

نمره به حروف:

نمره به عدد:

نام و نام خانوادگی:

(۱) فرض کنید گزاره‌ی p درست و گزاره‌ی q نادرست و گزاره‌ی r نامعلوم باشد. ارزش درستی یا نادرستی گزاره‌های زیر را مشخص کنید.

$$(p \wedge q) \vee (r \vee p)$$

$$(q \rightarrow r) \wedge (\sim p \leftrightarrow r)$$

(۱ نمره)

(۲) با رسم جدول ارزش نشان دهید که گزاره‌ی $(p \wedge q) \wedge (\sim p \vee \sim q)$ همواره نادرست است.

(۱ نمره)

(۳) ثابت کنید مجموع یک عدد زوج و یک عدد فرد، همواره عددی فرد است.

(۱ نمره)

(۴) درست یا غلط بودن استدلال زیر را بررسی کنید و در صورت وجود، مواردی که غلط هستند را مشخص کنید.

$$\frac{xy - x + y}{x + y} = \frac{x(y - x) + y}{x + y} = \frac{(y - x) + y}{y} = \frac{2y - x}{y}$$

(۵/۰ نمره)

(۵) نقیض گزاره‌ی زیر را به طور دقیق به زبان فارسی بنویسید.

اگر علی و احمد به جای شلوغ بروند، آنگاه ویروس کرونا می‌گیرند.

(۱ نمره)

۶) نقیض گزاره‌ی زیر را بنویسید.

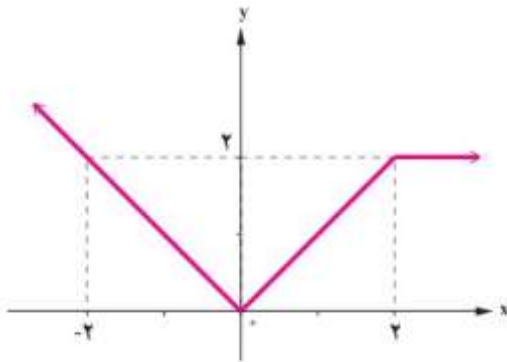
$$\sim p \Rightarrow (q \vee \sim r)$$

(۱ نمره)

۷) اگر $f = \{(3, 2x-1), (5, 7)\}$ یک تابع ثابت و $g = \{(3, 3), (5, 2y-1)\}$ یک تابع همانی باشد آنگاه حاصل $\left[\frac{y+1}{5}\right] + \left[-\frac{3}{2x+1}\right]$ را بیابید.

(۲ نمره)

۸) ضابطه‌ی تابع رسم شده‌ی زیر را بنویسید.



(۱/۵ نمره)

۹) تابع زیر را در نظر بگیرید.

الف) این تابع را رسم کنید.

$$g(x) = \begin{cases} x-1 & x < -2 \\ 3 & -2 \leq x < 1 \\ 2-x & x \geq 1 \end{cases}$$

ب) مقدار خواسته‌ی شده‌ی روبرو را برای تابع g بیابید.

$$g(0/9) + g(-2) + g(1) - g(0) + g(2)$$

(۲ نمره)

نمره به حروف:

نمره به عدد:

نام و نام خانوادگی:

۱۰) اگر $f(x) = \left[\frac{2x+1}{3}\right]$ ، $g(x) = \text{sign}(3x - 2)$ و $h(x) = 2|x - 1| + 1$ باشند، حاصل موارد خواسته شده را بیابید.

$$g(f(\sqrt{2}))$$

$$h(f(\pi))$$

$$f(f(-\sqrt{3}))$$

(نمره ۲/۲۵)

۱۱) تابع $f(x) = |x + 1| - 1$ را رسم کنید.

(۱ نمره)

۱۲) اگر $f = \{(-1, 2), (0, 1), (2, 1), (3, 0), (1, 2)\}$ و $g = \{(0, 0), (1, 1), (2, 3), (3, 4), (4, 5)\}$ آنگاه به

سوالهای زیر پاسخ دهید:

الف) تابع $f - g$ را بیابید.

ب) تابع $\frac{g}{f}$ را به دست آورید.

(۲ نمره)

۱۳) اگر $f(x) = x^2 - 3$ و $g(x) = |x - 2|$ آنگاه حاصل $(\frac{fg}{f-g})(1) - (f - g)(3)$ را بیابید.

(نمره ۱/۷۵)

۱۴) هر جمله‌ی یک کتاب انگلیسی به طور متوسط ۷ کلمه دارد و شاخص پایه‌ی آموزشی این کتاب ۱۱ می‌باشد. چند درصد لغات این کتاب دشوار هستند؟

(۱ نمره)

۱۵) فروش کالای یک کارخانه در ۵ سال متوالی به صورت زیر ارائه شده است.

سال x	۱	۲	۳	۴	۵
فروش y	۶	۹	۱۱	۱۵	۱۹

الف) در سال دهم فروش این شرکت چقدر خواهد بود؟

ب) میانگین فروش ۷ سال اول این شرکت چقدر خواهد بود؟

(۲ نمره)

نمره به حروف:

نمره به عدد:

نام و نام خانوادگی:

پاسخنامه

۱) فرض کنید گزاره‌ی p درست و گزاره‌ی q نادرست و گزاره‌ی r نامعلوم باشد. ارزش درستی یا نادرستی گزاره‌های زیر را مشخص کنید.

$$(p \wedge q) \vee (r \vee p) \rightarrow (T \wedge F) \vee (? \vee T) = F \vee T = T$$

$$(q \rightarrow r) \wedge (\sim p \leftrightarrow r) \rightarrow (F \rightarrow ?) \wedge (F \leftrightarrow ?) = T \wedge ??$$

(۱ نمره)

بنابراین مورد اول درست و مورد دوم نامشخص است.

۲) با رسم جدول ارزش نشان دهید که گزاره‌ی $(p \wedge q) \wedge (\sim p \vee \sim q)$ همواره نادرست است.

p	q	$p \wedge q$	$\sim p \vee \sim q$	$(p \wedge q) \wedge (\sim p \vee \sim q)$
T	T	T	F	F
T	F	F	T	F
F	T	F	T	F
F	F	F	T	F

(۱ نمره)

۳) ثابت کنید مجموع یک عدد زوج و یک عدد فرد، همواره عددی فرد است.

اگر $x = 2k$ عددی زوج و $y = 2k' + 1$ عددی فرد باشد آنگاه

$$x + y = 2k + 2k' + 1 = 2(k + k') + 1 = 2k'' + 1$$

(۱ نمره)

۴) درست یا غلط بودن استدلال زیر را بررسی کنید و در صورت وجود، مواردی که غلط هستند را مشخص کنید.

$$\frac{xy - x + y}{x + y} = \frac{x(y - x) + y}{x + y} = \frac{(y - x) + y}{y} = \frac{2y - x}{y}$$

(۰/۵ نمره)

تساوی سوم اشتباه است زیرا x را از صورت و مخرج خط زده است در حالی که بین آن‌ها جمع است.

۵) نقیض گزاره‌ی زیر را به طور دقیق به زبان فارسی بنویسید.

اگر علی و احمد به جای شلوغ بروند، آنگاه ویروس کرونا می‌گیرند. علی و احمد می‌روند ولی ویروس کرونا نمی‌گیرند.

(۱ نمره)

۶) نقیض گزاره‌ی زیر را بنویسید.

$$\sim p \Rightarrow (q \vee \sim r)$$

$$\sim (\sim p \Rightarrow (q \vee \sim r)) = (\sim p \wedge \sim (q \vee \sim r)) = \sim p \wedge (\sim q \wedge r) = \sim p \wedge \sim q \wedge r$$

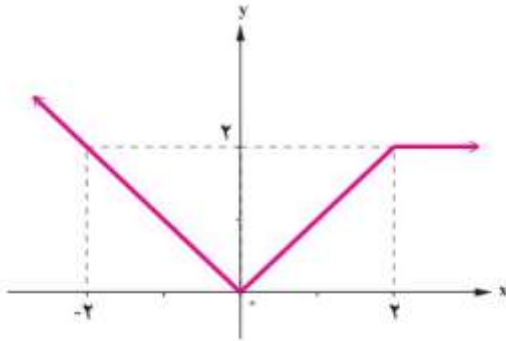
(انمره)

۷) اگر $f = \{(3, 2x-1), (5, 7)\}$ یک تابع ثابت و $g = \{(3, 3), (5, 2y-1)\}$ یک تابع همانی باشد آنگاه حاصل $\left[\frac{y+1}{5}\right] + \left[-\frac{3}{2x+1}\right]$ را بیابید.

$$2x-1=7 \Rightarrow x=4, \quad 2y-1=5 \Rightarrow y=3, \quad \left[\frac{3+1}{5}\right] + \left[-\frac{3}{9}\right] = 0-1 = -1$$

(۲ نمره)

۸) ضابطه‌ی تابع رسم شده‌ی زیر را بنویسید.



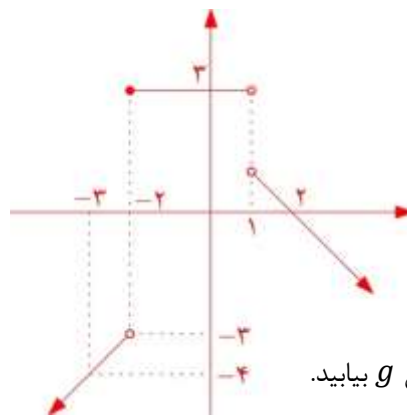
$$\begin{cases} -x & x < 0 \\ x & 0 \leq x \leq 2 \\ 2 & x > 2 \end{cases}$$

(۱/۵ نمره)

۹) تابع زیر را در نظر بگیرید.

الف) این تابع را رسم کنید.

$$g(x) = \begin{cases} x-1 & x < -2 \\ 3 & -2 \leq x \leq 1 \\ 2-x & x \geq 1 \end{cases}$$



ب) مقدار خواسته‌ی شده‌ی روبرو را برای تابع g بیابید.

$$g(0/9) + g(-2) + g(1) - g(0) + g(2) = 3 + 3 + 1 + 3 + 3 = 15$$

(۲ نمره)

نمره به حروف:

نمره به عدد:

نام و نام خانوادگی:

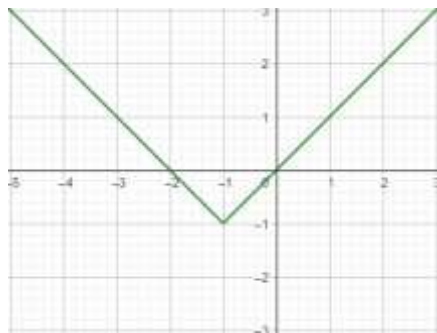
۱۰) اگر $f(x) = \left\lfloor \frac{2x+1}{3} \right\rfloor$, $g(x) = \text{sign}(3x - 2)$ و $h(x) = 2|x - 1| + 1$ باشند، حاصل موارد خواسته شده را بیابید.

$$g(f(\sqrt{2})) = g(1) = 1$$

$$h(f(\pi)) = h(3) = 5$$

$$f(f(-\sqrt{3})) = f(-2) = -2$$

(نمره ۲/۲۵)



۱۱) تابع $f(x) = |x + 1| - 1$ را رسم کنید.

(۱ نمره)

۱۲) اگر $f = \{(-1, 2), (0, 1), (2, 1), (3, 0), (1, 2)\}$ و $g = \{(0, 0), (1, 1), (2, 3), (3, 4), (4, 5)\}$ آنگاه به

سوالهای زیر پاسخ دهید:

الف) تابع $f - g$ را بیابید.

$$f - g = \{(0, 1), (1, 1), (2, -2), (3, -4)\}$$

ب) تابع $\frac{g}{f}$ را به دست آورید.

$$\frac{g}{f} = \{(0, 0), (1, \frac{1}{1}), (2, \frac{2}{1})\}$$

(۲ نمره)

۱۳) اگر $f(x) = x^2 - 3$ و $g(x) = |x - 2|$ آنگاه حاصل $(f - g)(3) - \left(\frac{fg}{f-g}\right)(1)$ را بیابید.

(نمره ۱/۷۵)

$$f(3) - g(3) - \frac{f(1)g(1)}{f(1)-g(1)} = 6 - 1 - \frac{-2 \times 1}{-2-1} = 5 - \frac{1}{3} = \frac{14}{3}$$

۱۴) هر جمله‌ی یک کتاب انگلیسی به طور متوسط ۷ کلمه دارد و شاخص پایه‌ی آموزشی این کتاب ۱۱ می‌باشد. چند درصد لغات این کتاب دشوار هستند؟

$$11 = [x + 7 \times 0.4] \Rightarrow 11 = [x + 2.8] \Rightarrow 11 \leq x + 2.8 < 12 \Rightarrow 8.2 \leq x < 9.2$$

(۱ نمره)

۱۵) فروش کالای یک کارخانه در ۵ سال متوالی به صورت زیر ارائه شده است.

سال x	۱	۲	۳	۴	۵
فروش y	۶	۹	۱۱	۱۵	۱۹

الف) در سال دهم فروش این شرکت چقدر خواهد بود؟

$$19 - 6 = 13 \Rightarrow 19 + 13 = 32$$

ب) میانگین فروش ۷ سال اول این شرکت چقدر خواهد بود؟

سال‌های ششم و هفتم حدوداً به ترتیب برابر با ۲۱ و ۲۴ می‌باشد. پس میانگین حدوداً برابر با است با

$$\frac{6 + 9 + 11 + 15 + 19 + 21 + 24}{7} = 15$$

(۲ نمره)