



۱ در ذوزنقه‌ای به طول قاعده‌های ۶ و ۹ و ارتفاع ۲ واحد، امتداد دو ساق در نقطه‌ی M متقاطع‌اند. فاصله‌ی M از قاعده‌ی بزرگ‌تر، چه قدر است؟

- ۱) ۵ ۲) ۶ ۳) ۷ ۴) ۸

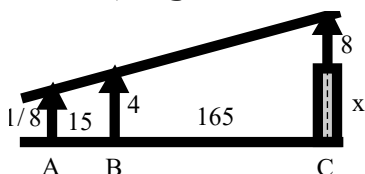
۲ در مثلث قائم الزاویه به طول اضلاع قائم ۶ و ۸ واحد فاصله نقطه‌ی تلاقی میانه‌ها از بزرگترین ضلع این مثلث کدام است؟

- ۱) ۱٫۵ ۲) ۱٫۶ ۳) ۱٫۸ ۴) ۲

۳ در ذوزنقه‌ی متساوی‌الساقین به قاعده‌ی ۱۲ و ۴ طول ارتفاع وارد بر قاعده ۴ است، اوساط اضلاع را بهم وصل می‌کنیم. محیط چهارضلعی حاصل چقدر است؟

- ۱) $4\sqrt{5}$ ۲) $8\sqrt{5}$ ۳) $4\sqrt{10}$ ۴) $8\sqrt{10}$

۴ در شکل مقابل دکل به طول ۸ متر بر بالای برجی نصب شده است. دید چشمی ناظر به ارتفاع ۱٫۸ متر، از ارتفاع دکل و تیرک ۴ متری در یک راستا است. بلندی برج چند متر است؟

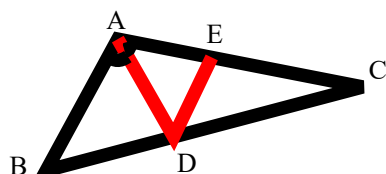


- ۱) ۱۹٫۸ ۲) ۲۰٫۲ ۳) ۲۰٫۸ ۴) ۲۱٫۲

۵ در مثلث قائم الزاویه $(\hat{A} = \frac{\pi}{2})ABC$ اگر $AC = 2AB$ ، ارتفاع AH رسم شده است. مساحت مثلث ABC چند برابر مساحت مثلث ABH است؟

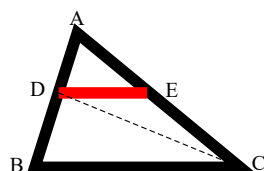
- ۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

۶ در شکل مقابل $5AB = 3AC = 60$ و AD نیمساز زاویه‌ی A است. $DE \parallel AB$ ، اندازه‌ی EC کدام است؟



- ۱) ۱۲ ۲) ۱۲٫۵ ۳) ۱۳٫۵ ۴) ۱۵

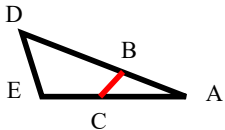
۷ در شکل مقابل $\frac{AD}{AB} = \frac{3}{7}$ ، $DE \parallel BC$ ، مساحت مثلث ADE چند درصد مثلث DEC است؟



- ۱) ۷۰ ۲) ۸۴ ۳) ۷۸ ۴) ۷۵



۸ در شکل اگر $AB = 2$ و $BD = 5$ و $AC = EC = x$ و دو مثلث ABC و ADE متشابه باشند، آنگاه:



۲ $x = 2\sqrt{7}$

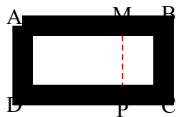
۱ $x = \sqrt{7}$

۴ $x = 4\sqrt{7}$

۳ $x = \sqrt{14}$

۹ چند نقطه مانند M روی ضلع AB از مستطیل $ABCD$ وجود دارد که اگر از آن نقطه به CD عمود شود و

نقطه‌ی P به دست آید، اگر $AB = 10$ و $BC = 4$ ، آنگاه دو مستطیل $ABCD$ و $MBCP$ متشابه باشند؟



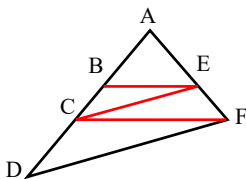
۲ ۱

۱ صفر

۴ بی شمار

۳ ۲

۱۰ در شکل مقابل $BE \parallel CF$ و $CE \parallel DF$ است. اگر $AB = 5$ و $BC = 3$ ، آنگاه اندازه‌ی CD کدام است؟



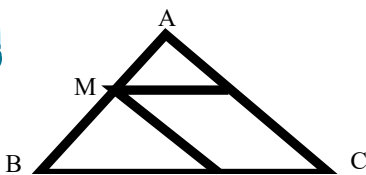
۲ ۴٫۸

۱ ۴٫۵

۴ ۵٫۶

۳ ۵٫۴

۱۱ در شکل مقابل، $AM = \frac{2}{3}MB$ و چهارضلعی متوازی الاضلاع است. مساحت متوازی الاضلاع چند درصد



مساحت مثلث ABC است؟

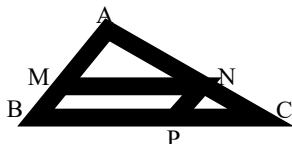
۲ ۵۰

۱ ۴۸

۴ ۶۰

۳ ۵۴

۱۲ در شکل مقابل $\frac{MA}{MB} = \frac{3}{2}$ است. مساحت متوازی الاضلاع $MNPB$ چند درصد مساحت مثلث ABC است؟



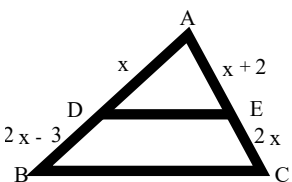
۲ ۵۲

۱ ۴۸

۴ ۵۶

۳ ۵۴

۱۳ در شکل مقابل $DE \parallel BC$ است، طول AB برابر کدام است؟



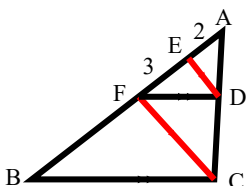
۲ ۶

۱ ۱۵

۴ ۲۱

۳ ۱۲

۱۴ در شکل مقابل $ED \parallel FC$ و $FD \parallel BC$ است. طول FB کدام است؟



۲ ۴

۱ ۴٫۵

۴ ۶

۳ ۷٫۵

۱۵ اگر $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4}$ عدد a چه کسری از $a + b + c$ است؟

۴ $\frac{1}{6}$

۳ $\frac{7}{9}$

۲ $\frac{2}{9}$

۱ $\frac{2}{7}$



۱۶) نقاط M و N و P وسط‌های اضلاع مثلث ABC هستند. اگر محیط مثلث MNP برابر ۶ باشد، محیط مثلث ABC کدام است؟

۱۸ (۴)

۷٫۵ (۳)

۹ (۲)

۱۲ (۱)

۱۷) دو مثلث متشابه‌اند. اگر طول یک میانه مثلث بزرگ‌تر، a و طول میانه نظیر آن در مثلث کوچک‌تر، b باشد، نسبت میانه‌های مثلث کوچک‌تر به میانه‌های نظیر مثلث بزرگ‌تر چیست؟

$\frac{a}{a+b}$ (۴)

$\frac{b}{a+b}$ (۳)

$\frac{b}{a}$ (۲)

$\frac{a}{b}$ (۱)

۱۸) در مثلث قائم‌الزاویه ABC ($A = 90^\circ$) زاویه B برابر 30° است. چنانچه H پای ارتفاع AH باشد، نسبت مساحت دو مثلث ABH و AHC کدام است؟

۳ (۴)

$\frac{5}{2}$ (۳)

۲ (۲)

$\frac{3}{2}$ (۱)

۱۹) از نقطه‌ی M واقع بر امتداد ضلع BC ، خطی رسم می‌کنیم تا اضلاع AC و AB را به ترتیب در N و P قطع کند. مقدار $\frac{BM}{CM} \times \frac{CN}{AN}$ برابر کدام است؟

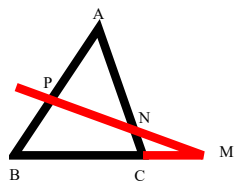
$\frac{AP}{BP}$ (۲)

$\frac{BP}{AP}$ (۱)

$\frac{BP}{AB}$ (۴)

$\frac{AP}{AB}$ (۳)

۲۰) از نقطه‌ی M واقع بر امتداد ضلع BC ، خطی رسم می‌کنیم تا اضلاع AC و AB را در N و P قطع کند. مقدار $\frac{BM}{CM} \times \frac{CN}{AN} \times \frac{AP}{BP}$ برابر کدام است؟



$\frac{1}{2}$ (۴)

S (مساحت مثلث) (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۲۱) اگر نسبت مساحت دو شکل متشابه سه برابر نسبت تشابه آن‌ها باشد، نسبت تشابه آن دو شکل کدام است؟

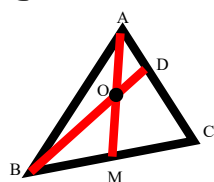
$\frac{1}{3}$ (۴)

$\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۳)

$\frac{2}{3}$ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)

۲۲) در مثلث ABC ، خط AM میانه‌ی BC و نقطه‌ی O وسط آن است. اگر خط OB ضلع AC را در D قطع کند و $OB = ۱۲$ باشد، OD برابر کدام است؟



۴ (۲)

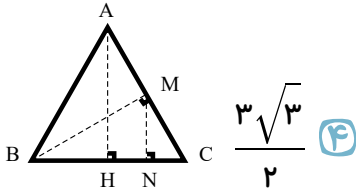
۲ (۱)

۸ (۴)

۶ (۳)



۲۳) اگر مثلث ABC شکل مقابل متساوی الساقین باشد و $AB = AC$ و $AH = 3$ و $BM \perp AC$ و $MN = 2$ ، آن گاه اندازه NC کدام است؟



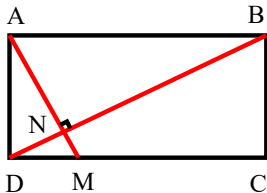
$$3\sqrt{3} \quad (3)$$

$$2\sqrt{2} \quad (2)$$

$$\sqrt{2} \quad (1)$$

$$\frac{3\sqrt{3}}{2} \quad (4)$$

۲۴) در مستطیل $ABCD$ چنانچه $AB = 2BC$ و $AM \perp BD$ و آن گاه نسبت $\frac{DM}{AM}$ کدام است؟



$$2 \quad (2)$$

$$4 \quad (4)$$

$$1 \quad (1)$$

$$3 \quad (3)$$

۲۵) طول ضلع های مثلثی ۳ و ۴ و ۵ است، طول ضلع های مثلثی که متشابه با این مثلث است و عدد محیط و مساحت آن یکی است، کدام است؟

$$\frac{5}{4} \text{ و } \frac{3}{4} \quad (4)$$

$$10 \text{ و } 8 \text{ و } 6 \quad (3)$$

$$5 \text{ و } 4 \text{ و } 3 \quad (2)$$

$$\frac{5}{2} \text{ و } \frac{4}{2} \text{ و } \frac{3}{2} \quad (1)$$

۲۶) مساحت دوزنقه ای ۱۲ واحد مربع است. اگر ارتفاع آن ۳ واحد باشد، طول خطی که اوساط دو ساق را به هم وصل می کند، کدام است؟

$$4,5 \quad (4)$$

$$4 \quad (3)$$

$$3,5 \quad (2)$$

$$3 \quad (1)$$

۲۷) در مثلث ABC به اضلاع $AB = 6$ و $AC = 4$ و $BC = 4$ نقاط D و E و F را به ترتیب بر AB و BC و AC انتخاب کرده ایم. اگر چهارضلعی $ADEF$ لوزی باشد، طول AD کدام است؟

$$\frac{12}{5} \quad (4)$$

$$3 \quad (3)$$

$$\frac{5}{2} \quad (2)$$

$$2 \quad (1)$$

۲۸) نسبت مساحت های دو پنج ضلعی منتظم برابر با $\frac{4}{9}$ است. اگر اندازه ی ضلع یکی از آن ها ۶ باشد، اندازه ی ضلع دیگر برابر کدام است؟

$$12 \text{ یا } 5 \quad (4)$$

$$8 \text{ یا } 9 \quad (3)$$

$$9 \text{ یا } 4 \quad (2)$$

$$8 \text{ یا } 4 \quad (1)$$

۲۹) واسطه ی هندسی اعداد $\sqrt{3}$ و $\frac{\sqrt{3}}{4}$ کدام عدد است؟

$$\frac{3}{4} \quad (4)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{4} \quad (3)$$

$$\frac{3}{2} \quad (2)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (1)$$



۳۰ اگر نسبت تشابه دو لوزی متشابه $ABCD$ و $A'B'C'D'$ برابر $\frac{2}{3}$ باشد و اقطار لوزی $ABCD$ ، مقدار ۶ و ۸ سانتی متر باشند، مساحت لوزی $A'B'C'D'$ چند سانتی متر مربع است؟

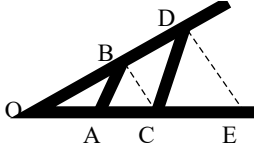
۱۰۲ (۴)

۵۴ (۳)

۹۶ (۲)

۹۰ (۱)

۳۱ در شکل زیر $AB \parallel CD$ و $BC \parallel DE$ و $OA = ۴$ و $AC = ۶$ است. اندازه ی CE کدام است؟



۱۵ (۲)

۱۲ (۱)

۱۸ (۴)

۱۶ (۳)

۳۲ در دو مثلث متشابه ABC و $A'B'C'$ ، $\frac{A'C'}{A'B'} = \frac{A'M'}{AM} = ۲$ ، اگر AM و $A'M'$ به ترتیب میانه های رأس A و A' باشند، نسبت $\frac{S_{A'B'M'}}{S_{ABC}}$ چقدر است؟

۴ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

 $\frac{1}{2}$ (۱)

۳۳ مثلثی به اضلاع ۳ و ۵ و ۷ با مثلثی به اضلاع ۵ و x و y متشابه است. اگر $x, y > ۵$ باشند، $x + y$ کدام است؟

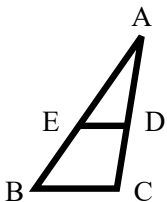
۲۱ (۴)

 $\frac{۶۱}{۳}$ (۳)

۲۰ (۲)

 $\frac{۵۸}{۳}$ (۱)

۳۴ در دوزنقه ی $ABCD$ اگر $AB = ۳$ و $CD = ۶$ و M و N روی دو ساق AD و BC باشند طوری که $AD = \frac{1}{3} BC$ ، آن گاه:

 $MN = ۵$ (۴) $MN = ۴$ (۳) $MN = \frac{۹}{۲}$ (۲) $MN = \frac{۱۳}{۴}$ (۱)

۳۵ در شکل مقابل $\angle B = \angle E$ و $AE = ۸$ و $ED = ۶$ و $BC = ۹$ است. طول BE کدام است؟

۴٫۲ (۲)

۴ (۱)

۴٫۶ (۴)

۴٫۴ (۳)

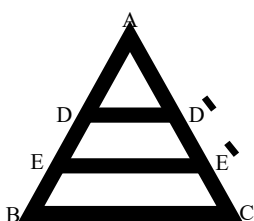
۳۶ در شکل روبرو $BC = ۸$ و $AD = DE = EB$ و $DD' \parallel EE' \parallel BC$ است. مقدار $DD' + EE'$ کدام است؟

۹ (۲)

۶ (۱)

۱۲ (۴)

۸ (۳)





۳۷ در مثلث ABC داریم: $M \in AB$ و $N \in AC$ و $MN \parallel BC$. اگر MN مساحت مثلث را به دو قسمت مساوی تقسیم کرده باشد، آن گاه $\overline{BC}$ با کدام برابر است؟

۴ $\sqrt{2}$

۳ $\frac{1}{4}$

۲ $\frac{1}{2}$

۱ $\frac{\sqrt{2}}{2}$

۳۸ میانگین هندسی دو عدد ۱۴ است. حاصل ضرب آن دو عدد کدام است؟

۴ ۱۹۶

۳ ۱۸۲

۲ ۱۷۶

۱ ۱۶۹

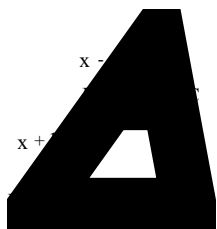
۳۹ در شکل مقابل $BC \parallel DE$ است. مقدار x کدام است؟

۲ ۲٫۵

۱ ۲

۴ ۳٫۵

۳ ۳



۴۰ اندازه‌ی محیط‌های دو مثلث متشابه به ترتیب ۱۵ و ۸ واحد است. اگر مساحت مثلث بزرگ‌تر ۲۵ واحد مربع باشد، مساحت مثلث کوچک‌تر کدام است؟

۴ $6\frac{2}{9}$

۳ $7\frac{2}{9}$

۲ $6\frac{1}{9}$

۱ $7\frac{1}{9}$

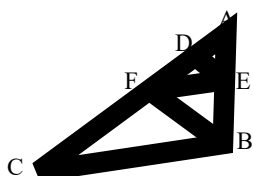
۴۱ در شکل مقابل $DE \parallel BF$ و $EF \parallel BC$ و $AD = 2$ و $FD = 4$ می‌باشد. طول FC چقدر است؟

۲ ۸

۱ ۱۲

۴ ۹

۳ ۶



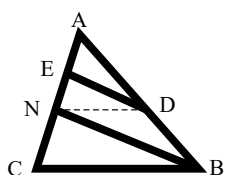
۴۲ در شکل مقابل $DN \parallel BC$ و $DE \parallel BN$ و $AE = 4$ و $EN = 6$ ، اندازه‌ی AC کدام است؟

۲ ۲۰

۱ ۱۸

۴ ۲۵

۳ ۲۴



۴۳ اگر $3a = 7b$ باشد، آن گاه کدام رابطه درست است؟ ($a, b \neq 0$)

۴ $b = 6$

۳ $\frac{b}{b-a} = \frac{3}{7}$

۲ $\frac{3}{b} = \frac{3}{10}$

۱ $\frac{a}{a-b} = \frac{3}{7}$

۴۴ زوایای خارجی مثلثی با اعداد ۳، ۷ و ۸ متناسب‌اند. اندازه‌ی کوچکترین زاویه‌ی داخلی این مثلث کدام است؟

۴ 72°

۳ 36°

۲ 120°

۱ 20°

۴۵ اگر $a_1 = \frac{a_2}{2} = \frac{a_3}{3} = \dots = \frac{a_n}{n}$ ، آنگاه حاصل $a_1 + a_2 + \dots + a_n$ چند برابر a_1 است؟

۴ $2n(n+1)$

۳ $\frac{n(n+1)}{2}$

۲ $n(n+1)$

۱ n



۴۶ اگر $\frac{b}{d} = \frac{a}{c} = k$ و $k > 0$ ، آنگاه حاصل $\sqrt{\frac{2a^2 + 3c^2}{2b^2 + 3d^2}}$ کدام است؟

- ۱ k ۲ $-k$ ۳ $\frac{1}{k}$ ۴ $-\frac{1}{k}$

۴۷ روی پاره خط $AB = a$ دو نقطه M و N را به قسمتی اختیار می‌کنیم که $AN = MB = 2$. در این صورت طول پاره خط MN چقدر است؟

- ۱ $\frac{a}{4}$ ۲ $\frac{a}{2}$ ۳ $\frac{a}{3}$ ۴ $\frac{2a}{3}$

۴۸ در شکل زیر $OA = 2$ و $OB = 4$ و $OC = 5$ و $OD = 7$ می‌باشد، نقطه P بین B و C طوری قرار



دارد که $\overline{PD} = \overline{PC}$ ، در این صورت OP کدام است؟

- ۱ $4,6$ ۲ $5,3$ ۳ $5,5$ ۴ $4,5$

۴۹ اندازه‌ی اضلاع مثلثی ۶، ۸ و ۱۰ می‌باشد. اگر این مثلث با مثلثی به محیط ۷۲ متشابه باشد، آنگاه مساحت مثلث دوم کدام است؟

- ۱ 24 ۲ 48 ۳ 108 ۴ 216

۵۰ مثلثی به اضلاع $2x$ ، $2x - 2$ ، $x + 2$ و مساحت $4\sqrt{3}$ با مثلثی به مساحت $16\sqrt{3}$ و محیط ۲۴ متشابه است. x کدام است؟

- ۱ $\sqrt{2}$ ۲ $\sqrt{3}$ ۳ 2 ۴ 3

۵۱ در مثلث ABC به چه فاصله‌ای از رأس A خط موازی با BC رسم کنیم تا مساحت مثلث نصف شود؟ (h ارتفاع وارد بر BC است.)

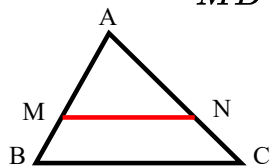
- ۱ $\frac{1}{2}h$ ۲ $\frac{2}{3}h$ ۳ $\frac{\sqrt{2}}{2}h$ ۴ $\frac{1}{3}h$

۵۲ اگر از نقطه‌ی تلاقی میانه‌های یک مثلث خطی به موازات یک ضلع مثلث رسم کنیم، آنگاه مثلث به دو قسمت تقسیم می‌شود. نسبت مساحت‌های این دو قسمت کدام است؟

- ۱ $\frac{3}{4}$ ۲ $\frac{9}{4}$ ۳ $\frac{4}{5}$ ۴ $\frac{3}{5}$



۵۳ در شکل مقابل مساحت مثلث AMN با مساحت دوزنقه‌ی $MNCB$ برابر است. نسبت MB کدام است؟



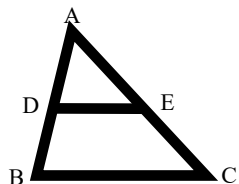
$$\frac{\sqrt{2}+1}{2} \quad (2)$$

$$\sqrt{2} \quad (1)$$

$$\sqrt{2}+1 \quad (4)$$

$$2 \quad (3)$$

۵۴ در شکل زیر نقاط D و E روی اضلاع AB و AC طوری قرار دارند که: $\frac{AB}{3} = AC = \frac{1}{3}$. اگر طول BC برابر با ۱۵ باشد، طول DE کدام است؟



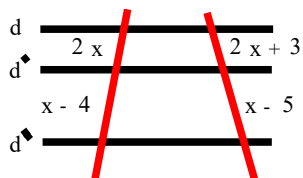
$$8 \quad (2)$$

$$5 \quad (1)$$

$$12 \quad (4)$$

$$10 \quad (3)$$

۵۵ در شکل زیر سه خط d ، d' و d'' موازی‌اند. مقدار x چقدر است؟



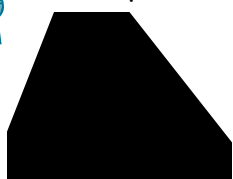
$$2,4 \quad (2)$$

$$2,3 \quad (1)$$

$$2,6 \quad (4)$$

$$2,5 \quad (3)$$

۵۶ در شکل زیر $BC = 18$ و اضلاع AB و AC توسط خط موازی با قاعده به قسمت برابر تقسیم شده‌اند.



$$63 \quad (4)$$

$$45 \quad (3)$$

$$36 \quad (2)$$

$$27 \quad (1)$$

۵۷ از نقطه‌ی M وسط ضلع BC از مثلث ABC خطی موازی با AB رسم می‌کنیم تا نیمساز داخلی $\hat{A}$ را در نقطه

N قطع کند. اگر $AC = 12$ و $AB = 6$ ، اندازه‌ی MN کدام است؟

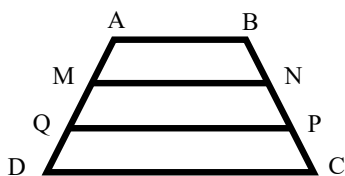
$$6 \quad (4)$$

$$4 \quad (3)$$

$$3 \quad (2)$$

$$9 \quad (1)$$

۵۸ در شکل زیر MN و PQ اضلاع AD و BC را به سه قسمت مساوی تقسیم کرده‌اند. مساحت دوزنقه‌ی



$$\frac{1}{4} \quad (2)$$

$$\frac{1}{3} \quad (1)$$

$$\frac{4}{5} \quad (4)$$

$$\frac{2}{5} \quad (3)$$

۵۹ در دوزنقه‌ی شکل زیر $BM = MD$ و $AN = NC$. اگر $CD = 3AB$ باشد، آنگاه:



$$PQ = \frac{CD}{6} \quad (2)$$

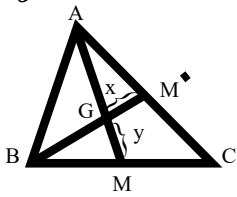
$$PQ = \frac{2CD}{3} \quad (1)$$

$$PQ = \frac{CD}{3} \quad (4)$$

$$PQ = \frac{4CD}{9} \quad (3)$$



۶۰ در شکل زیر، AM و BM' میانه‌های اضلاع BC و AC هستند. اگر $AM = ۴$ و $BM' = ۶$ ، حاصل y چقدر است؟



۴/۳ (۴)

۳/۲ (۳)

۲/۳ (۲)

۱/۲ (۱)

۶۱ در مثلث ABC طول ارتفاع AH برابر با ۹ واحد می‌باشد. فاصله‌ی مرکز ثقل از ضلع BC چقدر است؟

۴٫۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

۶۲ اوساط اضلاع یک چهار ضلعی محدب را به هم وصل کرده‌ایم. چهار ضلعی حاصل الزاماً کدام گزینه است؟

متوازی الاضلاع (۴)

دوزنقه (۳)

مستطیل (۲)

لوزی (۱)

۶۳ اوساط اضلاع یک چهار ضلعی را به هم وصل می‌کنیم و شکل حاصل مربع می‌گردد. نوع چهار ضلعی کدام می‌تواند باشد؟

متوازی الاضلاع (۴)

مربع (۳)

مستطیل (۲)

لوزی (۱)

۶۴ اوساط اضلاع یک چهار ضلعی را به هم وصل کرده‌ایم. اگر مجموع طول دو قطر این چهار ضلعی ۲۱ باشد، محیط چهار ضلعی ایجاد شده چقدر است؟

۱۰٫۵ (۴)

۱۵ (۳)

۲۱ (۲)

۴۲ (۱)

۶۵ اوساط اضلاع یک چهار ضلعی محدب را به هم وصل کرده‌ایم. مساحت چهار ضلعی ایجاد شده چه کسری از مساحت چهار ضلعی اولیه است؟

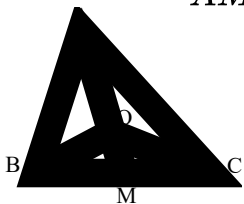
۳/۴ (۴)

۲/۳ (۳)

۱/۲ (۲)

۱/۴ (۱)

۶۶ در شکل مقابل، مساحت مثلث‌های ABC و OBC را به ترتیب S و S' می‌نامیم. نسبت AM کدام است؟



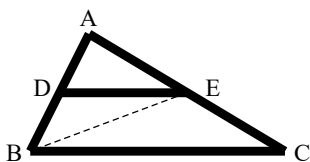
$(\frac{S}{S'})^2$ (۲)

S (۴)

$\sqrt{\frac{S}{S'}}$ (۱)

S (۳)

۶۷ در مثلث ABC ، پاره خط DE موازی ضلع BC و $AD = \frac{۴}{۵}BD$ است. مساحت مثلث EBC چند برابر مساحت مثلث EBD است؟



۲٫۲۵ (۲)

۲٫۷۵ (۴)

۲ (۱)

۲٫۵ (۳)



۶۸ در یک مثلث قائم الزاویه، اضلاع قائم به نسبت ۲ به ۳ هستند. اگر از پای ارتفاع وارد بر وتر به وسط اضلاع قائم، دو پاره خط HM و HN را رسم کنیم، نسبت آن‌ها چقدر است؟

۴ $\frac{3}{5}$

۳ $\frac{2}{3}$

۲ $\frac{2}{5}$

۱ $\frac{4}{9}$

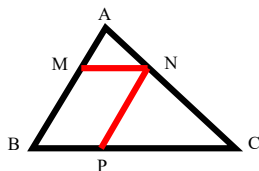
۶۹ در شکل رو به رو $\frac{2}{7} = BC$ است. مساحت متوازی الاضلاع چه کسری از شکل است؟

۲ تقریباً ۴۰ درصد

۱ تقریباً ۵۸ درصد

۴ تقریباً ۴۶ درصد

۳ تقریباً ۶۸ درصد



۷۰ مثلثی به اضلاع ۳، ۴ و ۶ با مثلث دیگر به اضلاع y ، x و ۱ متشابه است. $x + y$ کدام نمی‌تواند باشد؟

۴ $\frac{10}{3}$

۳ $\frac{8}{5}$

۲ $\frac{9}{4}$

۱ $\frac{7}{6}$

۷۱ مثلثی به اضلاع ۳، ۴ و ۶ با مثلث دیگری به اضلاع ۲، x و y متشابه است. حداقل مقدار $x + y$ کدام است؟

۴ $\frac{26}{3}$

۳ ۸

۲ $\frac{7}{3}$

۱ $\frac{20}{3}$

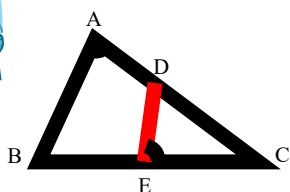
۷۲ در شکل مقابل، $\hat{A} = \hat{B}$ ، کدام گزینه با BA برابر است؟

۲ $\overline{AC}$

۱ $\overline{CD}$

۴ $\overline{EC}$

۳ $\overline{AD}$



۷۳ در دو مثلث متشابه، نسبت مساحت‌ها $\frac{16}{25}$ است. اگر یکی از ارتفاع‌های مثلث کوچک‌تر ۲ باشد، طول ارتفاع

متناظر آن در مثلث بزرگ‌تر کدام است؟

۴ $2\frac{1}{5}$

۳ $2\frac{2}{5}$

۲ ۳

۱ $4\frac{1}{5}$

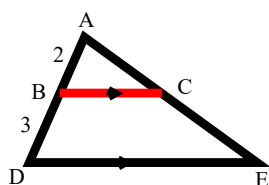
۷۴ در شکل مقابل، مساحت ذوزنقه چه کسری از مساحت مثلث بزرگ‌تر است؟

۲ $\frac{9}{25}$

۱ $\frac{21}{25}$

۴ $\frac{3}{5}$

۳ $\frac{4}{25}$



۷۵ در مثلث قائم الزاویه ABC ، اضلاع قائم $AB = 2$ و $AC = \sqrt{5}$ است. از وسط ضلع متوسط (نقطه‌ی

M)، عمود MH را بر وتر وارد می‌کنیم. اندازه‌ی CH کدام است؟

۴ $\frac{1}{3}$

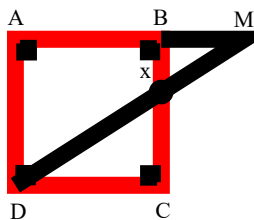
۳ $\frac{1}{6}$

۲ $\frac{7}{6}$

۱ $\frac{5}{6}$



۷۶ در مربعی به ضلع ۲ واحد، یکی از اضلاع را به اندازهی ۱ $BM =$ امتداد داده‌ایم، x برابر است با:



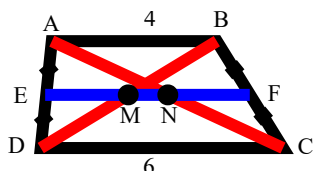
۱/۲ (۲)

۳/۴ (۴)

۲/۳ (۱)

۱/۳ (۳)

۷۷ در ذوزنقهی $ABCD$ خطی موازی دو قاعده از وسط دو ساق گذشته است. اندازهی MN برابر است با:



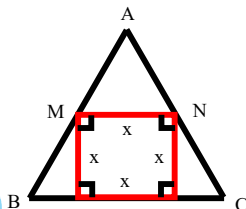
۲ (۲)

۴ (۴)

۱ (۱)

۳ (۳)

۷۸ در داخل مثلث متساوی‌الاضلاعی به ضلع $\sqrt{3}$ ، یک مربع محاط شده است. ضلع این مربع کدام است؟



$3(2 - \sqrt{3})$ (۲)

$4 - \sqrt{3}$ (۴)

$2(3 - \sqrt{3})$ (۱)

$2 - \sqrt{3}$ (۳)

۷۹ مثلثی به اضلاع ۲، ۳ و ۴ با مثلثی که یک ضلع آن ۱ می‌باشد، متشابه است. محیط مثلث دوم کدام عدد نمی‌تواند باشد؟

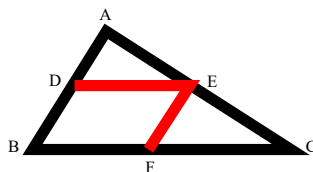
۶ (۴)

۳ (۳)

$\frac{9}{2}$ (۲)

$\frac{9}{4}$ (۱)

۸۰ در شکل مقابل، مساحت مثلث ADE ، ۱۶ درصد کل شکل است. مساحت مثلث EFC چه کسری از کل شکل است؟ ($BDEF$ متوازی الاضلاع است.)



$\frac{36}{100}$ (۲)

$\frac{16}{100}$ (۴)

$\frac{25}{100}$ (۱)

$\frac{49}{100}$ (۳)

۸۱ در مثلث قائم الزاویه‌ای که نسبت اضلاع قائم آن $\frac{2}{3}$ است، ارتفاع وارد بر وتر، آن را به دو قسمت تقسیم می‌کند. مساحت مثلث اولیه چند برابر مساحت کوچک‌ترین مثلث است؟

$\frac{25}{6}$ (۴)

$\frac{25}{3}$ (۳)

$\frac{25}{2}$ (۲)

$\frac{5}{1}$ (۱)

۸۲ مثلثی به اضلاع ۲، ۳ و ۴ با مثلث دیگر به اضلاع a ، ۵ و b متشابه است. بیشترین مقدار $a + b$ کدام است؟

$\frac{5}{12}$ (۴)

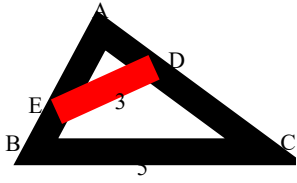
$\frac{5}{15}$ (۳)

$\frac{5}{17}$ (۲)

$\frac{5}{22}$ (۱)



۸۳ در چهارضلعی $BCDE$ ، زاویه‌های مقابل، مکمل هستند. مساحت چهارضلعی چند برابر کوچک‌ترین مثلث است؟



$$\frac{25}{16} \quad (2)$$

$$\frac{5}{3} \quad (4)$$

$$\frac{25}{9} \quad (1)$$

$$\frac{16}{9} \quad (3)$$

۸۴ در مثلث قائم‌الزاویه با اضلاع قائم $\sqrt{7}$ و ۳، ارتفاع وارد بر وتر، آن را به دو مثلث تقسیم می‌کند. مساحت قسمت بزرگ‌تر چند برابر مساحت قسمت کوچک‌تر است؟

$$\frac{7}{3} \quad (4)$$

$$\frac{3}{\sqrt{7}} \quad (3)$$

$$\frac{4}{3} \quad (2)$$

$$\frac{7}{3} \quad (1)$$

۸۵ مثلثی به اضلاع ۴، ۳، a با مثلث دیگری به اضلاع b ، ۵، ۳ متشابه است. مقدار b کدام نمی‌تواند باشد؟

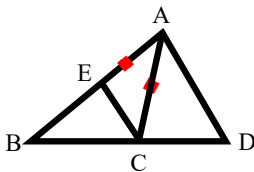
$$\frac{20}{3} \quad (4)$$

$$\frac{12}{5} \quad (3)$$

$$\frac{15}{4} \quad (2)$$

$$\frac{9}{4} \quad (1)$$

۸۶ در شکل مقابل $AE = AC$ ، $CE \parallel AD$ است. اگر $AB = 11$ ، $AC = 5$ و $BC = 9$ باشد، اندازه‌ی DC کدام است؟



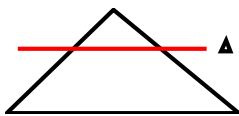
$$8 \quad (2)$$

$$8.5 \quad (4)$$

$$7 \quad (1)$$

$$7.5 \quad (3)$$

۸۷ در مثلثی خط Δ موازی یک ضلع آن، ضلع دیگر را به دو پاره خط به نسبت ۲ و ۳ تقسیم کرده است. مساحت مثلث حاصل از تقسیم، چند درصد مساحت مثلث اصلی است؟



$$16 \quad (4)$$

$$24 \quad (3)$$

$$32 \quad (2)$$

$$36 \quad (1)$$

۸۸ در دو چهارضلعی متشابه نسبت دو قطر متناظر از آنها برابر $\frac{2}{3}$ است. اگر مساحت چهارضلعی کوچک‌تر ۳۶ واحد مربع باشد، مساحت چهارضلعی بزرگ‌تر کدام است؟

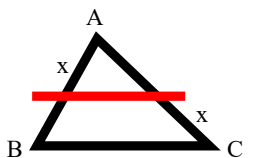
$$54 \quad (4)$$

$$48 \quad (3)$$

$$72 \quad (2)$$

$$81 \quad (1)$$

۸۹ در شکل مقابل، پاره خطی موازی BC رسم شده است و $AB = \frac{2}{5}AC$ است. اندازه‌ی x چند برابر AB است؟



$$\frac{7}{3} \quad (4)$$

$$7 \quad (3)$$

$$\frac{3}{5} \quad (2)$$

$$\frac{2}{5} \quad (1)$$



۹۰ در یک مثلث قائم الزاویه، ارتفاع وارد بر وتر، مثلث مفروض را به دو جزء تقسیم می‌کند. اگر مساحت مثلث کوچک‌تر $\frac{1}{10}$ مساحت مثلث اصلی باشد، نسبت فواصل پای ارتفاع از دو ضلع قائم آن کدام است؟

$$\frac{2}{3} \text{ (۴)}$$

$$\frac{3}{5} \text{ (۳)}$$

$$\frac{1}{2} \text{ (۲)}$$

$$\frac{1}{3} \text{ (۱)}$$

۹۱ در شکل زیر نقاط N, S و H به ترتیب وسط اضلاع PI, RI و PR هستند. اگر مساحت مثلث PRI برابر با 12 cm^2 باشد، مساحت مثلث HSN چند سانتی‌متر مربع است؟

$$4 \text{ (۲)}$$

$$6 \text{ (۱)}$$

$$3 \text{ (۴)}$$

$$8 \text{ (۳)}$$



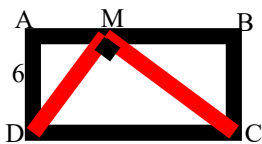
۹۲ در شکل روبه‌رو، چهارضلعی $ABCD$ مستطیل و مثلث DMC قائم الزاویه و $AD = 6$ می‌باشد. حاصل $AM \times MB$ کدام است؟

$$24 \text{ (۲)}$$

$$36 \text{ (۱)}$$

$$12 \text{ (۴)}$$

$$20 \text{ (۳)}$$



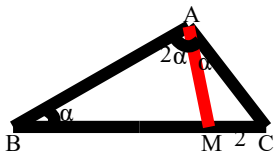
۹۳ در مثلث ABC ، $\hat{A} = 3\hat{B}$ است. نقطه‌ی M به فاصله‌ی ۲ از رأس C روی ضلع BC طوری قرار گرفته است که AM ، زاویه‌ی A را به نسبت ۲ به ۱ تقسیم می‌کند. اگر $AC = 3$ باشد، BM چقدر است؟

$$3 \text{ (۲)}$$

$$2.5 \text{ (۱)}$$

$$4.5 \text{ (۴)}$$

$$4 \text{ (۳)}$$



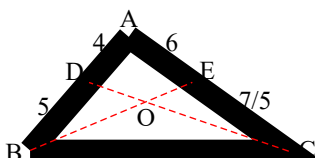
۹۴ در شکل مقابل، نسبت مساحت مثلث OBD به مساحت مثلث OCE کدام است؟

$$\frac{4}{5} \text{ (۲)}$$

$$\frac{2}{3} \text{ (۱)}$$

$$1 \text{ (۴)}$$

$$\frac{5}{6} \text{ (۳)}$$



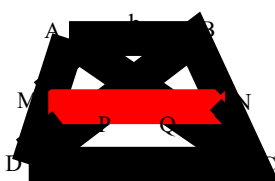
۹۵ در مثلث ABC ، AD ارتفاع وارد بر ضلع BC بوده که ارتفاع وارد بر ضلع AC را در نقطه‌ی H قطع می‌کند. اگر $AD = 2$ ، $DC = 4$ و $BD = 3$ باشد، آن‌گاه طول DH چقدر است؟

$$\frac{2\sqrt{5}}{2} \text{ (۴)}$$

$$\frac{3}{2} \text{ (۳)}$$

$$\frac{5}{2} \text{ (۲)}$$

$$\frac{\sqrt{5}}{2} \text{ (۱)}$$



۹۶ در ذورنقه‌ی مقابل، نسبت $\overline{PQ}$ چقدر است؟

$$2 \text{ (۲)}$$

$$\overline{b} \text{ (۱)}$$

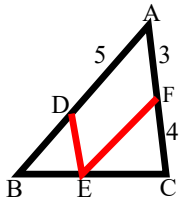
$$3 \text{ (۴)}$$

$$\overline{a - b} \text{ (۳)}$$



۹۷ در دوزنقه‌ی $ABCD$ ، طول‌های دو قاعده‌ی AB و DC به ترتیب ۶ و ۹ واحد است. اگر O نقطه‌ی تلاقی دو قطر و فاصله‌ی نقطه‌ی O از قاعده‌ی بزرگ، ۴ واحد باشد، مساحت دوزنقه، چند واحد مربع است؟

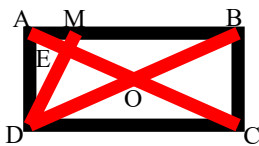
- ۱) ۶۰ ۲) ۵۵ ۳) ۵۲ ۴) ۵۰



۹۸ در شکل مقابل $EF \parallel AB, DE \parallel AC$ ، اندازه‌ی BD کدام است؟

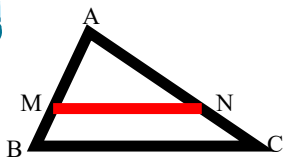
- ۱) $\frac{15}{4}$ ۲) ۴ ۳) $\frac{25}{4}$ ۴) ۵

۹۹ در مستطیل $ABCD$ داریم: $3AB = 4BC = 12AM = 24$ و خط DM قطر AC را در نقطه‌ی E قطع می‌کند. طول EO چه قدر است؟



- ۱) ۳ ۲) $\frac{5}{2}$ ۳) $\frac{8}{3}$ ۴) $\frac{10}{3}$

۱۰۰ در شکل زیر، $MN \parallel BC$ و مساحت مثلث AMN با مساحت دوزنقه‌ی $MNCB$ برابر است. نسبت $\overline{MB}$ برابر است با:



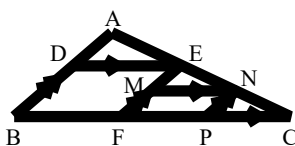
۲) $\frac{\sqrt{2}+1}{2}$

۱) $\sqrt{2}+1$

۴) ۲

۳) $\sqrt{2}$

۱۰۱ در شکل مقابل $DB = \frac{2}{3}$ است و M وسط EF است. نسبت مساحت متوازی‌الاضلاع کوچک‌تر به مساحت مثلث ABC کدام است؟



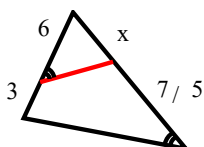
۲) $\frac{8}{10}$

۱) $\frac{18}{10}$

۴) $\frac{24}{10}$

۳) $\frac{12}{10}$

۱۰۲ در شکل مقابل دو زاویه برابرند. مساحت چهارضلعی چند برابر مساحت مثلث کوچک‌تر است؟



۲) ۳

۱) $\frac{2}{5}$

۴) $\frac{4}{5}$

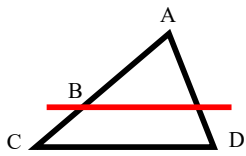
۳) ۴

۱۰۳ محیط دو چهارضلعی متشابه ۲۸ و ۳۵ واحد است. مساحت چهارضلعی کوچک‌تر ۳۲ واحد است. مساحت چهارضلعی بزرگ‌تر کدام است؟

- ۱) ۴۵ ۲) ۵۰ ۳) ۴۰ ۴) ۶۰



۱۰۴ در شکل مقابل $AB = \frac{3}{2}BC$ است و دو خط موازی اند. مساحت مثلث کوچکتر چند درصد مساحت مثلث بزرگتر است؟



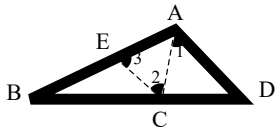
۶۰ (۴)

۵۰ (۳)

۴۸ (۲)

۳۶ (۱)

۱۰۵ در شکل مقابل سه زاویه ی ۱، ۲ و ۳ برابرند. اگر $AC = ۶$ ، $AB = ۱۵$ ، نسبت DC برابر کدام است؟

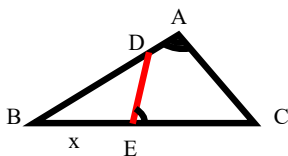


۳ (۲)

۱ (۱)

 $\frac{5}{3}$ (۴) $\frac{5}{2}$ (۳)

۱۰۶ در شکل دو زاویه A و E مکمل یکدیگرند. اگر $AB = ۱۲$ و $AD = ۴$ و $EC = ۱۰$ باشد، اندازه ی BE کدام است؟



۶ (۲)

۵ (۱)

۸ (۴)

۷ (۳)

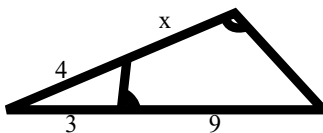
۱۰۷ مثلثی به اضلاع ۶، ۸ و ۱۰ واحد در دایره ای به شعاع ۵ واحد محاط شده است. طول ارتفاع ضلع سوم آن کدام است؟

۶ (۴)

۵ (۳)

۴٫۵ (۲)

۴ (۱)



۱۰۸ در شکل مقابل، دو زاویه ی مقابل چهار ضلعی مکمل اند. اندازه ی x کدام است؟

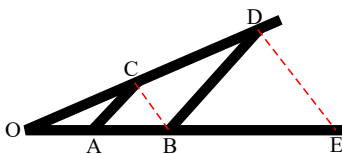
۵٫۵ (۲)

۵ (۱)

۷٫۵ (۴)

۶ (۳)

۱۰۹ در شکل روبه رو، دو جفت پاره خط موازی اند. اگر $OA = ۳$ و $AB = ۵$ ، اندازه ی BE کدام است؟

 $۱۲\frac{2}{3}$ (۲) $۱۳\frac{1}{3}$ (۱) $۱۰\frac{2}{3}$ (۴) $۱۱\frac{1}{3}$ (۳)

۱۱۰ در دوزنقه ای اندازه ی قاعده ها ۹ و ۴ واحد و طول ساق ها ۶ و ۵ واحد است. محیط مثلثی که از امتداد ساق ها در بیرون دوزنقه تشکیل شود، کدام است؟

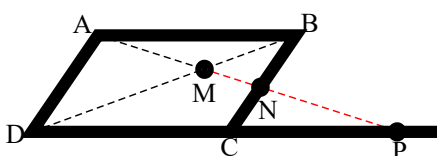
۱۲٫۸ (۴)

۱۲٫۲ (۳)

۱۱٫۶ (۲)

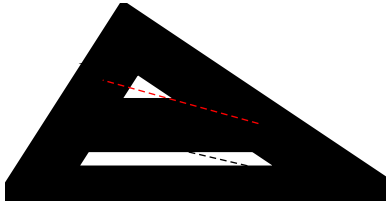
۱۱٫۴ (۱)

۱۱۱ در شکل روبه رو، $ABCD$ متوازی الاضلاع است. حاصل $MP \times MN$ برابر کدام است؟

 AD^2 (۲) AB^2 (۱) MA^2 (۴) MD^2 (۳)



۱۱۲ در دوزنقه‌ی $ABCD$ ، پاره خط BE موازی قطر AC است. اگر $AD = ۷$ و $AE = ۳$ باشد، فاصله‌ی MD کدام است؟



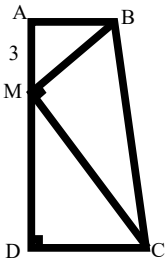
۱۲٫۲۵ (۲)

۱۲ (۱)

۱۲٫۷۵ (۴)

۱۲٫۵ (۳)

۱۱۳ در دوزنقه‌ی قائم‌الزاویه‌ی $ABCD$ ، کوچک‌ترین قاعده ۴، بزرگ‌ترین ساق ۱۳ و نقطه‌ی M روی AD طوری قرار گرفته که $AM = ۳$ و $\hat{BMC} = ۹۰^\circ$ است. طول قاعده‌ی دیگر دوزنقه کدام است؟

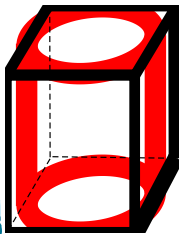


۶٫۴ (۲)

۵٫۴ (۱)

۸٫۲ (۴)

۷٫۲ (۳)



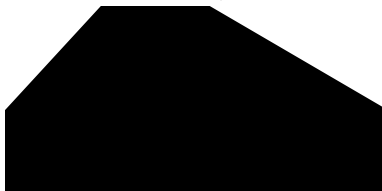
۱۱۴ در مکعبی به ضلع واحد، استوانه‌ای مطابق شکل محاط شده است. حجم این استوانه کدام است؟

 $\frac{\pi}{4}$ (۲) $\frac{\pi}{2}$ (۱)

۸ (۴)

 $\frac{\pi}{6}$ (۳)

۱۱۵ در مثلث قائم‌الزاویه‌ی ABC ، نیمساز وارد بر وتر رسم شده است. اگر $BD = \frac{۱۵}{۷}$ و $CD = \frac{۲۰}{۷}$ باشد،



مساحت مثلث کدام است؟

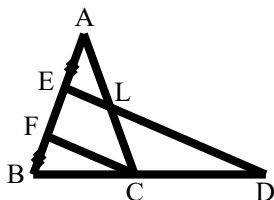
۶ (۲)

۸ (۱)

۱۲ (۴)

۱۰ (۳)

۱۱۶ باتوجه به شکل مقابل، اگر $AE = BF$ باشد، آن گاه طول EL کدام است؟ ($DL = ۳۰, CF = ۸$)



۲ (۲)

۲٫۵ (۱)

۳ (۴)

۳٫۵ (۳)

۱۱۷ در مثلث ABC : $AB = ۸, AC = ۱۰$ و $BC = ۱۵$ ، این مثلث و مثلث DEF متشابهند. اگر

مساحت $\frac{\Delta ABC}{\Delta DEF} = \frac{۹}{۴}$ ؛ آنگاه محیط مثلث DEF چند واحد است؟

۴۴ (۴)

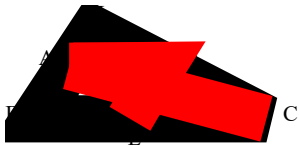
۳۲ (۳)

۲۲ (۲)

۱۶ (۱)



۱۱۸ در شکل زیر $ABED$ یک متوازی الاضلاع است. اگر $AD = ۶$ و $EC = ۸$ آنگاه نسبت مساحت مثلث سایه زده به مساحت مثلث ABC کدام است؟



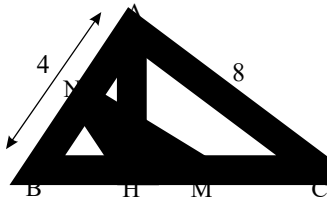
۴ $\frac{۹}{۴۹}$

۳ $\frac{۱۶}{۴۹}$

۲ $\frac{۹}{۱۶}$

۱ $\frac{۱۶}{۲۵}$

۱۱۹ در مثلث ABC با اضلاع $AB = ۴$ و $AC = ۸$ ، AH ارتفاع وارد BC و نقاط M و N وسط اضلاع BC و AB هستند. مقدار $MN + NH$ کدام است؟



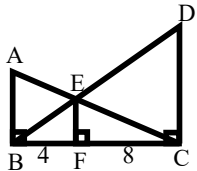
۲ ۵

۱ ۶

۴ ۷

۳ ۸

۱۲۰ در شکل زیر نسبت AB به CD کدام است؟



۴ $\frac{۱}{۲}$

۳ $\frac{۲}{۳}$

۲ $\frac{۱}{۳}$

۱ $\frac{۳}{۴}$

۱۲۱ در دوزنقه $ABCD$ با محیط ۲۶ واحد، نقاط E و F به ترتیب وسط ساق‌های AD و BC هستند. پاره خط EF و قطر BD یکدیگر را در نقطه O طوری قطع کرده‌اند که $OE = ۲$ و $OF = ۵$ است. مجموع اندازه‌ی ساق‌های این دوزنقه برابر کدام است؟

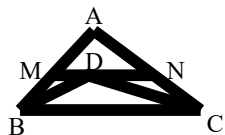
۴ ۱۰

۳ ۱۲

۲ ۱۴

۱ ۱۶

۱۲۲ در مثلث شکل مقابل از نقطه D محل برخورد نیمسازهای زوایای B و C خطی موازی BC رسم کرده‌ایم تا اضلاع AB و AC را به ترتیب در M و N قطع کند. اگر $BC = ۱۲$ ، $AC = ۱۰$ و $AB = ۸$ ، آن گاه طول کدام است؟



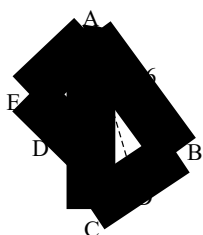
۲ $۷\frac{۲}{۳}$

۱ ۷

۴ $۷\frac{۴}{۳}$

۳ $۷\frac{۴}{۳}$

۱۲۳ در شکل روبه‌رو AC نیمساز زاویه B و $AD = ۶m + ۴$ است. اگر $AF = ۴$ و $AC = ۸$ ، $B \hat{E} A$ و $AD' = m + ۳$ نیمسازهای دو زاویه $B \hat{C}$ و $E \hat{F}$ باشند، مقدار m' کدام است؟

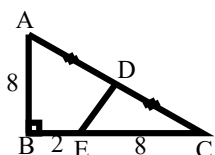


۲ ۳

۱ ۲

۴ $\frac{۱}{۳}$

۳ $\frac{۱}{۲}$



۵ (۴)

 $3\sqrt{2}$ (۳) $2\sqrt{2}$ (۲)

۳ (۱)

۱۲۴ در شکل مقابل طول DE کدام است؟۱۲۵ در شکل زیر $MN \parallel BC$ و $MP \parallel BN$ است. اگر $BC = 3MN$ و $NC = 6$ باشد، طول AP

کدام است؟

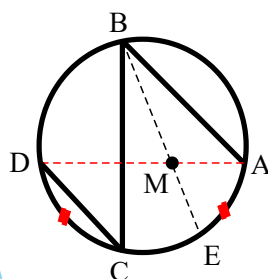


۱ (۴)

 $\frac{3}{2}$ (۳)

۲ (۲)

۳ (۱)

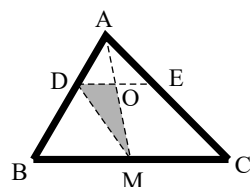
۱۲۶ در شکل مقابل $AB = 6$ ، $BC = 8$ ، $CD = 3$ و $\widehat{AE} = \widehat{CD}$ ، اندازه AM ، کدام است؟

۲ (۱)

۲٫۲۵ (۲)

۲٫۵ (۳)

۲٫۷۵ (۴)

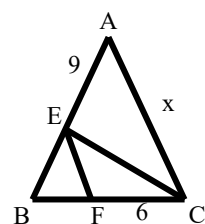
۱۲۷ در شکل زیر نقطه M وسط BC و $\frac{DB}{DB} = \frac{2}{3}$ و $DE \parallel BC$ است. مساحت مثلث ODM چند درصد مساحت مثلث ABC است؟

۱۵ (۲)

۱۲ (۱)

۱۸ (۴)

۱۶ (۳)

۱۲۸ در مثلث قائم‌الزویه ABC که $\hat{A} = 90^\circ$ و $AB = 0.6AC$ ، ارتفاع AH را رسم کرده‌ایم. مساحتمثلث ABC چند برابر مساحت مثلث AHC است؟ $\frac{34}{25}$ (۴) $\frac{34}{9}$ (۳) $\frac{16}{9}$ (۲) $\frac{25}{9}$ (۱)۱۲۹ در شکل زیر، $AB = AC$ و $EF \parallel AC$ و CE نیمساز زاویه C است. مقدار x کدام است؟

۱۴ (۲)

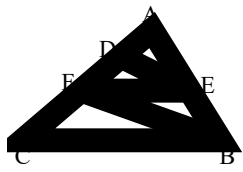
۱۲ (۱)

۱۶ (۴)

۱۵ (۳)



۱۳۰ در شکل مقابل $DE \parallel FB$ و $BC \parallel EF$ ، اگر $AD = ۳$ و $DF = ۶$ ، آن گاه BC چند برابر EF است؟



۲٫۵ (۲)

۲ (۱)

۳ (۴)

۲٫۷۵ (۳)

۱۳۱ در دو مثلث متشابه، نسبت مساحت ها $\frac{۲}{۳}$ نسبت اضلاع است. مساحت مثلث بزرگ تر چند برابر مساحت مثلث کوچک تر است؟

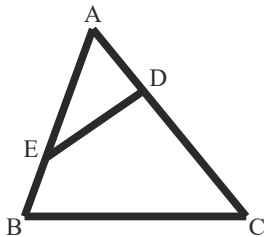
۳ (۴)

۲٫۷۵ (۳)

۲٫۲۵ (۲)

۱٫۵ (۱)

۱۳۲ در چهارضلعی $BCDE$ ، زاویه های روبرو مکمل هم هستند. اگر $BC = ۲۰$ و $DE = ۱۲$ آن گاه مساحت چهارضلعی چند برابر مساحت مثلث ABC است؟



۰٫۶۴ (۲)

۰٫۵۶ (۱)

۰٫۸ (۴)

۰٫۷۲ (۳)

۱۳۳ محیط مثلث ABC برابر ۳۶ و اضلاع $A'B'C'$ که با $\triangle ABC$ متشابه است، ۳، ۷ و ۸ است. نسبت مساحت دو مثلث کدام است؟

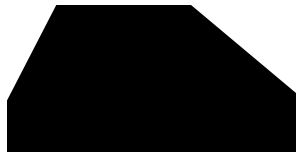
۱۶ (۴)

۹ (۳)

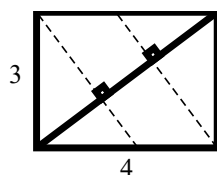
۴ (۲)

۲ (۱)

۱۳۴ در مثلث ABC ، پاره خط MN موازی ضلع BC طوری رسم شده است که مساحت ذوزنقه‌ی $MNCB$ ، چهار برابر مساحت مثلث AMN است. نسبت دو قاعده‌ی ذوزنقه کدام است؟

 $\frac{\sqrt{۵}}{۵}$ (۴) $\frac{۳}{۴}$ (۳) $\frac{\sqrt{۳}}{۳}$ (۲) $\frac{۱}{۲}$ (۱)

۱۳۵ در مستطیلی به طول اضلاع ۳ و ۴ واحد، از هر دو رأس متقابل، عمودی بر قطر دیگر این مستطیل رسم شده است. مساحت متوازی‌الاضلاع حاصل، کدام است؟



۵٫۷۵ (۲)

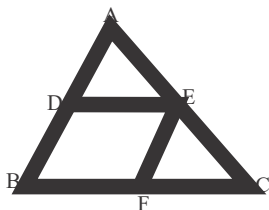
۵٫۲۵ (۱)

۷٫۵ (۴)

۶ (۳)



۱۳۶ در شکل زیر مساحت متوازی الاضلاع $BDEF$ ، ۴۸ درصد مساحت مثلث ABC است. حاصل DB کدام می‌تواند باشد؟



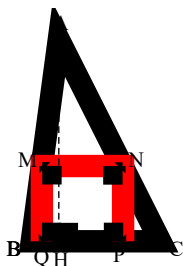
$$\frac{2}{3} \quad (2)$$

$$\frac{1}{4} \quad (4)$$

$$\frac{1}{3} \quad (1)$$

$$\frac{3}{4} \quad (3)$$

۱۳۷ در مثلث ABC ، مربعی به ضلع ۳ محاط شده است. اگر $BC = ۴٫۸$ ، اندازه‌ی ارتفاع AH کدام است؟



$$۸ \quad (2)$$

$$۴ \quad (4)$$

$$۶ \quad (1)$$

$$۹ \quad (3)$$

۱۳۸ نقطه‌ی M روی عمود منصف AB قرار دارد و به ترتیب از A و B به اندازه‌ی $x + ۵$ و $۳x - ۷$ فاصله دارد. اگر طول پاره خط AB برابر ۸ واحد باشد، فاصله‌ی M از پاره خط AB چقدر است؟

$$\sqrt{۱۱۵} \quad (4)$$

$$\sqrt{۱۰۵} \quad (3)$$

$$۷ \quad (2)$$

$$۵ \quad (1)$$

۱۳۹ چند نقطه درون مثلث وجود دارد که از سه ضلع به یک فاصله است؟

$$۴ \quad (4)$$

$$۳ \quad (3)$$

$$۲ \quad (2)$$

$$۱ \quad (1)$$

۱۴۰ مربع $ABCD$ به ضلع $۲\sqrt{۲}$ مفروض است. چند نقطه روی محیط مربع وجود دارد که فاصله‌اش از قطر AC برابر ۱ واحد باشد.

$$۴ \quad (4)$$

$$۳ \quad (3)$$

$$۲ \quad (2)$$

$$۱ \quad (1)$$

۱۴۱ نقطه‌ای خارج از خط l و به فاصله‌ی ۶ واحد از آن قرار دارد. چند مثلث متساوی الساقین به مساحت ۳۶ واحد میتوان رسم کرد که خط l یک ضلع آن و نقطه‌ی مورد نظر رأس آن باشد.

$$۴ \quad (4)$$

$$۳ \quad (3)$$

$$۲ \quad (2)$$

$$۱ \quad (1)$$

۱۴۲ مراکز دایره‌هایی که از دو نقطه‌ی ثابت می‌گذرند روی قرار دارند.

$$\text{خطی موازی } AB \quad (4)$$

$$\text{دو خط موازی } AB \quad (3)$$

$$\text{عمود منصف } AB \quad (2)$$

$$\text{دو خط عمود بر } AB \quad (1)$$

۱۴۳ نقطه‌ی O روی خط L قرار دارد. چند نقطه در صفحه وجود دارد که از نقطه‌ی O به فاصله‌ی ۴ واحد و از خط L به فاصله‌ی ۳ واحد است.

$$\text{چهار} \quad (4)$$

$$\text{سه} \quad (3)$$

$$\text{دو} \quad (2)$$

$$\text{یک} \quad (1)$$



۱۴۳ دو نقطه‌ی متمایز A و B مفروض است. دو دایره به شعاع ۳ و ۴ از این دو نقطه رسم شده است. حداقل فاصله‌ی دو نقطه چقدر باشد تا دو دایره یکدیگر را قطع نمایند؟

- ۱) ۵ ۲) ۶ ۳) ۷ ۴) ۸

۱۴۵ نقاط A و B در فاصله‌ی ۸ واحدی از هم قرار دارند. چند نقطه در صفحه وجود دارد که از آن‌ها به فاصله‌ی ۴ واحد قرار دارد.

- ۱) صفر ۲) یک ۳) دو ۴) سه

۱۴۶ دو نقطه‌ی A و B از یکدیگر ۶ واحد فاصله دارند، چند نقطه در صفحه وجود دارد که از A ، ۳ واحد و از B ، ۴ واحد باشد.

- ۱) صفر ۲) یک ۳) دو ۴) سه

۱۴۷ دو خط l و l' غیرموازی می‌باشند. چند نقطه در صفحه وجود دارد که از خط l به اندازه ۴ واحد و از خط l' به اندازه ۳ واحد می‌باشد.

- ۱) صفر ۲) دو ۳) چهار ۴) شش

۱۴۸ نقطه‌ای خارج از خط l و به فاصله‌ی $\sqrt{27}$ واحد از آن قرار دارد. محیط مثلث متساوی‌الاضلاعی که یک رأس آن نقطه مورد نظر و ضلع آن خط l باشد کدام است؟

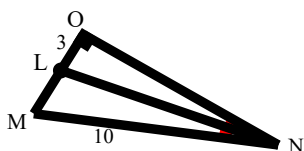
- ۱) ۱۵ ۲) ۲۰ ۳) ۱۶ ۴) ۱۸

۱۴۹ پاره خط EF به اندازه ۶ سانتی متر مفروض است. از وسط این پاره دایره‌ای به شعاع نصف طول پاره خط رسم می‌نماییم تا عمود منصف پاره خط را در M و N قطع نماید. چهار ضلعی $EFMN$:

- ۱) مربعی به مساحت ۱۸ است. ۲) لوزی به مساحت ۱۶ است.
۳) مستطیلی با محیط ۱۶ است. ۴) یک چهارضلعی دلخواه است.

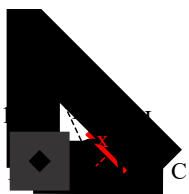
۱۵۰ در نقطه‌ی E و F از یکدیگر ۶ سانتی متر فاصله دارند، چه تعداد مثلث مانند $\triangle FED$ می‌توان ساخت که در آن‌ها ارتفاع و میانه گذرا از رأس D بر هم منطبق باشند؟

- ۱) فقط یک ۲) فقط دو ۳) هیچ ۴) بی‌شمار



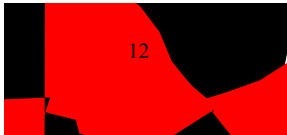
۱۵۱ مساحت مثلث $\triangle LMN$ کدام گزینه است؟

- ۱) ۱۰ ۲) ۱۵ ۳) ۲۰ ۴) ۲۵



۱۵۲ در شکل مقابل مقدار x چقدر است؟

- ۱) ۷٫۵ ۲) ۱۲ ۳) ۱۰ ۴) ۵



۱۵۳ در شکل زیر مساحت مثلث FME چقدر است؟

۱۵ (۲)

۱۳ (۱)

۱۹ (۴)

۱۷ (۳)

۱۵۴ نقطه A به فاصله ۴ سانتی متر از خط d قرار دارد. می‌خواهیم مثلث متساوی‌الساقین ABC ($AB = AC$) را طوری رسم کنیم که مساحت آن ۱۲ سانتی متر مربع باشد و دو رأس آن روی خط d باشد، برای یافتن دو رأس مثلث، دایره‌ای به مرکز A و به چه شعاعی بزنیم؟

$4\sqrt{2}cm$ (۴)

$6cm$ (۳)

$5cm$ (۲)

$4.5cm$ (۱)

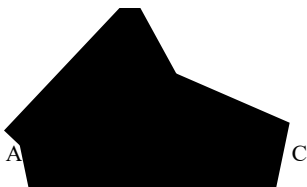
۱۵۵ مثلث دلخواه ABC را در نظر بگیرید. اگر O محل برخورد عمود منصف‌های اضلاع AB و BC باشد، به مرکز O و شعاع OA دایره‌ای می‌زنیم. این دایره کدام ویژگی را دارد؟

(۱) این دایره از رأس عبور کرده و مثلث را در چهار نقطه دیگر قطع می‌کند.

(۲) این دایره از رأس عبور کرده و مثلث را در نقطه دیگری قطع نمی‌کند.

(۳) در این دایره مرکز O همواره در خارج از مثلث قرار می‌گیرد.

(۴) این دایره از هر سه رأس مثلث یعنی A و B و C عبور می‌کند.



۱۵۶ در شکل مقابل، AD نیمساز زاویه A است. مساحت مثلث ACD کدام است؟

$3\sqrt{3}$ (۲)

$9\sqrt{3}$ (۱)

$6\sqrt{3}$ (۴)

$27\sqrt{3}$ (۳)

۱۵۷ محل برخورد قطرهای یک مربع، مرکز دایره‌ای به شعاع ۴ است. اگر طول قطر مربع ۸ واحد باشد، دایره و مربع در چند نقطه با یکدیگر برخورد دارند؟

صفر (۴)

۲ (۳)

۴ (۲)

۸ (۱)

۱۵۸ اگر فاصله دو خط موازی d و d' برابر ۶ باشد. در این صورت کدام گزینه نشانگر همه نقاطی است که تفاضل فواصل آن نقاط از این دو خط برابر ۲ باشد؟

(۲) دو خط موازی با d و d' و بین این دو

(۱) یک خط موازی با d و d' و بین این دو

(۴) چهار خط موازی با d و d'

(۳) دو خط موازی با d و d' و خارج این دو

۱۵۹ پاره خط AB به طول L مفروض است. اگر با توجه به مقدار L ، فقط یک نقطه در صفحه وجود داشته باشد که از A به فاصله ۴ و از B به فاصله ۶ باشد، آن گاه مجموع مقادیر ممکن برای L کدام است؟

۹ (۴)

۱۰ (۳)

۱۲ (۲)

۶ (۱)



۱۶۰ اگر در یک مثلث، مجموع دو زاویه برابر با زاویه سوم باشد، آنگاه محل تلاقی عمود منصف‌های اضلاع این مثلث کجا قرار دارد؟

- ۱ درون مثلث
۲ بیرون مثلث
۳ روی رأس بزرگ‌ترین زاویه
۴ روی بزرگ‌ترین ضلع

۱۶۱ چند نقطه روی یک دایره وجود دارد که از دو خط متقاطع d_1 و d_2 به یک فاصله باشد؟

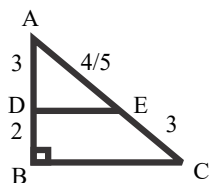
- ۱ حداکثر ۲
۲ حداقل ۲
۳ حداکثر ۴
۴ حداقل ۴

۱۶۲ همواره چند نقطه در صفحه می‌تواند وجود داشته باشد به طوری که فاصله آن‌ها از نقاط متمایز A, B, C و D در همان صفحه به یک اندازه باشد؟

- ۱ ۱
۲ ۲
۳ بی‌نهایت
۴ صفر یا یک

۱۶۳ به مرکز O کمان دلخواهی رسم می‌کنیم تا دو ضلع زاویه xOy را در نقاط A و B قطع کند. حال به مراکز A و B کمان‌هایی به طول شعاع $\frac{3}{4}AB$ رسم می‌کنیم تا این دو کمان همدیگر را در نقطه C درون زاویه قطع کنند. در این صورت کدام گزینه لزوماً درست نیست؟

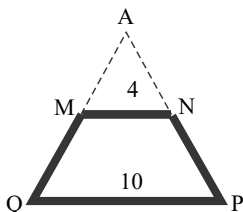
- ۱ OC از وسط AB می‌گذرد.
۲ مثلث ABC متساوی‌الاضلاع است.
۳ OC نیمساز زاویه xOy است.
۴ OC عمود بر پاره خط AB است.



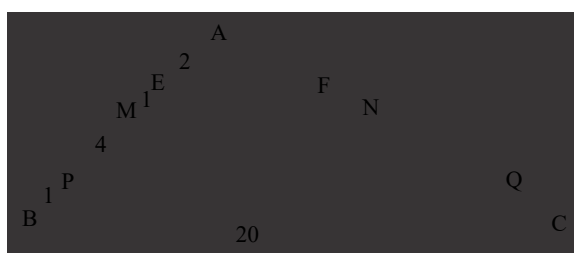
۱۶۴ در شکل مقابل، مثلث ABC قائم‌الزاویه است. طول پاره خط DE کدام است؟

- ۱ $\frac{5\sqrt{5}}{4}$
۲ $\frac{3\sqrt{5}}{2}$
۳ $\frac{5\sqrt{3}}{4}$
۴ $\frac{4}{7}$

۱۶۵ در شکل زیر محیط دوزنقه $MNPQ$ برابر ۲۳ است. امتداد ساق‌های این دوزنقه در A متقاطع‌اند. محیط مثلث AMN کدام است؟



- ۱ ۱۴
۲ ۱۲
۳ ۱۰
۴ ۱۸

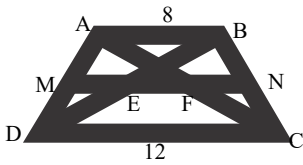


۱۶۶ در شکل مقابل، حاصل $EF + MN + PQ$ کدام است؟

- ۱ ۲۸
۲ ۳۰
۳ ۳۲
۴ $\frac{۶۱}{۲}$



۱۶۷ در شکل زیر، $ABCD$ دوزنقه و M و N وسط دو ساق است. طول EF کدام است؟



۱/۵ (۲)

۳/۴ (۴)

۲ (۱)

۱ (۳)

۱۶۸ اگر $\frac{10+a}{8+b} = \frac{b}{10+a}$ مقدار b کدام است؟

۵/۴ (۴)

۲/۳ (۳)

۳/۲ (۲)

۴/۵ (۱)

۱۶۹ فاصله دو نقطه A و B از یکدیگر برابر ۵ است. به مرکز A و به شعاع ۴ یک کمان رسم می‌کنیم و سپس به مرکز B به شعاع ۳ کمانی دیگر رسم می‌کنیم. اگر دو کمان یکدیگر را در نقاط M و N قطع کنند، محیط چهارضلعی $AMBN$ چقدر است؟

۱۲ (۴)

۱۴ (۳)

۱۶ (۲)

۱۹ (۱)

۱۷۰ کدام یک از حکم‌های کلی زیر، درست است؟

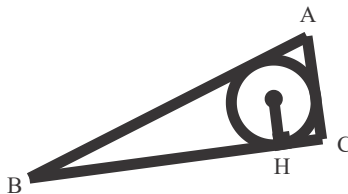
(۱) اگر مربع عددی فرد باشد، خود آن عدد زوج است.

(۲) به ازای هر عدد طبیعی n ، مقدار $n^2 + n + 41$ عددی اول است.

(۳) در هر مستطیل، اندازه قطر با هم برابر است.

(۴) همه اعداد اول، فرد هستند.

۱۷۱ در شکل روبه‌رو، دایره به مرکز O و شعاع OH بر هر سه ضلع مثلث ABC مماس است. نقطه O محل تقاطع در مثلث ABC است.



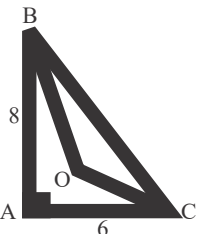
(۲) میانه‌ها

(۴) ارتفاع‌ها

(۱) نیمسازها

(۳) عمود منصف‌ها

۱۷۲ در شکل روبه‌رو، مثلث ABC قائم‌الزاویه است. اگر نیمسازهای دو زاویه B و C یکدیگر را در نقطه O قطع کنند، فاصله O از وتر مثلث ABC چقدر است؟



۵/۲ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۳/۲ (۱)

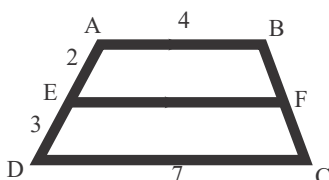
۱۷۳ اگر در دوزنقه $ABCD$ داشته باشیم، طول EF چقدر است؟

۵/۲ (۲)

۵/۴ (۴)

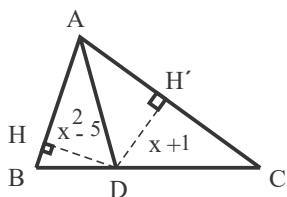
۵ (۱)

۵/۳ (۳)





۱۷۴ در شکل زیر، اگر $AC = x + 3$ ، $AB = x + 2$ و AD نیمساز زاویه A باشد، نسبت AB کدام است؟



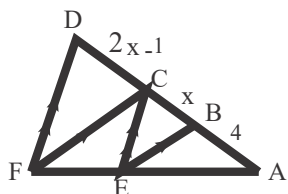
$$\frac{6}{5} \quad (2)$$

$$\frac{7}{6} \quad (4)$$

$$\frac{5}{4} \quad (1)$$

$$\frac{4}{3} \quad (3)$$

۱۷۵ در شکل زیر، اندازه پاره خط AD کدام است؟ $(BE \parallel CF, EC \parallel FD)$



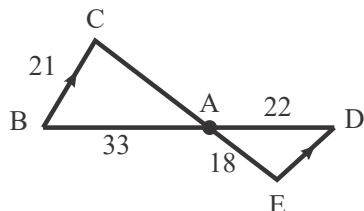
$$7 \quad (2)$$

$$9 \quad (4)$$

$$6 \quad (1)$$

$$8 \quad (3)$$

۱۷۶ با توجه به شکل روبه‌رو، حاصل $AC + DE$ کدام است؟



$$42 \quad (2)$$

$$44 \quad (4)$$

$$41 \quad (1)$$

$$43 \quad (3)$$

۱۷۷ چه تعداد از موارد زیر را می‌توان به صورت قضیه‌ای دوشرطی بیان کرد؟

الف) اگر یک چهارضلعی متوازی‌الاضلاع باشد، آنگاه قطرهایش یکدیگر را نصف می‌کنند.

ب) اگر $x = y$ آنگاه $x^2 = y^2$.

پ) اگر n عددی زوج باشد، آنگاه n^2 نیز عددی زوج است.

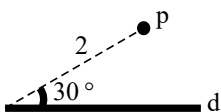
$$\text{صفر} \quad (4)$$

$$3 \quad (3)$$

$$2 \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

۱۷۸ با توجه به شکل زیر، چند نقطه وجود دارد که از نقطه P به فاصله ۲ و از خط d به فاصله ۱ باشد؟



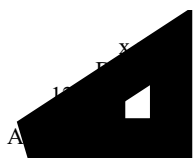
$$2 \quad (2)$$

$$4 \quad (4)$$

$$\text{صفر} \quad (1)$$

$$3 \quad (3)$$

۱۷۹ مطابق شکل، اگر $DE \parallel BC$ باشد، اندازه EC کدام است؟



$$12 \quad (4)$$

$$10 \quad (3)$$

$$8 \quad (2)$$

$$6 \quad (1)$$

۱۸۰ اگر مساحت‌های دو مثلث متشابه را به ترتیب با S_1 و S_2 و محیط‌های آن‌ها را به ترتیب با P_1 و P_2 نشان

دهیم، کدام رابطه همواره درست است؟

$$S_1 P_2^2 = S_2 P_1^2 \quad (4)$$

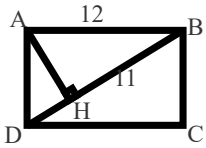
$$P_1 S_2^2 = P_2 S_1^2 \quad (3)$$

$$P_1 S_1 = P_2 S_2 \quad (2)$$

$$S_1 \sqrt{P_1} = S_2 \sqrt{P_2} \quad (1)$$



۱۸۱ در شکل مقابل، $ABCD$ مستطیل است. مساحت مثلث ADH کدام است؟ ($BH = 11$)



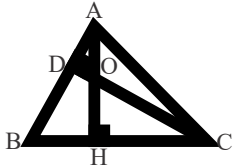
$$\frac{23\sqrt{23}}{11} \quad (2)$$

$$\frac{23\sqrt{23}}{22} \quad (1)$$

$$\frac{12\sqrt{3}}{11} \quad (4)$$

$$\frac{12\sqrt{6}}{1} \quad (3)$$

۱۸۲ در شکل مقابل $OA = OH = \sqrt{33}$ و $CD = 14$ می‌باشد. اندازه ضلع AC کدام است؟



$$2\sqrt{57} \quad (2)$$

$$2\sqrt{55} \quad (1)$$

$$2\sqrt{53} \quad (4)$$

$$3\sqrt{51} \quad (3)$$

۱۸۳ در مثلث ABC در شکل زیر، $DE \parallel BC$ و $EF \parallel AB$ می‌باشد. اگر داشته باشیم

$BC = 2AB = \frac{4}{3}AC = 4DE = 12$ نسبت مساحت متوازی‌الاضلاع $BDEF$ به مساحت مثلث ABC کدام

است؟

$$\frac{2}{3} \quad (2)$$

$$\frac{1}{4} \quad (1)$$

$$\frac{1}{8} \quad (4)$$

$$\frac{1}{8} \quad (3)$$

۱۸۴ چند نقطه در صفحه مختصات وجود دارد که از نقطه $A(1, 2)$ به فاصله ۲ باشد؟

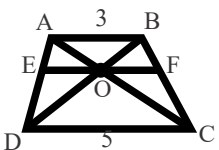
$$4 \quad (4)$$

$$\text{بی شمار} \quad (3)$$

$$2 \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

۱۸۵ در دوزنقه $ABCD$ شکل زیر داریم: $EF \parallel AB$. حاصل OF کدام است؟



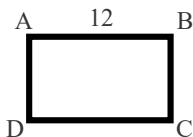
$$\frac{3}{8} \quad (4)$$

$$\frac{3}{5} \quad (3)$$

$$\frac{3}{8} \quad (2)$$

$$\frac{3}{5} \quad (1)$$

۱۸۶ شکل روبه‌رو مستطیلی به طول ۱۲ است. از نقطه A عمودی بر قطر BD رسم می‌کنیم و



پای این عمود را H می‌نامیم. اگر طول BH برابر ۱۱ باشد، اندازه DH چقدر است؟

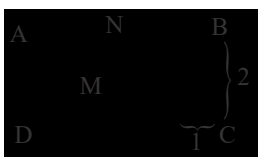
$$\frac{23}{11} \quad (4)$$

$$\frac{21}{11} \quad (3)$$

$$2 \quad (2)$$

$$\frac{20}{11} \quad (1)$$

۱۸۷ در شکل زیر، پنج مستطیل 1×2 در کنار یکدیگر مستطیل $ABCD$ را تشکیل



داده‌اند. اندازه پاره خط MN چند برابر $\frac{2}{7}$ است؟

$$4 \quad (4)$$

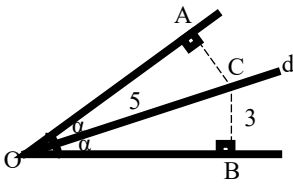
$$3 \quad (3)$$

$$2 \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$



۱۸۸ مطابق شکل زیر، اگر محل برخورد دایره‌ای به مرکز O و شعاع OA با خط d را D بنامیم، طول پاره خط CD کدام است؟



۲ (۲)

۱ (۱)

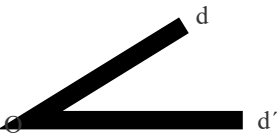
۴ (۴)

۳ (۳)

۱۸۹ مساحت آن $9\sqrt{3} \text{ cm}^2$ و به مرکز آن نقطه A که دارای فاصله ۳ از پایستگی و تکیانی از بطنش قرار دارد، رسم می‌کنیم تا خط d را در نقاط C و B قطع کند. مثلث ABC
 ۱ متساوی الاضلاع، $9\sqrt{3} \text{ cm}^2$ (۱)
 ۲ قائم الزاویه، 18 cm^2 (۲)
 ۳ متساوی الاضلاع، $\frac{9\sqrt{3}}{2} \text{ cm}^2$ (۳)
 ۴ قائم الزاویه، 9 cm^2 (۴)



۱۹۰ چند نقطه (به غیر از O) در صفحه وجود دارد که از خط‌های d و d' و نقطه O به یک فاصله باشد؟



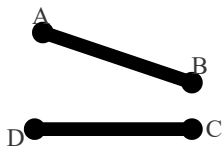
۱ (۲)

صفر (۱)

بی شمار (۴)

۲ (۳)

۱۹۱ با کدام شرط زیر با توجه به شکل پاره خط‌های AB و CD ، همواره می‌توان دایره‌ای رسم کرد که از نقاط A ، B ، C و D بگذرد؟



۱ محل برخورد عمودمنصف‌های AB و CD روی نیم‌ساز امتداد دو پاره خط AB و CD باشد.

۲ نیم‌ساز زوایای $\hat{ABC}$ ، $\hat{BCD}$ و $\hat{CDA}$ در یک نقطه همدیگر را قطع کنند.

۳ عمودمنصف‌های AB و CD همدیگر را در یک نقطه خارج از عمودمنصف BC قطع کنند.

۴ عمودمنصف‌های AB ، CD و AD در یک نقطه همدیگر را قطع کنند.

۱۹۲ نقطه M درون چهارضلعی $ABCD$ به گونه‌ای قرار دارد که فاصله M از سه رأس A ، B و C یکسان است.

کدام گزینه در مورد چهارضلعی $ABCD$ و نقطه M همواره درست است؟

۱ نقطه M محل برخورد عمودمنصف‌های اضلاع AB و CD است.

۲ نقطه M محل برخورد عمودمنصف‌های اضلاع AB و BC است.

۳ نقطه M محل برخورد عمودمنصف‌های اضلاع AD و BC است.

۴ نقطه M محل برخورد نیم‌سازهای زاویه‌های A و C است.

۱۹۳ پاره خط AB به طول ۵ سانتی‌متر در صفحه‌ای مفروض است. چند نقطه در این صفحه وجود دارد که فاصله

آن از دو نقطه A و B برابر ۶ سانتی‌متر باشد؟

بی شمار (۴)

صفر (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)



۱۹۴) از بین شکل‌های مستطیل، لوزی، مثلث قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین، مربع و شش ضلعی منتظم، در چند شکل همواره نقطه تقاطع عمودمنصف‌های اضلاع و نقطه تقاطع نیم‌سازهای زاویه‌ها، بر هم منطبق است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۹۵) دو دایره به مراکز O و O' ، یکدیگر را در نقاط A و B قطع کرده‌اند. چند نقطه مانند M روی پاره خط OO' وجود دارد به گونه‌ای که $MA = MB$ باشد؟

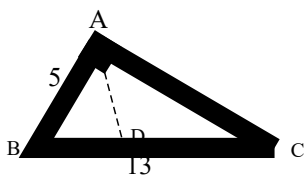
- هیچ (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) بی‌شمار (۴)

۱۹۶) دو نقطه A و B از یکدیگر ۵ واحد فاصله دارند. از رأس A کمانی به شعاع ۳ واحد و از رأس B کمانی به شعاع ۴ واحد رسم می‌کنیم. این دو کمان یکدیگر را در دو نقطه C و D قطع می‌کنند. چهارضلعی $ACBD$

- مستطیل است. (۱) متوازی‌الاضلاع است. (۲) لوزی است. (۳) دارای دو زاویه قائمه است. (۴)

۱۹۷) در مثلث قائم‌الزاویه ABC ($\hat{C} = 90^\circ$)، نیمساز زاویه قائمه، وتر را در نقطه D قطع می‌کند. مقدار

$\frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle ADC}}$



کدام است؟ ($BC = 13$)

- ۱ (۱) $\frac{5}{13}$ ۲ (۲) $\frac{7}{13}$ ۳ (۳) $\frac{7}{12}$ ۴ (۴) $\frac{5}{12}$

۱۹۸) دو دایره به مراکز O و O' با شعاع‌های متفاوت در نقاط A و B متقاطع‌اند. در این صورت چه تعداد از موارد زیر همواره صحیح است؟

الف) OO' از وسط AB می‌گذرد.

ب) نقطه O از دو سر پاره خط AB به یک فاصله است.

پ) دو مثلث OAO' و OBO' هم‌نهشتند.

ت) AB عمودمنصف OO' است.

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

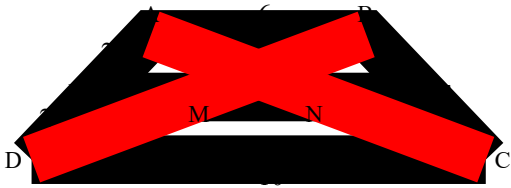
۱۹۹) در مثلث قائم‌الزاویه ABC ($\hat{C} = 90^\circ$)، نیمساز زاویه B ، ضلع AC را در نقطه D قطع می‌کند. اگر

$AD = \frac{8}{3}$ و $\hat{B} = 2^\circ$ باشد، مساحت مثلث DBC کدام است؟

- ۱ (۱) $\frac{64}{\sqrt{3}}$ ۲ (۲) $3\sqrt{3}$ ۳ (۳) $3\sqrt{3}$ ۴ (۴) $3\sqrt{3}$



۲۰۰ در شکل زیر $ABCD$ دوزنقه و پاره خط EF موازی دو قاعده است. حاصل EF کدام است؟



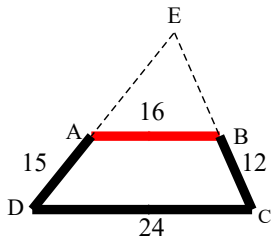
$$\frac{1}{3} \quad (2)$$

$$\frac{2}{5} \quad (4)$$

$$\frac{1}{4} \quad (1)$$

$$\frac{2}{3} \quad (3)$$

۲۰۱ در شکل مقابل، محیط مثلث CDE کدام است؟



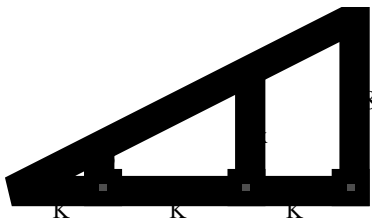
$$75 \quad (2)$$

$$105 \quad (4)$$

$$70 \quad (1)$$

$$90 \quad (3)$$

۲۰۲ در مثلث قائم الزاویه زیر، مقدار x کدام است؟



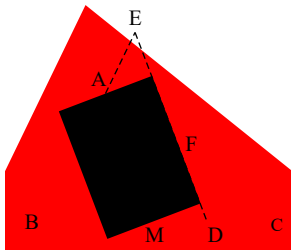
$$5 \quad (2)$$

$$7 \quad (4)$$

$$4 \quad (1)$$

$$6 \quad (3)$$

۲۰۳ در شکل زیر، DE موازی میانه AM است و $3AB = 2AC$ ، حاصل AF کدام است؟



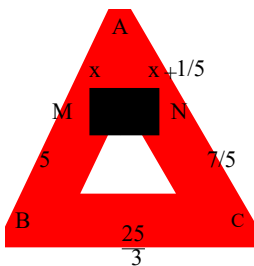
$$\frac{2}{3} \quad (2)$$

$$\frac{3}{2} \quad (4)$$

$$\frac{1}{3} \quad (1)$$

$$1 \quad (3)$$

۲۰۴ در شکل زیر $MN \parallel BC$ است. حاصل $x + y$ کدام است؟



$$6,5 \quad (2)$$

$$\frac{49}{8} \quad (4)$$

$$6 \quad (1)$$

$$7,5 \quad (3)$$

۲۰۵ عمود منصف های دو ضلع AC و BC و میانه CM از مثلث $\triangle ABC$ در نقطه P یکدیگر را قطع می کنند. در این صورت کدام نتیجه گیری لزوماً صحیح است؟

(۲) مثلث $\triangle ABC$ متساوی الساقین و $AB = AC$ است.

(۴) مثلث $\triangle ABC$ متساوی الساقین و $CA = CB$ است.

(۱) $\triangle ABC$ قائم الزاویه است.

(۳) مثلث $\triangle ABC$ قائم الزاویه و متساوی الساقین است.



۲۰۶ در مثلث ABC داریم: $BC = ۸$ و $AC = ۶$ ، خط MN به موازات BC و به طول ۶ رسم شده است و خط EF به موازات AB از وسط MN گذشته است. طول EC کدام است؟



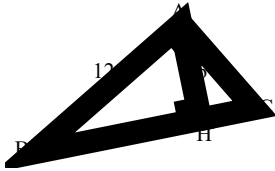
۳٫۷۵ (۲)

۳٫۲۵ (۱)

۲ (۴)

۲٫۵ (۳)

۲۰۷ در مثلث قائم الزاویه مقابل، طول ضلع AC کدام است؟



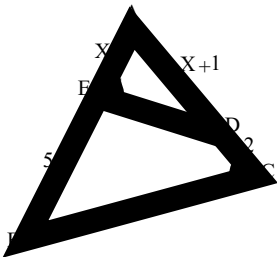
$۴\sqrt{۲}$ (۲)

$۴\sqrt{۳}$ (۱)

$۶\sqrt{۳}$ (۴)

$۶\sqrt{۲}$ (۳)

۲۰۸ اگر در شکل زیر $\hat{E}_1 = \hat{E}_2$ باشد، مساحت چهارضلعی $EDCB$ چند برابر مساحت مثلث ABC است؟



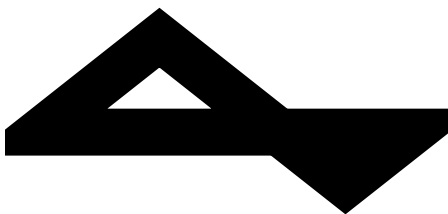
$\frac{1}{3}$ (۲)

$\frac{1}{4}$ (۱)

$\frac{1}{2}$ (۴)

$\frac{3}{4}$ (۳)

۲۰۹ نسبت مساحت مثلث AOB به COD برابر $\frac{9}{4}$ است. اگر $AD = ۱۵$ باشد، OD چه قدر است؟



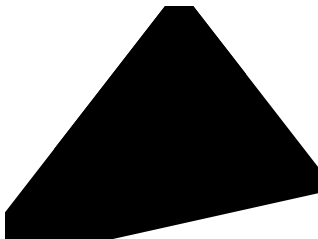
۶ (۲)

۳ (۱)

۱۲ (۴)

۹ (۳)

۲۱۰ اگر در دوزنقه $DECB$ شکل زیر، نسبت قاعده‌ها $\frac{3}{4}$ باشد و $AF = ۲$ ، نسبت مساحت مثلث



$\frac{7}{9}$ (۲)

$\frac{7}{11}$ (۱)

$\frac{9}{14}$ (۴)

$\frac{11}{14}$ (۳)

هاشورخورده به مساحت دوزنقه کدام است؟

۲۱۱ اگر در دوزنقه $ABCD$ شکل زیر، $DC = \frac{3}{2}AB$ باشد، مساحت ناحیه هاشورخورده چند درصد مساحت



۱۸ (۲)

۳۶ (۱)

۲۴ (۴)

۱۲ (۳)

دوزنقه است؟



۲۱۲ در شکل زیر مساحت مثلث قائم الزاویه ABC چقدر است؟

۱۱٫۲۵ (۲)

۱۲٫۲۵ (۱)

۱۱ (۴)

۱۱٫۵ (۳)

۲۱۳ کوچک ترین ضلع مثلث قائم الزاویه ای که اندازه ارتفاع و میانه وارد بر وتر در آن به ترتیب $۲\sqrt{۲}$ و ۳ واحد می باشد، کدام است؟

$۳\sqrt{۲}$ (۴)

$۲\sqrt{۶}$ (۳)

$۲\sqrt{۳}$ (۲)

$۲\sqrt{۲}$ (۱)

۲۱۴ در یک مثلث قائم الزاویه، طول ارتفاع وارد بر وتر ۲۴ و نسبت دو پاره خطی که ارتفاع، بر روی وتر ایجاد کرده است، $\frac{۹}{۱۶}$ می باشد. طول ضلع کوچک این مثلث کدام است؟

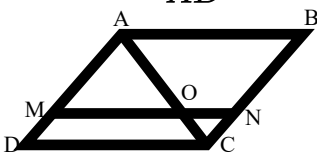
۴۰ (۴)

۳۵ (۳)

۳۰ (۲)

۲۵ (۱)

۲۱۵ در شکل زیر، مساحت مثلث ONC ، ۲۵ درصد مساحت مثلث OAM است، حاصل AD کدام است؟
($ABCD$ متوازی الاضلاع و $AB \parallel MN$ است.)



$\frac{۳}{۴}$ (۲)

$\frac{۲}{۳}$ (۱)

$\frac{۴}{۵}$ (۴)

$\frac{۱}{۲}$ (۳)

۲۱۶ عکس کدام قضیه شرطی زیر یک قضیه شرطی درست است؟

(۱) اگر دو مثلث هم نهشت باشند، آن گاه هم مساحت هستند.

(۲) اگر در مثلثی سه ضلع برابر باشند، آن گاه دو زاویه برابر دارد.

(۳) اگر یک چهارضلعی متوازی الاضلاع باشد، آن گاه قطرها منصف یکدیگرند.

(۴) اگر یک چهارضلعی مربع باشد، آن گاه قطرهایش عمود منصف یکدیگرند.

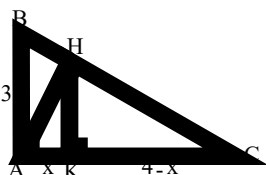
۲۱۷ اندازه دو قاعده یک دوزنقه ۸ و ۱۲ واحد و ارتفاع دوزنقه ۱۵ واحد است. فاصله محل تلاقی قطرها از قاعده بزرگ دوزنقه کدام است؟

۱۰ (۴)

۶ (۳)

۱۲ (۲)

۹ (۱)



۲۱۸ در شکل روبه رو، اندازه x کدام است؟

۱٫۴۴ (۲)

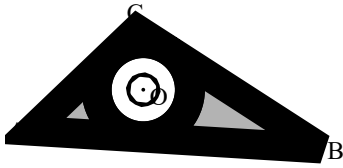
۲٫۸۸ (۱)

۱٫۴ (۴)

۱٫۲ (۳)



۲۱۹ از نقطه O محل تلاقی سه نیم‌ساز داخلی مثلث ABC ، عمودی به طول ۲ بر ضلع AB رسم می‌کنیم. اگر محیط مثلث ۲۴ باشد، مساحت قسمت هاشورخورده کدام است؟ ($\pi \simeq 3$)



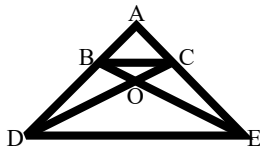
۱۴ (۲)

۱۲ (۱)

۱۰ (۴)

۱۶ (۳)

۲۲۰ در شکل زیر، $BC \parallel DE$ و $AD = \frac{1}{4}$ است. مساحت مثلث متساوی‌الساقین ABC ($AB = AC$) چند برابر مساحت مثلث OBC است؟

 $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{3}{5}$ (۱) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{5}{3}$ (۳)

1 2 3 4 5

بنابراین $DE = AE$ داریم:
$$\overrightarrow{\hspace{1.5cm}} \qquad \overline{AB} = \overline{AC}$$

ترکیب در صورت

١ ٢ ٣ ٤ ٧

$$DE \times h$$

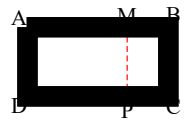
1 2 3 4 5

Diagram of a triangle DEA with a line segment BC . B is on DE and C is on EA . BC is parallel to DA . The segments are labeled: $DE = 5$, $BE = 2$, $EC = x$, and $CA = x$.

1 2 3 4 9



$$\frac{\text{طول بزرگ}}{\text{طول کوچک}} = \frac{\text{عرض بزرگ}}{\text{عرض کوچک}} \Rightarrow \frac{10}{4} = \frac{4}{MB} \Rightarrow MB = 1,6$$

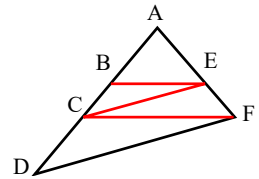


اگر CD را برابر x در نظر بگیریم، داریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰

$$\begin{cases} BE \parallel CF \Rightarrow \frac{AC}{AF} = \frac{AB}{AE} \\ CE \parallel DF \Rightarrow \frac{AF}{AD} = \frac{AC}{AE} \end{cases} \Rightarrow \frac{AC}{AD} = \frac{AB}{AE} \Rightarrow AC^2 = AB \cdot AD$$

$$CD = AD - AC = \frac{64}{5} - 8 = \frac{24}{5} = 4,8$$

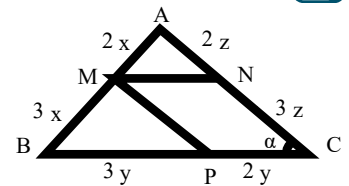
$$8^2 = 5AD \Rightarrow AD = \frac{64}{5}$$



با توجه به فرض تست داریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱

$$AM = \frac{2}{3}MB \Rightarrow \frac{AM}{MB} = \frac{2}{3}$$

$$MP \parallel AC \xrightarrow{\text{قضیه ی تالس}} \frac{MA}{PC} = \frac{3}{2}$$



$$\frac{S_{ABC}}{\frac{1}{2} \times 5y \times 5z \times \sin \alpha} = \frac{\frac{6}{2}}{\frac{25}{2}} = \frac{12}{25} = \frac{48}{100}$$

پس مساحت متوازی الاضلاع ۴۸ درصد مساحت مثلث ABC است. توجه کنید که مساحت مثلث برابر نصف حاصل ضرب دو ضلع در سینوس زاویه ی بین دو ضلع می باشد.

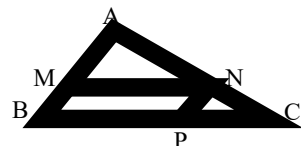
۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲

$MNPB$ متوازی الاضلاع است، بنابراین:

$$MN \parallel BC, NP \parallel AB$$

$$\frac{MB}{AB} = \frac{3}{5} \Rightarrow \text{ترکیب در مخرج} \Rightarrow \frac{MB}{AB} = \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{MB}{AB} = \frac{2}{5} \quad (1)$$

$$MN \parallel BC \Rightarrow \frac{MN}{BC} = \frac{MB}{AB} = \frac{2}{5} \xrightarrow{MN=BP} \frac{BP}{BC} = \frac{3}{5} \quad (2)$$



$$S_{MNPB} = \frac{\frac{2}{5}AB \times \frac{3}{5}BC}{\frac{1}{2}AB \times BC \times \sin \hat{C}} = \frac{\frac{12}{25}AB \times BC}{\frac{1}{2}AB \times BC} = \frac{12}{25} = 0,48 = 48\%$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳

$$DE \parallel BC \Rightarrow \frac{DB}{EC} = \frac{DE}{EC} \Rightarrow \frac{2x-3}{2x} = \frac{6}{2x} \Rightarrow x = 6 \Rightarrow AB = 15$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴

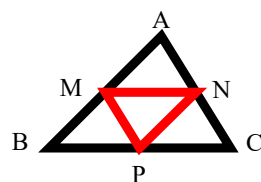
کافیست دو بار از قضیه ی تالس استفاده کنیم.

$$FD \parallel BC \Rightarrow \frac{FD}{FB} = \frac{DC}{BC}$$

$$\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4} \Rightarrow \frac{\quad}{2+3+4} = \frac{a}{2} \Rightarrow a+b+c = \frac{a}{2} a \Rightarrow \frac{\quad}{a+b+c} = \frac{2}{9}$$

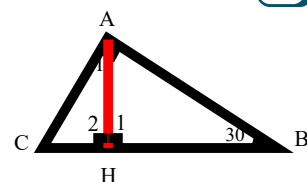
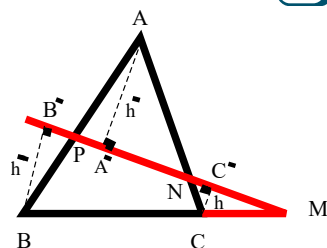
محیط مثلث ABC است و مساحت هر کدام از آن‌ها $\frac{1}{4}$ مساحت مثلث اولیه است.

$$(MNP)_{\text{محيط}} = \frac{1}{2} (ABC)_{\text{محيط}} \Rightarrow ABC_{\text{محيط}} = 2 \times 6 = 12$$



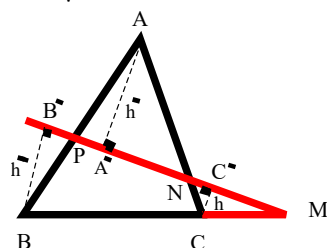
میان‌های کوچک‌تر به میان‌های نظیرش در مثلث بزرگ‌تر است.

$$\left. \begin{array}{l} \angle = \angle B = \mathfrak{r}_\circ \\ H_1 = H_r = \mathfrak{q}_\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta AHC \sim \Delta ABH \Rightarrow \frac{\quad}{S_{AHB}} = \left(\frac{\quad}{HB} \right)^r = (\tan \mathfrak{r}_\circ)^r = \mathfrak{r}$$


$$\begin{array}{l} CC' \parallel BB' \Rightarrow \frac{CM}{CM} = \frac{h}{h} \Rightarrow CM \times AN = h' = AP \\ CC' \parallel AA' \Rightarrow \frac{CM}{AN} = \frac{h}{h'} \end{array}$$


صورت زیر استفاده می کنیم:

$$BB' \parallel AA' \Rightarrow \frac{BP}{PP'} = \frac{BP'}{BB'}$$





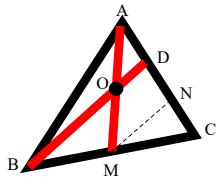
$$\Rightarrow \frac{CM}{AN} \times \frac{BP}{CC'} \times \frac{AA'}{BB'} = 1$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۱

$$\frac{S'}{P'} = 3 \Rightarrow K^2 = 3K \Rightarrow K = 3 \text{ یا } P' = 3, \frac{P}{P'} = \frac{1}{3}$$

نکته: اگر دو شکل متشابه باشند نسبت محیط آن‌ها همان نسبت تشابه است و نسبت مساحت آن‌ها مجذور نسبت تشابه آن‌هاست.

$$OD = \frac{1}{2}MN \text{ پس } OD \parallel MN \text{ و } O \text{ وسط } AM \text{ چون } \triangle AMN \text{ در مثل } BD \text{ رسم کرده در مثل } AMN \text{ از } M \text{ موازی } BD \text{ رسم کرده در مثل } AMN \text{ چون } O \text{ وسط } AM \text{ و } OD \parallel MN \text{ است، پس } OD = \frac{1}{2}MN$$



از طرفی در مثل CDB : $MN \parallel BD$ و M وسط BD است، پس $MN = \frac{1}{2}BD$. بنابراین:

$$OD = a \Rightarrow MN = 2a \Rightarrow BD = 4a \Rightarrow 12 = 3a \Rightarrow a = 4$$

بنابراین $OD = 4$

$$HB = HC = \frac{1}{2}BC \text{ پس } \triangle ABC \text{ متساوی الساقین است. از طرفی } \triangle ABC \text{ متساوی الساقین است پس } HB = HC = \frac{1}{2}BC$$

$$MN \parallel AH \Rightarrow \frac{CH}{AH} = \frac{CN}{AN} = \frac{2}{3}$$

و $MN^2 = CN \times NB$ (در مثل BMC ارتفاع وارد بر وتر MN واسطه‌ی هندسی بین قطعات ایجاد شده روی وتر است) پس $4 = CN \times BN$

بنابراین:

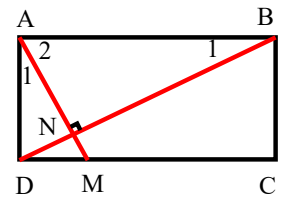
$$\begin{cases} \frac{CH}{CN} = \frac{2}{3} & CN = 2a, CH = 3a = BH \\ CN \times BN = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} BN = 4a \end{cases}$$

$$CN = 2a = \sqrt{2} \text{ یا } CN \times BN = 2a \times 4a = 4 \Rightarrow a = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ پس}$$

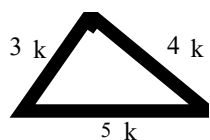
۱ ۲ ۳ ۴ ۲۴

زاویه‌های A_1 و B_1 هر دو متمم A_2 هستند. پس داریم:

$$\begin{cases} \angle A_1 = \angle B_1 \end{cases}$$



$$\Rightarrow \triangle ADM \sim \triangle ADB \Rightarrow \frac{AB}{AD} = \frac{AB}{2DA} = \frac{1}{2}AB \Rightarrow AB = 4DM \Rightarrow \frac{AB}{DM} = \frac{4}{1}$$



$$S = 2P \Rightarrow 12K = \frac{(3K)(4K)}{2}$$

مثلث مورد نظر به صورت شکل مقابل است که حتماً قائم الزاویه است پس ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۵

بنابراین $K = 2$

پس اضلاع مثلث ۶ و ۸ و ۱۰ است.



نکته: پاره خطی که وسط‌های ۲ ساق را به هم وصل می‌کند پاره خط میانگین دوزنقه است و اندازه‌اش میانگین ۲ قاعده است. (۱) (۲) (۳) (۴) (۲۶)

نکته: با توجه به نکته ی قبل می توان گفت:

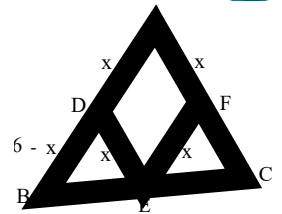
$$MN = \frac{AB + DC}{2}$$

ارتفاع $\times$ پاره خط میانگین = مساحت دوزنقه

$$۱۲ = ۴ \times ۳ \rightarrow \text{خط میانگین} = ۴$$

با فرض اینکه طول ضلع لوزی x باشد: $AD = x$ و در لوزی $ADFE$ اضلاع (۱) (۲) (۳) (۴) (۲۷)

$$ED \parallel AC \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{6-x}{6} = \frac{x}{6} \Rightarrow 24 - 4x = 6x \Rightarrow x = AD = \frac{12}{5}$$



هر دو پنج ضلعی منتظم متشابه اند و نسبت مساحت آن‌ها مجذور نسبت تشابه آن‌هاست، بنابراین: (۱) (۲) (۳) (۴) (۲۸)

$$\frac{4}{9} = \left(\frac{a}{b}\right)^2 \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{a}{b} \quad (\text{نسبت تشابه})$$

$$\frac{6}{b} = \frac{2}{3} \Rightarrow b = 9 \quad \text{یا} \quad \frac{a}{6} = \frac{2}{3} \Rightarrow a = 4$$



بستگی به اینکه اگر عدد ۶ اندازه ی ضلع کوچک تر باشد، ضلع پنج ضلعی بزرگ تر ۹ است یا اگر عدد ۶ عدد ضلع بزرگ تر باشد، ضلع پنج ضلعی کوچک تر ۴ است.

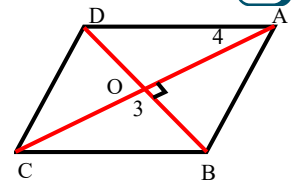
اگر c واسطه ی هندسی a و b باشد، داریم: (۱) (۲) (۳) (۴) (۲۹)

$$c = \sqrt{ab} = \sqrt{\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{4}} = \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

چون دو قطر لوزی ۸ و ۶ است، پس: (۱) (۲) (۳) (۴) (۳۰)

$$S_{ABCD} = \frac{6 \times 8}{2} = 24$$

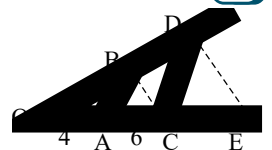
$$\frac{S_{A'B'C'D'}}{S_{ABCD}} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 \Rightarrow \frac{S'}{24} = \frac{4}{9} \Rightarrow S' = 16$$



(۱) (۲) (۳) (۴) (۳۱)

$$\left. \begin{array}{l} AB \parallel CD \Rightarrow \frac{OC}{OD} = \frac{OE}{OE} \\ BC \parallel DE \Rightarrow \frac{OD}{OE} = \frac{OC}{OE} \end{array} \right\} \Rightarrow OC = OE \Rightarrow \frac{4}{10} = \frac{10}{OE} \Rightarrow OE = 25$$

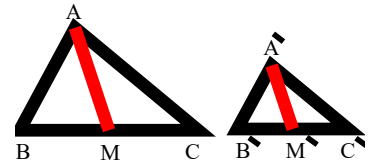
$$CE = 25 - OC = 25 - 10 = 15$$



در دو مثلث متشابه نسبت میانه ها با نسبت اضلاع برابر است. (۱) (۲) (۳) (۴) (۳۲)



$$\frac{A'C'}{A'M'} = \frac{A'C'}{A'M'} = 2 \Rightarrow \frac{S_{A'B'M'}}{\left(\frac{A'C'}{A'M'}\right)^2} = 2^2 = 4$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۳۳

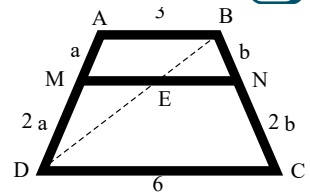
$$\frac{3}{5} = \frac{5}{x} = \frac{y}{3} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{25}{3} \\ y = \frac{35}{3} \end{cases} \Rightarrow x + y = \frac{25 + 35}{3} = 20$$

با توجه به شکل اگر قطر DB را رسم کنیم تا MN را در E قطع کند. ۱ ۲ ۳ ۴ ۳۴

$$(DAB \text{ در مثلث}): ME \parallel AB \Rightarrow \frac{ME}{AD} = \frac{AB}{AB} = \frac{2}{3} \Rightarrow ME = 2$$

$$(BDC \text{ در مثلث}): EN \parallel DC \Rightarrow \frac{EN}{DC} = \frac{BC}{BC} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{EN}{6} = \frac{1}{3} \Rightarrow EN = 2$$

بنابراین: $MN = ME + EN = 4$



۱ ۲ ۳ ۴ ۳۵

$$\angle B = \angle E \Rightarrow ED \parallel BC \Rightarrow \frac{ED}{AB} = \frac{BC}{BC} \Rightarrow \frac{ED}{AB} = \frac{6}{9} \Rightarrow AB = 12 \Rightarrow EB = AB - AE = 4$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۶

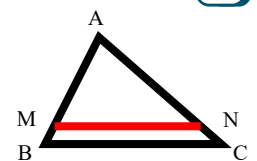
$$DD' \parallel BC \Rightarrow \frac{DD'}{AB} = \frac{BC}{BC} \Rightarrow \frac{DD'}{8} = \frac{1}{3} \Rightarrow DD' = \frac{8}{3}$$

$$EE' \parallel BC \Rightarrow \frac{EE'}{AB} = \frac{BC}{BC} \Rightarrow \frac{EE'}{8} = \frac{2}{3} \Rightarrow EE' = \frac{16}{3}$$

$$\Rightarrow DD' + EE' = \frac{8}{3} + \frac{16}{3} = \frac{24}{3} = 8$$

بنابر فرض تست مساحت مثلث AMN نصف مساحت مثلث ABC است. ۱ ۲ ۳ ۴ ۳۷

$$\frac{S_{ABC}}{S_{AMN}} = \left(\frac{BC}{MN}\right)^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{BC}{MN} = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$



اگر میانگین هندسی a و b عدد c باشد $c^2 = ab$ پس $c = \sqrt{ab}$ یا $c = 14$ یا $c = 196$ ۱ ۲ ۳ ۴ ۳۸

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۹

$$BC \parallel DE \Rightarrow \frac{BC}{AD} = \frac{DE}{DE} \Rightarrow \frac{2x}{2x} = \frac{x+3}{x+3} \Rightarrow 2x = x+3 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow x = 3$$

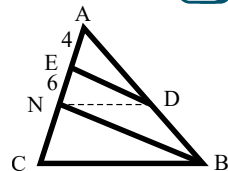
۱ ۲ ۳ ۴ ۴۰

$$\frac{S'}{\left(\frac{15}{8}\right)^2} = \frac{25}{S'} = \left(\frac{15}{8}\right)^2 \Rightarrow S' = \frac{64}{9} = 7\frac{1}{9}$$

1 2 3 4 41

$$\left. \begin{array}{l} DE \parallel BC \Rightarrow \overline{AB} = \overline{AF} \\ FE \parallel BC \Rightarrow \overline{AB} = \overline{AC} \end{array} \right\} \Rightarrow \overline{AF} = \overline{AC} \Rightarrow \frac{2}{6} = \frac{6}{AC} \Rightarrow AC = 18$$

1 2 3 4 44



$$ED \parallel NB \Rightarrow AN = AB \quad (1)$$

$$ND \parallel BC \Rightarrow AB = AC \text{ (२)}$$

از روابط (۱) و (۲) نتیجه می گیریم $\overline{AN} = \overline{AC}$ ، پس:

$$\frac{r}{10} = \frac{10}{AC} \Rightarrow AC = 25$$

۴۳ ۴ ۳ ۲ ۱ به بررسی یک یک گزینه‌ها می‌پردازیم:

۱) $\frac{\quad}{a-b} = -\frac{\quad}{\quad}$ طرفین وسطین $7a + 7b = 3a - 3b \Rightarrow 10b = -4a$ نادرست

۲) $\frac{\quad}{b} = \frac{3}{10}$ طرفین وسطین $10a + 10b = 3b \Rightarrow 10a = -7b$ نادرست

۳) $\frac{\quad}{b-a} = \frac{\quad}{y}$ طرفین وسطین $ya = 4a - 4b \Rightarrow 3a = -4b$ نادرست

۴) $\frac{\quad}{b} = ۶$ طرفین وسطین $۳a - b = ۶b \Rightarrow ۳a = ۷b$ درست

۴۴ ۱ ۲ ۳ ۴ اگر زوایای داخلی این مثلث را A ، B و C زوایای خارجی آن را A' ، B' و C' در نظر بگیریم، داریم:

$$\begin{aligned} \frac{\hat{A}'}{3} = \frac{B'}{7} = \frac{C'}{11} &\Rightarrow \frac{\hat{A}'}{3} = \frac{B'}{7} = \frac{C'}{11} = \frac{\hat{A}' + \hat{B}' + \hat{C}'}{3+7+11} = \frac{36^\circ}{11} = 3.27^\circ \\ \Rightarrow \begin{cases} \hat{A}' = 9.81^\circ \Rightarrow \hat{\alpha} = 180^\circ - 9.81^\circ = 170.19^\circ \\ \hat{B}' = 18.55^\circ \Rightarrow \hat{\beta} = 180^\circ - 18.55^\circ = 161.45^\circ \\ \hat{C}' = 27.27^\circ \Rightarrow \hat{\gamma} = 180^\circ - 27.27^\circ = 152.73^\circ \end{cases} \end{aligned}$$

از ترکیب در صورت و مخرج استفاده می‌کنیم: ۴۵ ۴ ۳ ۲ ۱



$$\frac{a_1}{1} = \frac{a_2}{2} = \frac{a_3}{3} = \dots = \frac{a_n}{n} \Rightarrow \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{1 + 2 + \dots + n} = \frac{a_1}{1}$$

حال با توجه به رابطه‌ی $1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$ داریم:

$$a_1 + a_2 + \dots + a_n = \frac{n(n+1)}{2} a_1$$

با توجه به فرض مسئله داریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۴۶

$$b^2 = d^2 = k^2 \Rightarrow \frac{a^2}{b^2} = \frac{c^2}{d^2} = k^2 \Rightarrow \frac{2a^2}{2b^2} = \frac{3c^2}{3d^2} = k^2 \xrightarrow{\text{ترکیب در صورت و مخرج}} \frac{2a^2 + 3c^2}{2b^2 + 3d^2} = k^2$$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{2a^2 + 3c^2}{2b^2 + 3d^2}} = \sqrt{k^2} \xrightarrow{k > 0} \sqrt{\frac{2a^2 + 3c^2}{2b^2 + 3d^2}} = k$$

با توجه به فرض مسئله داریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۴۷

$$\frac{AM}{AB} = \frac{BN}{AB} = \frac{1}{3}$$

حال در کسرهای فوق از ترکیب در مخرج استفاده می‌کنیم:

$$\frac{AM + MB}{AB} = \frac{BN + AN}{AB} = \frac{1}{2 + 1}$$

$$\Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{1}{3} \Rightarrow MB = AN = \frac{AB}{3} = \frac{a}{3}$$

$$\Rightarrow MN = AB - (BM + AN) = a - \left(\frac{a}{3} + \frac{a}{3}\right) = \frac{a}{3}$$

فرض کنیم $OP = a$ باشد. طبق فرض سؤال داریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۴۸

$$\frac{PD}{PD} = \frac{PC}{PC} \Rightarrow \frac{a - 2}{5 - a} = \frac{a - 4}{7 - a} \Rightarrow (a - 2)(5 - a) = (a - 4)(7 - a)$$

$$\Rightarrow -a^2 + 7a - 10 = -a^2 + 11a - 28 \Rightarrow 4a = 18 \Rightarrow a = \frac{9}{2} = 4,5$$

می‌دانیم که نسبت مساحت‌های دو مثلث متشابه برابر با مجذور نسبت محیط‌ها (نسبت تشابه) است، بنابراین داریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۴۹

$$\frac{S_1}{S_2} = \left(\frac{6 + 8 + 10}{12}\right)^2 = \frac{1}{9}$$

همچنین می‌دانیم که ۶، ۸ و ۱۰ اعداد فیثاغورثی هستند، بنابراین مساحت این مثلث برابر است با:

$$S_1 = \frac{6 \times 8}{2} = 24$$

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{1}{9} \Rightarrow \frac{24}{S_2} = \frac{1}{9} \Rightarrow S_2 = 9 \times 24 = 216$$

می‌دانیم که نسبت مساحت‌های دو مثلث متشابه برابر با مجذور نسبت محیط‌ها (نسبت تشابه) است، بنابراین: ۱ ۲ ۳ ۴ ۵۰

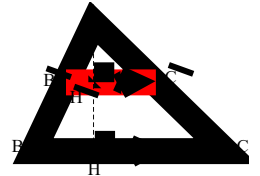


$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{16\sqrt{3}}{4\sqrt{3}} = 4 \Rightarrow 4 = \left(\frac{2x + 3x - 2 + x + 2}{6x} \right)^2 \Rightarrow \frac{1}{6x} = 2 \Rightarrow x = 2$$

۵۱ فرض کنید با رسم $B'C'$ مساحت مثلث ABC نصف شده باشد.

دو خط BC و $B'C'$ موازی یکدیگر هستند، بنابراین دو مثلث ABC و $AB'C'$ متشابه خواهند بود و خواهیم داشت:

$$\frac{S_{\triangle AB'C'}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{AH'}{AH} \right)^2 \Rightarrow \frac{1}{4} = \left(\frac{AH'}{h} \right)^2 \Rightarrow \frac{AH'}{h} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow AH' = \frac{\sqrt{2}}{2} h$$



۵۲ می دانیم که میانه ها یکدیگر را به نسبت ۲ به ۱ قطع می کنند، بنابراین اگر G مرکز ثقل مثلث ABC باشد، داریم:

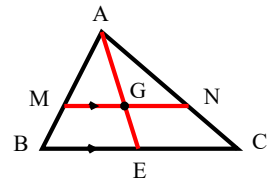
$$\frac{GE}{1} = \frac{2}{1} \Rightarrow \frac{GE}{AE} = \frac{2}{3}$$

از طرفی چون $MN \parallel BC$ ، طبق قضیه ی تالس داریم:

$$\frac{AE}{AB} = \frac{AG}{AC} = \frac{2}{3}$$

همچنین با توجه به توازی MN و BC و تناسب اضلاع دو مثلث AMN و ABC نتیجه می شود:

$$\triangle AMN \sim \triangle ABC$$



می دانیم که نسبت مساحت های دو مثلث متشابه برابر با مجذور نسبت تشابه است، بنابراین:

$$\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle AMN}} = \left(\frac{3}{2} \right)^2 = \frac{9}{4} \xrightarrow{\text{تفضیل در صورت}} S_{AMN} = \frac{4}{9} \Rightarrow \frac{S_{AMN}}{S_{BMNC}} = \frac{4}{5}$$

۵۳ به علت اینکه $MN \parallel BC$ است، مثلث های AMN و ABC متشابه اند و مساحت مثلث AMN نصف مساحت

مثلث ABC می باشد. می دانیم که نسبت مساحت های دو مثلث متشابه برابر با مجذور نسبت تشابه آنها است:

$$\frac{S_{\triangle AMN}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{1}{4} \Rightarrow \left(\frac{AB}{AB} \right)^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{AB}{AB} = \frac{\sqrt{2}}{2} \xrightarrow[\text{در مخرج}]{\text{تفضیل}} \frac{AB}{AB - AM} = \frac{\sqrt{2}}{2 - \sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \frac{MB}{AB} = \frac{\sqrt{2}}{2 - \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{2} + 2)}{(2 - \sqrt{2})(2 + \sqrt{2})} = \frac{2 + 2\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \frac{MB}{AB} = 1 + \sqrt{2}$$

۵۴ با توجه به فرض مسأله داریم:

با توجه به رابطه‌ی اخیر، طبق عکس قضیه‌ی تالس می‌توان نتیجه گرفت: $DE \parallel BC$ بنابراین طبق قضیه‌ی تالس خواهیم داشت:

می‌دانیم اگر دو خط مورب سه خط موازی d ، d' و d'' را قطع کنند پاره‌های خط‌های ایجاد شده روی خطوط مورب نسبت‌های مساوی دارند. بنابراین:

۵۶ ۱ ۲ ۳ ۴ طول پاره‌ها را (از کوچک به بزرگ) x_1, x_2, x_3, x_4 و x_5 در نظر می‌گیریم. با توجه به ترازوی این ۵ پاره خط با قاعده‌ی BC ، طبق قضیه‌ی تالس داریم:

حال با جای گذاری $BC = ۱۸$ خواهیم داشت:

۵۷) محل تقاطع MN با AC را P می‌نامیم. چون M وسط BC است و MP موازی AB می‌باشد، بنابراین طبق

از طرفی:

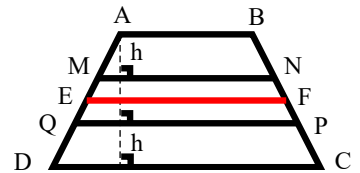
همچنین طبق قضیه ی تالس داریم:

NP و MQ از دوزنقه‌ی $MNPQ$ نیز می‌باشند. بنابراین داریم:



$$EF = \frac{AB + CD}{2} = \frac{MN + PQ}{2}$$

$$\frac{S_{ABCD}}{2} = \frac{\frac{MN + PQ}{2} \times h}{EF \times 3h} = \frac{1}{3}$$



۵۹) می دانیم پاره خطی که از اوساط دو ساق یک ذوزنقه می گذرد، از اوساط دو قطر آن نیز می گذرد. یعنی P و Q به ترتیب اوساط AD و BC هستند و طول PQ برابر نصف تفاضل طول دو قاعده است:

$$PQ = \frac{CD - AB}{2} \Rightarrow PQ = \frac{3AB - AB}{2} = AB \xrightarrow{CD=3AB} PQ = \frac{CD}{3}$$

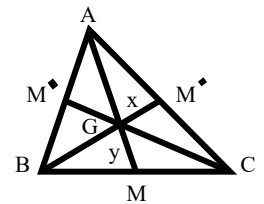


۶۰) در هر مثلث میانه ها یکدیگر را به نسبت ۲ به ۱ قطع می کنند:

$$\frac{GM}{GM'} = \frac{GM''}{GM'''} = \frac{2}{1}$$

حال با استفاده از خواص تناسب خواهیم داشت:

$$\frac{AM}{BM'} = \frac{CM''}{CM'''} = \frac{2}{3} \text{ و } \frac{AM}{BM'} = \frac{CM''}{CM'''} = \frac{1}{3}$$



می دانیم که در هر مثلث مرکز ثقل میانه ها را به نسبت ۲ به ۱ تقسیم می کند. با توجه به اینکه AM و BM' میانه هستند و میانه ها در هر مثلث همسرسانند، می توان گفت G مرکز ثقل $\triangle ABC$ است. بنابراین داریم:

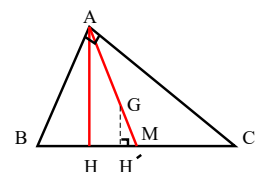
$$\frac{AG}{BG} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{AM}{BM'} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{GM}{AM} = \frac{3}{AM} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} \Rightarrow y = \frac{3}{2}$$

۶۱) فرض کنیم G مرکز ثقل این مثلث باشد، پس باید طول GH' را به دست آوریم:

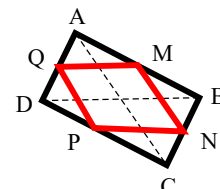
می دانیم که در هر مثلث میانه ها یکدیگر را به نسبت ۲ به ۱ تقسیم می کنند. بنابراین داریم:

$$AG = \frac{1}{2} \xrightarrow{\text{ترکیب در مخرج}} AM = \frac{1}{3}$$



از طرفی:

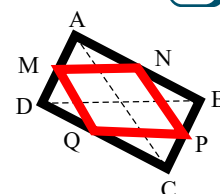
نکته: فاصله‌ی محل برخورد میانه‌های مثلث قائم الزاویه از وتر برابر با $\frac{1}{3}$ ارتفاع وارد بر وتر است.

$$MQ||BD||PN, MN||AC||PQ$$


۱ ۲ ۳ ۴ ۶۴

$$MN = PQ = \frac{BD}{2}, \quad PN = MQ = \frac{AC}{2}$$

$$MN PQ_{\text{محيط}} = MN + NP + PQ + QM = 2\left(\frac{BD}{2} + \frac{AC}{2}\right) = BD + AC = 21$$



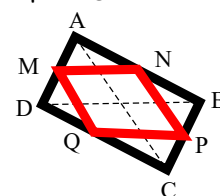
می‌دانیم که با وصل کردن اوساط دو ضلع یک مثلث، مساحت مثلث اولیه ۴ برابر مساحت مثلث کوچک ایجاد شده (۶۵) (۴) (۳) (۲) (۱)

است. بنابراین داریم:

$$S_{AMN}^{\triangle} = -\frac{1}{\mathfrak{f}} S_{ABD}^{\triangle}, S_{POC}^{\triangle} = -\frac{1}{\mathfrak{f}} S_{BCD}^{\triangle}, S_{BNP}^{\triangle} = -\frac{1}{\mathfrak{f}} S_{ABC}^{\triangle}, S_{MQD}^{\triangle} = -\frac{1}{\mathfrak{f}} S_{ACD}^{\triangle}$$

$$S_{MNPQ} = S_{ABCD} - \underbrace{[(S_{\Delta_{AMN}} + S_{\Delta_{PQC}})]}_{\frac{1}{\mathfrak{F}} S_{ABCD}} + \underbrace{[(S_{\Delta_{BNP}} + S_{\Delta_{MQD}})]}_{\frac{1}{\mathfrak{F}} S_{ABCD}}$$

$$= S_{ABCD} - \frac{1}{2} S_{ABCD} = \frac{1}{2} S_{ABCD}$$



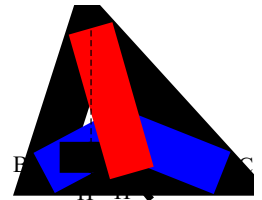
۶۶ ۱ ۲ ۳ ۴ از O و A بر BC عمود می‌کنیم تا نقاط H و H' به دست آیند. همان طور که واضح است:

$AH||OH'$

بنابراین طبق قضیه‌ی تالس داریم:

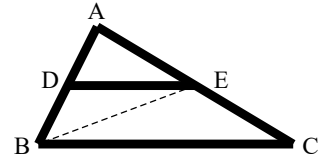


$$\frac{AM}{AH} = \frac{AH}{AM} \Rightarrow \frac{AM}{AH} = \frac{OH' \times \frac{BC}{2}}{AH \times \frac{BC}{2}} = \frac{S}{S}$$



در دو مثلث با ارتفاع های یکسان نسبت مساحت ها برابر نسبت قاعده هاست. ۱ ۲ ۳ ۴ ۶۷

$$\frac{S_{AEB}}{S_{AEB}} = \frac{AE}{AB} = \frac{AD}{AB} = \frac{5}{9}$$



دو رابطه ی فوق را بر هم تقسیم می کنیم:

$$\frac{S_{AEB}}{S_{AEB}} = \frac{5}{9} \Rightarrow \frac{S_{EBD}}{S_{AEB}} = \frac{9}{4} = 2,25$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۸

دو مثلث AHB و AHC متشابه هستند و نسبت تشابه آن ها $\frac{2}{3} = \frac{AC}{AC}$ است. پس نسبت میانه های HN و

HM نیز $\frac{2}{3}$ است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۹

سه مثلث موجود در شکل متشابه اند بنابراین داریم:

$$\frac{BC}{BC} = \frac{v}{v} \Rightarrow \begin{cases} \frac{AB}{AB} = \frac{v}{v} \\ \frac{AC}{AC} = \frac{v}{v} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} S_{AMN} = \frac{4}{49} S_{ABC} \\ S_{CNP} = \frac{25}{49} S_{ABC} \end{cases}$$

$$\Rightarrow S_{MNPB} = (1 - \frac{4}{49} - \frac{25}{49}) S_{ABC} = \frac{20}{49} S_{ABC} \Rightarrow \frac{S_{MNPB}}{S_{ABC}} = \frac{20}{49} \approx 40\%$$

محیط مثلث اول $13 = 6 + 4 + 3$ است، نسبت تشابه هم $\frac{1}{3}$ یا $\frac{1}{4}$ یا $\frac{1}{6}$ است. پس محیط دومی $\frac{13}{3}$ یا $\frac{13}{4}$ یا $\frac{13}{6}$ می شود. ۱ ۲ ۳ ۴ ۷۰

یا $\frac{13}{6}$ است و $x + y$ برابر $\frac{10}{3}$ یا $\frac{9}{4}$ می شود.

برای حداقل $x + y$ ، باید ضلع به طول ۲، بزرگ ترین ضلع مثلث دوم و نظیر ضلع به طول ۶ مثلث اول باشد. ۱ ۲ ۳ ۴ ۷۱

$$\frac{2}{6} = \frac{x}{3} = \frac{y}{4} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{x}{3} = \frac{y}{4} \rightarrow \frac{1}{3+4} = \frac{1}{3} \Rightarrow x + y = \frac{7}{3}$$

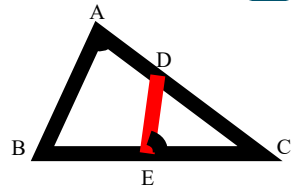
البته از رابطه ی $\frac{1}{3} = \frac{x}{3} = \frac{y}{4}$ می توان x و y را جداگانه نیز محاسبه کرد:



$$\begin{cases} \frac{1}{3} = \frac{x}{3} \\ \frac{1}{3} = \frac{y}{4} \end{cases} \Rightarrow x = 1, y = \frac{4}{3} \Rightarrow x + y = 1 + \frac{4}{3} = \frac{7}{3}$$

نکته: اگر $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f}$ ، آن گاه $\frac{a+c+e}{b+d+f} = \frac{a}{b}$

در دو مثلث ABC و CDE داریم: (۱) (۲) (۳) (۴) (۷۲)



$$\hat{A} = \hat{D}, \hat{B} = \hat{E}$$

بنابراین دو مثلث ABC و CDE بنا به حالت دو زاویه متشابه‌اند. حال تناسب اضلاع آن‌ها را می‌نویسیم:

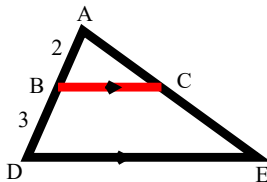
$$\frac{AB}{BC} = \frac{BC}{AC}$$

می‌دانیم نسبت مساحت‌ها، توان دوم نسبت تشابه است، بنابراین: (۱) (۲) (۳) (۴) (۷۳)

$$k^2 = \frac{S'}{S} = \frac{16}{25} \Rightarrow k = \frac{4}{5}$$

$$k = \frac{h'}{h} \xrightarrow{h=2} \frac{4}{5} = \frac{2}{h'} \Rightarrow h' = \frac{5}{2} = 2,5$$

داریم: $S_{ADE} = \frac{4}{25}$ و ABC با نسبت ۲ به ۵ متشابه‌اند. پس: (۱) (۲) (۳) (۴) (۷۴)



$$S_{ADE} = S_{ABC} + S_{BCED}$$

$$\Rightarrow S_{BCED} = (1 - \frac{4}{25})S_{ADE} = \frac{21}{25}S_{ADE}$$

(۱) (۲) (۳) (۴) (۷۵)

با استفاده از قضیه فیثاغورس داریم:

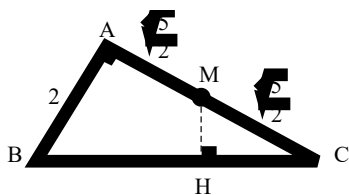
$$BC = \sqrt{2^2 + (\sqrt{5})^2} = 3$$

حال در هر دو مثلث ABC و MCH داریم:

$$\begin{cases} \hat{A} = \hat{M} = 90^\circ \\ \hat{B} = \hat{C} \end{cases} \Rightarrow \text{بنابراین دو مثلث } MCH \text{ و } ABC \text{ متشابه‌اند.}$$

حال تناسب اضلاع متناظر را می‌نویسیم:

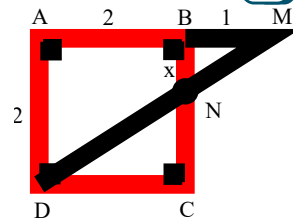
$$\frac{BC}{AC} = \frac{AC}{AB} \Rightarrow \frac{\frac{\sqrt{5}}{2}}{3} = \frac{CH}{\sqrt{5}} \Rightarrow CH = \frac{5}{6}$$





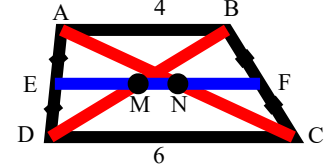
طبق نتیجه قضیه تالس در مثلث AMD : ۱ ۲ ۳ ۴ ۷۶

$$AM = AD \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{x}{2} \Rightarrow x = \frac{2}{3}$$



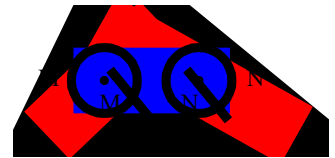
قضیه تالس را یک بار در مثلث ABC و یک بار در مثلث BDC می نویسیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۷۷

$$\begin{cases} \triangle ABC : \frac{AB}{AB} = \frac{1}{2} \Rightarrow NF = \frac{AB}{2} = 2 \\ \triangle BDC : \frac{DC}{CD} = \frac{1}{2} \Rightarrow MF = \frac{DC}{2} = 3 \end{cases} \Rightarrow MN = MF - NF = 3 - 2 = 1$$



روش دوم: نکته: بطور کلی اگر وسط های ۲ ساق دوزنقه را به هم وصل کنیم، خط میانگین دوزنقه به دست می آید و داریم:

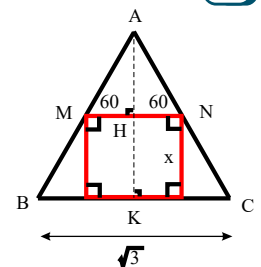
$$\begin{cases} MN = \frac{AB + DC}{2} \\ M'N' = \frac{|AB - DC|}{2} \end{cases}$$



بنابراین: $MN = \frac{6 - 4}{2} = 1$

راه حل اول: در دو مثلث متشابه نسبت ارتفاع های متناظر، با نسبت تشابه برابر است با: ۱ ۲ ۳ ۴ ۷۸

$$\begin{aligned} \triangle AMN &\sim \triangle ABC \\ \frac{AK}{BC} &= \frac{AK}{\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{x}{\sqrt{3}} = \frac{3}{2} \Rightarrow x = \frac{3\sqrt{3}}{2} \\ 1 - \frac{x}{\frac{3}{2}} &= \frac{x}{\sqrt{3}} \Rightarrow x = \frac{3}{2 + \sqrt{3}} \Rightarrow x = 3(2 - \sqrt{3}) \end{aligned}$$



راه حل دوم:

$$\begin{cases} AK = \frac{\sqrt{3}}{2} \times AC = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \sqrt{3} = \frac{3}{2} \text{ (ارتفاع در مثلث متساوی الاضلاع } ABC) \\ AH = \frac{\sqrt{3}}{2} \times MN = \frac{\sqrt{3}}{2} x \text{ (ارتفاع در مثلث متساوی الاضلاع } AMN) \end{cases}$$

$$\frac{AK=AH+HK}{\frac{3}{2}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} x + x}{\frac{3}{2}} \Rightarrow x = 3(2 - \sqrt{3})$$

محیط مثلث اول $2 + 3 + 4 = 9$ و نسبت تشابه $\frac{1}{4}$ یا $\frac{1}{3}$ یا $\frac{1}{2}$ است. پس محیط دومی $\frac{9}{2}$ یا $\frac{9}{3}$ یا $\frac{9}{4}$ است و ۱ ۲ ۳ ۴ ۷۹

هرگز ۶ نمی تواند باشد.

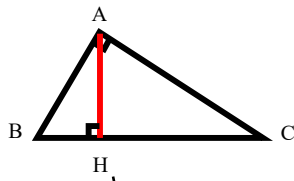


$$\frac{S_{ABC}}{S_{ABH}} = \left(\frac{AB}{AB}\right)^2 = \frac{16}{100}$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{DE \parallel BC}{\text{تفضیل از صورت}} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5} \Rightarrow S_{ABC} = \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{9}{25} = ۰,۳۶$$

نکته: در دو مثلث متشابه، نسبت مساحت‌ها برابر توان دوم نسبت تشابه است. ۱ ۲ ۳ ۴ ۸۱

مثلث‌های ABC ، ABH و ACH بنا به حالت دو زاویه متشابه‌اند.



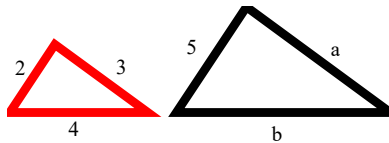
$$\frac{AC}{AB} = \frac{2}{3}$$

پس از نکته‌ی فوق داریم:

$$\frac{S_{ACH}}{S_{ABH}} = \left(\frac{AC}{AB}\right)^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9} \Rightarrow S_{ACH} = \frac{4}{9} S_{ABH}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{ABH} + S_{ACH}}{S_{ABH}} = \frac{S_{ABH} + \frac{4}{9} S_{ABH}}{S_{ABH}} = \frac{4 + 9}{9} = \frac{13}{9} = ۱,۴۴$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۸۲ برای اینکه $a + b$ حداکثر شود، ۵ را متناظر با ضلع ۲ می‌گیریم. پس داریم:

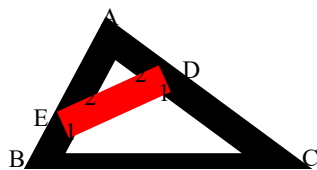


$$k = \frac{5}{2} \Rightarrow a = \frac{5}{2} \times 3 = \frac{15}{2}, \quad b = \frac{5}{2} \times 4 = \frac{20}{2}$$

$$a + b = \frac{35}{2} = ۱۷,۵$$

و بنابراین:

۱ ۲ ۳ ۴ ۸۳ از اینکه زوایای مقابل چهارضلعی مکمل‌اند، نتیجه می‌گیریم دو مثلث متشابه‌اند. ببینید:

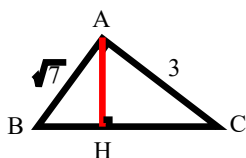


$$\left. \begin{array}{l} \hat{D}_1 + \hat{E} = 180^\circ \\ \hat{D}_1 + \hat{D}_2 = 180^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{E} = \hat{D}_2$$

به صورت مشابه نتیجه می‌شود که $\hat{E} = \hat{D}_2$ پس دو مثلث متشابه‌اند.

$$\triangle ADE \sim \triangle ABC \Rightarrow k = \frac{DE}{BC} = \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{S_{ADE}}{S_{ABC}} = k^2 = \frac{9}{25} \Rightarrow \frac{S_{ADE}}{S_{ABC}} = \frac{16}{25} \Rightarrow \frac{S_{ADE}}{S_{ADE}} = \frac{16}{9}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۸۴ ارتفاع وارد بر وتر همواره در مثلث قائم‌الزاویه، دو مثلث قائم‌الزاویه‌ی دیگر ایجاد می‌کند که با هم و با مثلث اصلی متشابه‌اند.



$$ACH \sim ABH$$

$$k = \frac{AH}{AB} = \frac{3}{\sqrt{10}}$$



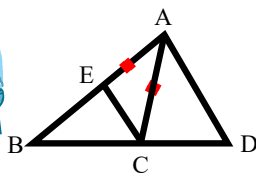
$$S_{ABH} = k^2 = \frac{3}{4}$$

نکته: اگر نسبت دو جزء طولی متناظر دو مثلث متشابه، k باشد، نسبت مساحت‌هایشان k^2 است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۸۵
تناسب اضلاع به صورت‌های مختلفی می‌تواند برقرار شود، چون در مثلث اول نسبت دو ضلع $\frac{3}{4}$ است، در مثلث دوم هم باید باشد:

$$\begin{aligned}\frac{3}{4} &= \frac{3}{b} \Rightarrow b = 4 \\ \frac{3}{4} &= \frac{5}{b} \Rightarrow b = \frac{20}{3} \\ \frac{4}{3} &= \frac{3}{b} \Rightarrow b = \frac{9}{4} \\ \frac{4}{3} &= \frac{5}{b} \Rightarrow b = \frac{15}{4}\end{aligned}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۸۶
باتوجه به شکل داریم:



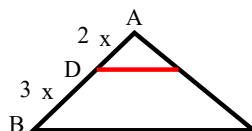
$$CE \parallel AD, AE = 5, BE = 11 - 5 = 6$$

$$\frac{AE}{BE} = \frac{CD}{5} \Rightarrow \frac{CD}{5} = \frac{5}{6}$$

بنابر قضیه تالس می‌توان نوشت:

$$\text{پس: } CD = 7,5$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۸۷
مثلث حاصل با مثلث اولیه متشابه است و نسبت مساحت‌ها برابر مربع نسبت اضلاع است پس نسبت اضلاع را تعیین می‌کنیم.



$$\text{نسبت تشابه} = \frac{AB}{5x} = \frac{2}{5}$$

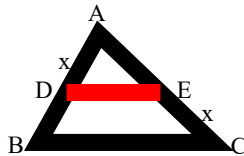
$$\text{پس نسبت مساحت‌ها} = \left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{4}{25} = \frac{16}{100} \quad \text{پس } 16 \text{ درصد درست می‌باشد.}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۸۸
در دو چهار ضلعی متشابه نسبت مساحت‌ها برابر مربع نسبت اضلاع است.

$$\frac{S}{S} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 \rightarrow \frac{36}{S} = \frac{4}{9} \rightarrow S = 81$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۸۹



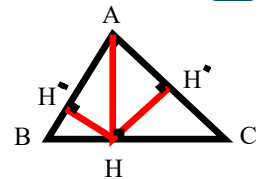
پاره خط DE موازی ضلع BC است و $AC = \frac{5}{2}AB$

$$\frac{AB}{AC} = \frac{AB}{\frac{5}{2}AB - x} \Rightarrow AB = \frac{\frac{5}{2}AB - x}{\frac{5}{2}}$$

پس از خلاصه کردن خواهیم داشت $\frac{5}{2}x = \frac{5}{2}AB - x$ در نتیجه $x = \frac{1}{7}AB$ است.

هر دو مثلث کوچک تر با مثلث قائم الزاویه ی اصلی متشابه اند. ۱ ۲ ۳ ۴ ۹۰

$$\frac{S_{ABC}}{S_{ACH}} = \frac{1}{10} \Rightarrow \frac{S_{ABC}}{S_{ACH}} = \frac{9}{10} \Rightarrow \frac{1}{9} = K^2 \Rightarrow K = \frac{1}{3}$$



نسبت فاصله ی H از دو ضلع قائم، در واقع نسبت ارتفاع های این دو مثلث متشابه است و می دانیم در دو مثلث متشابه نسبت هر دو جزء طولی متناظر همان نسبت متشابه است.

اگر وسط اضلاع یک مثلث را به هم وصل کنیم، مثلثی متشابه با مثلث بزرگتر به دست می آید که نسبت تشابه آنها ۱ ۲ ۳ ۴ ۹۱

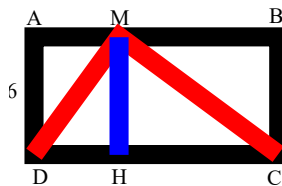
$$K = \frac{1}{2} \text{ است.}$$

در دو مثلث متشابه با نسبت تشابه K ، نسبت بین مساحت ها K^2 (مربع نسبت تشابه) است.

$$K = \frac{1}{2} \text{ (نسبت تشابه)} \Rightarrow \frac{S'}{S} = K^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \Rightarrow \frac{S_{HSN}}{S_{PRI}} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{S_{HSN}}{12} = \frac{1}{4} \Rightarrow S_{HSN} = 3 \text{ cm}^2$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۹۲

ارتفاع MH در مثلث قائم الزاویه DMC را رسم می کنیم. بنابر رابطه ی طولی در مثلث قائم الزاویه داریم:



$$MH^2 = DH \times CH \Rightarrow 6^2 = AM \times MB \Rightarrow AM \times MB = 36$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۹۳ مطابق شکل، $\hat{AMC}$ زاویه ی خارجی مثلث ABM است و در نتیجه:

$$\hat{AMC} = \alpha + 2\alpha = 3\alpha$$



$$\frac{AC}{BC} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{3}{BM + 2} \Rightarrow BM = 2.5$$

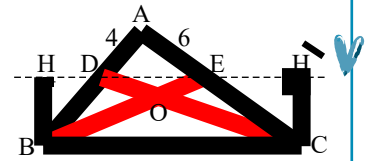
دو مثلث ABC و AMC به حالت تساوی دو زاویه متشابه اند و داریم:



۱ ۲ ۳ ۴ ۹۴

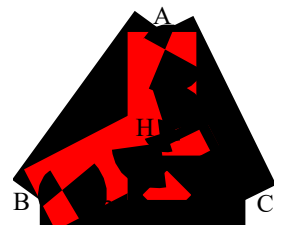
چون $\frac{DB}{EC} = \frac{4}{5}$ ، پس طبق عکس قضیه تالس، $DE \parallel BC$ از B و C به ترتیب عمودهای BH و CH' را بر امتدادهای DE وارد می‌کنیم، از آنجا که $DE \parallel BC$ ، پس $BH = CH'$ بنابراین داریم:

$$\begin{aligned} \frac{S(\triangle BDE)}{S(\triangle CDE)} &= \frac{\frac{1}{2}BH \times DE}{\frac{1}{2}CH' \times DE} = 1 \Rightarrow S(\triangle BDE) = S(\triangle CDE) \\ \Rightarrow S(\triangle BDE) - S(\triangle ODE) &= S(\triangle CDE) - S(\triangle ODE) \\ \Rightarrow S(\triangle OBD) &= S(\triangle OCE) \Rightarrow \frac{S(\triangle OBD)}{S(\triangle OCE)} = 1 \end{aligned}$$



باتوجه به شکل مقابل مثلث‌های BDH و ADC متشابهند، زیرا:

$$\begin{cases} \angle AHE : \hat{A}_1 + \hat{H}_1 = 90^\circ \\ \angle ADC = \hat{A}_1 + \hat{H}_1 = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow \hat{H}_1 = \hat{H}_2 \quad (1)$$



از آنجایی که $\hat{H}_1$ و $\hat{H}_2$ متقابل به رأس می‌باشند، از (۱) داریم، $\hat{H}_2 = \hat{H}_1$ و همچنین زاویه D در این دو مثلث برابر 90° است، لذا باتوجه به رابطه‌ی نسبت تشابه در این دو مثلث داریم:

$$\frac{DH}{BD} = \frac{BH}{BH} \Rightarrow \frac{2}{DH} = \frac{4}{3} \Rightarrow DH = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

باتوجه به قضیه تالس در مثلث‌های ABD و BDC داریم:

$$\left. \begin{aligned} \frac{AB}{AD} = \frac{1}{2} \Rightarrow MP = \frac{AB}{2} \\ \frac{DC}{BC} = \frac{1}{2} \Rightarrow PN = \frac{DC}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow MN = \frac{a+b}{2}$$

$$\frac{DC}{AD} = \frac{1}{2} \Rightarrow MQ = \frac{DC}{2} \Rightarrow PQ = MQ - MP = \frac{a-b}{2}$$

همچنین داریم:

$$\frac{PQ}{PQ} = \frac{a-b}{a-b}$$

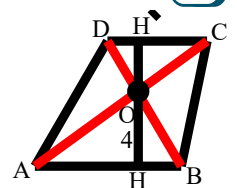
بنابراین داریم:

دو مثلث OAB و OCD به حالت تساوی زاویه‌ها متشابه‌اند و نسبت دو ارتفاع متناظر با نسبت تشابه برابر است.

$$\frac{OH}{AB} = \frac{OH'}{4} = \frac{6}{9} \Rightarrow OH' = \frac{8}{3}$$

$$h = HH' = OH + OH' = 4 + \frac{8}{3} = \frac{20}{3}$$

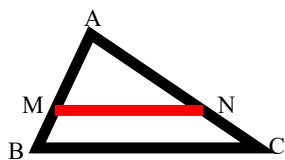
$$S = \frac{1}{2}(AB + DC) \times h = \frac{1}{2}(9 + 6) \times \frac{20}{3} = 50$$



1 2 3 4 98

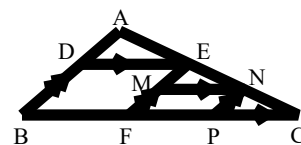
$$\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{EC} \rightarrow \underline{\lambda} = \overrightarrow{EC} \rightarrow \underline{\lambda} = \overrightarrow{OC + EO} \rightarrow \underline{\lambda} = \underline{\delta + EO}$$

1 2 3 4 100


$$\left(\frac{1}{AB}\right)^r = \frac{1}{r} \Rightarrow \frac{1}{AB} = \frac{1}{\sqrt{r}} \Rightarrow \frac{1}{AB-AM} = \frac{1}{\sqrt{r}-1} \Rightarrow \frac{1}{MB} = \frac{1}{\sqrt{r}-1} = \sqrt{r+1}$$

1 2 3 4 101

$$MN \parallel FC \Rightarrow \frac{MN}{FC} = \frac{ME}{EC} = \frac{MF}{FC} = \frac{1}{2}$$



৫৩



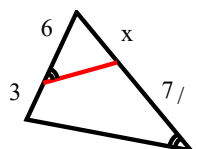
مساحت $MNPF$ نصف مساحت $\triangle EFC$ است.

نسبت تشابه $\triangle CEF$ به $\triangle ABC$ نیز ۳ به ۵ است. لذا نسبت مساحت‌های آن‌ها ۹ به ۲۵ است.

لذا:

$$S_{MNP} = \frac{1}{2} S_{EFC} = \frac{1}{2} \times \frac{9}{25} S_{ABC} = 0.18 S_{ABC}$$

۱۰۲ دو مثلث مفروض متشابه هستند. زیرا دو زاویه مساوی با هم دارند.



$$\frac{6}{9} = \frac{x}{x+7.5} \Rightarrow x^2 + 7.5x = 54$$

$$2x^2 + 15x - 108 = 0 \Rightarrow x = 4.5$$

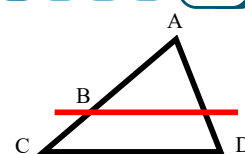
نسبت تشابه دو مثلث برابر $\frac{1}{2}$ است پس نسبت مساحت‌ها $\frac{1}{4}$ می‌باشد. مساحت چهارضلعی $\frac{3}{4}$ مساحت مثلث بزرگتر یا ۳ برابر مساحت مثلث کوچکتر است.

۱۰۳ در دو شکل متشابه نسبت مساحت‌ها برابر با مربع نسبت محیط‌ها است.

$$\frac{S}{32} = \left(\frac{35}{28}\right)^2 \Rightarrow \frac{S}{32} = \frac{25}{16} \Rightarrow S = 50$$

۱۰۴

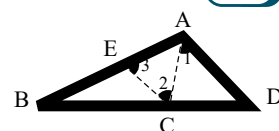
$$\frac{BC}{2} = \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{AB+BC}{3+2} = \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{AC}{5} = \frac{3}{5}$$



نسبت مساحت‌ها برابر مربع نسبت اضلاع است پس نسبت مساحت‌ها برابر $\frac{9}{25}$ یا مساحت مثلث کوچکتر ۳۶ درصد مساحت مثلث بزرگتر است.

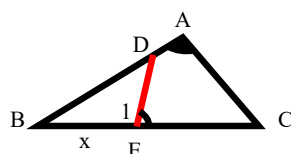
۱۰۵ از قضیه‌ی تالس به صورت زیر استفاده می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \hat{A} &= \hat{A} \Rightarrow AE = AC = 6 \\ \hat{B} &= \hat{B} \Rightarrow E \parallel AD \Rightarrow \frac{DC}{AE} = \frac{15}{6} = \frac{5}{2} \end{aligned}$$



۱۰۶

دو زاویه‌ی E_1 و A یک مکمل دارند پس برابرند دو مثلث مفروض در حالت متساوی زاویه‌ها متشابه‌اند.

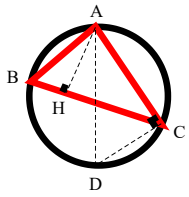


$$\frac{BC}{AB} = \frac{BE}{AB} \Rightarrow \frac{BE+EC}{AB} = \frac{BE}{AB}$$

$$\text{اگر } BE = x \text{ باشد داریم } \frac{x}{x+10} = \frac{x}{12} \text{ یا } x^2 + 10x - 96 = 0 \text{ در نتیجه } x = 6$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰۷



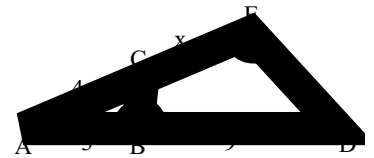
در شکل مقابل $AB = 6$ ، $AC = 9$ و قطر $AD = 12$ واحد است. دو مثلث ABH ، ADC متشابه اند. زیرا دارای دو زاویه مساوی هستند.

$$\frac{AD}{AC} = \frac{AB}{AH} \Rightarrow AD \cdot AH = AB \cdot AC$$

$$12AH = 6 \times 9 \rightarrow AH = 4,5$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰۸

$$\left. \begin{array}{l} \hat{A} + \hat{B}_1 = 180^\circ \\ \hat{B}_2 + \hat{B}_1 = 180^\circ \end{array} \right\} \rightarrow \hat{A} = \hat{B}_2$$



دو مثلث ABC و AED متشابه هستند ($\hat{A}$ مشترک و $\hat{B}_2 = \hat{A}$) اکنون نسبت تشابه را می نویسیم:

$$\frac{AD}{AE} = \frac{AB}{AC} \rightarrow \frac{3}{3+9} = \frac{1}{x+4} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{3}{x+4} \Rightarrow x = 5$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰۹ از قضیه ی تالس به صورت زیر استفاده می کنیم:

$$\left. \begin{array}{l} AC \parallel BD \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AB}{CD} = \frac{CD}{BE} \\ BC \parallel DE \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{CD}{BE} = \frac{BE}{AB} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{AB}{BE} = \frac{BE}{AB} \Rightarrow \frac{3}{5} = \frac{BE}{3} \Rightarrow BE = \frac{40}{3} = 13\frac{1}{3}$$

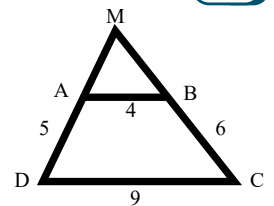
۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱۰ بنابر فرض تست شکل زیر را خواهیم داشت.

$$AB \parallel DC \Rightarrow \frac{MD}{DC} = \frac{MC}{AB} = \frac{4}{9}$$

$$\frac{MA}{MD} = \frac{MA}{5} = \frac{4}{9} \Rightarrow MA = 4$$

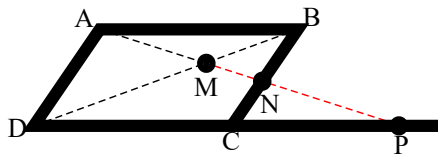
$$\frac{MB}{MC} = \frac{MB}{6} = \frac{4}{9} \Rightarrow MB = \frac{24}{9} = 4,8$$

$$\Delta MAB \text{ محیط} = MA + MB + AB = 4 + 4 + 4,8 = 12,8$$





۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱۱

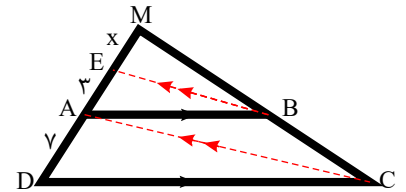


از قضیه تالس به صورت زیر استفاده می کنیم.

$$\left. \begin{array}{l} BN \parallel AD \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AM}{MD} = \frac{MN}{NP} \\ AB \parallel DP \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{MD}{MP} = \frac{MN}{NP} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{AM}{MD} = \frac{MD}{MP} \Rightarrow AM^2 = MD \times MP$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱۲ کافی است دو بار از قضیه ی تالس استفاده کنیم:

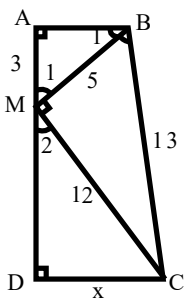
$$\left\{ \begin{array}{l} \triangle MAC : BE \parallel AC \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AE}{EC} = \frac{BC}{CD} \Rightarrow AE = AD \\ \triangle MDC : AB \parallel CD \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AD}{DC} = \frac{BC}{CD} \end{array} \right.$$



$$\Rightarrow \frac{x}{3} = \frac{7}{12} \Rightarrow 12x = 21 \Rightarrow 4x = 7 \Rightarrow x = 1.75$$

در نتیجه: $MD = 1.75 + 3 + 7 = 12.25$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱۳ نکته: در هر مثلث قائم الزاویه، مجذور وتر برابر مجموع مجذورات اضلاع قائمه است.

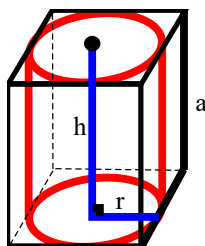


$$\triangle ABM : MB = \sqrt{AM^2 + AB^2} = \sqrt{9 + 16} = 5$$

$$\triangle BMC : MC = \sqrt{BC^2 - MB^2} = \sqrt{169 - 25} = 12$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{M}_1 + \hat{M}_2 = 90^\circ \\ \hat{B}_1 + \hat{M}_2 = 90^\circ \end{array} \right. \Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{M}_2 \Rightarrow \sin \hat{B}_1 = \sin \hat{M}_2 \Rightarrow \frac{3}{5} = \frac{x}{12} \Rightarrow x = \frac{36}{5} = 7.2$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱۴ نکته: حجم استوانه ای با شعاع قاعده ی r و ارتفاع h برابر است با: $V = \pi r^2 h$



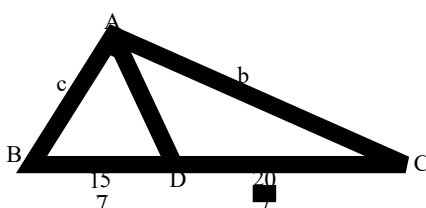
$$\left\{ \begin{array}{l} \text{باتوجه به شکل داریم:} \\ \text{شعاع: } r = \frac{a}{2} = \frac{1}{2} \end{array} \right.$$

$$\pi \left(\frac{1}{2} \right)^2 \times 1 = \frac{\pi}{4}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱۵

نکته (قضیه ی نیمساز داخلی): اگر AD نیمساز داخلی مثلث ABC باشد، داریم:

$$\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC}$$





$$\frac{DC}{AC} = \frac{15}{\frac{15}{\sqrt{5}}} \Rightarrow \frac{DC}{AC} = \sqrt{5} \Rightarrow \frac{3}{b} = \frac{\sqrt{5}}{4} \Rightarrow b = \frac{12}{\sqrt{5}}$$

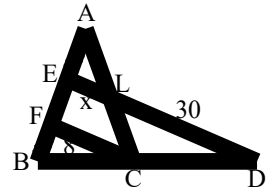
با فرض $c = 3x$ و $b = 4x$ و با استفاده از قضیه فیثاغورس در $\triangle ABC$ داریم:

$$b^2 + c^2 = a^2 \Rightarrow 16x^2 + 9x^2 = 25 \Rightarrow x = 1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} c = 3 \\ S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}bc = 6 \end{cases}$$

باتوجه به فرض $AE = BF$ واضح است که $AF = BE$ داریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱۶

$$\left. \begin{array}{l} \triangle AFC : \frac{AF}{AE} = \frac{1}{\lambda} \\ \triangle BED : \frac{BE}{BF} = \frac{1}{\lambda} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \frac{AE=BF}{AF=BE} \rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{x+3} \\ \Rightarrow x^2 + 3x - 6 = 0 \end{array}$$



$$\Rightarrow \begin{cases} x = 2 \end{cases} \text{ ق ق}$$

در دو مثلث متشابه، نسبت طول محیطها با نسبت تشابه و نسبت مساحتها با توان دوم نسبت تشابه برابر است. ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱۷ فرض می کنیم AB متناظر DE است.

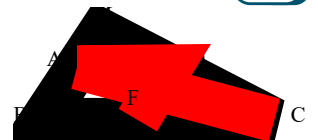
$$\frac{S(\triangle ABC)}{S(\triangle DEF)} = \left(\frac{DE}{AB}\right)^2 \Rightarrow \frac{9}{4} = \left(\frac{DE}{10}\right)^2 \Rightarrow \frac{DE}{10} = \frac{3}{2} \Rightarrow DE = 15$$

$$\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle DEF}} = \frac{33}{22} \Rightarrow \frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle DEF}} = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{33}{22} = \frac{3}{2} \Rightarrow S_{\triangle DEF} = 22$$

دو مثلث FEC و AFD متشابه اند. داریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱۸

$$K_1 = \frac{S_{\triangle FEC}}{S_{\triangle AFD}} = \frac{16}{9} \Rightarrow K_1 = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{16}{9} = \left(\frac{4}{3}\right)^2 \Rightarrow \frac{4}{3} = \frac{2}{1.5}$$



دو مثلث ABC و FEC هم متشابهند. پس خواهیم داشت:

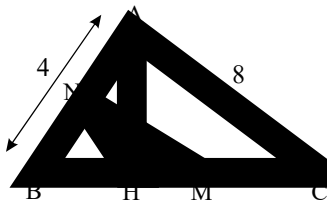
$$K_2 = \frac{S_{\triangle FEC}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{16}{49} \Rightarrow K_2 = \frac{4}{7} \Rightarrow \frac{16}{49} = \left(\frac{4}{7}\right)^2 \Rightarrow \frac{4}{7} = \frac{2}{1.75}$$

$$\xrightarrow{(*), (**)} \frac{S_{\triangle AFD}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{16}{49} \times \frac{9}{16} = \frac{9}{49}$$



نکته: (عکس قضیه ی تالس): اگر پاره خطی وسط های اضلاع مثلثی را به هم وصل کند، آن گاه با ضلع سوم مثلث موازی است.

نکته: در مثلث قائم الزاویه، میانه ی وارد بر وتر، نصف وتر است.



$$\left\{ \begin{array}{l} BM = MC \end{array} \right. \xrightarrow{\text{عکس تالس}} MN = \frac{1}{2} AC = \frac{1}{2} \times 8 = 4$$

در مثلث قائم الزاویه ی ABH ، NH میانه ی وارد بر وتر است. پس:

$$NH = \frac{AB}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

بنابراین:

۱۲۰) AB ، EF و DC ، هر سه بر BC عمودند پس با هم موازیند. حال:

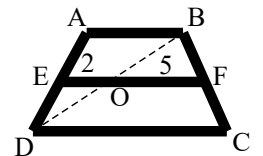
$$\triangle ABC : EF \parallel AB \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{BC}{AB} = \frac{AB}{12} \Rightarrow \frac{AB}{12} = \frac{8}{12} \quad (1)$$

$$\triangle BCD : EF \parallel DC \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{BC}{DC} = \frac{DC}{12} \Rightarrow \frac{DC}{12} = \frac{4}{12} \quad (2)$$

$$\frac{AB}{DC} = \frac{\frac{8}{12}}{\frac{4}{12}} \Rightarrow \frac{AB}{DC} = 2 \Rightarrow \frac{DC}{AB} = \frac{1}{2} \quad \text{از تقسیم طرفین رابطه ی (۱) و (۲) داریم:}$$

۱۲۱) در مثلث ABD داریم $OE \parallel AB$ ، پس بنابر قضیه ی تالس:

$$\frac{AB}{AD} = \frac{1}{2} \Rightarrow AB = 4$$



به همین شیوه در مثلث BDC می توانیم بنویسیم:

$$\frac{DC}{BC} = \frac{1}{2} \Rightarrow DC = 10$$

چون محیط دوزنقه برابر ۲۶ واحد است، خواهیم داشت:

$$AB + BC + DC + AD = 26$$

$$AB=4, DC=10$$

$$\longrightarrow BC + AD = 26 - 14 = 12$$

۱۲۲) چون $MN \parallel BC$ و نیز BD و CD نیم سازه های زوایای $\widehat{C}$ و $\widehat{D}$ هستند، پس طبق قضیه ی خطوط موازی و مورب داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} \widehat{C}_1 = \widehat{C}_2 = \widehat{D}_1 \\ \widehat{B}_1 = \widehat{B}_2 = \widehat{D}_2 \end{array} \right.$$

و لذا مثلث های $\triangle DMB$ و $\triangle DNC$ هر دو متساوی الساقین اند.

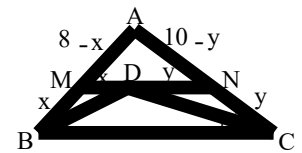
حال باتوجه به شکل و طبق قضیه ی تالس داریم:



$$\frac{\quad}{8} = \frac{x+y}{12} = \frac{10-y}{10}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 120 - 12y = 10x + 10y \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 10x + 22y = 120 \Rightarrow y = 4, x = 3.2 \Rightarrow x + y = 7.2 \Rightarrow MN = 7.2 \end{cases}$$



دو مثلث ABC و EAF در حالت متناسب بودن دو ضلع و تساوی زاویه بین این دو ضلع متشابه‌اند، زیرا $\widehat{E} = \widehat{F} = \widehat{B} = \widehat{C}$ است و داریم:

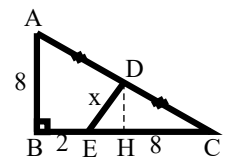
$$\frac{AC}{8} = \frac{1}{2}, \frac{AB}{6} = \frac{3}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{1}{2}$$

در دو مثلث متشابه، نسبت طول‌های دو جزء فرعی متناظر، مساوی نسبت تشابه است.

$$\frac{AD}{AB} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{6m+4} = \frac{1}{2} \Rightarrow m = \frac{1}{2}$$

از D بر BC عمود می‌کنیم. داریم:

$$DH \parallel AB \xrightarrow{\text{قضیه ی تالس}} AC = CB = AB \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{CH}{10} = \frac{CH}{10} \Rightarrow CH = 5, DH = 4$$



حال:

$$\triangle DEH : x^2 = DH^2 + EH^2$$

$$\Rightarrow x^2 = 4^2 + 3^2 = 25$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{25} = 5$$

طبق قضیه ی تالس داریم:

$$\left. \begin{aligned} MP \parallel BN &\Rightarrow \frac{MB}{PN} = \frac{PN}{NC} \\ MN \parallel BC &\Rightarrow \frac{MB}{PN} = \frac{NC}{PN} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{PN}{NC} = \frac{PN}{NC} (*)$$

$$MN \parallel BC \Rightarrow \frac{AC}{BC} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{AC}{AC - AN} = \frac{1}{3-1}$$

$$\Rightarrow \frac{NC}{AN} = \frac{1}{2} \xrightarrow{NC=6} AN = 3$$

$$(*) \Rightarrow \frac{1}{PN} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{AP}{AP + PN} = \frac{1}{2+1} \Rightarrow \frac{AP}{3} = \frac{1}{3} \Rightarrow AP = 1$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{B}_1 = \frac{\widehat{AE}}{r} , \hat{B}_r = \frac{\widehat{CD}}{r} \xrightarrow{\widehat{AE}=\widehat{CD}} \hat{B}_1 = \hat{B}_r \xrightarrow{\text{تساوی دو زاویه}} B\overset{\Delta}{D}C \sim A\overset{\Delta}{B}M \\ \hat{\alpha} = \hat{\alpha} = \frac{\widehat{BD}}{r} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \frac{BC}{CD} = \frac{AM}{r} \Rightarrow AM = \frac{r}{4} = 2,25$$

$$DO \parallel BM \rightarrow \frac{DO}{AB} = \frac{BM}{BM} \rightarrow \frac{DO}{BM} = \frac{BM}{BM} \rightarrow DO = BM$$

$$\rightarrow AB = AH \rightarrow AH = \frac{r}{\Delta} \rightarrow HH' = \frac{r}{\Delta} AH$$

$$\rightarrow S_{ODM}^{\Delta} = \frac{1}{2} OD \times HH' = \frac{1}{2} \times \frac{2}{5} BM \times \frac{3}{5} AH = \frac{3}{5} AH \times BM$$

$$\frac{BM}{BC} = \frac{S_{\triangle ODM}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{r}{R} = \frac{AH}{BC}$$

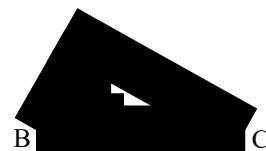


$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AH \times BC$$

$$\rightarrow \frac{S_{ODM}^{\triangle}}{S_{ABC}^{\triangle}} = \frac{\frac{3}{4} \cancel{AH} \times \cancel{BC}}{\frac{1}{4} \cancel{AH} \times \cancel{BC}} = \frac{6}{100} = \frac{12}{100} = \%12$$

AHB برابر $\frac{5}{3}$ است. $\frac{1}{\frac{5}{3}} = \frac{3}{5}$ است. بنابراین نسبت مساحت های آنها برابر است با $\frac{25}{9}$. اگر فرض کنیم، $S_{AHB} = 9x$ و $S_{AHC} = 25x$ آنگاه $S_{ABC} = 34x$ پس:

$$\frac{\overline{S_{AHC}}}{\overline{S_{AHC}}} = \frac{\overline{25x}}{\overline{25}} = \frac{34}{25}$$


$$EF \parallel AC \text{ و } EC \Rightarrow F\hat{=}C = A\hat{=}E \Rightarrow F\hat{=}C = \alpha$$

در نتیجه، مثلث EFC متساوی الساقین است ($\hat{F}C = \hat{F}E = \alpha$) بنابراین $EF = FC = 6$.

حال:

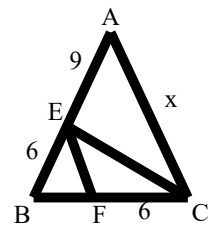


نتیجه‌ی قضیه‌ی تالس

$$\triangle ABC : EF \parallel AC \longrightarrow AC = AB$$

$$\xrightarrow{AB=AC} BE = EF = 6$$

$$AC = AB = AE + BE = 9 + 6 = 15 \Rightarrow x = 15$$



۱۳۰ | ۱ ۲ ۳ ۴ از قضیه‌ی تالس کمک می‌گیریم.

$$\triangle ABC : EF \parallel BC \rightarrow AC = AB = BC$$

$$\triangle ABF : DE \parallel FB \rightarrow \frac{AB}{BF} = \frac{AF}{BF} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

در تناسب اول: $\frac{AB}{BC} = \frac{1}{3} \rightarrow \frac{1}{3} = \frac{1}{BC} \rightarrow BC = 3EF$

۱۳۱ | ۱ ۲ ۳ ۴ در دو مثلث متشابه، نسبت مساحت‌ها برابر با مجذور نسبت تشابه این دو مثلث است.

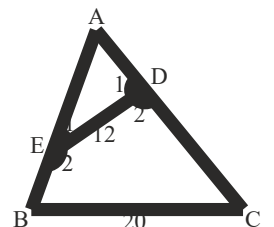
نسبت تشابه مثلث بزرگ‌تر به کوچک‌تر $\rightarrow k = \frac{2}{3} \rightarrow k^2 = \frac{4}{9} \rightarrow$ نسبت اضلاع $\rightarrow \frac{2}{3} \times$ نسبت مساحت‌ها $= \frac{3}{2}$

پس: $\frac{\text{مساحت مثلث بزرگ}}{\text{مساحت مثلث کوچک}} = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4} = 2,25$

۱۳۲ | ۱ ۲ ۳ ۴

$$\begin{cases} \hat{A} + \hat{D}_r = 180^\circ \\ \hat{D}_1 + \hat{D}_r = 180^\circ \end{cases} \rightarrow \hat{A} = \hat{D}_1$$

$$\begin{cases} \hat{A} + \hat{E}_r = 180^\circ \\ \hat{E}_1 + \hat{E}_r = 180^\circ \end{cases} \rightarrow \hat{A} = \hat{E}_1$$



بنابراین دو مثلث ABC و ADE متشابه هستند و داریم:

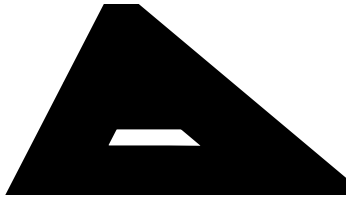
$$k = \frac{AD}{BC} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$$

نسبت مساحت‌های دو مثلث متشابه برابر با مجذور نسبت تشابه آنها است.

$$S_{ABC} = k^2 = \frac{9}{25} \rightarrow \frac{S_{ABC} - S_{ADE}}{S_{ABC}} = \frac{25 - 9}{25} \rightarrow \frac{S_{ADE}}{S_{ABC}} = \frac{16}{25} = 0,64$$

۱۳۳ | ۱ ۲ ۳ ۴ نکته: اگر دو مثلث با نسبت k متشابه باشند، آن‌گاه نسبت محیط‌های آن‌ها برابر k و نسبت مساحت‌های آن‌ها برابر k^2 است.

$$\triangle A'B'C' \text{ محیط} = 3 + 7 + 8 = 18 \Rightarrow \text{نسبت تشابه} : k = \frac{36}{18} = 2 \Rightarrow \frac{S'}{S} = k^2 = 2^2 = 4$$



$$S_{MNCB} = 4S_{\triangle AMN} \Rightarrow S_{MNCB} + S_{\triangle AMN} = 5S_{\triangle AMN} \Rightarrow S_{\triangle ABC} = 5S_{\triangle AMN}$$

چون دو مثلث ABC و AMN متشابه‌اند (زیرا $MN \parallel BC$). پس نسبت مساحت‌های آن‌ها برابر مجذور نسبت تشابه است. بنابراین:

$$\frac{S_{\triangle AMN}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{1}{5} \Rightarrow \left(\frac{MN}{BC}\right)^2 = \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{MN}{BC} = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

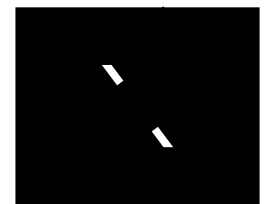
$$\triangle ABD : AB^2 + AD^2 = BD^2 \rightarrow 4^2 + 3^2 = BD^2 \rightarrow BD = 5$$

$$\triangle ABD : AD^2 = DH \times BD \rightarrow 9 = DH \times 5 \rightarrow \begin{cases} DH = \frac{9}{5} \\ BH' = \frac{9}{5} \end{cases}$$

$$\rightarrow HH' = BD - DH - BH' = 5 - \frac{9}{5} - \frac{9}{5} = \frac{7}{5}$$

$$\triangle ABH : FH' \parallel AH \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AB}{BH} = \frac{FH'}{BH'} \rightarrow \frac{4-x}{4} = \frac{\frac{9}{5}}{\frac{16}{5}} = \frac{9}{16} \rightarrow 16 - 4x = 9 \rightarrow x = \frac{7}{4}$$

$$S_{AFCE} = AD \times AF = 3 \times x = 3 \times \frac{7}{4} = \frac{21}{4} = 5,25$$



$$DE \parallel BC \Rightarrow \frac{AE}{CE} = k \Rightarrow \frac{AE}{AC} = \frac{k}{k+1} \xrightarrow{\text{ترکیب درمخرج}} \frac{1}{k+1}$$

$$\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{AE}{AC}\right)^2 = \frac{k^2}{(k+1)^2}$$

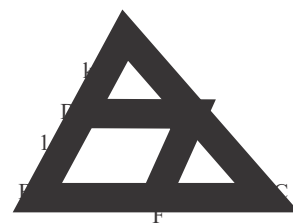
$$EF \parallel AB \Rightarrow \frac{S_{\triangle CEF}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{CE}{AC}\right)^2 = \frac{1}{(k+1)^2}$$

$$\text{(فرض)} \frac{S_{\triangle ABC}}{100} = \frac{48}{100} \Rightarrow \frac{S_{\triangle ABC}}{100} - \frac{S_{\triangle ADE}}{100} - \frac{S_{\triangle CEF}}{100} = \frac{48}{100} \Rightarrow 1 - \frac{k^2}{(k+1)^2} - \frac{1}{(k+1)^2} = \frac{48}{100}$$

$$\frac{+1}{k^2 + 2k + 1} = 1 - \frac{48}{100} = \frac{52}{100} = \frac{13}{25}$$

$$\Rightarrow 25k^2 + 25 = 13k^2 + 26k + 13$$

$$\Rightarrow 12k^2 - 26k + 12 = 0 \Rightarrow 6k^2 - 13k + 6 = 0$$



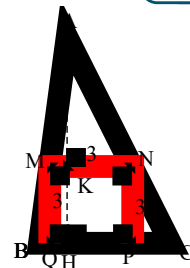


$$\Rightarrow (3k - 2)(2k - 3) = 0 \Rightarrow k = \frac{2}{3} \text{ یا } k = \frac{3}{2}$$

هر دو جواب قبول هستند و باتوجه به گزینه‌ها $k = \frac{2}{3}$ جواب است.

نکته: در دو مثلث متشابه، نسبت ارتفاع‌ها، نیمسازها و میانه‌های متناظر، برابر نسبت تشابه است. ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳۷

$$\text{مربع } MNPQ \Rightarrow MN \parallel PQ \Rightarrow MN \parallel BC$$



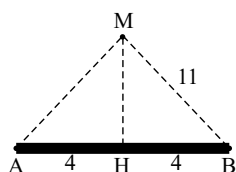
بنابراین دو مثلث ABC و AMN متشابه‌اند و نسبت ارتفاع‌های آن‌ها با نسبت تشابه برابر است:

$$\frac{AH}{BC} = \frac{h}{h} \Rightarrow \frac{h}{h} = \frac{4.8 - 3}{4.8} \xrightarrow{\text{تفضیل در صورت}} \frac{h}{h} = \frac{1.8}{4.8} \Rightarrow \frac{3}{h} = \frac{1.8}{4.8} \Rightarrow \frac{3}{h} = \frac{3}{8} \Rightarrow h = 8$$

هر نقطه روی عمود منصف از دو سر پاره خط به یک فاصله است. ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳۸

پس داریم:

$$3x - 7 = x + 5 \rightarrow 2x = 12 \rightarrow x = 6$$



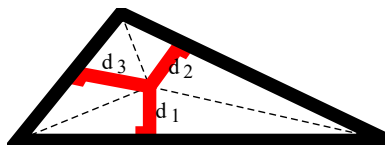
برای محاسبه‌ی فاصله‌ی نقطه تا خط آن را رسم می‌نماییم.

$$\text{فیثاغورث: } MH^2 + HB^2 = MB^2 \rightarrow MH^2 + 16 = 121$$

$$MH^2 = 105 \rightarrow MH = \sqrt{105}$$

طبق قضایا هر سه نیمساز یکدیگر را در یک نقطه درون مثلث قطع می‌نمایند. این نقطه از سه ضلع فاصله‌ی یکسان دارد. ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳۹

$$d_1 = d_2 = d_3$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴۰



طول قطر مربع با توجه به قضیه‌ی فیثاغورث برابر ۴ واحد می‌باشد. فاصله‌ی نقطه‌ی O از A و C برابر ۲ واحد می‌باشد.

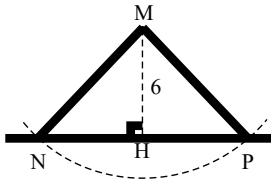
که از قطر BD واحدا هستند، دو خط موازی می‌باشند. این دو خط موازی مربع را در چهار نقطه قطع

نقاطی



۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴۱

ابتدا یک تصویر اولیه رسم می‌نمائیم. یک کمان به مرکز M و شعاع مجهول رسم می‌نمائیم تا تصویر کلی مثلث تشکیل شود. با توجه به تصویر داریم:



$$S_{\triangle MNP} = \frac{1}{2} \times MH \times NP \rightarrow 36 = \frac{1}{2} \times 6 \times NP \rightarrow NP = 12$$

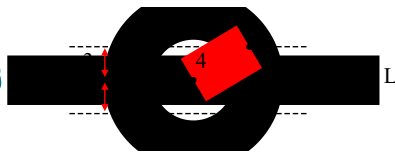
حال در مثلث MNP داریم:

$$HP^2 + MH^2 = MP^2 \rightarrow (6)^2 + 6^2 = MP^2 \rightarrow MP^2 = 72 \rightarrow MP = 6\sqrt{2}$$

حال از نقطه‌ی A کمانی به شعاع $6\sqrt{2}$ باید رسم کرد. فقط یک مثلث با ویژگی فوق قابل رسم می‌باشد.

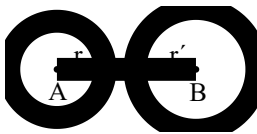
۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴۲ با توجه به متن مسئله فاصله‌ی مرکز دایره‌ها از دو سر پاره خط به یک فاصله می‌باشد. این ویژگی که یک مجموعه نقاط از دو سر پاره خط به یک فاصله است ویژگی عمود منصف یک پاره خط است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴۳ ابتدا دایره‌ای به مرکز O و شعاع ۴ واحد رسم می‌نمائیم. مجموعه نقاط روی دایره از O ، ۴ واحد فاصله دارند. پس دو خط موازی خط L به فاصله‌ی ۳ واحد رسم می‌نمائیم.

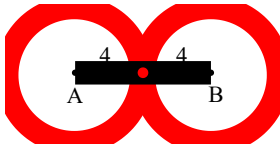


با توجه به تصویر چهار نقطه با شرایط فوق وجود دارد.

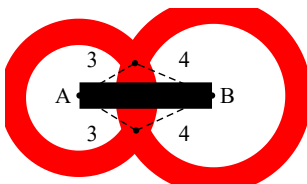
۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴۴ برای اینکه دو دایره یکدیگر را قطع نکنند طول پاره خط که مرکز دو دایره را به یکدیگر وصل می‌نماید باید از مجموع شعاع دو دایره بیشتر باشد یعنی: $AB > r + r' \rightarrow AB > 3 + 4 \rightarrow AB > 7$ که فقط گزینه‌ی چهارم بزرگ‌تر از ۷ می‌باشد.



۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴۵ برای حل مسئله می‌توان از تعریف دایره استفاده کرد. دو دایره به مرکز A و B و شعاع ۴ واحد رسم می‌نمائیم. دو دایره به هم مماس می‌شوند و یک نقطه‌ی برخورد دارند.

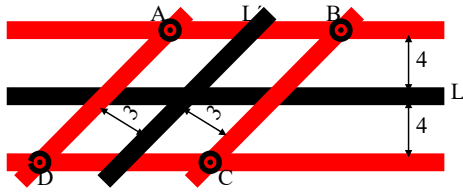


۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴۶ می‌توان با رسم دو دایره به مراکز A و B با شعاع‌های ۳ و ۴ جواب را تعیین نمود.





۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴۷



برای حل سؤال می‌توان از ویژگی خطوط موازی استفاده کرد. با توجه به تصویر، دو خط به موازات l به فاصله‌ی ۴ واحد و دو خط به موازات l' به فاصله‌ی ۳ واحد رسم می‌نمائیم. محل تقاطع خط رسم شده با یکدیگر یعنی چهار نقطه‌ی A و B و C و D جواب مسئله می‌باشد.

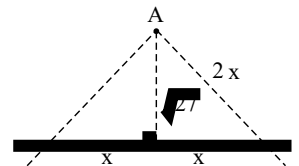
۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴۸

در مثلث متساوی‌الاضلاع هر رأس روی عمود منصف ضلع مقابل قرار دارد و می‌توان از ویژگی‌های عمود منصف استفاده کرد. فرض می‌کنیم طول ضلع مثلث $2x$ باشد. با توجه به تصویر داریم:

$$\text{فیثاغورث: } (\sqrt{27})^2 + x^2 = (2x)^2 \rightarrow 3x^2 = 27 \rightarrow x = 3$$

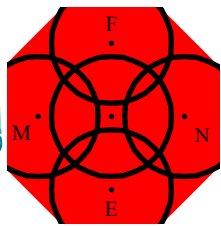
با توجه به تصویر داریم:

$$\text{محیط: } P = 6x = 6(3) = 18$$



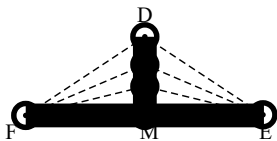
۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴۹

با توجه به اینکه قطرهای برهم عمودند وترهای ایجاد شده روی دایره باهم برابرند، چهارضلعی $ENFM$ یک مربع است. مساحت را می‌توان از رابطه‌ی زیر محاسبه کرد.



$$S = \frac{1}{2}(FE)^2 = \frac{1}{2} \times (6)^2 = 18$$

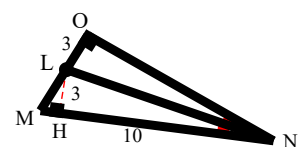
نقطه‌ی D باید خارج از پاره خط FE قرار بگیرد و چون ارتفاع و میانه گذرا از رأس D برهم منطبق هستند پس این نقطه‌ی D روی عمود منصف پاره خط FE قرار دارد. یعنی مثلث FED متساوی‌الساقین است و بی‌شمار مثلث از این مدل وجود دارد.



۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵۱

با توجه به تصویر نقطه‌ی L روی نیمساز زاویه‌ی N قرار دارد و از دو ضلع زاویه به یک فاصله می‌باشد پس داریم:

$$LO = LH = 3$$

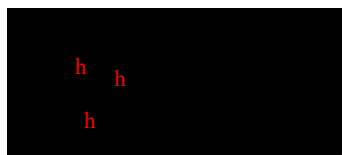


مساحت مثلث LMN برابر است با:

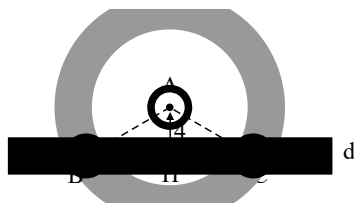
$$S_{\triangle LMN} = \frac{1}{2} \times LH \times MN = \frac{1}{2} \times 3 \times 10 = 15$$

$$BF = FH = \heartsuit$$

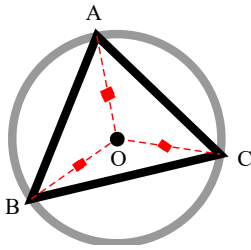
1 2 3 4 153


$$S_{FME} = \frac{1}{2} h \times 13 = \frac{1}{2} \times 2 \times 13 = 13$$

1 2 3 4 154

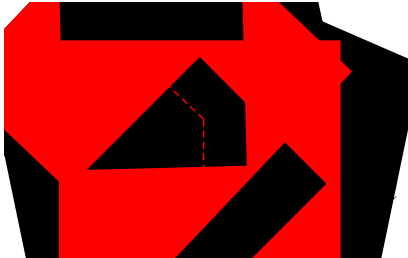

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}AH \times BC \Rightarrow \frac{1}{2} \times 4 \times BC = 12 \rightarrow 2B$$
$$A\overset{\Delta}{H}C : AC^{\mathfrak{r}} = AH^{\mathfrak{r}} + CH^{\mathfrak{r}} \rightarrow AC^{\mathfrak{r}} =$$

بنابراین گزینه «۳» نیز غلط است و فقط گزینه «۴» صحیح می باشد.



۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵۶

ارتفاع دو مثلث $\triangle ADC$ ، $\triangle BDC$ را رسم می‌نماییم.



با توجه به تصویر در مثلث $\triangle BDC$ داریم:

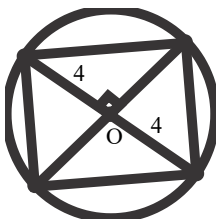
$$\sin 60^\circ = \frac{DH'}{DB} \rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{DH'}{6} \rightarrow DH' = 3\sqrt{3}$$

نقطه D روی نیمساز قرار دارد پس از دو ضلع زاویه به یک فاصله است، یعنی:

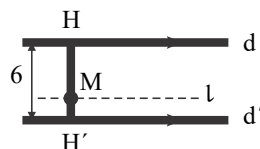
$$DH' = DH = 3\sqrt{3}$$

$$S_{\triangle ADC} = \frac{1}{2} DH \times AC = \frac{1}{2} \times 3\sqrt{3} \times 18 = 27\sqrt{3}$$

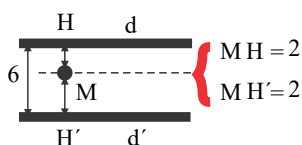
۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵۷
قطرهای مربع یکدیگر را نصف کرده و بر هم عمودند. بنابراین اگر دایره‌ای رسم کنیم به مرکز محل برخورد قطرهای مربع و شعاع نصف طول قطر از هر چهار رأس عبور می‌نماید.



۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵۸
ابتدا دو خط موازی به فاصله ۶ واحد رسم می‌نماییم و نقطه‌ای مانند M بین دو خط در نظر می‌گیریم.



$$\begin{aligned} MH + MH' &= 6 \\ MH - MH' &= 2 \rightarrow MH' = 2 \end{aligned}$$



با توجه به محاسبه مجموعه نقاطی که ویژگی مورد نظر را دارند خطی موازی با d و d' است که از d ، ۴ واحد فاصله دارند. حال ممکن است این خط به خط d نزدیک‌تر و از d' دورتر باشد، یعنی:

ضمناً توجه داشته باشید که اگر نقطه خارج دو خط باشد، یعنی تفاضل فاصله آن از دو خط همان فاصله دو خط می‌باشد.

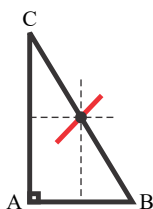
۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵۹
با توجه به اینکه فقط یک نقطه (M) با ویژگی ذکر شده وجود دارد می‌توان دو حالت در نظر

B M A
6 4

با توجه به اطلاعات سوال ابتدا وضعیت زوایا و نوع مثلث را بررسی نماییم:

$$\left. \begin{aligned} \hat{r}_1 + \hat{r}_2 + \hat{r}_3 &= 1\lambda_0 \\ \hat{r}_1 + \hat{r}_2 &= \hat{r}_3 \end{aligned} \right\} \hat{r}_1 = 1\lambda_0 \Rightarrow \hat{r}_3 = 9_0$$

عمود منصف‌های مثلث قائم‌الزاویه وسط وتر قرار می‌گیرند که همان بزرگ‌ترین ضلع مثلث می‌باشد.



باشد نیمسازهای چهار زاویه تشکیل شده، با دایره حداکثر در چهار نقطه تقاطع دارند.

بود. حال ممکن این چهار عمود منصف در یک نقطه هم رأس باشند و یا نباشند پس جواب نهایی سوال ممکن است صفر یا یک باشد.

۱۶۴ ابتدا باید توجه داشت که نسبت $DB = EC$ در مثلث $\triangle ABC$ برقرار است، بنابراین $DE \parallel BC$.



$$\frac{3}{2} = \frac{4.5}{3}$$

حال با استفاده از فیثاغورث داریم:

$$AB^2 + BC^2 = AC^2 \rightarrow 5^2 + BC^2 = 7.5^2 \rightarrow BC^2 = \left(\frac{15}{2}\right)^2 - 5^2 = \frac{125}{4}$$

$$BC = \sqrt{\frac{125}{4}} = \frac{5\sqrt{5}}{2}$$

$$AB = BC \rightarrow \frac{3}{5} = \frac{DE}{\frac{5\sqrt{5}}{2}} \rightarrow$$

$$DE = \frac{\frac{5\sqrt{5}}{2} \times 3}{5} = \frac{3\sqrt{5}}{2}$$

طبق قضیه‌ی تالس می‌توان نوشت:

روش دوم:

$$\frac{DB}{EC} = \frac{3}{2} = \frac{4.5}{3} \rightarrow DE \parallel BC \rightarrow \hat{D} = \hat{C} = \text{deg } 90$$

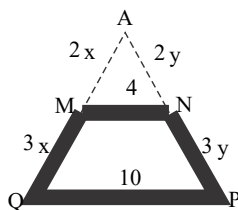
$$\rightarrow \text{رابطه فیثاغورث: } AD^2 + DE^2 = AE^2 \rightarrow 3^2 + DE^2 = 4.5^2$$

$$\rightarrow DE^2 = \left(\frac{9}{2}\right)^2 - 3^2 \rightarrow DE^2 = \frac{81}{4} - \frac{36}{4} \rightarrow DE^2 = \frac{45}{4}$$

$$\rightarrow DE = \frac{\sqrt{45}}{2} = \frac{\sqrt{9 \times 5}}{2} \rightarrow \boxed{DE = \frac{3\sqrt{5}}{2}}$$

۱۶۵) ۱ ۲ ۳ ۴ برای محاسبه‌ی محیط مثلث AMN ابتدا با استفاده از قضیه‌ی تالس مقدار مجهول x و y را محاسبه می‌نماییم.

باید توجه داشت که پاره خط MN موازی QP است، چون نسبت $\frac{QP}{MN} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$ است، پس نسبت $\frac{AQ}{AP} = \frac{2}{5}$ نیز باید ۲ به ۵ باشد.



از طرفی محیط دوزنقه برابر با ۲۳ است، بنابراین:

$$\text{محیط مثلث } AMN = 4 + 2x + 2y = 4 + 2(x + y) = 4 + 2 \times 3 = 10$$



$$EF \parallel BC \Rightarrow \frac{AB}{BC} = \frac{EF}{20} \Rightarrow \boxed{EF = 5}$$

$$MN \parallel BC \Rightarrow \frac{AB}{BC} = \frac{MN}{20} \Rightarrow \boxed{MN = \frac{15}{2}}$$

$$PQ \parallel BC \Rightarrow \frac{AB}{BC} = \frac{PQ}{20} \Rightarrow \boxed{PQ = \frac{35}{2}}$$

$$EF + MN + PQ = 5 + \frac{15}{2} + \frac{35}{2} = 30$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶۷ با توجه به اینکه M و N وسط دو ساق قرار گرفته می‌توان نتیجه گرفت:

$$\frac{MD}{NC} = 1 \rightarrow MN \parallel AB \parallel DC$$

$$ME \parallel AB \xrightarrow{\Delta ADB} \frac{AB}{DA} = \frac{1}{2} \rightarrow ME = \frac{1}{2}AB = 4$$

$$MF \parallel DC \xrightarrow{\Delta DAC} \frac{DC}{AD} = \frac{1}{2} \rightarrow MF = \frac{1}{2}DC = 6$$

$$EF = MF - ME = 6 - 4 = 2$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶۸ راه حل اول:

نکته (طرفین وسطین): اگر $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ، آنگاه $ad = bc$

$$\frac{10+a}{10+b} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} \frac{10a+ab}{10b+ab} = \frac{10}{10} \Rightarrow \frac{10}{b} = \frac{10}{4} \Rightarrow \frac{10}{b} = \frac{5}{2}$$

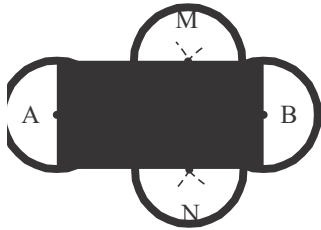
راه حل دوم:

نکته (تفضیل در مخرج): اگر $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ، آنگاه $\frac{a}{b-a} = \frac{c}{d-c}$

$$\frac{10+a}{10+b} \xrightarrow{\text{تفضیل در مخرج}} \frac{10+a-a}{10+b-b} = \frac{10}{10} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{10}{4} \Rightarrow \frac{10}{b} = \frac{5}{2}$$



۱۶۹ ۱ ۲ ۳ ۴



به مرکز A و به شعاع ۴ کمانی رسم می‌کنیم. به همین ترتیب به مرکز B و به شعاع ۳ کمان دیگری رسم می‌کنیم.

با توجه به اینکه نقاط M و N روی کمانی به مرکز A و شعاع ۴ قرار دارند، نتیجه می‌شود $AM = AN = ۴$. به همین ترتیب چون نقاط M و N روی کمانی به مرکز B و شعاع ۳ قرار دارند، نتیجه می‌شود:

$$BM = BN = ۳$$

بنابراین محیط چهارضلعی $AMBN$ برابر است با:

$$AM + AN + BM + BN = ۱۴$$

نکته: در مستطیل، قطرهای با هم برابرند. ۱۷۰ ۱ ۲ ۳ ۴

گزینه ۱: درست نیست؛ به عنوان مثال مربع ۵، یعنی ۲۵ عددی فرد است ولی خود ۵ زوج نیست.

گزینه ۲: درست نیست؛ به عنوان مثال به ازای $n = ۴۱$ مقدار عبارت موردنظر عدد اول نیست:

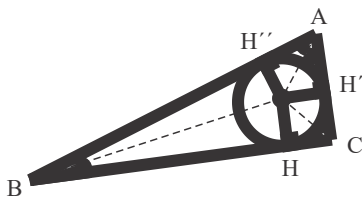
$$۴۱^۲ + ۴۱ + ۴۱ = ۴۱(۴۱ + ۱ + ۱) = ۴۱ \times ۴۳$$

گزینه ۳: درست است. (به نکته مراجعه شود).

گزینه ۴: درست نیست؛ به عنوان مثال ۲ عددی اول است، ولی فرد نیست.

۱۷۱ ۱ ۲ ۳ ۴

نکته: اگر فاصله نقطه‌ای از دو ضلع یک زاویه یکسان باشد، آن نقطه بر روی نیمساز زاویه قرار دارد.



در شکل روبه‌رو $OH = OH' = OH''$ ، زیرا همگی برابر شعاع دایره هستند. حال از تساوی

$OH' = OH$ نتیجه می‌شود نقطه O بر روی نیمساز زاویه C قرار دارد. به همین ترتیب از

تساوی $OH' = OH''$ نتیجه می‌شود نقطه O بر روی نیمساز زاویه A نیز قرار دارد.

همچنین از تساوی $OH = OH''$ نتیجه می‌شود نقطه O بر روی نیمساز زاویه B قرار دارد.

بنابراین نقطه O محل تقاطع نیمسازهای مثلث ABC است.

۱۷۲ ۱ ۲ ۳ ۴

نکته: هر نقطه روی نیمساز یک زاویه، از دو ضلع آن زاویه به یک فاصله است.

نکته: در هر مثلث، نیمسازهای داخلی در یک نقطه متقاطع‌اند.

ابتدا با استفاده از قضیه فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویه ABC داریم:



$$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{۶۴ + ۳۶} = ۱۰$$

با توجه به اینکه نیمسازهای $\hat{A}$ و $\hat{B}$ در نقطه O متقاطع‌اند، از نکته بالا نتیجه می‌گیریم که نقطه O محل تقاطع سه نیمساز است. پس فاصله نقطه O از هر سه ضلع مثلث برابر است. یعنی اگر از O عمودهای OH ، OH' و OH'' را رسم کنیم، خواهیم داشت:

$$OH = OH' = OH''$$

حال می‌توان نوشت:

نکته (تعمیم قضیه تالس): اگر شکل روبه‌رو، اگر $BC \parallel PQ$ ، آنگاه:

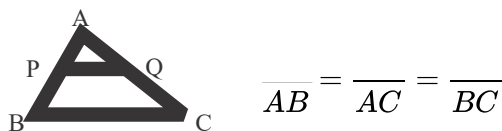


Diagram of a trapezoid $ABCD$ with a line segment EF parallel to the bases AB and DC . The segment EF is labeled with single overlines as $\overline{ED}$ and $\overline{FC}$.

$$\frac{FC}{ED} = \frac{ED}{BC} = \frac{2}{5} \quad (*)$$

$$\frac{AB}{AD} \Rightarrow \frac{EM}{4} = \frac{3}{5} \Rightarrow \boxed{EM = \frac{12}{5}}$$

$$\frac{DC}{BC} \xrightarrow{(*)} \frac{\gamma}{\delta} = \frac{2}{5} \Rightarrow \boxed{MF = \frac{12}{5}}$$

$$EF = ME + MF = \frac{26}{5} = 5,2 \text{ بنابراین}$$

۱۷۴ ۱ ۲ ۳ ۴ هر نقطه روی نیمساز از دو ضلع زاویه به یک فاصله است. بنابراین داریم:

$$DH = DH' \rightarrow x^{\mathfrak{r}} - \mathfrak{d} = x + \mathfrak{1} \rightarrow x^{\mathfrak{r}} - x - \mathfrak{e} = \mathfrak{o}$$

$(x - 3)(x + 2) = 0 \Rightarrow x =$
 $x = -2$ غير قابل قبول

$$AB = x + 2 = 5 \rightarrow \frac{AB}{AB} = \frac{6}{5}$$

با توجه به موازی بودن پاره‌خط‌های موجود می‌توان از قضیهٔ تالس استفاده کرد:

$$\left. \begin{array}{l} BE||CF \rightarrow BC = \overline{EF} \\ EC||FD \rightarrow \overline{CD} = \overline{EF} \end{array} \right\} \rightarrow \overline{BC} = \overline{CD} \rightarrow \frac{\mathfrak{F}}{x} = \frac{\mathfrak{F} + x}{\mathfrak{F}x - 1}$$

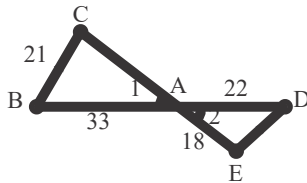


$$18x - 4 = 4x + x^2 \rightarrow x^2 - 4x + 4 = 0 \rightarrow (x - 2)^2 = 0 \rightarrow x = 2$$

$$AD = 4 + x + (2x - 1) = 4 + 2 + 3 = 9$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۷۶

با توجه به موازی بودن $BC \parallel ED$ طبق قضیه خطوط موازی و مورب زوایای به صورت زیر با هم برابرند.



$$\left. \begin{array}{l} \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \text{ متقابل به رأس} \\ \hat{B} = \hat{E} \\ \hat{C} = \hat{D} \end{array} \right\} \rightarrow \triangle ABC \sim \triangle ADE$$

حال با توجه به تناسب اضلاع متناظر داریم:

$$BC = AB = AC$$

$$\frac{DE}{21} = \frac{22}{33} = \frac{18}{AC} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{DE}{21} = \frac{2}{3} \rightarrow \boxed{DE = 14} \\ \frac{18}{AC} = \frac{2}{3} \rightarrow \frac{18}{AC} = \frac{2}{3} \rightarrow \boxed{AC = 27} \end{array} \right.$$

$$AC + DE = 27 + 14 = 41$$

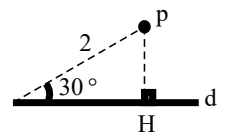
نکته: یک چهارضلعی، متوازی‌الاضلاع است؛ اگر و تنها اگر قطرهایش یکدیگر را نصف کنند. ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۷۷

نکته: n عددی زوج (فرد) است، اگر و تنها اگر n^2 عددی زوج (فرد) باشد.

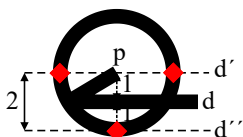
با توجه به نکات بالا، موارد «الف» و «پ» درست هستند. مورد «ب» نادرست است؛ زیرا از $x^2 = y^2$ نتیجه می‌شود: $x = \pm y$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۷۸ $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$ ار آنجا که $\frac{1}{2}$ نتیجه می‌گیریم:

$$\sin 30^\circ = \frac{PH}{2} \Rightarrow PH = 2\left(\frac{1}{2}\right) = 1$$



تمام نقاطی که از نقطه P به فاصله ۲ هستند، روی دایره‌ای به مرکز P و به شعاع ۲ قرار دارد. تمام نقاطی که از نقاطی که از خط d به فاصله ۱ می‌باشند دو خط موازی خط d و به فاصله ۱ از آن هستند. پس:



مطابق شکل، سه نقطه وجود دارد.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۷۹

$$DE \parallel BC \Rightarrow \frac{9}{x} = \frac{12}{x+2} \Rightarrow 9x + 18 = 12x \Rightarrow 3x = 18 \Rightarrow x = 6$$



۱۸۰ اگر نسبت تشابه دو مثلث k باشد نسبت محیط‌های آنها هم k و نسبت مساحت‌ها k^2 خواهد بود. ۱ ۲ ۳ ۴

$$\left. \begin{aligned} \frac{P_1}{P_2} &= k \\ \frac{S_1}{S_2} &= k^2 \end{aligned} \right\} \frac{S_1}{S_2} = \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^2 \rightarrow \frac{S_1}{S_2} = \frac{P_1^2}{P_2^2} \rightarrow S_1 P_2^2 = S_2 \cdot P_1^2$$

۱۸۱ با توجه به تشابه، در مثلث قائم‌الزاویه می‌توان اثبات کرد مربع هر ضلع زاویه قائمه برابر است با تصویر ضلع روی وتر در اندازه وتر. پس می‌توان نوشت:

$$AB^2 = BH \times BD \rightarrow (12)^2 = 11(11 + DH) \rightarrow 144 = 121 + 11DH$$

$$DH = \frac{144 - 121}{11} = \frac{23}{11}$$

از طرفی ارتفاع وارد بر وتر، واسطه هندسی بین قطعات ایجاد شده روی وتر. لذا می‌توان نوشت:

$$AH = DH \times BH$$

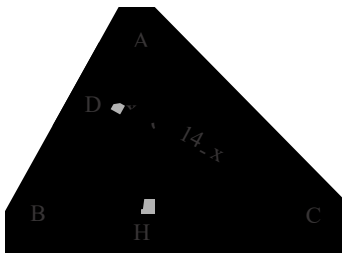
$$AH^2 = \frac{23}{11} \times 11 \Rightarrow AH = \sqrt{23}$$

$$S_{\triangle ADH} = \frac{1}{2} DH \times AH = \frac{1}{2} \times \frac{23}{11} \times \sqrt{23} = \frac{23\sqrt{23}}{11}$$

۱۸۲ ۱ ۲ ۳ ۴

$$\left\{ \begin{aligned} \hat{C} &= \hat{H} \\ \hat{A} &= \hat{D} \end{aligned} \right. \xrightarrow{\text{دو}} \triangle OAD \sim \triangle OCH \Rightarrow \frac{x}{\sqrt{33}} = \frac{33}{14-x} \Rightarrow 14x - x^2 = 33$$

$$\Rightarrow x^2 - 14x + 33 = 0 \Rightarrow (x-3)(x-11) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=3 \text{ ق ق} \\ x=11 \text{ غ ق} \end{cases}$$



توجه کنید چون در مثلث OAD ، OA وتر است، پس $OD = x$ باید کمتر از $\sqrt{33}$ باشد.

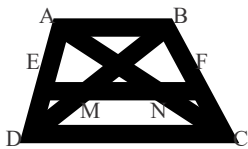
$$\triangle OAD : AD^2 = OA^2 - OD^2 = 33 - 9 = 24$$

$$\triangle ADC : AC^2 = AD^2 + CD^2 = 24 + 196 = 220 \Rightarrow AC = 2\sqrt{55}$$

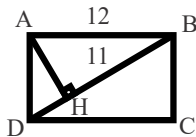
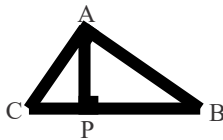
۱۸۳ با توجه به موازی بودن DE و BC می‌توان نتیجه گرفت، دو مثلث ADE و ABC متشابه می‌باشند و می‌توان نسبت تشابه را به شکل زیر نوشت:

چهار ضلعی $DEFB$ متوازی الاضلاع می باشد و $BF = DE$ موازی هستند، بنابراین داریم:

<https://www.monta.ir/#print;a5=%25D9%2587%25D9%2580%25D8%25F6%25D8%25A1%25D9%2587%25C003%25C014;a46=...>



$$EM = NF$$



روش اول: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸۶

نکته: در مثلث قائم الزاویه زیر، اگر AP ارتفاع وارد بر وتر باشد داریم:

$$AC^2 = PC \times BC$$

$$BC^2 = AC^2 + AB^2$$

$$AB^2$$

$$AB \times AC = AP \times BC$$

$$AP^2 = PC \times PB$$

با استفاده از نکته بالا، در مثلث ABC داریم:

$$AB^2 = BH \times BD \Rightarrow 144 = 11 \times BD \Rightarrow BD = \frac{144}{11}$$

$$DH = \frac{144}{11} - 11 = \frac{23}{11} \quad \text{بنابراین:}$$

روش دوم:

$$\triangle ABH : AB^2 = AH^2 + BH^2 \rightarrow 12^2 = AH^2 + 11^2 \rightarrow 144 - 121 = AH^2$$

$$\rightarrow \boxed{AH^2 = 23}$$

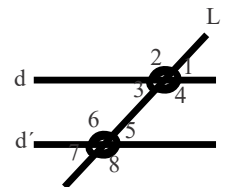
$$AH^2 = DH \cdot BH \rightarrow 23 = DH \times 11 \rightarrow \boxed{DH = \frac{23}{11}}$$

نکته: اگر دو زاویه از مثلثی با دو زاویه از مثلثی دیگر برابر باشد، آنگاه آن دو مثلث متشابه‌اند. ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸۷

نکته: اگر دو مثلث متشابه باشند، آنگاه اضلاع متناظر آن‌ها متناسب هستند.

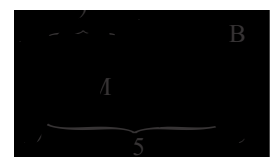
نکته (قضیه خطوط موازی و مورب): اگر خط L دو خط موازی d و d' را قطع کند، روی آن‌ها هشت زاویه ایجاد می‌شود که چهار به چهار با هم برابرند.

$$\hat{} = \hat{} = \hat{} = \hat{} \quad \hat{} = \hat{} = \hat{} = \hat{}$$



$$AB \parallel DC \xrightarrow{\text{مورب } DN} \hat{} = \hat{}$$

$$AB \parallel DC \xrightarrow{\text{مورب } AC} \hat{} = \hat{}$$



بنابراین $\triangle AMN$ و $\triangle CMD$ بنا به حالت تساوی دو زاویه با هم متشابه‌اند. اکنون تناسب اضلاع متناظر آن‌ها را می‌نویسیم.

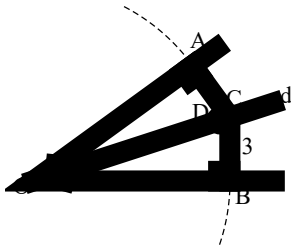


$$DC = DM \Rightarrow \frac{2}{5} = \frac{DM}{DM} \xrightarrow{\text{ترکیب در مخرج}} \frac{2}{5+2} = \frac{MN+DM}{7} \Rightarrow \frac{2}{7} = \frac{DN}{7}$$

از طرفی طبق قضیه فیثاغورس داریم: $DN = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$. با جایگذاری مقدار DN در تناسب بالا داریم:

$$\frac{2}{7} = \frac{MN}{2\sqrt{2}} \Rightarrow \boxed{MN = \frac{4\sqrt{2}}{7}}$$

۱۸۸ از آنجا که خط d نیم ساز زاویه $\hat{A}B$ است، بنابراین طول AC و CB برابر است. بنابراین طبق قضیه فیثاغورس $4 = OA = OB$ و شعاع دایره رسم شده نیز برابر ۴ است که در این صورت طول $OD = 4$ و $CD = 1$ است.

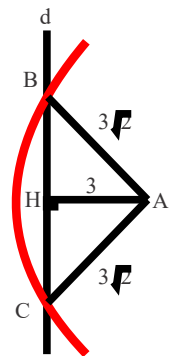


۱۸۹ از آنجایی که $\triangle AHB$ مثلث قائم الزویه است؛ داریم:

$$AH^2 + BH^2 = AB^2 \rightarrow 3^2 + BH^2 = (3\sqrt{2})^2 \rightarrow$$

$$BH^2 = 9 \rightarrow \boxed{BH = 3} \rightarrow \boxed{BC = 6}$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AH \times BC = \frac{3 \times 6}{2} \Rightarrow \boxed{S_{\triangle ABC} = 9 \text{ cm}^2}$$



اگر قضیه فیثاغورث در مثلث $\triangle ABC$ برقرار باشد، نتیجه می گیریم که این مثلث قائم الزویه است؛ داریم:

$$AB^2 + AC^2 \stackrel{?}{=} BC^2 \rightarrow (3\sqrt{2})^2 + (3\sqrt{2})^2 \stackrel{?}{=} (6)^2$$

$$\rightarrow 18 + 18 = 36 \rightarrow \triangle ABC \text{ مثلث قائم الزویه است.}$$

۱۹۰ تمام نقاطی که روی نیم ساز زاویه O قرار دارند، از دو خط d و d' به یک فاصله می باشند و تعداد این نقاط بی شمار است.

نقاطی که از نقطه O به یک فاصله باشند روی دایره به مرکز O و شعاع های متفاوت است. اما باید توجه کرد که طول شعاع دایره به مرکز O و نقطه C روی نیم ساز که دایره را قطع کرده است همواره بیش تر از فاصله نقطه C تا دو خط d و d' است. بنابراین هیچ نقطه ای مشخص خواسته شده در سؤال را ندارد.

۱۹۱ شرط اینکه دایره به مرکز O از نقطه های A, B, C, D بگذرد این است که $OA = OB = OC = OD = R$ یعنی نقطه O روی عمودمنصف پاره خط AB, CD و همینطور AD و BC باشد.

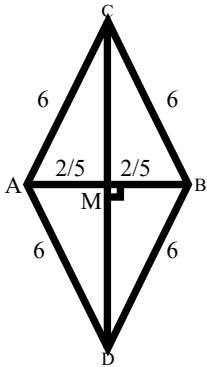
۱۹۲ نقطه M از A و B به یک فاصله است $\leftarrow$ نقطه M روی عمودمنصف AB قرار دارد.

نقطه M از B و C به یک فاصله است $\leftarrow$ نقطه M روی عمودمنصف BC قرار دارد.

بنابراین نقطه M محل برخورد عمودمنصف های AB و BC است.



۱۹۳) ۱ ۲ ۳ ۴ نقاطی که از دو سر پاره خط AB به یک فاصله باشند، روی عمودمنصف AB قرار دارند و مطابق شکل دو نقطه C و D داریم که فاصله آن از دو نقطه A و B ، ۶ سانتی متر است.



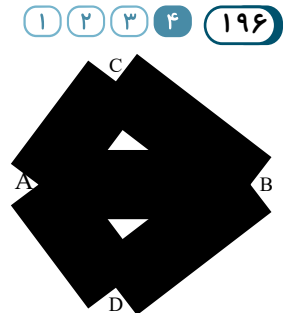
۱۹۴) ۱ ۲ ۳ ۴ فقط در چندضلعی‌های منتظم نقطه تقاطع عمودمنصف‌های اضلاع و نقطه تقاطع نیم‌سازهای زاویه‌ها بر هم منطبق است و با توجه به شکل‌های داده شده، مربع و شش ضلعی منتظم این خاصیت را دارند.



نقطه O روی عمودمنصف AB است. $OA = OB = R \rightarrow$
نقطه O' روی عمودمنصف AB است. $O'A = O'B = R' \rightarrow$

پس خط گذرنده از نقاط O و O' عمودمنصف پاره خط AB است و هر نقطه واقع بر پاره خط OO' از نقاط A و B به یک فاصله است. بنابراین بی‌شمار نقطه M داریم که از نقاط A و B به یک فاصله هستند.

$$\begin{aligned}\triangle ABC : AB^2 &= AC^2 + BC^2 \\ 5^2 &= 3^2 + 4^2 \rightarrow \hat{C} = 90^\circ \\ \triangle ABD : AB^2 &= AD^2 + BD^2 \\ 5^2 &= 3^2 + 4^2 \rightarrow \hat{D} = 90^\circ\end{aligned}$$



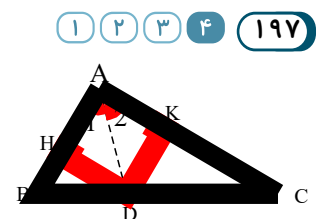
چهارضلعی $ACBD$ دارای دو زاویه قائمه است.

$$\hat{C} = 90^\circ \rightarrow AB^2 + AC^2 = BC^2 \rightarrow 5^2 + AC^2 = 13^2$$

$$\rightarrow AC^2 = 169 - 25 = 144 \rightarrow \boxed{AC = 12}$$

$$\hat{A}_1 = \hat{C} \rightarrow DH = DK$$

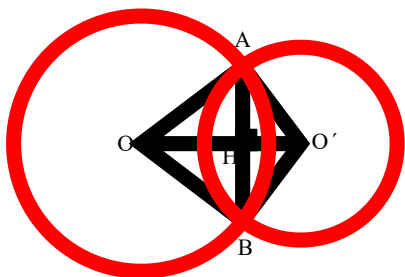
$$\frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle ACD}} = \frac{\frac{1}{2}AB \times DH}{\frac{1}{2}AC \times DK} = AC \times \frac{DH}{DK} = AC = \frac{5}{12}$$





۱ ۲ ۳ ۴ ۱۹۸

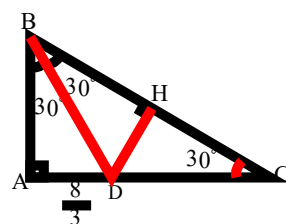
OO' عمود منصف AB است پس الف، ب و پ صحیح می باشند و ت نادرست است.



۱ ۲ ۳ ۴ ۱۹۹

$$\begin{cases} \hat{A} + \hat{B} = 90^\circ \\ \hat{A} = 2\hat{B} \end{cases} \rightarrow \hat{A} = 60^\circ, \hat{B} = 30^\circ$$

$BD \rightarrow AD = DH = \frac{8}{3}$ نیمساز زاویه B است.



$$\triangle BDH : \tan 30^\circ = \frac{DH}{BH} \rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{\frac{8}{3}}{BH} \rightarrow BH = \frac{8}{\sqrt{3}}, BC = 2BH \rightarrow BC = \frac{16}{\sqrt{3}}$$

$$\rightarrow S_{\triangle BCD} = \frac{1}{2} DH \times BC = \frac{1}{2} \times \frac{8}{3} \times \frac{16}{\sqrt{3}} = \frac{64}{3\sqrt{3}}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰۰

$$EN \parallel DC \rightarrow \frac{AD}{DC} = \frac{EN}{DC} \rightarrow \frac{2}{4} = \frac{EN}{4} \rightarrow \boxed{EN = 2}$$

$$EM \parallel AB \rightarrow \frac{DA}{AB} = \frac{EM}{AB} \rightarrow \frac{2}{4} = \frac{EM}{4} \rightarrow \boxed{EM = 2}$$

$$EM + MN = EN \rightarrow 2 + MN = 4 \rightarrow \boxed{MN = 2}$$

$$AB \parallel CD \parallel EF \rightarrow \frac{ED}{FC} = \frac{1}{1} = 1$$

$$NF \parallel AB \rightarrow \frac{CB}{AB} = \frac{NF}{AB} \rightarrow \frac{1}{2} = \frac{NF}{2} \rightarrow \boxed{NF = 1}$$

$$EF = EN + NF \rightarrow EF = 2 + 1 \rightarrow \boxed{EF = 3} \rightarrow \frac{EF}{AB} = \frac{3}{4}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰۱

$$AB \parallel DC \rightarrow \frac{ED}{DC} = \frac{EA}{EA + 15} = \frac{16}{24} \rightarrow 2EA = 2EA + 30 \rightarrow \boxed{EA = 30}$$

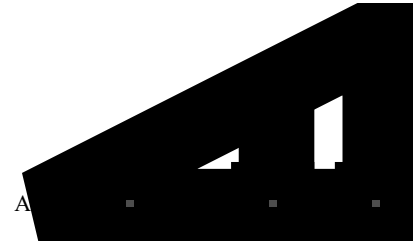
$$\frac{AD}{BC} = \frac{30}{15} = \frac{EB}{12} \rightarrow \boxed{EB = 24}$$



$$P_{\triangle CDE} = CD + ED + EC = 24 + (30 + 15) + (24 + 12) = 105$$

1 2 3 4 202

$$\left. \begin{aligned} BC \parallel B''C'' &\rightarrow \frac{\overline{BC}}{2K + K'} = \frac{\overline{B''C''}}{\lambda} \\ B'C' \parallel B''C'' &\rightarrow \frac{\overline{B'C'}}{2K + K'} = \frac{\overline{B''C''}}{\lambda} \end{aligned} \right\}$$



$$\rightarrow \frac{\overline{BC}}{2K + K'} + \frac{\overline{B'C'}}{2K + K'} = \frac{\overline{B''C''}}{\lambda} + \frac{\overline{B''C''}}{\lambda} \rightarrow \frac{\overline{B''C''}}{2K + K'} = \frac{\overline{B''C''}}{\lambda} \rightarrow \frac{\overline{B''C''}}{\lambda} = 1 \rightarrow x = 6$$

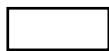
1 2 3 4 203

$$\left. \begin{aligned} \triangle BED : AM \parallel DE &\rightarrow \frac{\overline{AE}}{\overline{MD}} = \frac{\overline{BE}}{\overline{ED}} \\ \triangle AMC : DF \parallel AM &\rightarrow \frac{\overline{AF}}{\overline{MD}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{CD}} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \text{میانۀ } AM & \\ BM = MC & \end{aligned} \rightarrow \frac{\overline{AE}}{\overline{AF}} = \frac{\overline{BE}}{\overline{CD}}$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\overline{AE}}{\overline{AF}} &= \\ 2AB = 2AC &\rightarrow \frac{\overline{AE}}{\overline{AF}} = \frac{2}{3} \end{aligned} \right\} \rightarrow AF = \frac{2}{3}$$

1 2 3 4 204

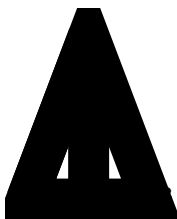
$$MN \parallel BC \rightarrow \frac{\overline{MN}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{MB}}{\overline{NC}} \rightarrow \frac{x}{5} = \frac{x + 1,5}{7,5} \rightarrow 7,5x = 5x + 7,5$$



$$MN \parallel BC \rightarrow \frac{\overline{MN}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{MB}}{\overline{NC}} \rightarrow \frac{y}{8} = \frac{y}{25} \rightarrow y = \frac{25}{8}$$

$$\rightarrow x + y = 3 + \frac{25}{8} = \frac{49}{8}$$

1 2 3 4 205



سه عمودمنصف در هر مثلث، هم‌رس هستند. یعنی در شکل مقابل
میانۀ CM علاوه بر میانه بودن، باید عمودمنصف ضلع AB هم باشد.
یعنی میانه، ارتفاع و عمودمنصف ضلع AB با هم یکی هستند.

پس $\triangle ABC$ متساوی‌الساقین است و داریم: $AC = BC$.



۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰۶

$$MN \parallel BC \rightarrow \frac{AN}{AC} = \frac{BC}{BC} \rightarrow \frac{AN}{6} = \frac{1}{2} \rightarrow \boxed{AN = 3,5}$$

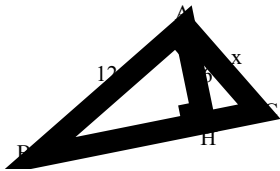
$$AN + NC = AC \rightarrow 3,5 + NC = 6 \rightarrow \boxed{NC = 2,5}$$

$$EP \parallel AM \rightarrow \frac{NE}{NA} = \frac{NM}{NM} = \frac{1}{2} \rightarrow \frac{NE}{3,5} = \frac{1}{2} \rightarrow \boxed{NE = 2,25}$$

$$EC = EN + NC = 2,25 + 2,5 \rightarrow \boxed{EC = 4,75}$$



طول ضلع AC را فرض می کنیم و داریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰۷



$$\triangle ABH \sim \triangle ABC \rightarrow \frac{AB}{BC} = \frac{AC}{BC} \rightarrow \frac{12}{BC} = \frac{6}{x} \rightarrow BC = 2x$$

$$\triangle ABC : AB^2 + AC^2 = BC^2 \rightarrow 12^2 + x^2 = (2x)^2 \rightarrow 144 + x^2 = 4x^2 \rightarrow 144 = 3x^2$$

$$\rightarrow x^2 = 48 \rightarrow x = \sqrt{48} \rightarrow \boxed{x = 4\sqrt{3}}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰۸

$$\left. \begin{matrix} \hat{E}_1 = \hat{A} \\ \hat{A} = \hat{A} \end{matrix} \right\} \rightarrow \triangle ABC \sim \triangle ADE \rightarrow \frac{AD}{AE} = \frac{AE}{x+1} = \frac{x}{x}$$

$$\rightarrow x(x+5) = (x+1)(x+3) \rightarrow x^2 + 5x = x^2 + 4x + 3 \rightarrow \boxed{x = 3}$$

$$\rightarrow \text{نسبت تشابه } k = \frac{x+3}{x} = 2 \rightarrow \frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle ADE}} = k^2 = 4 \rightarrow S_{\triangle ABC} = 4S_{\triangle ADE} \quad (1)$$

$$\rightarrow \frac{S_{EDCB}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{S_{\triangle ABC} - S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}} \stackrel{(1)}{=} \frac{4S_{\triangle ADE} - S_{\triangle ADE}}{4S_{\triangle ADE}} = \frac{3}{4}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰۹

$$\frac{S_{\triangle AOB}}{S_{\triangle COD}} = \frac{9}{4} = k^2 \rightarrow k = \frac{3}{2} \rightarrow \frac{OD}{OD} = \frac{3}{2}$$



$$\rightarrow \begin{cases} OD = \frac{3}{2} \\ AD = 15 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} AO + OD = 15 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3OD - 2AO = 0 \\ \quad \quad \quad + \\ \quad \quad \quad + 2OD = 30 \end{cases}$$

$$5OD = 30 \rightarrow \boxed{OD = 6}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۱۰

$$DE \parallel BC, \frac{DE}{BC} = \frac{3}{4} \rightarrow \frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16}$$

$$\rightarrow \frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC} - S_{\triangle ADE}} = \frac{S_{\triangle ADE}}{16 - 9} \rightarrow \frac{S_{\triangle ADE}}{S_{DECB}} = \frac{9}{7} \quad (1)$$

$$\frac{AF}{AF} = 2 \rightarrow \frac{AF}{AF} = \frac{2+1}{1} \rightarrow \frac{AF}{AF} = 3 \rightarrow \frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ADF}} = 3 \rightarrow \frac{S_{\triangle ADF}}{S_{\triangle ADE}} = \frac{1}{3} \quad (2)$$

$$(1), (2) \rightarrow \frac{S_{\triangle ADE}}{S_{DECB}} \times \frac{S_{\triangle ADF}}{S_{\triangle ADE}} = \frac{9}{7} \times \frac{1}{3} \rightarrow \frac{S_{\triangle ADF}}{S_{DECB}} = \frac{1}{7}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۱۱

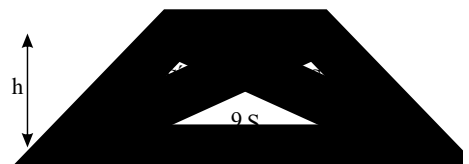
$$ABN \sim DCN \rightarrow \frac{S_{\triangle ABN}}{S_{\triangle DCN}} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$$

و مساحت دو مثلث $\triangle BCN$ و $\triangle AND$ هم با هم برابر است و داریم:

$$\frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle ADC}} = \frac{\frac{1}{2}AB \times h}{\frac{1}{2}DC \times h} = \frac{AB}{DC} = \frac{2}{3}$$

$$\rightarrow \frac{2}{9S + S'} = \frac{2}{3} \rightarrow 12S + 3S' = 18S + 2S'$$

$$\rightarrow 6S - S' = 0 \rightarrow \boxed{S' = 6S}$$



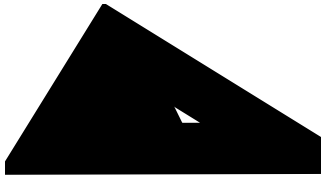
$$\rightarrow \frac{S_{\triangle AND}}{S_{ABCD}} = \frac{6S}{4S + 9S + 2S'} = \frac{6S}{13S + 12S} = \frac{6}{25} = \frac{24}{100} = \%24$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۱۲

$$BH \cdot HC = AH^2 \rightarrow BH \times 6 = 3^2 \rightarrow \boxed{BH = 1.5}$$

$$\rightarrow BC = BH + HC = 1.5 + 6 \rightarrow \boxed{BC = 7.5}$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AH \times BC = \frac{3 \times 7.5}{2} = \frac{22.5}{2} = 11.25$$



$$AM = ۳ \xrightarrow[\text{نصف وتر است.}]{\text{میانۀ وارد بر وتر}} BC = ۶$$

$$AH^2 = BH \cdot CH \rightarrow (۲\sqrt{۲})^2 = BH \cdot CH \rightarrow BH \cdot CH = ۸ \quad (۱)$$

$$\xrightarrow{(۱), (۲)} BH(۶ - BH) = ۸ \rightarrow ۶BH - BH^2 = ۸ \rightarrow BH^2 - ۶BH + ۸ = ۰$$

$$\rightarrow (BH - ۲)(BH - ۴) = ۰ \rightarrow \begin{cases} BH = ۲ \rightarrow AB^2 = BH^2 + AH^2 = ۲^2 + (۲\sqrt{۲})^2 = ۴ + ۸ = ۱۲ \\ BH = ۴ \text{ (غیر قابل قبول)} \end{cases}$$

$$\rightarrow \boxed{AB = ۲\sqrt{۳}}$$

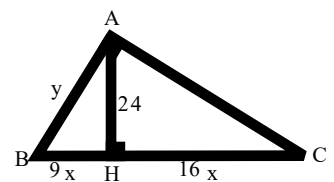
$$\frac{CH}{BH} = \frac{۹}{۱۶} \rightarrow BH = ۹x, CH = ۱۶x$$

$$AH^2 = BH \cdot CH \rightarrow ۲۴^2 = ۹x \cdot ۱۶x$$

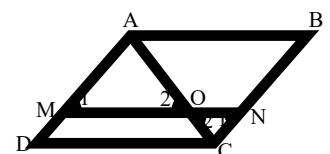
$$\rightarrow x^2 = \frac{24^2}{16 \times 9} = 4 \rightarrow x = ۲, \quad BH = ۹x \xrightarrow{x=2} ۹ \times ۲ \rightarrow BH = ۱۸$$

$$\rightarrow AB^2 = AH^2 + BH^2 \rightarrow y^2 = ۲۴^2 + ۱۸^2 \rightarrow y^2 = (۴ \times ۶)^2 + (۳ \times ۶)^2$$

$$\rightarrow y = ۵ \times ۶ \rightarrow y = ۳۰$$



$$MN = \text{مورب} \left. \vphantom{\begin{matrix} \\ \end{matrix}} \right\} \rightarrow \hat{N}_1 = \hat{M}_1$$



$$\left. \begin{matrix} \hat{N}_1 = \hat{M}_1 \\ \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \end{matrix} \right\} \rightarrow \triangle OAM \sim \triangle ONC \rightarrow \frac{S_{\triangle ONC}}{S_{\triangle OAM}} = k \rightarrow \frac{S_{\triangle ONC}}{S_{\triangle OAM}} = k^2 = \frac{۲۵}{۱۰۰}$$



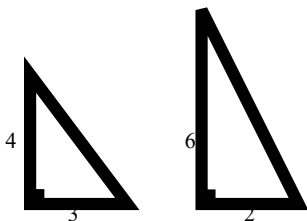
$$\rightarrow k^2 = \frac{1}{4} \rightarrow \boxed{k = \frac{1}{2}}$$

$$\frac{AM}{AM} = \frac{1}{2}, NC = MD \rightarrow \frac{AM}{AM} = \frac{1}{2} \rightarrow \frac{AM}{AM} = \frac{2+1}{2}$$

$$\rightarrow \frac{AM}{AD} = \frac{2}{3} \rightarrow \boxed{\frac{AM}{AD} = \frac{2}{3}}$$

۲۱۶) اگر یک چهارضلعی متوازی الاضلاع باشد، آن گاه قطرهای آن منصف یکدیگرند و برعکس (قضیه شرطی).
تشریح گزینه های دیگر:

گزینه ۱: دو مثلث قائم الزاویه زیر هم مساحت هستند اما هم نهشت نیستند:

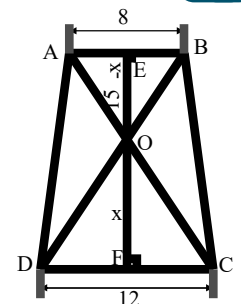


گزینه ۲: اگر مثلث دو زاویه برابر داشته باشد، متساوی الساقین است، اما همواره متساوی الاضلاع نیست.
گزینه ۴: اگر چهارضلعی قطرهاش عمود منصف یکدیگر باشند، لوزی است اما همواره مربع نیست.

۲۱۷) ۱ ۲ ۳ ۴

$$\triangle OAB \sim \triangle OCD \rightarrow \frac{AB}{CD} = \frac{OE}{OF} \rightarrow \frac{8}{12} = \frac{x}{x}$$

$$\rightarrow \frac{2}{3} = \frac{x}{x} \rightarrow 2x = 45 - 3x \rightarrow 5x = 45 \rightarrow x = 9$$

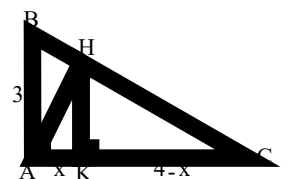


۲۱۸) ۱ ۲ ۳ ۴

$$AB^2 + AC^2 = BC^2 \rightarrow 3^2 + 4^2 = BC^2 \rightarrow \boxed{BC = 5}$$

$$AB \cdot AC = AH \cdot BC \rightarrow 3 \times 4 = AH \times 5 \rightarrow \boxed{AH = 2.4}$$

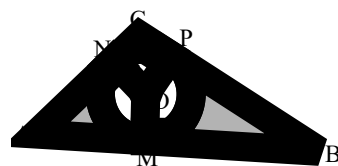
$$\triangle AHC : AH^2 = AK \cdot AC \rightarrow (2.4)^2 = x \times 4 \rightarrow \boxed{x = 1.44}$$



۲۱۹) هر نقطه روی نیم سازه یک زاویه، از دو ضلع زاویه به یک فاصله است، پس داریم:



$$OM = ON = OP = 2$$



$$S_{\triangle ABC} = S_{\triangle OAB} + S_{\triangle OAC} + S_{\triangle OBC} = \frac{2 \times AB}{2} + \frac{2 \times AC}{2} + \frac{2 \times BC}{2} = \underbrace{\quad\quad\quad}_{\text{محيط}} = 24$$

$$S_{\text{دایره}} = \pi r^2 = 3 \times 2^2 = 12$$

$$\text{مساحت هاشور خورده} = S_{\triangle ABC} - S_{\text{دایره}} = 24 - 12 = 12$$

$$BC \parallel DE \rightarrow \frac{AD}{DE} = \frac{h_1}{h_1 + h_2 + h_3} = \frac{1}{4} \quad (1)$$

$$\triangle OBC \sim \triangle ODE \rightarrow \frac{DE}{BC} = \frac{h_2}{h_1 + h_2 + h_3} = \frac{1}{4} \rightarrow h_3 = 4h_2 \quad (2)$$

$$(1), (2) \rightarrow \frac{h_1}{h_1 + h_2 + 4h_2} = \frac{1}{4} \rightarrow 4h_1 = h_1 + 5h_2 \rightarrow 3h_1 = 5h_2$$

$$\rightarrow \boxed{\frac{h_1}{h_2} = \frac{5}{3}} \rightarrow \frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle OBC}} = \frac{\frac{1}{2} BC \times h_1}{\frac{1}{2} BC \times h_2} = \frac{h_1}{h_2} = \frac{5}{3}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۲۰





پاسخنامه کلیدی

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴
۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۶	۱	۲	۳	۴
۲۷	۱	۲	۳	۴
۲۸	۱	۲	۳	۴
۲۹	۱	۲	۳	۴
۳۰	۱	۲	۳	۴
۳۱	۱	۲	۳	۴
۳۲	۱	۲	۳	۴
۳۳	۱	۲	۳	۴
۳۴	۱	۲	۳	۴
۳۵	۱	۲	۳	۴

۳۶	۱	۲	۳	۴
۳۷	۱	۲	۳	۴
۳۸	۱	۲	۳	۴
۳۹	۱	۲	۳	۴
۴۰	۱	۲	۳	۴
۴۱	۱	۲	۳	۴
۴۲	۱	۲	۳	۴
۴۳	۱	۲	۳	۴
۴۴	۱	۲	۳	۴
۴۵	۱	۲	۳	۴
۴۶	۱	۲	۳	۴
۴۷	۱	۲	۳	۴
۴۸	۱	۲	۳	۴
۴۹	۱	۲	۳	۴
۵۰	۱	۲	۳	۴
۵۱	۱	۲	۳	۴
۵۲	۱	۲	۳	۴
۵۳	۱	۲	۳	۴
۵۴	۱	۲	۳	۴
۵۵	۱	۲	۳	۴
۵۶	۱	۲	۳	۴
۵۷	۱	۲	۳	۴
۵۸	۱	۲	۳	۴
۵۹	۱	۲	۳	۴
۶۰	۱	۲	۳	۴
۶۱	۱	۲	۳	۴
۶۲	۱	۲	۳	۴
۶۳	۱	۲	۳	۴
۶۴	۱	۲	۳	۴
۶۵	۱	۲	۳	۴
۶۶	۱	۲	۳	۴
۶۷	۱	۲	۳	۴
۶۸	۱	۲	۳	۴
۶۹	۱	۲	۳	۴
۷۰	۱	۲	۳	۴

۷۱	۱	۲	۳	۴
۷۲	۱	۲	۳	۴
۷۳	۱	۲	۳	۴
۷۴	۱	۲	۳	۴
۷۵	۱	۲	۳	۴
۷۶	۱	۲	۳	۴
۷۷	۱	۲	۳	۴
۷۸	۱	۲	۳	۴
۷۹	۱	۲	۳	۴
۸۰	۱	۲	۳	۴
۸۱	۱	۲	۳	۴
۸۲	۱	۲	۳	۴
۸۳	۱	۲	۳	۴
۸۴	۱	۲	۳	۴
۸۵	۱	۲	۳	۴
۸۶	۱	۲	۳	۴
۸۷	۱	۲	۳	۴
۸۸	۱	۲	۳	۴
۸۹	۱	۲	۳	۴
۹۰	۱	۲	۳	۴
۹۱	۱	۲	۳	۴
۹۲	۱	۲	۳	۴
۹۳	۱	۲	۳	۴
۹۴	۱	۲	۳	۴
۹۵	۱	۲	۳	۴
۹۶	۱	۲	۳	۴
۹۷	۱	۲	۳	۴
۹۸	۱	۲	۳	۴
۹۹	۱	۲	۳	۴
۱۰۰	۱	۲	۳	۴
۱۰۱	۱	۲	۳	۴
۱۰۲	۱	۲	۳	۴
۱۰۳	۱	۲	۳	۴
۱۰۴	۱	۲	۳	۴
۱۰۵	۱	۲	۳	۴

۱۰۶	۱	۲	۳	۴
۱۰۷	۱	۲	۳	۴
۱۰۸	۱	۲	۳	۴
۱۰۹	۱	۲	۳	۴
۱۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۱۹	۱	۲	۳	۴
۱۲۰	۱	۲	۳	۴
۱۲۱	۱	۲	۳	۴
۱۲۲	۱	۲	۳	۴
۱۲۳	۱	۲	۳	۴
۱۲۴	۱	۲	۳	۴
۱۲۵	۱	۲	۳	۴
۱۲۶	۱	۲	۳	۴
۱۲۷	۱	۲	۳	۴
۱۲۸	۱	۲	۳	۴
۱۲۹	۱	۲	۳	۴
۱۳۰	۱	۲	۳	۴
۱۳۱	۱	۲	۳	۴
۱۳۲	۱	۲	۳	۴
۱۳۳	۱	۲	۳	۴
۱۳۴	۱	۲	۳	۴
۱۳۵	۱	۲	۳	۴
۱۳۶	۱	۲	۳	۴
۱۳۷	۱	۲	۳	۴
۱۳۸	۱	۲	۳	۴
۱۳۹	۱	۲	۳	۴
۱۴۰	۱	۲	۳	۴



۱۴۱	۱	۲	۳	۴
۱۴۲	۱	۲	۳	۴
۱۴۳	۱	۲	۳	۴
۱۴۴	۱	۲	۳	۴
۱۴۵	۱	۲	۳	۴
۱۴۶	۱	۲	۳	۴
۱۴۷	۱	۲	۳	۴
۱۴۸	۱	۲	۳	۴
۱۴۹	۱	۲	۳	۴
۱۵۰	۱	۲	۳	۴
۱۵۱	۱	۲	۳	۴
۱۵۲	۱	۲	۳	۴
۱۵۳	۱	۲	۳	۴
۱۵۴	۱	۲	۳	۴
۱۵۵	۱	۲	۳	۴
۱۵۶	۱	۲	۳	۴
۱۵۷	۱	۲	۳	۴
۱۵۸	۱	۲	۳	۴
۱۵۹	۱	۲	۳	۴
۱۶۰	۱	۲	۳	۴

۱۶۱	۱	۲	۳	۴
۱۶۲	۱	۲	۳	۴
۱۶۳	۱	۲	۳	۴
۱۶۴	۱	۲	۳	۴
۱۶۵	۱	۲	۳	۴
۱۶۶	۱	۲	۳	۴
۱۶۷	۱	۲	۳	۴
۱۶۸	۱	۲	۳	۴
۱۶۹	۱	۲	۳	۴
۱۷۰	۱	۲	۳	۴
۱۷۱	۱	۲	۳	۴
۱۷۲	۱	۲	۳	۴
۱۷۳	۱	۲	۳	۴
۱۷۴	۱	۲	۳	۴
۱۷۵	۱	۲	۳	۴
۱۷۶	۱	۲	۳	۴
۱۷۷	۱	۲	۳	۴
۱۷۸	۱	۲	۳	۴
۱۷۹	۱	۲	۳	۴
۱۸۰	۱	۲	۳	۴

۱۸۱	۱	۲	۳	۴
۱۸۲	۱	۲	۳	۴
۱۸۳	۱	۲	۳	۴
۱۸۴	۱	۲	۳	۴
۱۸۵	۱	۲	۳	۴
۱۸۶	۱	۲	۳	۴
۱۸۷	۱	۲	۳	۴
۱۸۸	۱	۲	۳	۴
۱۸۹	۱	۲	۳	۴
۱۹۰	۱	۲	۳	۴
۱۹۱	۱	۲	۳	۴
۱۹۲	۱	۲	۳	۴
۱۹۳	۱	۲	۳	۴
۱۹۴	۱	۲	۳	۴
۱۹۵	۱	۲	۳	۴
۱۹۶	۱	۲	۳	۴
۱۹۷	۱	۲	۳	۴
۱۹۸	۱	۲	۳	۴
۱۹۹	۱	۲	۳	۴
۲۰۰	۱	۲	۳	۴

۲۰۱	۱	۲	۳	۴
۲۰۲	۱	۲	۳	۴
۲۰۳	۱	۲	۳	۴
۲۰۴	۱	۲	۳	۴
۲۰۵	۱	۲	۳	۴
۲۰۶	۱	۲	۳	۴
۲۰۷	۱	۲	۳	۴
۲۰۸	۱	۲	۳	۴
۲۰۹	۱	۲	۳	۴
۲۱۰	۱	۲	۳	۴
۲۱۱	۱	۲	۳	۴
۲۱۲	۱	۲	۳	۴
۲۱۳	۱	۲	۳	۴
۲۱۴	۱	۲	۳	۴
۲۱۵	۱	۲	۳	۴
۲۱۶	۱	۲	۳	۴
۲۱۷	۱	۲	۳	۴
۲۱۸	۱	۲	۳	۴
۲۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۲۰	۱	۲	۳	۴