

نمره به حروف:

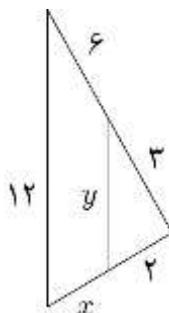
نمره به عدد:

نام و نام خانوادگی:

(۱) دوربین‌های ماهواره‌ای مختصات یک پایگاه نظامی را به صورت $(-۸۵۰, ۱۲۰۰)$ مخابره کرده‌اند. یک ماشین حمل موشک نیز در مختصات $(-۵۵۰, ۱۶۰۰)$ قرار دارد. فاصله موشک تا پایگاه نظامی روی سطح کره زمین چقدر است؟

(۵/۰ نمره)

(۲) در شکل مقابل مقادیر مجهول را بیابید.



(۱ نمره)

(۳) صورت قضیه‌ی تالس را به صورت دو شرطی و دقیق بیان کنید.

(۵/۰ نمره)

(۴) دو تاس را پرتاب می‌کنیم. اگر مجموع دو تاس عددی اول شده باشد، چقدر احتمال دارد که حداقل یکی از آن‌ها زوج آمده باشد؟

(۱ نمره)

(۵) معادلات زیر را حل کنید.

$$\frac{1}{5-x} - \frac{1}{x+2} = \frac{1}{x^2 - 3x - 10}$$

$$\sqrt{x-9} = 1 - \sqrt{x}$$

$$\log\left(\frac{x-3}{x+2}\right) - \log(x-3) = \log\left(\frac{8-2x}{10}\right)$$

(۳ نمره)

۶) اگر $f(2x+4) = 8x+4$ آنگاه

الف) مقدار $f(2)$ چقدر است؟

ب) ضابطه‌ی تابع $f(x)$ را بیابید.

(۱ نمره)

۷) در بین داده‌های زیر مجموع میانه و مد چند واحد کمتر از میانگین است؟

۲, ۲, ۴, ۴, ۵, ۶, ۷, ۸, ۸, ۸, ۹

(۱/۵ نمره)

۸) نمودار تابع $y = 2 - \left(\frac{1}{2}\right)^x$ را به طور دقیق رسم کنید.

(۱ نمره)

۹) اگر $\log 2 = 0.4$ آنگاه حاصل $\log 2500$ را بیابید.

(۰/۵ نمره)

نمره به حروف:

نمره به عدد:

نام و نام خانوادگی:

(۱۰) مقدار عبارات زیر را بیابید.

$$(\log 2)^2 + \log\left(\frac{5}{2}\right) - (\log 5)^2$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{6}\right) - \cos\left(\frac{8\pi}{3}\right) + \tan\left(\frac{\pi}{4} - \pi\right)$$

(۱/۵ نمره)

(۱۱) نمودار $f(x) = [2x + 1]$ را روی $-1 < x < 0$ رسم کنید.

(۱ نمره)

(۱۲) نمودار تابع $f(x) = -|\sin x|$ را روی $-\pi < x < \pi$ رسم کنید.

(۱ نمره)

(۱۳) تابع $f(x) = [3x]$ در چند نقطه از بازه $-1 < x < 0$ ناپیوسته است؟

(۰/۵ نمره)

(۱۴) ثابت کنید که $\cos \frac{\alpha}{4} \cos \alpha \cos 2\alpha = \frac{\sin 4\alpha}{\sin \frac{\alpha}{4}}$

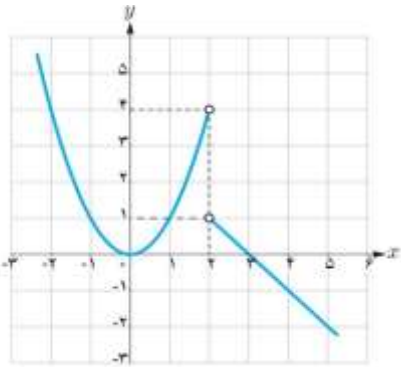
(۱ نمره)

(۱۵) حاصل حدود زیر را بیابید.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 7x + 6}{x^2 - 3x + 2}$$

$$\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos^2 x + \cos x}{\sin x}$$

(۲ نمره)



(۱۶) در نمودار روبرو مقادیر خواسته شده را بیابید.

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 4^+} f(x)$$

(۱/۵ نمره)

(۱۷) محمد به احتمال $0/2$ و رضا به احتمال $0/3$ در کنکور قبول می‌شوند. چقدر احتمال دارد حداقل یک نفر قبول شود؟

(۰/۵ نمره)

(۱۸) ضریب تغییرات داده‌های زیر را بیابید.

۰, ۲, ۲, ۸

(۱ نمره)

نمره به حروف:

نمره به عدد:

نام و نام خانوادگی:

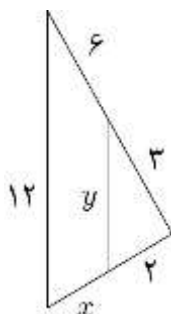
پاسخنامه

(۱) دوربین‌های ماهواره‌ای مختصات یک پایگاه نظامی را به صورت $(-۸۵۰, ۱۲۰۰)$ مخابره کرده‌اند. یک ماشین حمل موشک نیز در مختصات $(-۵۵۰, ۱۶۰۰)$ قرار دارد. فاصله موشک تا پایگاه نظامی روی سطح کره زمین چقدر است؟

$$\sqrt{(۱۲۰۰ - ۱۶۰۰)^2 + (-۸۵۰ - (-۵۵۰))^2} = \sqrt{۴۰۰^2 + ۳۰۰^2} = ۵۰۰$$

(۵/۰ نمره)

(۲) در شکل مقابل مقادیر مجهول را بیابید.



$$\frac{3}{6} = \frac{2}{x} \Rightarrow x = 4$$

$$\frac{3}{9} = \frac{y}{12} \Rightarrow y = 4$$

(۱ نمره)

(۳) صورت قضیه‌ی تالس را به صورت دو شرطی و دقیق بیان کنید.

اگر ABC یک مثلث باشد و MN پاره‌خطی باشد که پاره‌خط‌های AB و AC را قطع کرده باشد آنگاه $BC \parallel MN$

اگر و تنها اگر $\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}$

(۱ نمره)

(۴) دو تاس را پرتاب می‌کنیم. اگر مجموع دو تاس عددی اول شده باشد، چقدر احتمال دارد که حداقل یکی از آن‌ها زوج آمده باشد؟

$$\{(1,1), (1,2), (2,1), (1,4), (4,1), (2,3), (3,2), (1,6), (6,1), (2,5), (5,2), (3,4), (4,3), (5,6), (6,5)\}$$

$$P(A|B) = \frac{14}{15}$$

(۱ نمره)

۵) معادلات زیر را حل کنید.

$$\frac{1}{5-x} - \frac{1}{x+2} = \frac{1}{x^2 - 3x - 10}$$

$$\frac{x+2}{(5-x)(x+2)} - \frac{x-5}{(5-x)(x+2)} = \frac{1}{(x-5)(x+2)} \Rightarrow 2x - 3 = -1 \Rightarrow x = 1$$

$$\sqrt{x-9} = 1 - \sqrt{x}$$

$$x - 9 = 1 + x - 2\sqrt{x} \Rightarrow x = 25$$

$$\log\left(\frac{x-3}{x+2}\right) - \log(x-3) = \log\left(\frac{8-2x}{10}\right)$$

$$\log\left(\frac{x-3}{(x+2)(x-3)}\right) = \log\left(\frac{8-2x}{10}\right) \Rightarrow \frac{1}{x+2} = \frac{8-2x}{10} \Rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3, -1$$

هیچ یک از این دو مقدار یافت شده قابل قبول نیست.

(۳ نمره)

۶) اگر $f(2x+4) = 8x+4$ آنگاه

الف) مقدار $f(2)$ چقدر است؟

$$2x+4=2 \Rightarrow x=1 \Rightarrow f(2) = 8+4 = 12$$

ب) ضابطه‌ی تابع $f(x)$ را بیابید.

$$2x+4=t \Rightarrow x = \frac{t-4}{2} \Rightarrow f(t) = 8\frac{t-4}{2} + 4 \Rightarrow f(x) = 4x - 12$$

(۱ نمره)

۷) در بین داده‌های زیر مجموع میانه و مد چند واحد کمتر از میانگین است؟

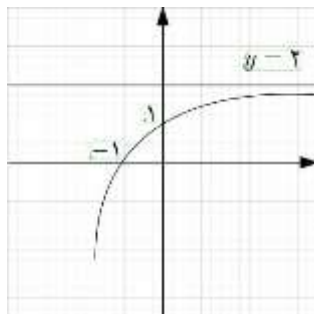
۲, ۲, ۴, ۴, ۵, ۶, ۷, ۸, ۸, ۸, ۱۲

میانگین: ۶ مد: ۸ میانه برابر است با: ۶

بنابراین مجموع میانه و مد، ۸ واحد بیشتر از میانگین است.

(۱/۵ نمره)

۸) نمودار تابع $y = 2 - \left(\frac{1}{3}\right)^x$ را به طور دقیق رسم کنید.



(۱ نمره)

نمره به حروف:

نمره به عدد:

نام و نام خانوادگی:

۹) اگر $\log 2 = 0/4$ آنگاه حاصل $\log 2500$ را بیابید.

چون $\log 2 = 0/4 \Rightarrow \log 5 = 0/6$ پس

$$\log 2500 = \log 25 + \log 100 = 2 \times 0/6 + 2 = 3/2$$

(نمره ۰/۵)

۱۰) مقدار عبارات زیر را بیابید.

$$(\log 2)^2 + \log \left(\frac{5}{2}\right) - (\log 5)^2$$

$$(\log 2 - \log 5)(\log 2 + \log 5) + \log \left(\frac{5}{2}\right) = \log \left(\frac{2}{5}\right) + \log \left(\frac{5}{2}\right) = 0$$

$$\sin \left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{6}\right) - \cos \left(\frac{8\pi}{3}\right) + \tan \left(\frac{\pi}{4} - \pi\right)$$

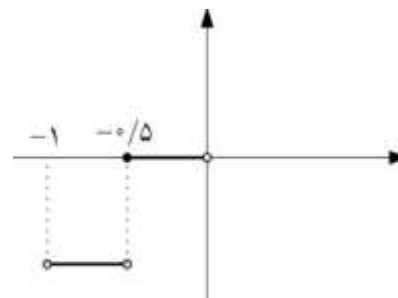
$$\cos \left(\frac{\pi}{6}\right) - \cos \left(\frac{2\pi}{3}\right) + \tan \left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{3} + 2}{2}$$

(نمره ۱/۵)

۱۱) نمودار $f(x) = [2x + 1]$ را روی $-1 < x < 0$ رسم کنید.

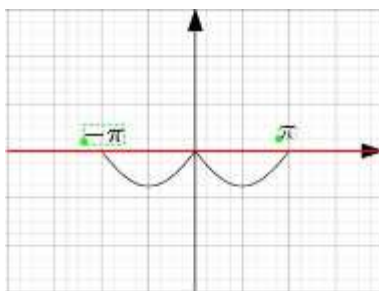
$$-1 < x < -0/5 \Rightarrow -1 < 2x + 1 < 0 \Rightarrow [2x + 1] = -1$$

$$-0/5 \leq x < 0 \Rightarrow 0 \leq 2x + 1 < 1 \Rightarrow [2x + 1] = 0$$



(نمره ۱)

۱۲) نمودار تابع $f(x) = -|\sin x|$ را روی $-\pi < x < \pi$ رسم کنید.



(نمره ۱)

۱۳) تابع $f(x) = [3x]$ در چند نقطه از بازه $0 < x < 1$ ناپیوسته است؟

در نقاطی که $3x$ صحیح شود، این تابع پیوسته نخواهد بود. پس نقاط $\frac{1}{3}$ و $\frac{2}{3}$ در این بازه باعث صحیح شدن و در نتیجه ناپیوسته شدن تابع می‌شوند.

(۵/۰ نمره)

۱۴) ثابت کنید که $\frac{\sin 4\alpha}{\sin \frac{\alpha}{4}} = \frac{\sin 4\alpha}{\sin \frac{\alpha}{4}} = 8 \cos \frac{\alpha}{4} \cos \alpha \cos 2\alpha$

$$\frac{\sin 4\alpha}{\sin \frac{\alpha}{4}} = \frac{2 \sin 2\alpha \cos 2\alpha}{\sin \frac{\alpha}{4}} = \frac{4 \sin \frac{\alpha}{4} \cos \frac{\alpha}{4} \cos \alpha \cos 2\alpha}{\sin \frac{\alpha}{4}} = 4 \cos \frac{\alpha}{4} \cos \alpha \cos 2\alpha$$

(۵/۰ نمره)

۱۵) حاصل حدود زیر را بیابید.

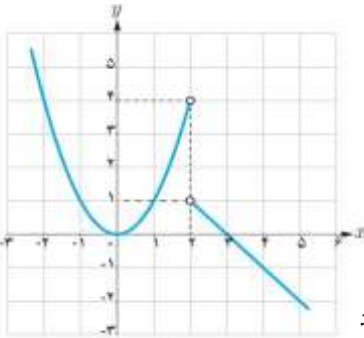
$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 7x + 6}{x^2 - 3x + 2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x^2 + x - 6)}{(x-1)(x-2)} = 4$$

$$\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos 2x + \cos x}{\sin x} = \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{2 \cos^2 x + \cos x - 1}{\sin x} = \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{(\cos x + 1) \left(\cos x + \frac{1}{2} \right) (\cos x - 1)}{\sin x (\cos x - 1)} =$$

$$\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin^2 x \left(\cos x + \frac{1}{2} \right)}{\sin x (\cos x - 1)} = 0$$

(۲ نمره)

۱۶) در نمودار روبرو مقادیر خواسته شده را بیابید.



$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2} f(x) + \lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) = 4 + 1 + 0 + (-1) = 4$$

(۵/۱ نمره)

نمره به حروف:

نمره به عدد:

نام و نام خانوادگی:

۱۷) محمد به احتمال $\frac{0}{2}$ و رضا به احتمال $\frac{0}{3}$ در کنکور قبول می‌شوند. چقدر احتمال دارد حداقل یک نفر قبول شود؟

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A)P(B) = \frac{0}{2} + \frac{0}{3} - \frac{0}{2} \times \frac{0}{3}$$

$$P(A \cup B) = \frac{0}{44}$$

(۰/۵ نمره)

۱۸) ضریب تغییرات داده‌های زیر را بیابید.

۰, ۲, ۲, ۸

میانگین: ۳

واریانس:

$$\sigma = \sqrt{\frac{(0-3)^2 + (2-3)^2 + (2-3)^2 + (8-3)^2}{4}} = 3$$

ضریب تغییرات:

$$CV = \frac{3}{3} = 1$$

(۱ نمره)