 6 \Rightarrow m = 5$	۳
۱	<p>طول نقطه ماکزیمم یا می نیمم تابع درجه دوم = <math>-\frac{b}{2a}</math></p> $y = (1-m)x^2 + (m^2 - 6)x + 1 \rightarrow -\frac{b}{2a} = -1 \Rightarrow \frac{-(m^2 - 6)}{2(1-m)} = -1 \Rightarrow m^2 - 6 = 2(1-m)$ $m^2 + 2m - 8 = 0 \Rightarrow (m+4)(m-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = -4 & \text{ق ق} \\ m = 2 & \text{ق ق} \end{cases}$	۴
۱	$\frac{x+2}{x-2} + \frac{x-3}{x+3} = \frac{8x+6}{x^2+x-6}$ $\Rightarrow \frac{(x+2)(x+3) + (x-2)(x-3)}{(x-2)(x+3)} = \frac{8x+6}{x^2+x-6} \Rightarrow \frac{x^2+5x+6+x^2-5x+6}{x^2+x-6} = \frac{8x+6}{x^2+x-6}$ $\Rightarrow 2x^2+12 = 8x+6 \Rightarrow 2x^2-8x+6 = 0 \rightarrow x^2-4x+3 = 0 \Rightarrow$ $\Rightarrow (x-1)(x-3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 & \text{ق ق} \\ x = 3 & \text{ق ق} \end{cases}$	۵
۱	$\sqrt{x+3} + \sqrt{2-x} = 3 \Rightarrow (\sqrt{x+3} + \sqrt{2-x})^2 = 3^2 \Rightarrow (x+3) + (2-x) + 2\sqrt{x+3}\sqrt{2-x} = 9$ $\Rightarrow 5 + 2\sqrt{(x+3)(2-x)} = 9 \Rightarrow 2\sqrt{(x+3)(2-x)} = 4 \Rightarrow \sqrt{6-x-x^2} = 2 \Rightarrow 6-x-x^2 = 4$ $\Rightarrow x^2+x-2 = 0 \Rightarrow (x+2)(x-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 & \text{ق ق} \\ x = -2 & \text{ق ق} \end{cases}$ <p>هر دو پاسخ در معادله صدق می‌کند.</p>	۶
۱	<p>فرض کنید می‌خواهیم عمودمنصف پاره‌خط <math>AB</math> را رسم کنیم، به مرکزهای <math>A, B</math> با شعاع یکسان دو کمان طوری رسم می‌کنیم که با هم متقاطع باشند. نقاط برخورد این دو کمان از <math>A, B</math> به یک فاصله هستند، پس روی عمودمنصف قرار دارند. بنابراین با وصل کردن این دو نقطه به هم عمودمنصف رسم می‌شود.</p>	۷

۱	<p>با تفصیل نسبت در مخرج، داریم:</p> $\frac{\Delta x + 7}{(7 + 2x) - (\Delta x + 7)} = \frac{\Delta y + 1}{(1 + 2y) - (\Delta y + 1)} \Rightarrow \frac{\Delta x + 7}{-3x} = \frac{\Delta y + 1}{-3y} \Rightarrow \frac{\Delta x}{-3x} + \frac{7}{-3x} = \frac{\Delta y}{-3y} + \frac{1}{-3y}$ $\Rightarrow -\frac{\Delta}{3} - \frac{7}{3x} = -\frac{\Delta}{3} - \frac{1}{3y}$ <p>طرفین تساوی را با <math>\frac{5}{3}</math> جمع می‌کنیم:</p> $\frac{-7}{3x} = \frac{-1}{3y} \Rightarrow \frac{-7}{-1} = \frac{3x}{3y} \Rightarrow \frac{x}{y} = 7$	۸
۱	<p>فعالیت صفحه‌ی ۳۴ کتاب درسی</p>	۹
۱	<p>با توجه به قضیه تالس داریم:</p> $\frac{AP}{BP} = \frac{AQ}{QC} \Rightarrow \frac{9}{x} = \frac{x}{4} \Rightarrow x^2 = 36 \Rightarrow x = 6$ <p>با توجه به تعمیم قضیه تالس داریم:</p> $\frac{AQ}{AC} = \frac{PQ}{BC} \Rightarrow \frac{x}{x+4} = \frac{2y-1}{x+2} \rightarrow \frac{6}{10} = \frac{2y-1}{8} \Rightarrow 2y-1 = \frac{48}{10} \Rightarrow 2y-1 = 4/8 \Rightarrow y = 2/9$	۱۰
۱/۵	<p>الف) استدلال استقرایی: نتیجه‌گیری کلی با استفاده از مشاهده و بررسی یک موضوع در چند حالت یا به اصطلاح رسیدن از جزء به کل.  ب) برهان خلف: نوعی از استدلال که در مسائل ریاضی و هندسی به کار برده می‌شود، برهان غیرمستقیم یا برهان خلف است. بدین صورت که به جای آنکه به‌طور مستقیم از فرض شروع کنیم و به درستی حکم برسیم، فرض می‌کنیم حکم درست نباشد (فرض خلف) و به یک تناقض یا به یک نتیجه‌ی غیرممکن می‌رسیم و به این ترتیب، فرض خلف باطل و درستی حکم ثابت می‌شود.  ج) مثال نقض: به مثالی که از آن برای رد یک حکم کلی استفاده می‌شود، مثال نقض می‌گوییم.  د) تشابه دو مثلث: دو مثلث متشابه نامیده می‌شوند هر گاه زوایای متناظر آنها با هم برابر و نسبت اضلاع متناظر در دو مثلث یکسان باشد.</p>	۱۱
۱	$BC \parallel DE \Rightarrow \begin{cases} \text{مورب } CD \Rightarrow \hat{C} = \hat{D} \\ \text{مورب } BE \Rightarrow \hat{B} = \hat{E} \end{cases} \rightarrow ABC \sim AED \Rightarrow \frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AB} = \frac{DE}{BC} \Rightarrow \frac{18}{12} = \frac{x}{8} = \frac{15}{y}$ $\Rightarrow \begin{cases} \frac{18}{12} = \frac{x}{8} \Rightarrow \frac{x}{8} = \frac{3}{2} \Rightarrow x = 12 \\ \frac{18}{12} = \frac{15}{y} \Rightarrow \frac{15}{y} = \frac{3}{2} \Rightarrow y = 10 \end{cases}$	۱۲
۱/۵	<p>الف) با توجه به شکل، دو مثلث <math>BCP</math> و <math>APC</math> دو زاویه‌ی برابر دارند  <math>(\hat{P}_1 = \hat{P}_2 = 90^\circ \text{ و } \hat{B} = \hat{C}_1 = \alpha)</math>  تناسب بین اضلاع متناظر را می‌نویسیم:</p> <p>نسبت ضلع‌های روبه‌روی <math>\alpha</math></p> $\frac{AP}{PC} = \frac{PC}{PB} \Rightarrow PC^2 = AP \times PB$ <p>نسبت ضلع‌های روبه‌روی <math>90^\circ - \alpha</math></p> <p>ب)</p> $BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow BC^2 = 36 + 64 \Rightarrow BC = 10$ $AB \times AC = AH \times BC \Rightarrow 6 \times 8 = x \times 10 \Rightarrow x = \frac{48}{10} = 4/8$ $AC^2 = CH \times BC \Rightarrow 8^2 = y \times 10 \Rightarrow y = \frac{64}{10} = 6/4$	۱۳
۱	<p>الف) <math>P(x) = \sqrt{16 - x^2} \Rightarrow 16 - x^2 \geq 0 \Rightarrow (4 - x)(4 + x) \geq 0 \Rightarrow -4 \leq x &lt; 4 \Rightarrow D_p = [-4, 4]</math>  ب) <math>f(x) = \frac{x+5}{x^2-2x+3} \Rightarrow x^2 - 2x + 3 \neq 0 \Rightarrow \Delta = (-2)^2 - 4(1)(3) = 4 - 12 = -8 &lt; 0</math>  <math>\Rightarrow D_f = \mathbb{R}</math></p>	۱۴
۱/۵	<p>الف)</p> $f(x) = \frac{x^2 - 9}{x - 3} \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{-3\}$ $g(x) = x + 3 \Rightarrow D_g = \mathbb{R}$ <p>دامنه برابر نیست، پس دو تابع مساوی نیستند.</p>	۱۵

	<p style="text-align: right;">(ب)</p> $f(x) = \frac{x+1}{ x+1 } \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{-1\}$ $g(x) = \frac{ x+1 }{x+1} \Rightarrow D_g = \mathbb{R} - \{-1\}$ <p style="text-align: right;">دامنه برابر است، پس دو تابع با هم مساویند.</p>	
۱	$-2 \leq x < -1 \Rightarrow y = [x] + 1 = -2 + 1 = -1$ $-1 \leq x < 0 \Rightarrow y = [x] + 1 = -1 + 1 = 0$ $0 \leq x < 1 \Rightarrow y = [x] + 1 = 0 + 1 = 1$ 	۱۶
۱	$f = \{(-1, 2), (0, 3), (4, -1)\}$ $f^{-1} = \{(2, -1), (3, 0), (-1, 4)\}$ $D_{f^{-1}} = \{2, 3, -1\} = R_f$ $R_{f^{-1}} = \{-1, 0, 4\} = D_f$	۱۷
۱	$f = \{(m^r + 2, \Delta), (n^r + 1, 4)\}$ $\Rightarrow f^{-1} = \{(\Delta, m^r + 2), (4, n^r + 1)\} \Rightarrow R_{f^{-1}} = \{m^r + 2, n^r + 1\}$ $\begin{cases} m^r + 2 = 18 \Rightarrow m^r = 16 \Rightarrow m = \pm 2 \\ n^r + 1 = -7 \Rightarrow n^r = -8 \Rightarrow n^r = (-2)^r \Rightarrow n = -2 \end{cases}$	۱۸