

۱) اگر $\sin x + \cos x = -\sqrt{2}$ باشد حاصل $\sin^4 x + \cos^4 x$ چقدر است؟

- ۱) $\frac{1}{2}$ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) $\frac{1}{4}$ ۴) $\frac{1}{8}$

۲) اگر $\tan x + \cot x = -2$ باشد حاصل $\sin^4 x + \cos^4 x$ کدام است؟

- ۱) $\frac{1}{2}$ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) $1 + \frac{\sqrt{2}}{4}$ ۴) $\frac{3}{4}$

۳) اگر $-\frac{\pi}{6} < x < \frac{\pi}{6}$ و $\sin^3 x = m - 1$ باشد مقادیر m در کدام فاصله قرار دارد؟

- ۱) $(0, 2)$ ۲) $(0, 1]$ ۳) $(-1, \frac{1}{2})$ ۴) $(-1, 0)$

۴) در صورتی که $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ باشد حاصل $\sqrt{1 - 2\sin x} \sqrt{1 - \sin^2 x}$ برابر است با:

- ۱) $|\cos x - \sin x|$ ۲) $|\sin x + \cos x|$ ۳) $\sin x + \cos x$ ۴) $-(\sin x + \cos x)$

۵) اگر $\tan x + \cot x = -2$ باشد حاصل $\tan^{2n} x + \cot^{2n} x$ کدام است؟ ($n \in \mathbb{N}$)

- ۱) 1 ۲) 0 ۳) 2 ۴) گزینه ۲ یا ۳

۶) حاصل $\cos \frac{\pi}{7} + \cos \frac{2\pi}{7} + \dots + \cos \frac{6\pi}{7}$ کدام است؟

- ۱) 0 ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) $\frac{-1}{2}$ ۴) 1

۷) حاصل $\frac{1}{2} \left(\frac{\cot^2 \alpha}{1 + \cot^2 \alpha} + \frac{\tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} \right)$ برابر است با:

- ۱) $\frac{3}{2}$ ۲) 1 ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) 2

۸) حاصل عبارت $\frac{2\sin^3 \alpha}{\cos \alpha - \cos^3 \alpha}$ کدام است؟

- ۱) $2 \tan \alpha$ ۲) $\cot \alpha$ ۳) $2 \cot \alpha$ ۴) $\tan \alpha$

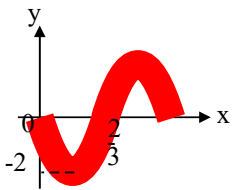


۹ اگر $\frac{\sin^2 x - 2\cos^2 x + 1}{\sin^2 x + 2\cos^2 x - 1} = 4$ باشد، مقدار $\tan^2 x$ چقدر است؟

- ۱ ۲ $\frac{2}{5}$ (۲) $\frac{5}{2}$ (۳) ۱ (۴)

۱۰ اگر $\tan \alpha = 2$ باشد، حاصل $\frac{\sin(\frac{3\pi}{2} - \alpha) + \cos(\frac{\pi}{2} + \alpha)}{\cos(\pi + \alpha) + \sin(3\pi - \alpha)}$ کدام است؟

- ۱ ۲ ۳ (۲) -۲ (۳) -۳ (۴)



۱۱ اگر نمودار تابع $y = a \sin b\pi x$ به صورت زیر باشد، مقدار ab کدام است؟

- ۱ -۳ $-\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{4}{3}$ (۳) $-\frac{4}{3}$ (۴)

۱۲ اگر $\cot 20^\circ = \frac{8}{3}$ باشد حاصل $\frac{2\sin 25^\circ - \cos 16^\circ}{\sin 16^\circ + 3\cos 7^\circ - \sin 11^\circ}$ برابر کدام است؟

- ۱ -۳ -۲ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴)

۱۳ نقطه‌ی A بر روی دایره‌ای به شعاع ۳ واحد قرار دارد متحرکی از نقطه‌ی A در خلاف جهت مثلثاتی 42° درجه چرخیده و در نقطه‌ی M قرار گرفته است متحرک دیگر از نقطه‌ی A در جهت مثلثاتی 21° درجه چرخیده و در نقطه‌ی N قرار گرفته است. طول قوس MN چند واحد است؟

- ۱ ۴٫۰۸ ۲ ۴٫۲۹ ۳ ۴٫۷۱ (۴) ۳٫۹۶

۱۴ نقطه‌ی $A(3, 2)$ بر روی دایره‌ای به مرکز $(2, 0)$ قرار دارد متحرکی از نقطه‌ی A در جهت چرخش عقربه‌ی ساعت کمان 120° تا نقطه‌ی M طی کرده است. مختصات M کدام است؟

- ۱ $(-\frac{3}{2}, -\frac{3\sqrt{3}}{2})$ (۲) $(-\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{3}{2})$ (۳) $(-\frac{3\sqrt{3}}{2}, -\frac{3}{2})$ (۴) $(-\frac{3}{2}, 2 - \frac{3\sqrt{3}}{2})$

۱۵ اگر $\tan 25^\circ = \frac{48}{5}$ باشد حاصل عبارت $\frac{\sin 155^\circ - 3\cos 245^\circ}{\cos 295^\circ - 2\sin 65^\circ}$ کدام است؟

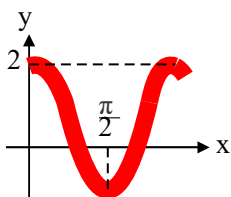
- ۱ $-\frac{12}{19}$ (۲) $-\frac{13}{19}$ (۳) $-\frac{24}{19}$ (۴) $-\frac{26}{19}$

۱۶ اگر $\tan(\frac{\pi}{4} - x) = \frac{2-m}{m+1}$ ، $|x| < \frac{\pi}{4}$ باشد حدود تغییرات m چگونه است؟

- ۱ $m < -1$ (۲) $m > 2$ (۳) $-1 < m < 2$ (۴) $m < -1$ یا $m > 2$



۱۷) اگر نمودار تابع $y = a \cos bx$ به صورت روبه‌رو باشد، کدام مقدار برای $a + b$ ممکن است؟



۲ (۲)

۳ (۱)

۴ (۴)

۶ (۳)

۱۸) با فرض $\tan 22^\circ = \frac{2}{5}$ ، حاصل عبارت $\frac{\sin(-112^\circ) + \sin 158^\circ}{\cos(202^\circ)}$ ، کدام است؟

 $\frac{2}{5}$ (۴) $\frac{3}{5}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۱)

۱۹) اگر $\tan \theta = 0.2$ باشد، مقدار $\frac{\cos(\frac{3\pi}{2} + \theta) - \cos(\pi + \theta)}{\sin(\pi - \theta) - \sin(3\pi + \theta)}$ کدام است؟

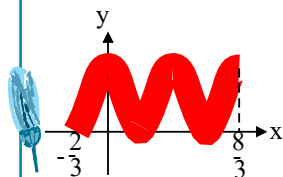
۳ (۴)

۲ (۳)

۱, ۲ (۲)

-۲ (۱)

۲۰) شکل مقابل نمودار تابع $f(x) = 3 + a \cos(b\pi x)$ است، حاصل $(a + 2b)$ برابر با کدام گزینه می‌تواند باشد؟



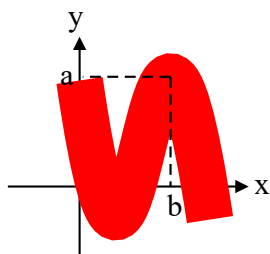
-۳ (۲)

۳ (۱)

۶ (۴)

-۶ (۳)

۲۱) اگر نمودار $y = \cos^2 x - \sin^2 x$ به شکل مقابل باشد، دوتایی (a, b) کدام گزینه خواهد بود؟



(۲, ۲π) (۱)

(۱, ۲π) (۲)

(۲, π) (۳)

(۱, π) (۴)

۲۲) هر گاه $\tan 15^\circ = a$ باشد، حاصل عبارت $\frac{\cos 255^\circ - \cos 165^\circ}{2 \sin 75^\circ + 3 \cos 105^\circ}$ کدام است؟

 $\frac{1}{5}(1-a)$ (۴) $\frac{1}{5}(a-1)$ (۳) $\frac{a-1}{2-3a}$ (۲) $\frac{1-a}{2-3a}$ (۱)

۲۳) حاصل عبارت $\frac{\cos 285^\circ - \sin 255^\circ}{\sin 525^\circ - \sin 105^\circ}$ با فرض $\tan 15^\circ = 0.28$ ، کدام است؟

 $\frac{16}{9}$ (۴) $\frac{9}{16}$ (۳) $-\frac{9}{16}$ (۲) $-\frac{16}{9}$ (۱)

۲۴) حاصل عبارت $\frac{\sin 250^\circ + \sin 70^\circ}{\cos 560^\circ - \cos 110^\circ}$ با فرض $\tan 20^\circ = 0.4$ ، کدام است؟

 $\frac{5}{8}$ (۴) $\frac{7}{3}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۲) $-\frac{3}{4}$ (۱)



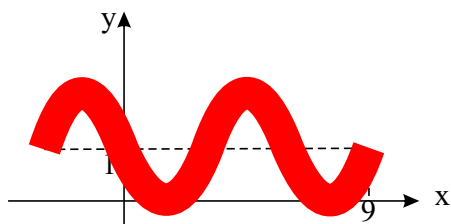
۲۵) اگر $\tan 20^\circ = a$ ، حاصل عبارت $A = \frac{3 \sin 20^\circ + \cos 160^\circ}{5 \cos 290^\circ + 2 \sin 250^\circ}$ کدام است؟

- ۱) $5a - 2$ ۲) $\frac{-5a + 2}{-5a + 2}$ ۳) $-5a + 2$ ۴) $5a + 2$

۲۶) اگر $a = \frac{\sin 55^\circ + 2 \cos 215^\circ}{3 \sin 305^\circ - \cos 325^\circ}$ باشد، آن گاه مقدار a کدام است؟

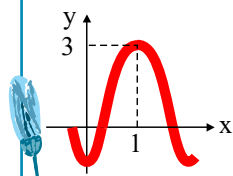
- ۱) $\tan 35^\circ$ ۲) $\tan 55^\circ$ ۳) $\frac{1}{4}$ ۴) $\frac{1}{2}$

۲۷) نمودار زیر مربوط به تابع $f(x) = a + \cos(-\frac{1}{2} + bx)\pi$ می‌باشد. حاصل $f(29)$ کدام است؟



- ۱) $1 + \frac{\sqrt{3}}{2}$ ۲) $1 - \frac{\sqrt{3}}{2}$ ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) $\frac{3}{2}$

۲۸) اگر قسمتی از نمودار تابع $y = 1 + a \cos b\pi x$ به صورت مقابل باشد، a کدام است؟



- ۱) -2 ۲) 2 ۳) -1 ۴) -3

۲۹) اگر $\cot \alpha = 2$ باشد، حاصل $\frac{\sin^4 \alpha + \cos^3 \alpha \sin \alpha}{4 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}$ عبارت کدام است؟

- ۱) $\frac{3}{4}$ ۲) $\frac{9}{16}$ ۳) $\frac{1}{7}$ ۴) $\frac{2}{3}$

۳۰) اگر $\tan x = \frac{2}{3}$ باشد، حاصل عبارت $\sin x + \cos x$ کدام است؟

- ۱) $\frac{1}{3}$ ۲) 3 ۳) 2 ۴) $\frac{4}{3}$

۳۱) زاویه θ کمانی به طول $\frac{1}{2}$ سانتی متر در دایره‌ای با شعاع $\frac{1}{4}$ سانتی متر بریده است. مقدار θ بر حسب

رادیان کدام است؟

- ۱) صفر ۲) 1 ۳) 2 ۴) 3

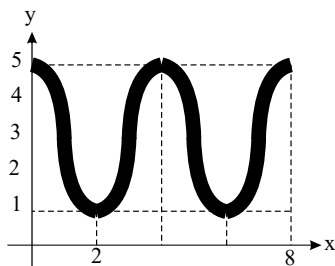
۳۲) اگر زاویه θ در موقعیت استاندارد باشد، به طوری که نقطه‌ی انتهایی کمان θ دایره‌ی مثلثاتی را در نقطه‌ی

$(-\frac{2\sqrt{2}}{3}, \frac{1}{3})$ قطع کند، مقدار $A = \frac{1 + \theta}{\cos(\frac{3\pi}{2} - \theta)}$ کدام است؟

- ۱) 27 ۲) -27 ۳) $\frac{27}{2}$ ۴) $-\frac{27}{2}$



۳۳) نمودار معادله‌ی $y = a \cos b\pi x + 3$ مطابق شکل زیر است؛ حاصل $a + b$ کدام گزینه می‌تواند باشد؟



$$\frac{7}{2} \quad (2)$$

$$1 \quad (4)$$

$$\frac{5}{2} \quad (1)$$

$$\frac{9}{2} \quad (3)$$

۳۴) حاصل عبارت $\frac{\tan^2 60^\circ - 2 \tan^2 45^\circ}{\sin 30^\circ + \sqrt{2} \cos 45^\circ}$ کدام است؟

$$\frac{2}{3} \quad (4)$$

$$\frac{3}{2} \quad (3)$$

$$\frac{1}{2} \quad (2)$$

$$\frac{1}{3} \quad (1)$$

۳۵) اگر $A = \frac{\cot 30^\circ - 2 \sin 60^\circ + \tan 45^\circ}{\tan^2 30^\circ - \frac{1}{2} \cos 60^\circ + \cot 45^\circ}$ باشد، حاصل $\frac{13A}{2}$ کدام است؟

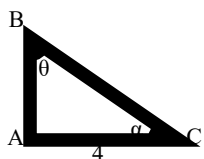
$$\frac{1}{6} \quad (4)$$

$$6 \quad (3)$$

$$\frac{13}{12} \quad (2)$$

$$\frac{12}{13} \quad (1)$$

۳۶) در مثلث ABC زاویه $\hat{C}$ قائمه و طول یکی از اضلاع قائمه آن ۴ است. اگر تانژانت زاویه‌ی واقع بر رأس دیگر این ضلع، $\frac{3}{4}$ باشد، سینوس زاویه سوم کدام است؟



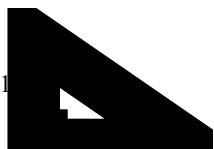
$$\frac{8}{5} \quad (4)$$

$$\frac{6}{5} \quad (3)$$

$$\frac{4}{5} \quad (2)$$

$$\frac{2}{5} \quad (1)$$

۳۷) مساحت مثلث ABC کدام است؟ $\left(\cos C = \frac{46}{7} \right)$



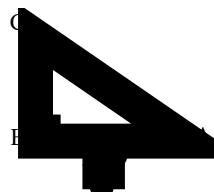
$$50\sqrt{\frac{3}{46}} \quad (4)$$

$$100\sqrt{\frac{3}{46}} \quad (3)$$

$$50\sqrt{\frac{46}{3}} \quad (2)$$

$$100\sqrt{\frac{46}{3}} \quad (1)$$

۳۸) اندازه وتر مثلث مقابل کدام است؟ $\left(\sin A = \frac{1}{\sqrt{3}} \right)$



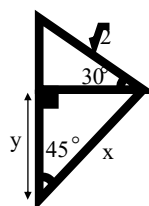
$$2 \quad (4)$$

$$\sqrt{3} \quad (3)$$

$$\sqrt{2} \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

۳۹) در شکل مقابل مقدار $x + y$ برابر با کدام گزینه است؟

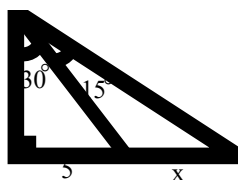


$$\frac{3\sqrt{2} + \sqrt{5}}{2} \quad (2)$$

$$\frac{3\sqrt{2} + \sqrt{5}}{4} \quad (4)$$

$$\frac{2\sqrt{3} + \sqrt{6}}{2} \quad (1)$$

$$\frac{2\sqrt{3} + \sqrt{6}}{4} \quad (3)$$



۴۰ اگر وتر مثلث بزرگ را در شکل مقابل y بنامیم، حاصل $x + y$ کدامست؟! (۴)

$$5(-2\sqrt{3} + 1) \quad (۲)$$

$$5(2\sqrt{3} - 1) \quad (۱)$$

$$5(-\sqrt{3} + 1 - 2\sqrt{\frac{3}{2}}) \quad (۴)$$

$$5(\sqrt{3} - 1 + 2\sqrt{\frac{3}{2}}) \quad (۳)$$

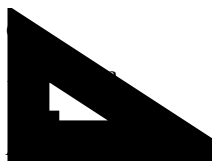
۴۱ حاصل عبارت $\tan^2 \theta + \frac{1}{\cos \theta} \times \frac{1}{1 + \tan \theta}$ کدام است؟ (۴)

$$\frac{1}{\cos^2 \theta} \quad (۴)$$

$$\cos \theta \quad (۳)$$

$$\frac{1}{\sin^2 \theta} \quad (۲)$$

$$\sin \theta \quad (۱)$$



۴۲ مثلث قائم الزاویه ABC در رأس A قائمه است؛ حاصل $\frac{t}{\sin B} \times \cot C$ کدام است؟ (۴)

$$\cos C \quad (۲)$$

$$\sin C \quad (۱)$$

$$\cot C \quad (۴)$$

$$\tan C \quad (۳)$$

۴۳ مثلث قائم الزاویه ABC در رأس A قائمه است؛ حاصل $\frac{\sin\left(\frac{2(B+C)}{3}\right)}{\cos\left(\frac{(B+C)}{3}\right)}$ کدام است؟ (۴)

$$\frac{1}{2} \quad (۴)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (۳)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (۲)$$

$$1 \quad (۱)$$

۴۴ اگر A و B به صورت زیر داده شده باشند، حاصل $A + B$ کدام است؟ (۴)

$$A = \frac{1}{\sin 90^\circ} \times \frac{1}{\sin 91^\circ} \times \dots \times \frac{1}{\sin 134^\circ} \times \frac{1}{\sin 135^\circ}$$

$$B = \frac{1}{\cos 135^\circ} \times \frac{1}{\cos 136^\circ} \times \dots \times \frac{1}{\cos 178^\circ} \times \frac{1}{\cos 179^\circ}$$

$$2 \quad (۴)$$

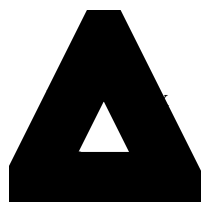
$$-1 \quad (۳)$$

$$0 \quad (۲)$$

$$1 \quad (۱)$$

۴۵ در مثلث متساوی الساقین ABC ، $AB = AC$ و $\hat{C} = 75^\circ$ و مساحت مثلث ۱۸ واحد است. مجموع طول دو

ساق کدام است؟ (۴)

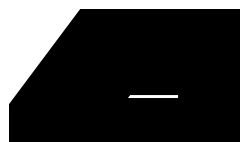


$$\sqrt{72} \quad (۲)$$

$$6 \quad (۱)$$

$$12 \quad (۴)$$

$$12\sqrt{2} \quad (۳)$$



۴۶ اگر $\sin \theta = \frac{3}{5}$ باشد، آنگاه مساحت ذوزنقه‌ی روبرو کدام است؟ (۴)

$$18 \quad (۴)$$

$$36 \quad (۳)$$

$$24 \quad (۲)$$

$$12 \quad (۱)$$



۴۷ در شکل مقابل AC کدام است؟

$\tan \beta \times \cos \alpha$ (۲)

$\cot \beta \times \sin \alpha$ (۱)

$\tan \beta \cot \alpha$ (۴)

$\cot \alpha \cos \beta$ (۳)

۴۸ مقدار $2 \cos 15^\circ + 2 \tan 135^\circ$ کدام است؟

$\frac{1}{2}$ (۴)

-۱ (۳)

۰ (۲)

۱ (۱)

۴۹ اگر انتهای کمان روبرو به زاویه α در ربع دوم، نقطه $(-\frac{1}{2}, y)$ باشد، $\tan \alpha$ کدام است؟

$-\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۴)

$-\sqrt{3}$ (۳)

$\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۲)

$\sqrt{3}$ (۱)

۵۰ اگر $\tan \alpha + \cot \alpha > 0$ باشد و $\sin \alpha + \cos \alpha < 0$ در کدام ربع است؟

چهارم (۴)

سوم (۳)

دوم (۲)

اول (۱)

۵۱ اگر $\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = -\cos \alpha$ و $\sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \sin \alpha$ باشد، آنگاه α در کدام ربع قرار دارد؟

اول (۴)

دوم (۳)

سوم (۲)

چهارم (۱)

۵۲ اگر $27^\circ < \alpha < 36^\circ$ باشد و $\cot \alpha = 3m - 2$ باشد، حدود m کدام است؟

$m < \frac{2}{3}$ (۴)

$m < \frac{3}{2}$ (۳)

$m > \frac{3}{2}$ (۲)

$m > \frac{2}{3}$ (۱)

۵۳ اگر $120^\circ \leq \alpha \leq 150^\circ$ باشد و $\cos \alpha = 2m - 1$ باشد آنگاه حدود تغییرات m کدام است؟

$\frac{1 - \sqrt{3}}{4} \leq m \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$ (۴)

$\frac{2 - \sqrt{3}}{4} \leq m \leq \frac{1}{4}$ (۳)

$\frac{1 + \sqrt{3}}{2} \leq m \leq \frac{1}{2}$ (۲)

$-1 \leq m \leq 1$ (۱)

۵۴ اگر $\cot \alpha = \frac{5}{3}$ و α در ربع سوم باشد، حاصل $3 \sin \alpha + 2 \cos \alpha$ کدام است؟

$\sqrt{\frac{19}{34}}$ (۴)

$\frac{\sqrt{19}}{34}$ (۳)

$\frac{19}{34}$ (۲)

$\frac{-19}{\sqrt{34}}$ (۱)

۵۵ مقدار $\frac{(1 - \tan \alpha)(2 + 2 \cot \alpha)}{(3 - 3 \cot \alpha)(1 + \tan \alpha)}$ کدام است؟

$-\frac{2}{3}$ (۴)

$\frac{2}{3}$ (۳)

۱ (۲)

-۱ (۱)

۵۶ اگر $A = \sin \alpha - \cos \beta$ و $B = \sin \alpha + \cos \beta$ و $C = \cos^2 \alpha - \sin^2 \beta$ باشد، حاصل $AB + C$ کدام است؟

۲ (۴)

۰ (۳)

-۱ (۲)

۱ (۱)



۵۷) اگر $\tan \alpha = 3$ باشد، حاصل $\frac{\sin^2 \alpha}{1 - \sin^2 \alpha} + 1$ کدام است؟

- ۱) ۳ ۲) ۶ ۳) ۹ ۴) ۱۰

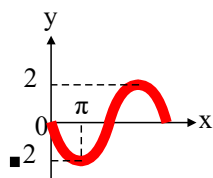
۵۸) حاصل $\frac{1 + \sin^2 20^\circ + \sin^2 70^\circ}{1 + \tan 20^\circ \tan 70^\circ}$ کدام است؟

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۵۹) اگر $\sin \alpha - \cos \alpha = a$ و $\tan \alpha = b + 1$ باشد آنگاه حاصل b کدام است؟

- ۱) $\sin \alpha$ ۲) $\cos \alpha$ ۳) $\tan \alpha$ ۴) $\cot \alpha$

۶۰) اگر نمودار تابع با ضابطه $y = b \cos(\frac{3\pi}{2} + ax)$ به صورت زیر باشد، ab کدام است؟ ($a > 0$)



- ۱) -۲ ۲) -۱ ۳) $-\frac{3}{2}$ ۴) ۱

۶۱) اگر $\frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{3\pi}{4}$ ، آن گاه حدود تغییرات $\sin x$ کدام است؟

- ۱) $[\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}]$ ۲) $[\frac{1}{2}, 1]$ ۳) $[\frac{\sqrt{2}}{2}, 1]$ ۴) $(\frac{\sqrt{2}}{2}, 1]$

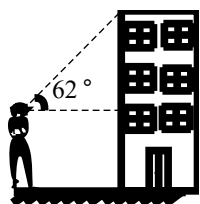
۶۲) نقطه $A(0, 1)$ ، روی دایره ی مثلثاتی به اندازه ی $\frac{13\pi}{4}$ رادیان در خلاف جهت حرکت عقربه های ساعت

دوران می کند تا به نقطه ی A' برسد. مجموع طول و عرض نقطه ی A' کدام است؟

- ۱) صفر ۲) $\sqrt{2}$ ۳) $-\sqrt{2}$ ۴) $2\sqrt{2}$

۶۳) مطابق شکل زیر، شخصی با قد 200 cm در فاصله ی افقی 5 m از یک ساختمان قرار دارد. اگر این شخص با

زاویه ی 62° نسبت به افق، لبه ی بالای ساختمان را ببیند، ارتفاع ساختمان چند متر است؟ ($\tan 62^\circ \simeq 2$)



- ۱) ۱۰ ۲) ۱۲ ۳) ۷٫۵ ۴) ۴٫۵

۶۴) حاصل عبارت $\frac{\quad}{1 - \sin \theta} - \frac{\quad}{1 + \sin \theta}$ کدام است؟

- ۱) $4 \cot \theta \cos \theta$ ۲) $\frac{2}{\cos \theta}$ ۳) $\frac{2}{\cos^2 \theta}$ ۴) $2 \sin \theta$



۶۵ اگر در مثلث ABC داشته باشیم $\cos(\hat{A} - \hat{B}) + \sin(\frac{\hat{B}}{2} + \hat{C}) = 2$ ، نوع مثلث ABC کدام است؟

- ۱ قائم الزاویه غیر متساوی الساقین
۲ قائم الزاویه متساوی الساقین
۳ متساوی الاضلاع
۴ مختلف الاضلاع با یک زاویه بزرگتر از 90°

۶۶ اگر $30^\circ < \theta < 135^\circ$ و $\sin \theta = \frac{3m-2}{4}$ ، آنگاه حدود m کدام است؟

- ۱ $\frac{1}{2} < m < \frac{\sqrt{2}}{2}$
۲ $\frac{4}{3} < m \leq 2$
۳ $\frac{1}{2} < m \leq 1$
۴ $0 \leq m < 2$

۶۷ اگر زاویه α به گونه‌ای باشد که $(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 < 1$ ، آنگاه چه تعداد از نسبت‌های مثلثاتی $\sin \alpha$ ، $\cos \alpha$ ، $\tan \alpha$ و $\cot \alpha$ مثبت هستند؟

- ۱ ۱
۲ ۲
۳ ۳
۴ ۴

۶۸ حاصل عبارت $A = \sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha + (\sqrt{2} \sin \alpha \cos \alpha)^2$ همواره کدام است؟

- ۱ -۱
۲ صفر
۳ ۱
۴ $1 + \tan^2 \alpha$

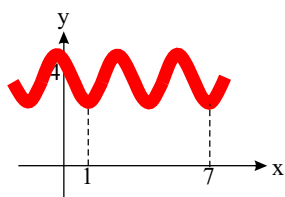
۶۹ اگر α زاویه‌ای در دایره‌ی مثلثاتی، $\cot \alpha = \sqrt{n-1}$ و $\cos \alpha = \sqrt{1-m^2}$ باشد، رابطه‌ی بین m و n کدام است؟ (عبارت‌ها تعریف شده‌اند.)

- ۱ $m = n^2$
۲ $m = n^3$
۳ $n = m^3$
۴ $n = m^2$

۷۰ اگر $\tan x > 0$ و $\sin x < 0$ باشد، انتهای کمان x در کدام ناحیه‌ی مثلثاتی قرار دارد؟

- ۱ اول
۲ دوم
۳ سوم
۴ چهارم

۷۱ شکل روبرو قسمتی از نمودار تابع $y = a + \sin(b\pi x)$ می‌باشد. حاصل ab کدام است؟



- ۱ $-\frac{8}{3}$
۲ -۲
۳ $-\frac{2}{3}$
۴ $-\frac{4}{3}$

۷۲ ساده شده‌ی عبارت $\frac{\cos^2 17^\circ}{\sin 17^\circ - \sin^2 17^\circ} - 1$ عبارت کدام است؟

- ۱ $\sin 17^\circ$
۲ $\cos 17^\circ$
۳ $\frac{1}{\sin 17^\circ}$
۴ $\frac{1}{\cos 17^\circ}$

۷۳ اگر $A = \cos^2 15^\circ + \cos^2 25^\circ + \cos^2 35^\circ + \cos^2 45^\circ + \cos^2 55^\circ + \cos^2 65^\circ + \cos^2 75^\circ$ باشد، مقدار عددی $2A$ کدام است؟!

- ۱ ۵
۲ ۷
۳ ۹
۴ ۱۱



۷۴) اگر $\frac{\alpha + 11}{\cot^3 \alpha + \cot \alpha} = \frac{7}{15}$ باشد، حاصل عبارت $\frac{\alpha + 11}{\sin \alpha + 1 + \sin^3 \alpha}$ کدام است؟

- ۱) $\frac{7}{15}$ ۲) $\frac{15}{7}$ ۳) $\frac{30}{17}$ ۴) ۲

۷۵) اگر $3 \sin^2 x - 2 \cos^2 x = 3$ باشد، آنگاه x کدام زاویه می تواند باشد؟

- ۱) صفر ۲) ۳۰ ۳) ۶۰ ۴) ۹۰

۷۶) اگر $\frac{3 \sin^2 x + 5 \cos^2 x + 3}{4 \cos^2 x - 2 \sin^2 x + 1} = 3$ باشد، مقدار $\tan^2 x$ کدام است؟

- ۱) $\frac{7}{9}$ ۲) ۷ ۳) ۷ ۴) $\frac{7}{3}$

۷۷) اگر داشته باشیم $\cos \alpha = \frac{\cos^2 x + 1}{2}$ ، حاصل $\frac{\cos^2 \alpha}{2} + 1$ کدام است؟

- ۱) $\frac{1}{2}$ ۲) $\frac{3}{2}$ ۳) $-\frac{1}{2}$ ۴) $-\frac{3}{2}$

۷۸) ساده شده ی عبارت $\left((\tan^2 \alpha - \sin^2 \alpha) - \cos^2 \alpha \right) \left(\frac{1}{\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha} \right)$ کدام است؟

- ۱) $\sin^2 \alpha$ ۲) $\cos^2 \alpha$ ۳) $\frac{1}{\sin^2 \alpha}$ ۴) $\frac{1}{\cos^2 \alpha}$

۷۹) اگر α زاویه ی واقع در ربع دوم باشد، ساده شده ی عبارت $(\sin \alpha + 1) \sqrt{\frac{1}{1 + \sin \alpha}}$ کدام است؟!

- ۱) $-\cos \alpha$ ۲) $\sin \alpha$ ۳) $-\sin \alpha$ ۴) $\cos \alpha$

۸۰) اگر $\tan \alpha + \cot \alpha = 2$ باشد، حاصل $\sqrt{\frac{1}{\sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha}}$ کدام است؟!

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۸۱) اگر $\sqrt{\sin^4 \alpha + 4 \cos^2 \alpha} = 0$ باشد، $\sin \alpha$ کدام است؟!

- ۱) ۱ ۲) $\sqrt{\frac{1}{3}}$

هیچ مقداری برای $\sin \alpha$ به دست نمی آید. ۴

- ۳) $\sqrt{\frac{2}{3}}$

۸۲) اگر $\frac{\sin^2 \alpha - \sin^4 \alpha}{|\sin \alpha|} = -\cos \alpha$ و $\frac{\sin^2 \alpha - \sin^4 \alpha}{|\cos \alpha|} = \sin \alpha$ باشد زاویه ی α متعلق به کدام ربع است؟

- ۱) چهارم ۲) سوم ۳) دوم ۴) اول



۸۳) در مثلث قائم الزاویه $\triangle ABC$ ، زاویه $\hat{C}$ قائمه و $\tan \hat{A} = \frac{5}{12}$ است. مقدار $\cos \hat{A} + \cos \hat{B} + \cos \hat{C}$ کدام است؟

۱۲
۱۳ (۴)

۷
۱۳ (۳)

۱۷
۱۳ (۲)

۳۰
۱۳ (۱)

۸۴) حاصل $1 + \cot^2 60^\circ$ کدام است؟

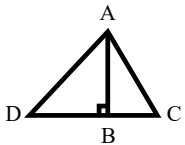
۲ + $\tan^2 45^\circ$ (۴)

۱ + $\tan^2 30^\circ$ (۳)

۱ - $\tan^2 30^\circ$ (۲)

۱ + $\tan^2 45^\circ$ (۱)

۸۵) در شکل زیر $AD = \sqrt{2} AB$ ، $AB = \sqrt{3}$ و $AC = 2BC = 2$ ، اندازه زاویه $\hat{C}$ کدام است؟



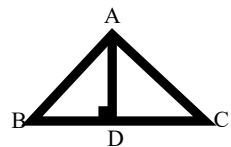
۱۳۵ (۲)

۱۰۵ (۱)

۷۵ (۴)

۱۲۰ (۳)

۸۶) در شکل زیر $AD = \sqrt{3}$ ، $AD = 2$ و $AD = \sqrt{2}$ است. زاویه $\hat{A}$ چند برابر زاویه $\hat{B}$ است؟



$\frac{7}{2}$ (۴)

$\frac{7}{3}$ (۳)

۲ (۲)

۳ (۱)

۸۷) در مثلث $\triangle ABC$ اگر $\hat{A} = 60^\circ$ و $\hat{B} = 30^\circ$ باشد، طول نیمساز (AD) چند برابر طول BC است؟

$\frac{2}{3}$ (۴)

$\frac{\sqrt{3}}{4}$ (۳)

$\frac{4}{3}$ (۲)

$\frac{4}{\sqrt{3}}$ (۱)

۸۸) با فرض $60^\circ < x < 150^\circ$ و $\sin x = \frac{3 - m^2}{3 + m^2}$ مقادیر m در کدام فاصله است؟

$|m| < \frac{1}{2}$ (۴)

$|m| < 1$ (۳)

$|m| < \sqrt{2}$ (۲)

$|m| < \sqrt{3}$ (۱)

۸۹) اگر $\cos \theta = -\frac{2}{3}$ و $\tan \theta \cos \theta > 0$ باشد، انتهای کمان θ در کدام ربع مثلثاتی است؟

چهارم (۴)

سوم (۳)

دوم (۲)

اول (۱)

۹۰) اگر $\sin \alpha \cos \alpha > 0$ باشد، آنگاه انتهای کمان در ربع چندم است؟

چهارم (۴)

سوم (۳)

دوم (۲)

اول (۱)

۹۱) ساده شده عبارت $\tan^2 \theta \cos^2 \theta + \cot^2 \theta \sin^2 \theta$ کدام است؟

$\tan^2 \theta$ (۴)

$\cos^2 \theta$ (۳)

$\sin^2 \theta$ (۲)

۱ (۱)

۹۲) حاصل عبارت $\cos \theta (\cos \theta + \sin \theta \tan \theta)$ کدام است؟

$\sin^2 \theta$ (۴)

۱ (۳)

۲ (۲)

$\cos^2 \theta$ (۱)



۹۳ ساده شده عبارت $(1 - \cos \theta)(1 + \sin \theta \cot \theta) - \tan \theta \cot \theta$ کدام است؟

- ۱ $\sin^2 \theta$ ۲ $-\sin^2 \theta$ ۳ $\cos^2 \theta$ ۴ $-\cos^2 \theta$

۹۴ اگر $m = 3 \cot \theta$ و θ زاویه ای در ناحیه ی سوم مثلثاتی باشد، حاصل عبارت $A = \sqrt{m^2 + 9}$ کدام است؟

- ۱ $\frac{3}{\cos \theta}$ ۲ $-(3 \cot \theta + 3)$ ۳ $3 \cos \theta$ ۴ $\frac{3}{\sin \theta}$

۹۵ حاصل عبارت $A = \sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha + \frac{1}{\tan \alpha + \cot \alpha}$ کدام است؟

- ۱ ۱ ۲ $\sin \alpha + \cos \alpha$ ۳ $2 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha$ ۴ $1 + \cos^2 \alpha$

۹۶ حاصل عبارت $\cos^2 \theta (1 + 2 \tan^2 \theta) + (\cos \theta - 1)(\cos \theta + 1)$ کدام است؟

- ۱ -۱ ۲ صفر ۳ ۱ ۴ ۲

۹۷ حاصل عبارت $(\frac{1}{\cos \theta} - 1)(\frac{1}{\cos \theta} + 1)$ کدام است؟

- ۱ $\tan^2 \theta$ ۲ $\cot^2 \theta$ ۳ $\frac{1}{\sin^2 \theta}$ ۴ $\frac{1}{\cos^2 \theta}$

۹۸ ساده شده عبارت $(1 - \sin^2 \theta)(1 - \tan^2 \theta)$ کدام است؟

- ۱ $2 \cot^2 \theta$ ۲ $2 \tan^2 \theta$ ۳ $1 - 2 \cos^2 \theta$ ۴ $1 - 2 \sin^2 \theta$

۹۹ حاصل $(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 - 2 \tan \alpha \cos^2 \alpha$ کدام است؟

- ۱ ۱ ۲ $\tan \alpha$ ۳ $1 + \cot \alpha$ ۴ ۰

۱۰۰ اگر $\tan x = \frac{3}{4}$ باشد، آنگاه حاصل $A = \frac{4}{\cos x} - \frac{3}{\sin x}$ کدام است؟

- ۱ صفر ۲ -۱ ۳ $\frac{3}{4}$ ۴ ۱

۱۰۱ در صورتی که $\frac{3}{2} = \frac{1}{\sin \theta - \cos \theta}$ باشد، مقدار $\tan \theta$ برابر با کدام است؟

- ۱ ۴ ۲ ۳ ۳ ۲ ۴ ۱

۱۰۲ اگر $\cos x = \frac{\sqrt{5}}{3}$ و x در ربع اول باشد، $\tan x$ کدام است؟

- ۱ $2\sqrt{5}$ ۲ $\sqrt{5}$ ۳ $8\sqrt{5}$ ۴ $\frac{2}{\sqrt{5}}$

۱۰۳ حاصل $(1 - \sin^2 \theta)(1 + \tan^2 \theta)$ کدام است؟

- ۱ صفر ۲ ۱ ۳ $\cos^2 \theta$ ۴ $\cot^2 \theta$



۱۰۴ اگر $\sin x + \cos x = \frac{1}{3}$ باشد، حاصل $\sin^3 x + \cos^3 x$ است؟

۱۷
۸۱ (۴)

۱۷
۲۷ (۳)

۱۳
۸۱ (۲)

۱۳
۲۷ (۱)

۱۰۵ مقدار عبارت $\sin(180 + 45) \cos(180 - 45)$ کدام است؟

۱ (۴)

$\frac{1}{2}$ (۳)

$-\frac{1}{2}$ (۲)

-۱ (۱)

۱۰۶ مقدار $\cos 20$ برابر است با:

$\cos 200$ (۴)

$\sin 200$ (۳)

$\cos 110$ (۲)

$\sin 110$ (۱)

۱۰۷ حاصل کدام گزینه با $\tan 10^\circ$ برابر است؟

$\tan 190$ (۴)

$\tan 170$ (۳)

$\cot 100$ (۲)

$\tan(-10)$ (۱)

۱۰۸ اگر $\tan \theta = \frac{2}{10}$ باشد مقدار $\frac{\sin(180 - \theta) - \sin(180 + \theta)}{\sin(180 - \theta) - \sin(180 + \theta)}$ کدام است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

$\frac{1}{2}$ (۲)

-۲ (۱)

۱۰۹ اگر $\sin \theta = \frac{-2\sqrt{2}}{3}$ و انتهای کمان θ در ربع چهارم دایره مثلثاتی باشد مقدار $\sin(270 - \theta)$ کدام است؟

$-\frac{\sqrt{2}}{3}$ (۴)

$\frac{\sqrt{2}}{3}$ (۳)

$\frac{1}{3}$ (۲)

$-\frac{1}{3}$ (۱)

۱۱۰ اگر $\sin x + \frac{1}{\sin x} = 2$ باشد آنگاه مقدار عبارت $\sin^2 x + \cos^2 x$ کدام است؟

$\sqrt{2} - 1$ (۴)

$2 - \sqrt{2}$ (۳)

۱ (۲)

۲ (۱)

۱۱۱ اگر انتهای کمان متناظر با زاویه x در ناحیه سوم باشد، حاصل $A = \sqrt{\frac{1+x}{\tan^2 x}} \times \sin x$ کدام است؟

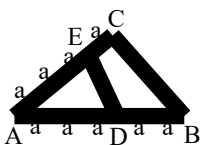
۱ (۴)

-۱ (۳)

$\tan x$ (۲)

$\sin^2 x$ (۱)

۱۱۲ در شکل زیر، مساحت مثلث ABC چند برابر مساحت مثلث ADE است؟



$\frac{4}{5}$ (۴)

$\frac{3}{5}$ (۳)

$\frac{1}{2}$ (۲)

$\frac{20}{9}$ (۱)

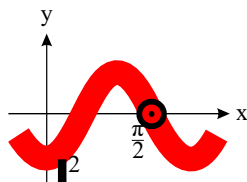
۱۱۳ اگر $3 \sin \alpha + 2 \cos \beta = 5$ ، آنگاه $\sin^2 \beta + \cos^2 \alpha$ کدام است؟

۲۵ (۴)

۵ (۳)

۱ (۲)

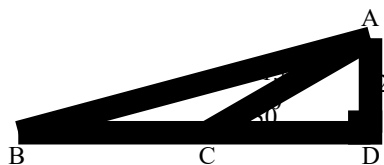
صفر (۱)



۱۱۴ شکل زیر، نمودار تابع $f(x) = a \sin(bx + \frac{\pi}{2})$ است. مقدار $f(\frac{\pi}{12})$ کدام است؟

- ۲ $\sqrt{2}$ (۲)
 $-2\sqrt{2}$ (۴)

- $\sqrt{2}$ (۱)
 $-\sqrt{2}$ (۳)



۱۱۵ در شکل زیر، مساحت مثلث ABC کدام است؟

- ۴ (۲)

- $4\sqrt{3}$ (۱)

- $4 \tan 15^\circ$ (۴)

- $4\sqrt{3}$ (۳)

۱۱۶ حاصل عبارت زیر همواره برابر با کدام گزینه است؟

$$1 - \sin \alpha \cdot \cos \alpha = ?$$

- $\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha$ (۲)

- $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha$ (۱)

- $(\sin \alpha + \cos \alpha)^2$ (۴)

- $(\sin \alpha - \cos \alpha)^2 + \sin \alpha \cos \alpha$ (۳)

۱۱۷ اگر $A = \sin 1$ و $B = \sin 4$ و $C = \sin 5$ ، کدام رابطه صحیح است؟ (زوایا بر حسب رادیان هستند)

- $B > A > C$ (۴)

- $A > C > B$ (۳)

- $A > B > C$ (۲)

- $A < B < C$ (۱)

۱۱۸ اگر $\tan \alpha = \frac{1}{4}$ باشد، حاصل $\frac{\sin(\alpha - \pi) + 2 \cos(21\pi + \alpha)}{3 \cos(\frac{11\pi}{2} + \alpha) + \sin(\frac{5\pi}{2} - \alpha)}$ چقدر است؟

- $-\frac{7}{9}$ (۴)

- $\frac{7}{9}$ (۳)

- -1 (۲)

- 7 (۱)

۱۱۹ دوره‌ی تناوب اصلی تابع $y = \sin^3(\frac{2\pi x}{3})$ چند برابر دوره‌ی تناوب اصلی $y = 3 \cos^2(3x - \frac{\pi}{4})$ است؟

- $\frac{1}{\pi}$ (۴)

- $\frac{\pi}{2}$ (۳)

- $\frac{9}{\pi}$ (۲)

- $\frac{\pi}{9}$ (۱)

۱۲۰ حاصل عبارت A کدام است؟ ($\cos \theta \neq 0$)
 $A = (1 + \sin \theta)(\frac{1}{\cos \theta} + \tan \theta)(1 - \sin \theta)^2$

- $\cos^3 \theta$ (۴)

- $\frac{1 + \theta}{\cos \theta}$ (۳)

- $\cos^2 \theta$ (۲)

- $\tan \theta \sin \theta$ (۱)

۱۲۱ اگر $\tan 20^\circ = \frac{4}{9}$ ، حاصل عبارت $A = \frac{2 \sin 25^\circ + 3 \sin 34^\circ}{\cos 20^\circ - 4 \cos 43^\circ}$ کدام است؟

- $\frac{15}{26}$ (۴)

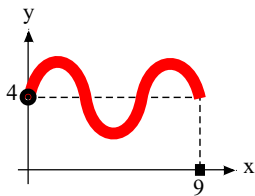
- $\frac{17}{13}$ (۳)

- $\frac{15}{13}$ (۲)

- $\frac{16}{13}$ (۱)



۱۲۲ شکل زیر قسمتی از نمودار تابع $f(x) = 2m + \sin n\pi x$ است. مقدار mn کدام است؟



۲
۳

۲
۳

۴
۳

۴
۳

۱۲۳ اگر $\cot 5^\circ = a$ ، حاصل عبارت $A = \frac{3 \sin 185^\circ - 4 \cos 175^\circ}{5 \sin 275^\circ + \cos 635^\circ}$ کدام است؟

۴
 $5a + 1$

۳
 $1 - 5a$

۲
 $1 - 5a$

۱
 $-5a + 1$

۱۲۴ اگر $\sin x \cdot \cos x = \frac{1}{4}$ و α حاده باشد حاصل $A = \sin x + \cos x$ کدام گزینه می باشد؟

۴
 $-\sqrt{\frac{5}{2}}$

۳
 $-\sqrt{\frac{3}{2}}$

۲
 $+\sqrt{\frac{5}{2}}$

۱
 $+\sqrt{\frac{3}{2}}$

۱۲۵ اگر انتهای کمان α در ناحیه سوم باشد، حاصل $\sqrt{\frac{\cot^2 \alpha}{1 + \cot^2 \alpha}}$ کدام است؟

۴
 $-\cos \alpha$

۳
 $\cos \alpha$

۲
 $-\tan \alpha$

۱
 $\tan \alpha$

۱۲۶ حاصل عبارت $\sin^4 \alpha - \cos^4 \alpha$ کدام گزینه است؟

۴
 $2 \cos^2 \alpha + 1$

۳
 $2 \sin^2 \alpha + 1$

۲
 $2 \cos^2 \alpha - 1$

۱
 $2 \sin^2 \alpha - 1$

۱۲۷ عبارت $\frac{\cos^3 \alpha - \sin^3 \alpha}{1 + \sin \alpha \cos \alpha}$ با کدام گزینه معادل است؟

۴
 $2 + \cos \alpha$

۳
 $2 + \sin \alpha$

۲
 $\cos \alpha - \sin \alpha$

۱
 $\sin \alpha - \cos \alpha$

۱۲۸ ساده شده عبارت $\left(\frac{1 - \sin x}{1 + \sin x} - \frac{1 + \sin x}{1 - \sin x} \right) \cos x$ کدام گزینه است؟

۴
 $2 \tan x$

۳
 $4 \tan x$

۲
 $2 \cot x$

۱
 $4 \cot x$

۱۲۹ اگر $3 \sin^2 \alpha + 4 \cos^2 \alpha = \frac{7}{2}$ باشد، مقدار $\tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha$ کدام گزینه است؟

۴
۴

۳
۳

۲
۲۲

۱
۱

۱۳۰ حاصل عبارت $\frac{\sin^2 \alpha - 4}{\cos^2 \alpha - 4 \sin^2 \alpha + 3}$ کدام گزینه است؟

۴
 $\frac{1}{2}$

۳
۰

۲
-۱

۱
۱

۱۳۱ اگر $\cot \alpha = \frac{m}{m+2}$ ، $\tan \alpha =$ باشد، انتهای کمان α در کدام ناحیه است؟

۴
دوم - سوم

۳
دوم - چهارم

۲
اول - دوم

۱
اول - سوم



۱۳۲ حاصل عبارت $\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha (2 + \tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha)$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) -۱ (۳) $1 + \cos^2 \alpha$ (۴)

۱۳۳ حاصل عبارت $(\cos^4 \alpha - \sin^4 \alpha)(1 + \tan^2 \alpha) + \tan^2 \alpha$ کدام گزینه است؟

- ۰ (۱) ۱ (۲) $\sin^2 \alpha$ (۳) -۱ (۴)

۱۳۴ اگر $\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha = \frac{1}{2}$ باشد، آنگاه حاصل $\sin^8 \alpha + \cos^8 \alpha$ کدام است؟

- ۸ (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{16}$ (۴)

۱۳۵ اگر $\sin \alpha + \frac{1}{\sin \alpha} = 2$ باشد، آنگاه مقدار $\sin^9 \alpha + \cos^{11} \alpha$ کدام است؟

- ۲ (۱) ۱ (۲) $2 - \sqrt{2}$ (۳) $\sqrt{2} - 2$ (۴)

۱۳۶ یک لاستیک دایره شکل به شعاع ۱ متر را از دو نقطه برش می‌زنیم. اگر زاویه‌ی مرکز مقابل قطعه‌ی جدا شده

برابر 40° درجه باشد، طول قطعه‌ی جدا شده تقریباً چند سانتی‌متر است؟ ($\pi = 3,14$)

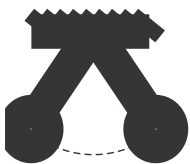
- ۶۰ سانتی‌متر (۱) ۷۵ سانتی‌متر (۲) ۷۰ سانتی‌متر (۳) ۶۵ سانتی‌متر (۴)

۱۳۷ تفاضل دو زاویه مکمل 30° است. زاویه کوچکتر بر حسب رادیان کدام است؟

- $\frac{\pi}{3}$ (۱) $\frac{\pi}{6}$ (۲) $\frac{5\pi}{12}$ (۳) $\frac{7\pi}{12}$ (۴)

۱۳۸ طول پاندول ساعتی 30 cm است که با زاویه‌ی 60° نوسان می‌کند. مسافتی که پاندول در هر نوسان می‌پیماید

چند سانتی‌متر است؟ ($\pi = 3,14$)



- ۳۵ (۱) $31,4$ (۲) 30 (۴) $25,4$ (۳)

۱۳۹ طول تیغه برف پاک‌کن ماشین ۳۶ سانتی‌متر است. برف پاک‌کن زاویه 85° را می‌پیماید. مسافتی که نوک

تیغه در یک حرکت کامل طی می‌نماید، چند سانتی‌متر است؟

- ۳۵π سانتی‌متر (۱) 34π سانتی‌متر (۲) 37π سانتی‌متر (۳) 38π سانتی‌متر (۴)

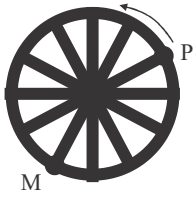
۱۴۰ شعاع چرخ جلو درشکه‌ای یک متر و شعاع چرخ عقب آن 120 cm است. وقتی چرخ جلو 70° می‌چرخد،

چرخ عقب چند رادیان می‌چرخد؟

- $\frac{7\pi}{18}$ (۱) $\frac{35\pi}{108}$ (۲) $\frac{31\pi}{108}$ (۳) $\frac{35\pi}{50}$ (۴)



۱۴۱) چرخ و فلکی دوازده کابین دارد و شعاع آن ۲۰ متر است. اگر در ابتدای حرکت کابین در نقطه P و در نقطه M متوقف شود، با فرض حرکت در جهت مثبت دایره‌ای مثلثاتی باشد مسیر طی شده بوسیله کابین چقدر است؟



۱) $\frac{70\pi}{3}$ متر

۲) $\frac{50\pi}{3}$ متر

۳) 25π متر

۱۴۲) در مثلثی $\hat{A} = 42^\circ$ و $\hat{B} = 38^\circ$ ، زاویه سوم برحسب رادیان کدام است؟

۱) $\frac{\pi}{3}$

۲) $\frac{\pi}{4}$

۳) $\frac{\pi}{7}$

۴) $\frac{5\pi}{9}$

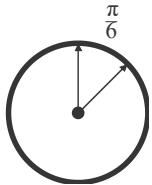
۱۴۳) اندازه زوایای مثلثی برحسب رادیان با اعداد ۳ و ۵ و ۱۰ متناسبند. یکی از زوایای مثلث چند درجه است؟

۱) 90°

۲) 50°

۳) 110°

۴) 60°



۱۴۴) حدوداً چه مدت طول می‌کشد تا یک عقربه‌ی ساعت‌شمار به اندازه ۲ رادیان دوران کند؟

۱) $150'$

۲) $229'$

۳) $250'$

۴) $220'$

۱۴۵) طول عقربه ساعت‌شمار ساعتی 10 cm است. اگر مبدأ حرکت ساعت ۱۲ باشد، ساعت $2:20'$ نوک عقربه ساعت‌شمار چه مسافتی را طی کرده؟

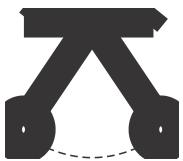
۱) $\frac{30\pi}{19}$

۲) $\frac{35\pi}{9}$

۳) $\frac{35\pi}{18}$

۴) $\frac{30\pi}{17}$

۱۴۶) گلوله‌ای از سقف با نخ به طول 30 سانتی‌آویزان است و در هر ثانیه 15° دوران می‌نماید. در مدت 4 ثانیه چه مسیری را طی می‌کند؟



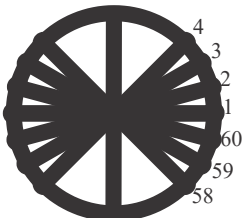
۱) 5π

۲) 7.5π

۳) 10π

۴) 12.5π

۱۴۷) چرخ فلکی دارای 60 کابین است. شخصی که در حالت اولیه در موقعیت کابین 3 است بعد از دورانی به اندازه 179π در خلاف جهت عقربه‌های ساعت در موقعیت کدام کابین قرار دارد؟



۱) 17

۲) 58

۳) 56

۴) 15

۱۴۸) در شکل زیر زاویه θ برابر 55° می‌باشد. اگر طول کمان مقابل θ برابر 22π باشد، شعاع دایره چقدر است؟



۱) 144

۲) 18

۳) 36

۴) 72



۱۴۹ اگر مجموع دو زاویه برابر $\frac{4\pi}{9}$ رادیان و تفاضل آن‌ها 20° باشد، زاویه بزرگتر کدام است؟

- ۱ 50° ۲ 30° ۳ 60° ۴ 40°

۱۵۰ ۲ رادیان از $\frac{4}{5}$ رادیان چند درجه بزرگتر است؟

- ۱ 60° ۲ 65° ۳ 69° ۴ 70°

۱۵۱ چند تبدیل زیر صحیح می‌باشد؟

- (a) $-12^\circ \simeq -\frac{\pi}{15} \text{ rad}$ (b) $36^\circ \simeq +\frac{3\pi}{15} \text{ rad}$ (c) $315^\circ \simeq \frac{7\pi}{4} \text{ rad}$
- ۱ ۰ ۲ ۱ ۳ ۲ ۴ ۳

۱۵۲ کدام گزینه صحیح نمی‌باشد؟

- ۱ $\sin(1) > \sin(3)$ ۲ $\cos(4) < \cos(2)$ ۳ $\tan(1) > \tan(2)$ ۴ $\cot(1) < \tan(2)$

۱۵۳ حاصل عبارت $\frac{\tan^2(\frac{\pi}{6}) + \sin^2(\frac{\pi}{4})}{\cot^2(\frac{\pi}{4}) - \cos^2(\frac{\pi}{3})}$ کدام است؟

- ۱ $\frac{7}{9}$ ۲ $\frac{10}{9}$ ۳ $-\frac{7}{9}$ ۴ $-\frac{10}{9}$

۱۵۴ در مثلث ABC چند مورد از روابط زیر صحیح است؟

- b) $\sin(\frac{A}{2} + \frac{B}{2}) = \cos(\frac{C}{2})$
c) $\cos^3(A+B) = \cos^3(C)$
- ۱ صفر ۲ یک ۳ دو ۴ سه

۱۵۵ در مثلث ABC ، رابطه $\tan(C+20^\circ) \tan(A+30^\circ) = 1$ برقرار است. در این صورت کدام مورد صحیح است؟

- ۱ $\hat{C} = 140^\circ$ ۲ $\hat{C} = 40^\circ$ ۳ $\hat{C} = 50^\circ$ ۴ $\sin 2B = \frac{1}{2}$

۱۵۶ اگر $\tan(\frac{\pi}{10}) = 2$ ، مقدار $\frac{\sin(\frac{39\pi}{10}) + \sin(\frac{7\pi}{5})}{2 \cos(\frac{31\pi}{10}) - \sin(-\frac{9\pi}{10})}$ کدام است؟

- ۱ $\frac{1}{18}$ ۲ $-\frac{4}{9}$ ۳ $\frac{6}{11}$ ۴ $-\frac{2}{3}$



۱۵۷ حاصل عبارت $\tan(27^\circ + x) \times \frac{\sin(90^\circ + x)}{\sin(63^\circ - x)}$ کدام گزینه است؟

- ۱ $\frac{1}{2}$ ۲ ۱ ۳ $-\frac{1}{2}$ ۴ -1

۱۵۸ حاصل عبارت زیر کدام گزینه است؟

$$\frac{2 \sin\left(\frac{41\pi}{10}\right) + \sin\left(\frac{29\pi}{10}\right)}{\cos \frac{8\pi}{5}}$$

- ۱ $\frac{3}{2}$ ۲ $\frac{1}{2}$ ۳ $-\frac{3}{2}$ ۴ $-\frac{1}{2}$

۱۵۹ اگر $\cot 15^\circ = 2 + \sqrt{3}$ ، آن گاه حاصل $\frac{2 \sin 165^\circ - \sin 105^\circ}{\cos 345^\circ + \sqrt{3} \cos 255^\circ}$ کدام است؟

- ۱ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ۲ $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ ۳ ۲ ۴ $-\sqrt{3}$

۱۶۰ حاصل $\sin^2\left(\frac{\pi}{10}\right) + \sin^2\left(\frac{2\pi}{5}\right)$ برابر است با:

- ۱ ۱ ۲ ۲ ۳ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ۴ $\frac{\sqrt{2}}{2}$

۱۶۱ حاصل عبارت $\sin\left(\frac{\pi}{10}\right) + \sin\left(\frac{2\pi}{10}\right) + \dots + \sin\left(\frac{18\pi}{10}\right) + \sin\left(\frac{19\pi}{10}\right)$ کدام است؟

- ۱ ۲ ۲ -2 ۳ ۱ ۴ ۰

۱۶۲ حاصل عبارت $\sin\left(\frac{\pi}{9}\right) + \cos\left(\frac{7\pi}{18}\right) - 2 \sin\left(\frac{8\pi}{9}\right)$ کدام گزینه است؟

- ۱ ۰ ۲ -1 ۳ ۱ ۴ $\frac{1}{2}$

۱۶۳ حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$A = \sin^2 10^\circ + \sin^2 40^\circ + \sin^2 50^\circ + \sin^2 80^\circ$$

- ۱ $\frac{1}{2}$ ۲ ۱ ۳ $\frac{3}{2}$ ۴ ۲

۱۶۴ حاصل عبارت $\tan^3\left(\frac{14\pi}{15}\right) + \cot^5\left(\frac{13\pi}{15}\right) + \cot^5\left(\frac{2\pi}{15}\right) + \cot^3\left(\frac{\pi}{15}\right)$ برابر است با:

- ۱ -1 ۲ ۰ ۳ $+1$ ۴ -2

۱۶۵ حاصل عبارت $\tan 1^\circ \times \tan 2^\circ \times \dots \times \tan 88^\circ \times \tan 89^\circ$ کدام گزینه است؟

- ۱ ۰ ۲ ۱ ۳ -1 ۴ $\frac{1}{2}$



۱۶۶ اگر $\sin \alpha = -\frac{4}{5}$ و انتهای کمان در ناحیه چهارم باشد، حاصل $\cot(\frac{5\pi}{2} + \alpha)$ کدام گزینه است؟

- ① $\frac{4}{3}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ $-\frac{4}{3}$ ④ $-\frac{3}{4}$

۱۶۷ اگر $\tan 35^\circ = x^2 - 1$ حاصل $\cos 325^\circ$ بر حسب a کدام است؟

- ① x^2 ② $x^2 + 2$ ③ $\frac{1}{x^2}$ ④ $\frac{2}{x^2} + 1$

۱۶۸ اگر $\tan \alpha = \frac{2}{3}$ مقدار $\frac{\sin(-\frac{\pi}{2} + \alpha) + \sin(3\pi + \alpha)}{\cos(\frac{3\pi}{2} + \alpha) + \cos(\pi + \alpha)}$ کدام است؟

- ① ۵ ② -۵ ③ ۴ ④ -۴

۱۶۹ انتهای کمان $-\frac{\pi}{8}$ رادیان روی دایره مثلثاتی در کدام ناحیه قرار دارد؟

- ① اول ② دوم ③ سوم ④ چهارم

۱۷۰ شعاع چرخ جلوبلی تراکتوری ۱ متر و شعاع چرخ عقب آن ۱۲۰ سانتی متر است. وقتی چرخ جلو ۷۰ درجه می چرخد، چرخ عقب تقریباً چند درجه خواهد چرخید؟

- ① ۵۶ ② ۵۸ ③ ۶۶ ④ ۶۸

۱۷۱ یک درجه تقریباً چند رادیان است؟ ($\pi \simeq 3$)

- ① ۶۰ ② ۱۷ ③ ۳٫۱۴ ④ ۰٫۱۷

۱۷۲ از به هم وصل کردن انتهای کمانهای $\frac{11\pi}{9}$ ، $\frac{31\pi}{18}$ و $\frac{13\pi}{18}$ روی دایره مثلثاتی چه نوع مثلثی پدید می آید؟

- ① فقط قائم الزویه ② فقط متساوی الساقین ③ متساوی الاضلاع ④ قائم الزویه متساوی الساقین

۱۷۳ انتهای کمان زاویه $\frac{17\pi}{5}$ رادیان در کدام ربع دایره مثلثاتی واقع است؟

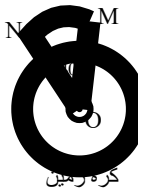
- ① اول ② دوم ③ سوم ④ چهارم

۱۷۴ اگر $\sin \alpha \cdot \tan \alpha < 0$ و $\cos \alpha \cdot \cot \alpha > 0$ ، انتهای کمان زاویه α در کدام ربع دایره مثلثاتی قرار دارد؟

- ① اول ② دوم ③ سوم ④ چهارم

۱۷۵ در مثلث ABC ، زاویه A برابر $\frac{2\pi}{3}$ رادیان و زاویه B برابر 15° درجه است. زاویه C چند رادیان است؟

- ① $\frac{\pi}{6}$ ② $\frac{\pi}{4}$ ③ $\frac{\pi}{3}$ ④ $\frac{\pi}{8}$



۱۷۶ مطابق شکل، ماهواره‌ای در فاصله ۸۰۰ کیلومتری از سطح زمین در حال گردش روی یک مسیر دایره‌ای است. اگر این ماهواره از نقطه M به نقطه N برسد، چند کیلومتر مسافت طی کرده است؟ (شعاع کره زمین را ۶۴۰۰ کیلومتر در نظر بگیرید.)

۲۱۰۰۰π (۴)

۱۸۰۰۰π (۳)

۲۴۰۰۰π (۲)

۱۶۰۰۰π (۱)

۱۷۷ حاصل عبارت $A = \cos \frac{\pi}{9} + \cos \frac{2\pi}{9} + \cos \frac{3\pi}{9} + \cos \frac{10\pi}{9} + \cos \frac{11\pi}{9}$ کدام است؟

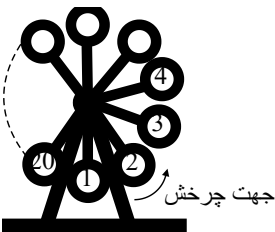
$\frac{3}{2}$ (۴)

$\frac{5}{2}$ (۳)

$\frac{1}{2}$ (۲)

صفر (۱)

۱۷۸ چرخ و فلک مطابق شکل، ۲۰ کابین با فاصله‌های یکسان دارد که از شماره‌های ۱ تا ۲۰ شماره‌گذاری شده‌اند.



اگر چرخ و فلک $\frac{21\pi}{5}$ بچرخد، کابین شماره ۲ به محل کدام کابین منتقل می‌شود؟

کابین ۱۰ (۲)

کابین ۱۲ (۱)

کابین ۴ (۴)

کابین ۶ (۳)

۱۷۹ اگر $\tan \gamma^\circ = m$ ، حاصل عبارت $A = \frac{3 \sin(187^\circ) + 4 \cos(727^\circ)}{2 \sin(97^\circ) + 3 \cos(173^\circ)}$ بر حسب m کدام است؟

$3m + 4$ (۴)

$3m - 4$ (۳)

$-3m - 4$ (۲)

$-3m + 4$ (۱)

۱۸۰ حاصل عبارت $A = \frac{\cos^2(25^\circ + x) + \cos^2(65^\circ - x)}{\cot(25^\circ + x) \cdot \cot(x + 115^\circ)}$ کدام است؟

صفر (۴)

(۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۸۱ چه مدت زمان طول می‌کشد تا عقربه دقیقه‌شمار ساعت، به اندازه $\frac{8\pi}{3}$ رادیان دوران می‌کند؟

یک ساعت و ۳۰ دقیقه (۴)

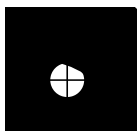
یک ساعت و ۲۰ دقیقه (۳)

یک ساعت و ۱۰ دقیقه (۲)

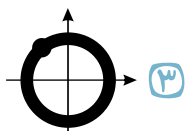
یک ساعت (۱)

۱۸۲ مجموع دو زاویه 72° و تفاضل آن دو زاویه $\frac{\pi}{15}$ رادیان می‌باشد. اگر اندازه زاویه بزرگتر برابر x درجه باشد،

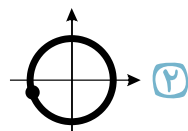
زاویه $(5x - 10^\circ)$ به طور تقریبی روی دایره مثلثاتی کدام است؟



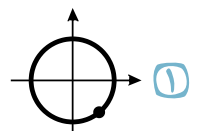
(۴)



(۳)



(۲)



(۱)

۱۸۳ در مثلثی اندازه یک زاویه 30° و تفاضل دو زاویه دیگر بر حسب رادیان $\frac{\pi}{10}$ است. اندازه زاویه بزرگتر

چند رادیان است؟

$\frac{\pi}{3}$ (۴)

$\frac{\pi}{2}$ (۳)

$\frac{14\pi}{15}$ (۲)

$\frac{7\pi}{15}$ (۱)



۱۸۴ حاصل عبارت $\sin(20^\circ) + 2\sin(-34^\circ) + \cos(-11^\circ) - 3\cos(25^\circ) - 3\sin 2^\circ$ کدام است؟

- ۱ $-\sin 2^\circ$ ۲ ۱ ۳ صفر ۴ $-4\sin 2^\circ$

۱۸۵ حاصل $\tan 3^\circ \times \tan 17^\circ \times \tan 53^\circ \times \tan 87^\circ \times \tan 73^\circ \times \tan 37^\circ$ کدام است؟

- ۱ صفر ۲ -۱ ۳ ۱ ۴ $\frac{1}{2}$

۱۸۶ اگر $1 - \cos \alpha = \frac{5}{3}$ و $\tan \alpha \cdot \cos \alpha > 0$ باشد، آنگاه کمان α در کدام ربع دایره مثلثاتی است؟

- ۱ اول ۲ دوم ۳ سوم ۴ چهارم

۱۸۷ در تابع مثلثاتی $y = 2\sin(x - \frac{x}{2}) - 1$ در فاصله $[\frac{\pi}{2}, 2\pi]$ کمترین مقدار تابع کدام است؟

- ۱ -۴ ۲ -۳ ۳ -۲ ۴ -۱

۱۸۸ حاصل عبارت $\cos^3 \frac{\pi}{5} + \cos^3 \frac{5\pi}{15} + \cos^3 \frac{7\pi}{15} + \cos^3 \frac{8\pi}{15} + \cos^3 \frac{12\pi}{15}$ کدام است؟

- ۱ ۱ ۲ $\frac{1}{2}$ ۳ $\frac{1}{4}$ ۴ $-\frac{1}{8}$

۱۸۹ نمودار تابع $y = a \cos(x - \frac{\pi}{3}) + b$ همواره زیر محور x ها قرار دارد و بیشترین مقدار تابع برابر با صفر

است. اگر این نمودار از نقطه $(\frac{5\pi}{3}, -1)$ عبور کند، مقدار تابع به ازای $x = -\pi$ کدام است؟ ($a < 0$)

- ۱ صفر ۲ -۱ ۳ $-\frac{3}{2}$ ۴ $-\frac{1}{4}$

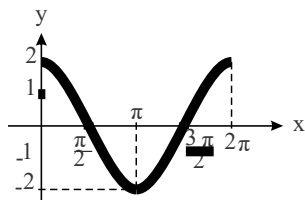
۱۹۰ اگر $\sin x \cdot \cos x = -\frac{1}{4}$ و $\frac{3\pi}{4} < x < \pi$ باشد، مقدار $\sin x + \cos x$ کدام است؟

- ۱ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ۲ $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ ۳ $\frac{1}{2}$ ۴ $-\frac{1}{2}$

۱۹۱ اگر $\cot \alpha = \frac{4}{3}$ و $-\frac{9\pi}{2} < \alpha < -5\pi$ باشد، حاصل

$A = \sin(\frac{3\pi}{2} - \alpha) + \cos(\frac{7\pi}{2} + \alpha) + \sin(\frac{\pi}{2} - \alpha) \cos(\frac{3\pi}{2} - \alpha)$ کدام است؟

- ۱ 0.28 ۲ 0.68 ۳ -0.28 ۴ -0.68



۱۹۲ نمودار تابع $f(x) = a \sin(x+b)$ به صورت زیر است. اگر $-\pi \leq b \leq \pi$ باشد، در این صورت $f(\frac{\pi}{3})$ کدام است؟

- ۱ (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $-\frac{1}{\sqrt{3}}$ (۴) $\sqrt{3}$

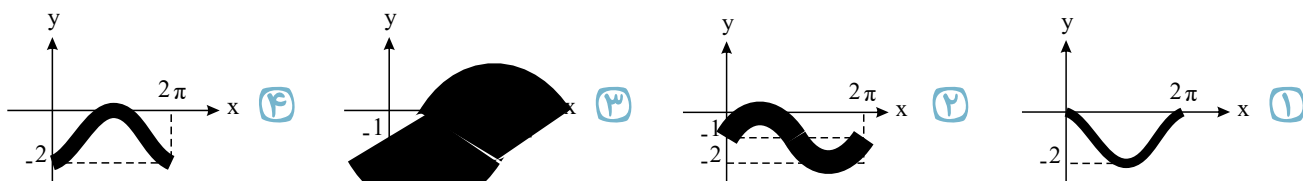
۱۹۳ مقدار عبارت $\frac{\sqrt{2} \sin 15^\circ}{\cot 6^\circ} + \frac{1}{\cos 7^\circ}$ به ازای $\alpha = \frac{\pi}{20}$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) $2 + \sqrt{2}$ (۳) ۳ (۴) ۳

۱۹۴ نمودار تابع $y = 1 - \cos(x - \frac{\pi}{6})$ در بازه $[0, 2\pi]$ چند بار به محور x ها برخورد می‌کند؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) صفر (۴) ۳

۱۹۵ بخشی از نمودار تابع $y = \sin(\frac{\sqrt{3}\pi}{2} + x) - 1$ شبیه کدام است؟



۱۹۶ محمود برای محاسبه مقدار $\cot(-120^\circ)$ به صورت زیر عمل کرده است. در کدام مرحله او مرتکب اشتباه شده است؟

- ۱ (۱) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۲) $-\cot 60^\circ$ (۳) $-\cot(180^\circ - 60^\circ)$ (۴) $-\cot(120^\circ)$ (۵) $\cot(-120^\circ)$

۱۹۷ حداقل مقدار تابع $y = \sin x$ در نقاطی به طول به دست می‌آید. $(K \in \mathbb{Z})$

- ۱ (۱) $2k\pi$ (۲) $\frac{\pi}{2}$ (۳) $2k\pi + \pi$ (۴) $2k\pi + \frac{3\pi}{2}$

۱۹۸ نمودار دو تابع $f(x) = \sin x - 1$ و $g(x) = -2$ در بازه $[-2\pi, 2\pi]$ ، در چند نقطه یکدیگر را قطع می‌کنند؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۹۹ نمودار تابع $y = \sin x$ بر نمودار کدام یک از توابع زیر منطبق است؟

- ۱ (۱) $y = \sin(x - \pi)$ (۲) $y = -\cos(\frac{\pi}{2} + x)$ (۳) $y = -\sin(\frac{\pi}{2} - x)$ (۴) $y = \cos(\pi - x)$



۲۰۰ حاصل عبارت $A = (\sin 40^\circ)(\cos \frac{-7\pi}{3})$ کدام است؟

- ① $\frac{\sqrt{2}}{4}$ ② $-\frac{\sqrt{6}}{4}$ ③ $-\frac{\sqrt{2}}{4}$ ④ $\frac{\sqrt{6}}{4}$

۲۰۱ حاصل $\frac{\cot^2 \alpha}{1 + \cot^2 \alpha} + \frac{\tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha}$ در صورت وجود کدام است؟

- ① $2\sin^2 \alpha$ ② $\cos^2 \alpha$ ③ صفر ④ ۱

۲۰۲ نمودار دو تابع $y = \cos x$ و $y = 3\cos x$ در بازه $[0, 2\pi]$ یکدیگر را در ۲ نقطه قطع می کنند. مجموع طول این دو نقطه کدام است؟

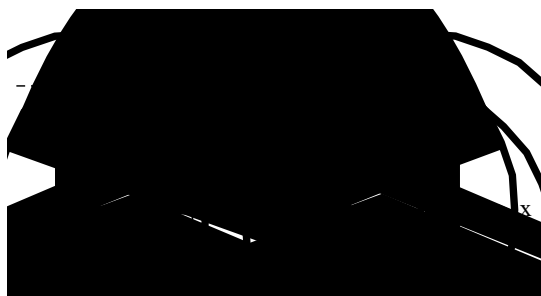
- ① 2π ② 3π ③ $\frac{3\pi}{2}$ ④ $\frac{5\pi}{2}$

۲۰۳ حاصل عبارت $\sin \frac{5\pi}{14} + \sin \frac{13\pi}{14} + \sin \frac{17\pi}{14} + \cos \frac{5\pi}{14} + \cos \frac{13\pi}{14} + \cos \frac{17\pi}{14}$ کدام است؟

- ① صفر ② ۱ ③ $\frac{\pi}{7}$ ④ $\frac{\pi}{7}$

۲۰۴ اگر انتهای کمان α در ربع چهارم باشد و داشته باشیم $3\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = 1 - 3\sin^4 \alpha$ ، آنگاه مقدار $\cot(\frac{9\pi}{2} + \alpha)$ کدام است؟

- ① $\sqrt{2}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ③ $-\sqrt{2}$ ④ $-\frac{\sqrt{2}}{2}$



۲۰۵ شکل زیر بخشی از نمودار چند تابع زیر می تواند باشد؟ (الف)

$$y = -2(\sin(x - \pi) - \frac{1}{2})$$

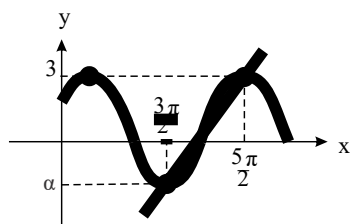
$$y = 2 \cos(x - \frac{\pi}{2}) + 1 \quad (\text{ب})$$

$$y = 2 \sin x + 1 \quad (\text{پ})$$

$$y = 2 \cos(\frac{\pi}{2} - x) + 1 \quad (\text{ت})$$

- ① صفر ② ۱ ③ ۲ ④ ۳

۲۰۶ در شکل زیر نمودار تابع $f(x) = a \sin x + b$ توسط خطی با شیب $m = \frac{4}{\pi}$ در دو نقطه قطع شده است.

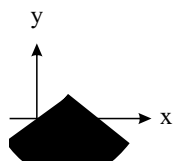


- ① $(-1, 1)$ ② $(1, -2)$ ③ $(2, 1)$ ④ $(-1, 2)$

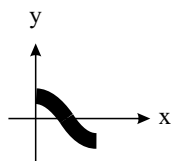
دوتایی مرتب (a, b) کدام است؟



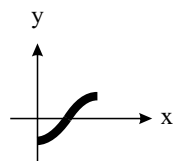
۲۰۷) نمودار تابع $f(x) = a + b \cos x$ از نقطه $(\pi, 0)$ می‌گذرد. نمودار تابع $g(x) = \cos x$ در بازه $[0, \pi]$ به کدام شکل است؟ ($b \neq 0$)



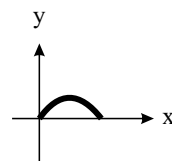
۴



۳



۲



۱

۲۰۸) تقریباً چند ساعت طول می‌کشد تا عقربه ساعت‌شمار به اندازه $۱٫۵۷$ رادیان دوران کند؟ ($\pi \simeq ۳٫۱۴$)

۴ ۶

۳ ۵

۲ ۴

۱ ۳

۲۰۹) چندتا از عبارت‌های زیر درست است؟

الف) اگر زاویه بین دو ساق مثلث متساوی‌الساقین ۱ رادیان باشد، آنگاه اندازه قاعده این مثلث بزرگ‌تر از اندازه هر ساق آن است.

ب) اگر دو زاویه از مثلثی $\frac{\pi}{5}$ و $\frac{2\pi}{5}$ رادیان باشند، اندازه زاویه سوم ۷۲ درجه است.

پ) انتهای کمان $\frac{5\pi}{6}$ در ربع دوم دایره مثلثاتی است.

ت) $\frac{\pi}{20} -$ رادیان برابر -۹ درجه است.

۴ ۴

۳ ۳

۲ ۲

۱ ۱

۲۱۰) اندازه یک زاویه برحسب رادیان برابر با $\frac{20\pi}{3}$ است. اندازه این زاویه برحسب درجه کدام است؟

۴ ۷۲۰

۳ ۹۰۰

۲ ۱۲۰۰

۱ ۶۰۰

۲۱۱) اگر $\sin(\pi + x) = \frac{1}{2} + \sin(\pi - x)$ و انتهای کمان x در ناحیه سوم باشد، حاصل $\cot(\frac{\pi}{2} + x)$ کدام است؟

۴ $-\sqrt{15}$ ۳ $\sqrt{15}$ ۲ $-\frac{1}{\sqrt{15}}$ ۱ $\frac{1}{\sqrt{15}}$

۲۱۲) مکمل زاویه $\frac{5\pi}{12}$ رادیان چند درجه است؟

۴ ۹۰

۳ ۱۵

۲ ۱۰۵

۱ ۷۵

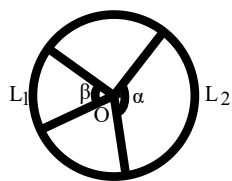
۲۱۳) مجموع دو زاویه برحسب درجه ۱۲۰ و اختلاف آن‌ها برحسب رادیان $\frac{\pi}{3}$ است. زاویه کوچک‌تر چند برابر

زاویه بزرگ‌تر است؟

۴ $\frac{1}{6}$ ۳ $\frac{1}{4}$ ۲ $\frac{1}{3}$ ۱ $\frac{1}{2}$



۲۱۴ اگر در شکل زیر حاصل ضرب طول کمان‌های L_1 و L_2 برابر $\frac{\pi}{9}$ مساحت دایره باشد و $\alpha = 4\beta$ ، آنگاه



مثلی با دو زاویه α و β از کدام نوع است؟ (O مرکز دایره است).

۱ متساوی الساقین

۲ قائم الزاویه

۳ قائم الزاویه و متساوی الساقین

۴ هیچ کدام

۲۱۵ اگر $\alpha = \beta - \gamma$ ، $\beta = 60^\circ$ و $\gamma = -3\pi$ رادیان باشند، آنگاه انتهای کمان زاویه α در کدام ربع دایره

مثلاثی قرار می‌گیرد؟

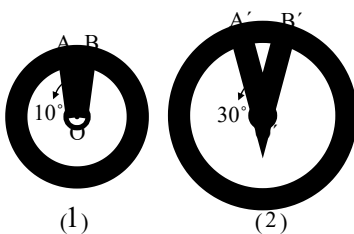
۱ اول

۲ دوم

۳ سوم

۴ چهارم

۲۱۶ مطابق شکل، اگر مساحت دایره (۲) سه برابر مساحت دایره (۱) باشد، حاصل $\frac{\widehat{A'B'}}{\widehat{AB}}$ کدام است؟



۱ $\sqrt{3}$

۲ $3\sqrt{3}$

۳ ۳

۴ ۴

۲۱۷ چه مدت برحسب دقیقه طول می‌کشد تا در یک ساعت عقربه‌ای، عقربه دقیقه‌شمار به اندازه 2.5π رادیان

دوران کند؟

۱ ۵۵

۲ ۶۵

۳ ۷۵

۴ ۸۵

۲۱۸ تابع $f(x) = a + b \cos x$ در بازه $[\pi, 2\pi]$ دارای بیش‌ترین مقدار $\frac{3}{2}$ و دارای کم‌ترین مقدار $\frac{1}{2}$ است. در

این صورت $f(\frac{5\pi}{3})$ کدام است؟ ($b > 0$)

۱ $\frac{3}{2}$

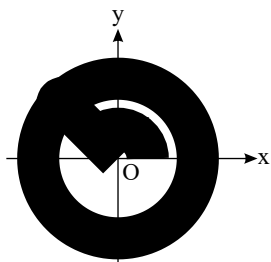
۲ $\frac{3}{4}$

۳ $\frac{5}{4}$

۴ $1 + \frac{\sqrt{3}}{4}$

۲۱۹ با توجه به شکل زیر اگر $P(-\frac{1}{3}, y)$ و طول OP برابر یک واحد باشد، حاصل

$A = 3 \sin(\pi + \alpha) + 2 \tan^2 \alpha$ کدام است؟



۱ $16 + 2\sqrt{2}$

۲ $16 - 2\sqrt{2}$

۳ $8 + 3\sqrt{2}$

۴ $8 - 3\sqrt{2}$



۲۲۰ اگر $\cot 8^\circ = 0.2$ باشد، حاصل عبارت $A = \frac{\cos 26^\circ - \cos 55^\circ}{\sin 8^\circ + \sin 73^\circ}$ کدام است؟

$\frac{1}{2}$ (۴)

۱ (۳)

$\frac{2}{3}$ (۲)

$\frac{3}{2}$ (۱)

۲۲۱ حاصل عبارت $\frac{\sin(75^\circ) + \cos(-)}{2 \tan(-315^\circ)}$ با مقدار کدام گزینه برابر است؟

$\sin(15^\circ)$ (۴)

$\cos(27^\circ)$ (۳)

$\sin(21^\circ)$ (۲)

$\cos(21^\circ)$ (۱)

۲۲۲ اگر $\sin(\pi + x) = \frac{1}{2} + \sin(\pi - x)$ و انتهای کمان x در ناحیه سوم باشد، حاصل $\cot(\frac{\pi}{2} + x)$ کدام است؟

$-\sqrt{15}$ (۴)

$\sqrt{15}$ (۳)

$-\frac{1}{\sqrt{15}}$ (۲)

$\frac{1}{\sqrt{15}}$ (۱)

۲۲۳ به ازای کدام مقدار x تساوی $\cos(3x + \frac{\pi}{12}) + \cos(\frac{\pi}{6} - x) = 0$ برقرار است؟

$\frac{\pi}{16}$ (۴)

$-\frac{\pi}{8}$ (۳)

$\frac{3\pi}{16}$ (۲)

$\frac{\pi}{8}$ (۱)

۲۲۴ حاصل عبارت $\frac{\sin \frac{5\pi}{6} + \tan \frac{\pi}{4}}{\cos \frac{\pi}{3} + \sin \frac{3\pi}{2}}$ کدام است؟

-۱ (۴)

۳ (۳)

۱ (۲)

-۳ (۱)

۲۲۵ اگر $\sin \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ و انتهای کمان α در ناحیه دوم دایره مثلثاتی باشد، حاصل $\cot(\frac{7\pi}{2} + \alpha)$ چند برابر

$\sqrt{2}$ است؟

-۱ (۴)

۱ (۳)

-۲ (۲)

۲ (۱)

۲۲۶ اگر $\frac{\sin(\frac{3\pi}{2} - \theta)}{\cos(\frac{3\pi}{2} + \theta)} = \frac{1}{2}$ باشد، حاصل $\frac{\sin(\pi - \theta) + 2 \cos(\pi + \theta)}{2 \sin(2\pi - \theta) + \cos(2\pi + \theta)}$ کدام است؟

تعریف نشده (۴)

$-\frac{4}{5}$ (۳)

$-\frac{5}{4}$ (۲)

صفر (۱)

۲۲۷ اگر $\cos(\frac{7\pi}{2} - x) + \sin(\frac{3\pi}{2} + x) = \frac{2}{3}$ باشد، حاصل $\sin^3 x + \cos^3 x$ کدام است؟

$-\frac{23}{27}$ (۴)

$\frac{23}{27}$ (۳)

$-\frac{23}{54}$ (۲)

$\frac{23}{54}$ (۱)



۲۲۸ نمودار تابع $f(x) = a \cos x - b$ از نقطه $(\pi, -1)$ می‌گذرد و محور عرض‌ها را در نقطه‌ای به عرض ۳ قطع می‌کند. $2a + b$ کدام است؟

- ۱) ۳ ۲) صفر ۳) -۱ ۴) ۱

۲۲۹ برد تابع $f(x) = 3 - 4 \sin x$ کدام است؟

- ۱) $[-3, 4]$ ۲) $[-4, 3]$ ۳) $[-1, 7]$ ۴) $[-\frac{3}{4}, \frac{3}{4}]$

۲۳۰ اگر $\frac{\pi}{12} < x < \frac{\pi}{2}$ باشد، آنگاه حدود تغییرات $\sin(x + \frac{\pi}{6})$ کدام است؟

- ۱) $(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}]$ ۲) $(\frac{\sqrt{3}}{2}, 1]$ ۳) $(\frac{\sqrt{2}}{2}, 1]$ ۴) $(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$

۲۳۱ اگر $\tan \theta = \frac{1}{2}$ باشد، آنگاه مقدار $A = \frac{1}{\cos \theta + 3 \sin \theta}$ کدام است؟

- ۱) -۵ ۲) $-\frac{1}{5}$ ۳) $\frac{1}{5}$ ۴) ۵

۲۳۲ حاصل عبارت $A = \tan 2^\circ + \tan 4^\circ + \tan 6^\circ + \dots + \tan 18^\circ$ کدام است؟

- ۱) صفر ۲) $\frac{2\sqrt{3}}{3} + 2\sqrt{3} + 1$ ۳) -۱ ۴) ۱

۲۳۳ کدام تساوی نادرست است؟

- ۱) $\sin(\frac{\pi}{2} - \alpha) = \cos \alpha$ ۲) $\sin(4\pi + \alpha) = \sin \alpha$
۳) $\cot(6\pi - \alpha) = -\cot \alpha$ ۴) $\tan(\frac{\pi}{2} + \alpha) = \cot \alpha$

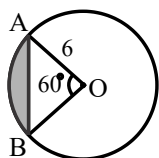
۲۳۴ به ازای کدام مقدار x تساوی $\cos(2x - \frac{\pi}{8}) = -\sin(x - \frac{\pi}{4})$ برقرار است؟

- ۱) ۸ ۲) $\frac{\pi}{16}$ ۳) ۸ ۴) $\frac{3\pi}{16}$

۲۳۵ تابع $f(x) = \cos(x - b)$ محور x ها را در نقاطی به طول‌های $k\pi + \frac{2\pi}{3}$ ($k \in \mathbb{Z}$) قطع می‌کند. این تابع

محور y ها را با چه عرضی قطع می‌کند؟

- ۱) $\frac{1}{2}$ ۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ۳) $-\frac{1}{2}$ ۴) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$



۲۳۶ در شکل زیر محیط قسمت هاشورخورده کدام است؟

- ۱) $6 + \frac{\pi}{3}$ ۲) $6 + 2\pi$ ۳) $4 + \pi$ ۴) $3 + 2\pi$



۲۳۷ حاصل عبارت $A = \sin\left(\frac{5\pi}{2} + \alpha\right) + \cos\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) - \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) + \sin(\pi - \alpha)$ کدام

است؟

- ۱ $-\sin \alpha$ ۲ صفر ۳ $\cos \alpha$ ۴ $2 \sin \alpha$

۲۳۸ اگر انتهای زاویه α در ربع اول دایره مثلثاتی و $2 = \frac{\sin(\alpha + \frac{3\pi}{2}) + 2 \sin(\pi - \alpha)}{\cos(\frac{\pi}{2} + \alpha) + 3 \cos(2\pi + \alpha)}$ باشد، مقدار

$\cos \alpha$ کدام است؟

- ۱ $\frac{4}{17}$ ۲ $-\frac{4}{7}$ ۳ $\frac{4}{\sqrt{65}}$ ۴ $\frac{4}{\sqrt{13}}$

۲۳۹ نقطه $P(x, y)$ روی دایره مثلثاتی را نسبت به مبدأ قرینه می‌کنیم تا نقطه P' به دست آید. در این صورت

کدام نسبت مثلثاتی مربوط به نقاط P و P' باهم برابر است؟ ()

- ۱ سینوس ۲ کسینوس ۳ تانژانت ۴ هیچ کدام

۲۴۰ اگر $\log(\sin \frac{4\pi}{5}) - \log(\cos 324^\circ) + \log A = 0$ باشد، A کدام می‌تواند باشد؟

- ۱ $\tan 36^\circ$ ۲ $\tan 54^\circ$ ۳ $\cot 18^\circ$ ۴ $\cot 72^\circ$



پاسخنامه تشریحی

۱ ۲ ۳ ۴ ۱

با کمی دقت متوجه می‌شویم که زاویه $x = \frac{-3\pi}{4}$ است. (زیرا $\frac{\sqrt{2}}{2} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ و $\frac{\sqrt{2}}{2} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ است) $\sin(-\frac{3\pi}{4}) + \cos(-\frac{3\pi}{4}) = -\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} = -\sqrt{2}$

$$\sin^4 x + \cos^4 x \stackrel{x = -\frac{3\pi}{4}}{=} \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^4 + \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^4 = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

دقت کنید که $\sin(-\frac{3\pi}{4}) = -\sin \frac{3\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ و $\cos(-\frac{3\pi}{4}) = \cos \frac{3\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۲

می‌دانیم $\tan x$ و $\cot x$ عکس یکدیگرند و دو عددی که عکس یکدیگرند فقط وقتی مجموعشان ۰ می‌شود که هر کدام ۱- باشد پس:

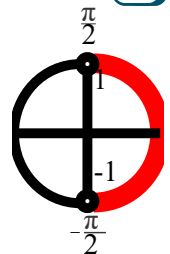
$$\tan x = \cot x = -1$$

$$x = -\frac{\pi}{4}$$

$$\sin^4 x + \cos^4 x = \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^4 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^4 = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳

$$-\frac{\pi}{6} < x < \frac{\pi}{6} \Rightarrow -\frac{\pi}{2} < 3x < \frac{\pi}{2}$$



واضح است در $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ سینوس بین ۱- و ۱ می‌باشد بنابراین:

$$-1 < \sin 3x < 1 \Rightarrow -1 < m - 1 < 1 \Rightarrow 0 < m < 2$$

است یعنی x در ناحیه دوم دایره ی مثلثاتی است.

وقتی ۱ ۲ ۳ ۴ ۴

$$\begin{aligned} \sqrt{1 - 2 \sin x} \cdot \sqrt{1 - \sin^2 x} &= \sqrt{1 - 2 \sin x} \cdot \sqrt{\cos^2 x} = \sqrt{1 - 2 \sin x} \cdot |\cos x| \\ &= \sqrt{1 + 2 \sin x \cos x} = \sqrt{\sin^2 x + \cos^2 x + 2 \sin x \cos x} = \sqrt{(\sin x + \cos x)^2} = |\sin x + \cos x| \end{aligned}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵

می‌دانیم $\tan x$ و $\cot x$ عکس یکدیگرند و دو عددی که عکس یکدیگرند فقط وقتی مجموعشان ۰ می‌شود که هر کدام ۱- باشند.



$$\tan x + \frac{1}{\tan x} = -2 \Rightarrow \tan x = \cot x = -1 \Rightarrow \tan^n x + \cot^n x = (-1)^n + (-1)^n$$

$$= \begin{cases} 2 & n \text{ زوج} \\ 0 & n \text{ فرد} \end{cases}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۶

روش اول:

$$\cos \frac{\pi}{2} = \cos(\pi - \frac{\pi}{2}) = -\cos \frac{\pi}{2}$$

$$\cos \frac{\pi}{2} = \cos(\pi - \frac{\pi}{2}) = -\cos \frac{\pi}{2}$$

$$\cos \frac{\pi}{2} = \cos(\pi - \frac{\pi}{2}) = -\cos \frac{\pi}{2}$$

$$\cos \frac{\pi}{2} + \cos \frac{\pi}{2} + \dots + \cos \frac{\pi}{2} = \cos \frac{\pi}{2} + \cos \frac{\pi}{2} + \cos \frac{\pi}{2} + (-\cos \frac{\pi}{2}) + (-\cos \frac{\pi}{2}) + (-\cos \frac{\pi}{2}) = 0$$

روش دوم: می دانیم: $\alpha + \beta = \pi \rightarrow \cos \alpha + \cos \beta = 0$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} &= \pi \rightarrow \cos \frac{\pi}{2} + \cos \frac{\pi}{2} = 0 \\ \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} &= \pi \rightarrow \cos \frac{\pi}{2} + \cos \frac{\pi}{2} = 0 \\ \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} &= \pi \rightarrow \cos \frac{\pi}{2} + \cos \frac{\pi}{2} = 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \cos \frac{\pi}{2} + \cos \frac{\pi}{2} + \dots + \cos \frac{\pi}{2} = 0$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۷

می دانیم: $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$, $1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$

$$\frac{1}{2} \left(\frac{\alpha}{1 + \cot^2 \alpha} + \frac{\alpha}{1 + \tan^2 \alpha} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{\cot^2 \alpha}{\frac{1}{\sin^2 \alpha}} + \frac{\tan^2 \alpha}{\frac{1}{\cos^2 \alpha}} \right) = \frac{1}{2} (\cot^2 \alpha \sin^2 \alpha + \tan^2 \alpha \cos^2 \alpha)$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} \sin^2 \alpha + \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} \cos^2 \alpha \right) = \frac{1}{2} (\underbrace{\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha}_1) = \frac{1}{2}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۸

$$\frac{2 \alpha}{\cos \alpha - \cos^3 \alpha} = \frac{2 \alpha}{\cos \alpha (1 - \cos^2 \alpha)} = \frac{2 \alpha}{\cos \alpha \sin^2 \alpha} = \frac{2}{\cos \alpha} = 2 \tan \alpha$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۹

می دانیم: $\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha$, $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$

$$\frac{\sin^2 x - 2 \cos^2 x + 1}{\sin^2 x + 2 \cos^2 x - 1} = 4 \Rightarrow \frac{\sin^2 x - 2 \cos^2 x + 1}{1 - \cos^2 x + 2 \cos^2 x - 1} = 4$$



$$\Rightarrow \frac{\sin^2 x - 2}{\cos^2 x} = 4 \xrightarrow{\text{تفکیک}} \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} - \frac{2}{\cos^2 x} + \frac{1}{\cos^2 x} = 4$$

$$\Rightarrow \tan^2 x - 2 + 1 + \tan^2 x = 4 \Rightarrow 2 \tan^2 x = 5 \Rightarrow \tan^2 x = \frac{5}{2}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰

$$\frac{\sin(\frac{3\pi}{2} - \alpha) + \cos(\frac{\pi}{2} + \alpha)}{\cos(\pi + \alpha) + \sin(3\pi - \alpha)} = \frac{-\cos \alpha}{-\cos \alpha + \sin \alpha} \cdot \frac{1 + \tan \alpha}{1 - \tan \alpha} = \frac{-3}{1 - 2} = -3$$

نکته ۱: دوره تناوب $y = a \sin(bx + c)$ برابر است با: $T = \frac{2\pi}{|b|}$ ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱

نکته ۲: برد تابع $y = a \sin(bx + c)$ عبارت است از: $(-|a|, |a|)$ یعنی حداقل مقدار تابع برابر $-|a|$ و حداکثر مقدار آن برابر $|a|$ است.

با توجه به نمودار، دوره تناوب $T = 2 \times \frac{2}{3} = \frac{4}{3}$ است.

طبق نکته ۱ داریم: $T = \frac{2\pi}{|b|} = \frac{2}{|b|}$

بنابراین: $\frac{2}{|b|} = \frac{4}{3} \Rightarrow |b| = \frac{3}{2}$

$$-|a| = -2 \Rightarrow |a| = 2$$

کمترین مقدار تابع برابر ۲- است، پس از نکته ۲ داریم:

$$|ab| = |a||b| = 3$$

با توجه به این که اولین طاق نمودار زیر محور x هاست، باید حداقل یکی از دو عدد a و b منفی باشد، بنابراین $ab = -|ab| = -3$

تمام زاویه ها را بر حسب 20° می نویسیم. ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲

$$\frac{2 \sin 25^\circ - \cos 16^\circ}{\sin 16^\circ + 3 \cos 7^\circ - \sin 11^\circ} = \frac{2 \sin(\frac{5\pi}{4} - 20^\circ) - \cos(\pi - 20^\circ)}{\sin(\pi - 20^\circ) + 3 \cos(\frac{\pi}{4} - 20^\circ) - \sin(\frac{\pi}{4} + 20^\circ)}$$

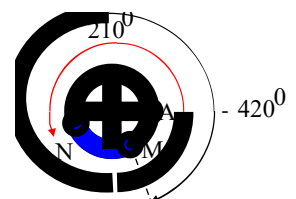
$$= \frac{\sin 20^\circ + 3 \sin 20^\circ - \cos 20^\circ}{\sin 20^\circ + 3 \sin 20^\circ - \cos 20^\circ} = \frac{-8}{4 - \cot 20^\circ}$$

$$\sin 20^\circ \text{ تقسیم می کنیم} = \frac{-8}{4 - \cot 20^\circ} = \frac{-8}{4 - \frac{1}{3}} = \frac{-8}{\frac{11}{3}} = -\frac{24}{11}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳

واضح است نقطه M از 270° درجه به اندازه 30° درجه بیشتر است و نقطه N از 180° درجه به اندازه 30° درجه بیشتر است پس کمان MN برابر 90° یا $\frac{\pi}{2}$ رادیان است.

$$\theta = r \rightarrow \frac{\pi}{2} = \frac{L}{3} \rightarrow L = \frac{3\pi}{2} = \frac{3(3.14)}{2} = 4.71$$





۱۴) اگر مرکز دایره $O(x_0, y_0)$ بوده و بخواهیم نقطه‌ی A روی دایره را به اندازه‌ی θ درجه در جهت عقربه‌های ساعت روی دایره به شعاع R دوران دهیم. مختصات نقطه‌ی جدید به صورت $(x_0 + R \cos \theta, y_0 - R \sin \theta)$ در می‌آید.

$$R = 3, O(0, 2) \rightarrow M = (0 + 3 \cos 120^\circ, 2 - 3 \sin 120^\circ) \rightarrow M = \left(-\frac{3}{2}, 2 - \frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$$

۱۵) تمام زوایا را بر حسب 25° می‌نویسیم.

$$\frac{\sin 155^\circ - 3 \cos 245^\circ}{\cos 295^\circ - 2 \sin 65^\circ} = \frac{\sin(\pi - 25) - 3 \cos(\frac{5\pi}{2} - 25)}{\cos(\frac{5\pi}{2} + 25) - 2 \sin(\frac{\pi}{2} - 25)} = \frac{\sin 25 - 2 \cos 25}{\sin 25 - 2 \cos 25}$$

$$\text{صورت و مخرج کسر را بر } \cos 25 \text{ تقسیم می‌کنیم: } \frac{1.92}{0.48 - 2} = \frac{1.92}{-1.52} = -\frac{192}{152} = -\frac{24}{19}$$

۱۶) ابتدا حدود کمان تانژانت را بدست می‌آوریم.

$$|x| < \frac{\pi}{4} \rightarrow -\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{4} \rightarrow -\frac{\pi}{4} < -x < \frac{\pi}{4} \rightarrow 0 < \frac{\pi}{4} - x < \frac{\pi}{2}$$

یعنی کمان تانژانت در ناحیه‌ی اول قرار دارد و در ناحیه‌ی اول دایره‌ی مثلثاتی تانژانت مثبت است یعنی:

$$\frac{m}{m+1} > 0 \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} \begin{array}{c|ccc} m & -\infty & -1 & +\infty \\ \hline \text{عبارت } > 0 & - & + & - \end{array} \rightarrow -1 < m < 2$$

۱۷) می‌دانیم: دوره‌ی تناوب تابع $y = k \cdot \cos ax$ برابر $T = \frac{2\pi}{|a|}$ است.

باتوجه به شکل، نقطه‌ی $(0, 2)$ عضو تابع است پس در آن صدق می‌کند:

$$y(0) = 2 \Rightarrow 2 = a \cos 0 \Rightarrow a = 2$$

از طرفی نصف دوره‌ی تناوب تابع باتوجه به شکل برابر $\frac{\pi}{2}$ است، بنابراین:

$$\frac{T}{2} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow T = \pi \Rightarrow \frac{2\pi}{|b|} = \pi \Rightarrow |b| = 2 \Rightarrow b = \pm 2$$

هر دو مقدار b قابل قبول است، پس $a + b$ می‌تواند برابر مقادیر صفر یا ۴ باشد.

۱۸) داریم:

$$\begin{aligned} \begin{cases} \sin(-112^\circ) = -\sin 112^\circ = -\sin(90^\circ + 22^\circ) = -\cos 22^\circ \\ \sin 158^\circ = \sin(180^\circ - 22^\circ) = \sin 22^\circ \\ \cos 202^\circ = \cos(180^\circ + 22^\circ) = -\cos 22^\circ \end{cases} \\ \Rightarrow \frac{\sin(-112^\circ) + \sin 158^\circ}{\cos 202^\circ} = \frac{-\cos 22^\circ + \sin 22^\circ}{-\cos 22^\circ} = \frac{-\cos 22^\circ}{-\cos 22^\circ} + \frac{\sin 22^\circ}{-\cos 22^\circ} \\ = 1 - \tan 22^\circ = 1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5} \end{aligned}$$

۱۹)

$$\tan \theta = 0.2 = \frac{1}{5} \Rightarrow \cot \theta = \frac{1}{\tan \theta} = 5$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۲۴

ابتدا تمام زوایا را بر حسب ۲۰° می نویسیم:

$$\sin ۲۵^\circ = \sin(۲۷^\circ - ۲^\circ) = -\cos ۲^\circ, \quad \sin ۷۰^\circ = \sin(۷۲^\circ - ۲^\circ) = \sin(-۲^\circ) = -\sin ۲^\circ$$

$$\cos ۵۶^\circ = \cos(۵۴^\circ + ۲^\circ) = \cos(۱۸^\circ + ۲^\circ) = -\cos ۲^\circ, \quad \cos ۱۱^\circ = \cos(۹^\circ + ۲^\circ) = -\sin ۲^\circ$$

بنابراین داریم:

$$\frac{\sin ۲۵^\circ + \sin ۷۰^\circ}{\cos ۵۶^\circ - \cos ۱۱^\circ} = \frac{-\cos ۲^\circ - \sin ۲^\circ}{-\cos ۲^\circ + \sin ۲^\circ}$$

تمام جملات را بر $\cos ۲^\circ$ تقسیم می کنیم در نتیجه:

$$\frac{-1 + \tan ۲^\circ}{-1 + \frac{1}{\sqrt{3}}} = \frac{-1 + \frac{1}{\sqrt{3}}}{-\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}}} = \frac{14}{6} = \frac{7}{3}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۵ ابتدا سعی می کنیم زوایای داده شده را بر حسب ۲۰° بنویسیم.

$$\sin ۲۰^\circ = \sin(\pi + ۲۰) = -\sin ۲۰, \quad \cos ۲۹^\circ = \cos\left(\frac{3\pi}{2} + ۲۰\right) = \sin ۲۰$$

$$\cos ۱۶^\circ = \cos(\pi - ۲۰) = -\cos ۲۰, \quad \sin ۲۵^\circ = \sin\left(\frac{3\pi}{2} - ۲۰\right) = -\cos ۲۰$$

بنابراین $A = \frac{-3\sin ۲۰ - \cos ۲۰}{5\sin ۲۰ - 2\cos ۲۰} \xrightarrow[\text{تقسیم می کنیم}]{\text{صورت و مخرج را بر}} \frac{-3\tan ۲۰ - 1}{5\tan ۲۰ - 2} = \frac{-5a - 2}{5a - 2} = \frac{-5a + 2}{-5a + 2}$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۶

$$\cos ۲۱۵^\circ = \cos(۲۷۰^\circ - ۵۵^\circ) = -\sin ۵۵^\circ$$

$$\sin ۳۰۵^\circ = \sin(۳۶۰^\circ - ۵۵^\circ) = -\sin ۵۵^\circ$$

$$\cos ۳۲۵^\circ = \cos(۲۷۰^\circ + ۵۵^\circ) = \sin ۵۵^\circ$$

پس:

$$\frac{\sin ۵۵^\circ + 2\cos ۲۱۵^\circ}{3\sin ۳۰۵^\circ - \cos ۳۲۵^\circ} = \frac{\sin ۵۵^\circ - 2\sin ۵۵^\circ}{-3\sin ۵۵^\circ - \sin ۵۵^\circ} = \frac{-\sin ۵۵^\circ}{-4\sin ۵۵^\circ} = - = a$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۷

می دانیم:

$$y = \sin ax \xrightarrow{\text{دوره ی تناوب}} T = \frac{2\pi}{|a|}$$

$$y = a + \cos\left(-\frac{1}{2} + bx\right)\pi \rightarrow y = a + \cos\left(\frac{-\pi}{2} + \pi bx\right)$$

$$\rightarrow y = a + \cos\left(\frac{\pi}{2} - \pi bx\right) \xrightarrow{\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin \alpha} y = a + \sin \pi bx$$

با توجه به شکل

$$\rightarrow \frac{3}{2}T = 9 \rightarrow T = 6 \rightarrow \frac{1}{|b\pi|} = 6 \rightarrow |b| = \frac{1}{3} \rightarrow b = \pm \frac{1}{3}$$

چون بلافاصله بعد از محور عرض، نمودار نزول پیدا می کند و بنابراین ضریب کمان سینوس می باید منفی باشد پس $b = -\frac{1}{3}$ است.

صدق

$$f(x) = a + \sin\left(\frac{-\pi}{3}x\right) \xrightarrow{1^\circ} 1 = a + 0 \rightarrow a = 1 \rightarrow f(x) = 1 + \sin\left(\frac{-\pi}{3}x\right) = 1 - \sin \frac{\pi}{3}x$$

$$\rightarrow f(۲۹) = 1 - \sin \frac{۲۹\pi}{3} = 1 - \sin(۱۰\pi - \frac{\pi}{3}) = 1 - \sin\left(\frac{-\pi}{3}\right) = 1 + \frac{\sqrt{3}}{2}$$

1 2 3 4 28

از طرفی $f(1) = 3$ ، بنابراین داریم:



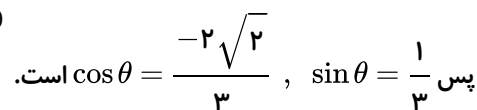
1 2 3 4 29

حال در صورت تست، به جای تمام $\cos \alpha$ ها، مساوی آن یعنی $2 \sin \alpha$ را قرار می دهیم.

آید:

1 2 3 4 31

1 2 3 4 32

 $\sin \theta$ 

مثلاً



$$A = \frac{1 + \cot^2 \theta}{\cos(\frac{3\pi}{2} - \theta)} = \frac{1 + (-2\sqrt{2})^2}{-\frac{1}{3}} = \frac{9}{-\frac{1}{3}} = -27$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۳

$$\left| \begin{array}{c} \text{صدق در} \\ \text{تابع} \end{array} \right. \rightarrow 5 = a(1) + 3 \rightarrow a + 3 = 5 \Rightarrow a = 2$$

طبق نمودار فاصله ی ۰ تا $x = 2$ ، برابر نصف دوره ی تناوب تابع مورد نظر است:

$$2 - 0 = \frac{T}{2} \Rightarrow T = 4 \Rightarrow \frac{1}{|b\pi|} = 4 \Rightarrow b = \pm \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a + b = 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \\ a + b = 2 + \frac{1}{2} = \frac{5}{2} \end{cases} \text{ در گزینه ها نیست}$$

دوره ی تناوب تابع $y = \sin x$ برابر $T = \frac{2\pi}{|a|}$ است.

$$\frac{(\sqrt{3})^2 - 2(1)^2}{\frac{1}{2} + \sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right)} = \frac{3 - 2}{\frac{1}{2} + 1} = \frac{1}{\frac{1}{2} + 1} = \frac{1}{\frac{3}{2}} = \frac{2}{3}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۴

$$A = \frac{\sqrt{3} - 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + 1}{\left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2 - \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + 1} = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{3} + 1}{\frac{3}{4} - \frac{1}{4} + 1} = \frac{1}{\frac{3-1+4}{4}} = \frac{1}{\frac{6}{4}} = \frac{12}{13}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۵

$$A = \frac{12}{13} \Rightarrow \frac{13A}{2} = \frac{13}{2} \times \frac{12}{13} = 6$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۶

$$\tan \alpha = \frac{3}{4} \quad \sin \theta = ?$$

$$\tan \alpha = \frac{3}{4} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{AB}{AC} = \frac{3}{4} \Rightarrow AB = 3$$

$$3^2 + 4^2 = BC^2 \Rightarrow 9 + 16 = BC^2 \Rightarrow 25 = BC^2 \Rightarrow BC = 5$$

$$\sin \theta = \frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}} = \frac{4}{5} = \frac{8}{10} = 0.8$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۷

$$\sin C = \sqrt{1 - \cos^2 C} = \sqrt{1 - \frac{46}{49}} = \sqrt{\frac{3}{49}} = \frac{3}{7}$$

$$\sin C = \frac{10}{BC} = \frac{3}{7} \Rightarrow BC = \frac{70}{3}$$



$$S = \frac{1}{2} AB \times BC \times \sin B$$

می دانیم سینوس و کسینوس دو زاویه متمم با هم برابرند؛ در مثلث ABC :

$$\hat{A} = 90^\circ, \quad \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow \hat{B} + \hat{C} = 90^\circ \Rightarrow \sin B = \cos C$$

$$S = \frac{1}{2} \times 10 \times \frac{70}{\sqrt{3}} \times \frac{46}{7} = 50 \sqrt{\frac{46}{3}}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۸

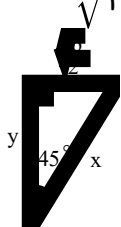
$$\cos A = \sqrt{1 - \sin^2 A} = \sqrt{1 - \frac{4}{49}} = \sqrt{\frac{45}{49}} = \frac{3}{7} \frac{5}{7}$$

$$\cos A = \frac{AC}{AB} = \frac{3}{7} \frac{5}{7} \Rightarrow \frac{AC}{7} = \frac{3}{7} \frac{5}{7} \Rightarrow 3\sqrt{10} = 3\sqrt{5} AC$$

$$\Rightarrow AC = \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{5}} = \sqrt{2}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۹

$$\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\text{مجاور}}{\text{مایل}} \Rightarrow \text{مجاور} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$



$$\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{6}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow x = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}} = \sqrt{3}$$

$$\cos 45^\circ = \frac{y}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow y = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

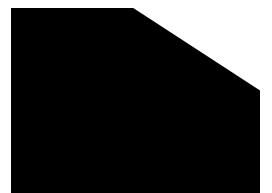
$$x + y = \sqrt{3} + \frac{\sqrt{6}}{2} = \frac{2\sqrt{3} + \sqrt{6}}{2}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۰

$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2} = \frac{5}{b} \Rightarrow b = 10$$

$$\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a}{10} \Rightarrow a = 5\sqrt{3}$$

$$\cos 45^\circ = \frac{5}{y} = \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow y = 10 \sqrt{\frac{3}{2}}$$



مثال



$$\sin 45^\circ = \frac{x + 5}{10\sqrt{\frac{3}{2}}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow x + 5 = 5\sqrt{3} \rightarrow x = 5\sqrt{3} - 5$$

$$x + y = 5\sqrt{3} - 5 + 10\sqrt{\frac{3}{2}} = 5(\sqrt{3} - 1 + 2\sqrt{\frac{3}{2}})$$

$$1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۱

$$\tan^2 \theta + \frac{1}{1 + \tan \theta} = \tan^2 \theta + \frac{1}{1 + \frac{1}{\cos \theta}} = \tan^2 \theta + \frac{1}{\frac{\cos \theta + 1}{\cos \theta}} = \tan^2 \theta + 1 = \frac{1}{\cos^2 \theta}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۲

$$\tan^2 C = \frac{c^2}{b^2}$$

$$\sin B = \frac{1}{a} \rightarrow \frac{1}{\sin B} = \frac{a}{b}$$

$$\cot B = \frac{1}{\tan B} = \frac{b}{a}$$

$$\frac{\tan^2 C}{\frac{1}{\sin B} \times \cot B} = \frac{\frac{c^2}{b^2}}{\frac{1}{b} \times \frac{b}{a}} = \frac{\frac{c^2}{b^2}}{\frac{ac}{b^2}} = \frac{c^2}{ac} = \frac{c}{a} = \sin C$$

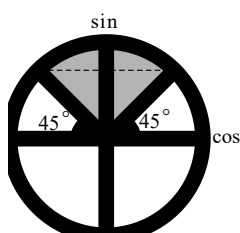
$$A + B + C = 180^\circ \xrightarrow{\hat{A}=90^\circ} B + C = 90^\circ \Rightarrow \frac{B+C}{3} = 30^\circ$$

$$2 \frac{(B+C)}{3} = 60^\circ$$

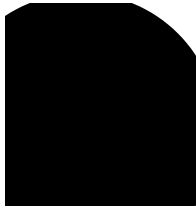
$$\frac{\sin\left(\frac{2(B+C)}{3}\right)}{\cos\left(\frac{(B+C)}{3}\right)} = \frac{\sin 60^\circ}{\cos 30^\circ} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 1$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۴

باتوجه به دایره مثلثاتی:



$$\left. \begin{aligned} \sin 90^\circ &= \sin 90^\circ \\ \sin 90^\circ &= \sin 90^\circ \end{aligned} \right\} \Rightarrow A = \frac{1}{\sin 135^\circ} \times \frac{1}{\sin 134^\circ} \times \dots \times \frac{1}{\sin 90^\circ} = 1$$



$$\left. \begin{aligned} \cos 45^\circ &= -\cos 135^\circ \end{aligned} \right\} \Rightarrow B = -1$$

پس از بازنویسی به صورت $\dots \times \frac{\cos 179^\circ}{\cos 178^\circ} \times \frac{\cos 179^\circ}{\cos 178^\circ} \times \dots$ با ۴۵ کسر که هر کدام برابر ۱- هستند مواجه می شویم که حاصلضرب تمام آن ها برابر با ۱- می شود.

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۵

$$S = \frac{1}{2} x \times x \times \sin 30^\circ$$

$$18 = \frac{1}{2} x^2 \times \frac{1}{2} \Rightarrow 18 = \frac{x^2}{4} \Rightarrow x^2 = 72 \Rightarrow x = \sqrt{72}$$

$$x + x = 2x = 2\sqrt{72} = 2 \times \sqrt{36 \times 2} = 2 \times 6\sqrt{2} = 12\sqrt{2}$$

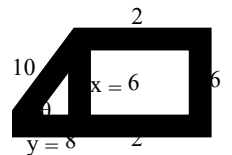
با تقسیم شکل به یک مثلث و یک مستطیل خواهیم داشت: ۱ ۲ ۳ ۴ ۴۶

$$\sin \theta = \frac{x}{10} = \frac{3}{5} \Rightarrow x = 6$$

$$x^2 + y^2 = 10^2 \Rightarrow 36 + y^2 = 100 \Rightarrow y^2 = 64 \Rightarrow y = 8$$

$$S_{\text{نوزنقه}} = S_{\text{مثلث}} + S_{\text{مستطیل}} \Rightarrow S = \frac{1}{2} \times 8 \times 10 \times \frac{3}{5} + 2 \times 6$$

$$S = 24 + 12 = 36$$

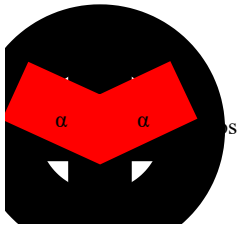


۱ ۲ ۳ ۴ ۴۷

$$\sin \alpha = \frac{AC}{AH} \Rightarrow \cot \beta \times \sin \alpha = \frac{AH}{AC} \times AC =$$

$$\cot \beta = AH$$

با توجه به دایره مثلثاتی: $\sin \alpha = \sin(180^\circ - \alpha)$ و $\cos \alpha = -\cos(180^\circ - \alpha)$ ۱ ۲ ۳ ۴ ۴۸



$$\sin 12^\circ = \sin(18^\circ - 12^\circ) = \sin 6^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 15^\circ = -\cos(18^\circ - 3^\circ) = -\cos 3^\circ = \frac{-\sqrt{3}}{2}$$

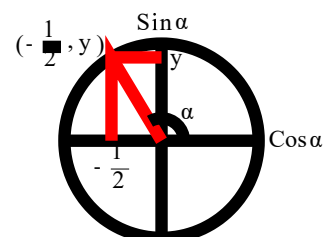
$$\tan 135^\circ = \frac{\sin 135^\circ}{\cos 135^\circ} = \frac{\sin(180^\circ - 45^\circ)}{-\cos 45^\circ} = -\tan 45^\circ = -1$$

$$\frac{2 \cos 15^\circ + 2 \tan 135^\circ}{-\sqrt{3} - 2} = \frac{3 + 2}{-(\sqrt{3} + 2)} = -1$$

باتوجه به دایره مثلثاتی: ۱ ۲ ۳ ۴ ۴۹

$$\cos \alpha = \frac{-1}{2}$$

$$-\cos \alpha = \frac{1}{2} = \cos 60^\circ$$



$$\sin 12^\circ = \sin(18^\circ - 12^\circ) = \sin 6^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan \alpha = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{-\frac{1}{2}} = -\sqrt{3}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۰

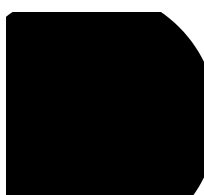
$$\tan \alpha + \cot \alpha > 0 \Rightarrow \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} > 0 \Rightarrow \frac{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha} > 0$$

$$\frac{1}{\sin \alpha \cos \alpha} > 0 \Rightarrow \sin \alpha \cos \alpha > 0 \Rightarrow \text{یا هر دو مثبت یا هر دو منفی}$$

هر دو منفی

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos \alpha < 0 \end{cases} \Rightarrow \text{ربع سوم}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۱



$$\sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \sqrt{\sin^2 \alpha} = |\sin \alpha| = \sin \alpha \Rightarrow \sin \alpha > 0$$

$$\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{\cos^2 \alpha} = |\cos \alpha| = -\cos \alpha \Rightarrow \cos \alpha < 0$$

$$\begin{cases} \cos \alpha < 0 \end{cases} \Rightarrow \alpha \text{ ربع دوم}$$

α در ربع چهارم:

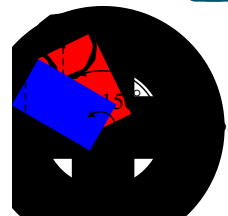
$$\mathfrak{P}m - \mathfrak{P} < \circ \rightarrow \mathfrak{P}m < \mathfrak{P} \rightarrow m < \frac{\mathfrak{P} - \mathfrak{P}}{\mathfrak{P}}$$

$$12^{\circ} < \alpha < 15^{\circ}$$

$$\frac{-\sqrt{r}}{r} \leq \cos \alpha \leq \frac{-1}{r}$$

$$\frac{-\sqrt{\mu}}{\mu} \leq rm - 1 \leq \frac{-1}{\mu}$$

$$\xrightarrow{+1} \frac{r - \sqrt{r}}{r} \leq rm \leq \frac{r - \sqrt{r}}{r} \xrightarrow{\div r} \frac{r - \sqrt{r}}{r} \leq m \leq \frac{1}{r}$$


$$1 + \cot^r \alpha = \frac{1}{\sin^r \alpha} \Rightarrow 1 + \frac{25}{9} = \frac{1}{\sin^r \alpha} \Rightarrow \frac{34}{9} = \frac{1}{\sin^r \alpha}$$

$$\sin^{\circ} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\sin 90^{\circ}} = \frac{\sin \alpha}{1} \rightarrow \sin \alpha = \frac{-3}{\sqrt{34}}$$

$$\cot \alpha = \frac{\delta}{r} = \frac{\delta}{\sin \alpha}$$

$$\mathfrak{r} \sin \alpha + \mathfrak{r} \cos \alpha = \mathfrak{r} \sin \alpha + \mathfrak{r} \left(\frac{\delta}{\mathfrak{r}} \sin \alpha \right) = \mathfrak{r} \sin \alpha + \frac{1_0}{\mathfrak{r}} \sin \alpha$$

$$= \frac{19}{3} \sin \alpha = \frac{19}{3} \times \frac{-3}{\sqrt{14}} = \frac{-19}{\sqrt{14}}$$

$$\frac{(1 - \tan \alpha)(\mathfrak{r} + \mathfrak{r} \cot \alpha)}{(\mathfrak{r} - \mathfrak{r} \cot \alpha)(1 + \tan \alpha)} = \frac{}{\mathfrak{r}(1 - \cot \alpha)(1 + \tan \alpha)}$$

$$= \frac{r}{R} \times \frac{1}{1 + \tan \alpha - \cot \alpha - \tan \alpha \cot \alpha} = \frac{r}{R} \times \frac{1}{1 + \tan \alpha - \cot \alpha - 1}$$

$$= \frac{r}{r} \times \frac{1}{\tan \alpha - \cot \alpha} = \frac{r}{r} \times \frac{1}{(\tan \alpha - \cot \alpha)} = \frac{r}{r} \times -1 = \frac{-r}{r}$$

$$AB = (\sin \alpha - \cos \beta)(\sin \alpha + \cos \beta) = \sin^r \alpha - \cos^r \beta$$



$$AB + C = \sin^2 \alpha - \cos^2 \beta + \cos^2 \alpha - \sin^2 \beta = \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha - (\cos^2 \beta + \sin^2 \beta) = 1 - 1 = 0$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۷

$$\frac{\alpha}{1 - \sin^2 \alpha} + 1 = \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} + 1 = \tan^2 \alpha + 1 = 3^2 + 1 = 10$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۸

سینوس و کسینوس زوایای متمم با یکدیگر برابر است. پس: $\cos 70^\circ = \sin 20^\circ$, $\sin 70^\circ = \cos 20^\circ$

$$\frac{1 + \sin^2 20^\circ + \cos^2 70^\circ}{1 + \tan 20^\circ \tan 70^\circ} = \frac{1 + \sin^2 20^\circ + \cos^2 20^\circ}{1 + \frac{\sin 20^\circ}{\cos 20^\circ} \times \frac{\cos 70^\circ}{\sin 70^\circ}} = \frac{1 + 1}{1 + 1} = 1$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۹

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{b}{\cos \alpha} + 1 = b + 1 \Rightarrow \frac{b}{\cos \alpha} = b \Rightarrow \frac{1}{\cos \alpha} = b \Rightarrow \cos \alpha = \frac{1}{b}$$

۶۰ می‌دانیم $\cos(\frac{3\pi}{2} + \alpha) = \sin \alpha$ بنابراین $y = b \sin ax$ است.

از طرفی دوره‌ی تناوب تابع $f(x) = b \sin ax$ به صورت — می‌باشد.

همچنین از روی نمودار تابع دوره‌ی تناوب تابع برابر است با 4π در نتیجه:

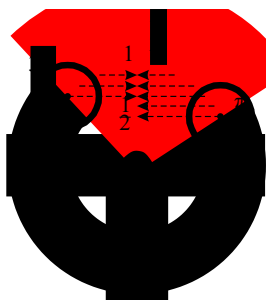
$$\frac{1}{|a|} = 4\pi \rightarrow |a| = \frac{1}{4\pi} \rightarrow a = \pm \frac{1}{4\pi} \xrightarrow{a > 0} a = \frac{1}{4\pi}$$

با توجه به نمودار $f(\pi) = -2$ می‌باشد.

$$f(\pi) = b \sin a\pi \xrightarrow{a = \frac{1}{4\pi}} b \sin \frac{\pi}{4} = b = -2 \rightarrow ab = \frac{1}{4\pi} \times (-2) = -\frac{1}{2\pi}$$

۶۱ در دایره‌ی مثلثاتی وقتی x از $\frac{\pi}{6}$ تا $\frac{3\pi}{4}$ تغییر می‌کند، از $\frac{\pi}{2}$ نیز عبور می‌کند. پس سینوس آن یک را نیز می‌پزد.

لذا:



$$\Rightarrow \frac{1}{2} \leq \sin x \leq 1$$

۶۲ اگر دوران در خلاف جهت حرکت عقربه‌های ساعت باشد، علامت زاویه مثبت است، پس زاویه‌ی دوران برابر است با:

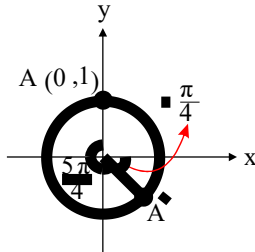


$$\frac{13\pi}{4} = 2\pi + \frac{5\pi}{4}$$

با دوران به اندازه 2π ، نقطه‌ی A به موقعیت اولیه‌ی خود باز می‌گردد، پس کافیت نقطه‌ی A را در خلاف جهت حرکت عقربه‌های ساعت

به اندازه‌ی $\frac{5\pi}{4} = \pi + \frac{\pi}{4}$ دوران دهیم تا نقطه‌ی A' به دست آید.

مطابق شکل داریم:



$$\Rightarrow \begin{cases} x_{A'} = \cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ y_{A'} = \sin(-\frac{\pi}{4}) = -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases} \Rightarrow x_{A'} + y_{A'} = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۳

شکل هندسی این مسئله بصورت روبه رو است:



اگر x را محاسبه کنیم، ارتفاع ساختمان بصورت $2 + x$ متر بدست خواهد آمد؛ از تانژانت 62° که در مسئله داده شده شروع می‌کنیم:

$$\tan 62^\circ \simeq 2 = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}} \Rightarrow \frac{x}{2} = 2 \Rightarrow x = 2 \times 2 = 4$$

متر ارتفاع ساختمان $= x + 2 = 4 + 2 = 6$

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۴

$$\begin{aligned} \frac{1 - \sin \theta}{1 + \sin \theta} - \frac{(1 + \sin \theta)^2}{(1 - \sin \theta)(1 + \sin \theta)} &= \frac{1 + 2 \sin \theta + \sin^2 \theta - (1 - 2 \sin \theta + \sin^2 \theta)}{1 - \sin^2 \theta} = \frac{1 + 2 \sin \theta + \sin^2 \theta - 1 + 2 \sin \theta - \sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} \\ &= \frac{4 \sin \theta}{\cos^2 \theta} = \frac{4}{1} \times \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \times \frac{1}{\cos \theta} = 4 \tan \theta \times \frac{1}{\cos \theta} = \frac{4}{\cos \theta} \end{aligned}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۵

بیشترین مقدار سینوس و کسینوس برابر ۱ است. بنابراین مجموع این دو نسبت زمانی ۲ است که هر یک برابر با ۱ باشند:

$$\sin\left(\frac{B}{2} + C\right) = 1 \Rightarrow \frac{B}{2} + C = 90^\circ \Rightarrow \widehat{B} = 90 - \frac{B}{2}$$

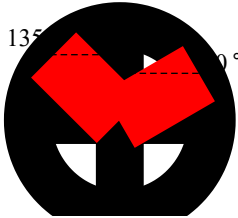
$$A + B + C = 180^\circ \Rightarrow B + B + 90 - \frac{B}{2} = 180$$



$$\Rightarrow 2B - \frac{B}{2} = 180 - 90 \Rightarrow 1.5B = 90 \Rightarrow B = \frac{90}{1.5} = 60 \Rightarrow \begin{cases} \hat{A} = 60^\circ \\ \hat{C} = 60^\circ \end{cases}$$

پس مثلث متساوی الاضلاع است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۶



زاویه θ در حرکت از 30° تا 135° ، از 90° می‌گذرد، یعنی $\sin \theta$ در این مسیر، حداکثر خود را تجربه می‌کند، یعنی حداکثر $\sin \theta$ برابر با یک است. از طرفی:

یعنی کمترین مقدار سینوس در این شرایط برابر با $\frac{1}{2} = \sin 30^\circ$ است. پس:

$$\frac{1}{2} < \sin \theta \leq 1 \Rightarrow \frac{1}{2} < \frac{3m - 2}{4} \leq 1 \xrightarrow{\times 4} 2 < 3m - 2 \leq 4$$

$$\xrightarrow{+2} 4 < 3m \leq 6 \xrightarrow{\div 3} \frac{4}{3} < m \leq 2$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۷

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 < 1 \Rightarrow \underbrace{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}_1 + 2 \sin \alpha \cos \alpha < 1 \Rightarrow 2 \sin \alpha \cos \alpha < 1 - 1$$

$$\Rightarrow 2 \sin \alpha \cos \alpha < 0 \xrightarrow{\div 2} \sin \alpha \cos \alpha < 0 \Rightarrow \text{مختلف‌العلامه هستند } \cos \alpha, \sin \alpha$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos \alpha < 0 \Rightarrow \cot \alpha < 0 \\ \sin \alpha < 0 \Rightarrow \cot \alpha < 0 \end{cases}$$

پس در هر حالت، ۳ تا از نسبت‌های مثلثاتی منفی و یکی از آن‌ها مثبت است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۸

$$A = (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)^2 - 2 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha + 2 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha$$

$$\Rightarrow A = (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)^2 = 1^2 = 1$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۹

$$\begin{array}{l} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \\ + \cot^2 \alpha = \end{array}$$



$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha \Rightarrow \begin{cases} \cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} \\ \cos \alpha = -\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} \end{cases}$$

چون $\cos \alpha$ در مسئله بصورت یک رادیکال داده شده و مثبت است، مقدار مثبت را می‌پذیریم:

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{1 - m^2} \xrightarrow{(\cdot)^2} 1 - \sin^2 \alpha = 1 - m^2 \Rightarrow \sin^2 \alpha = m^2$$

$$1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \Rightarrow 1 + \left(\sqrt{n-1} \right)^2 = \frac{1}{m^2}$$

$$\Rightarrow 1 + n - 1 = \frac{1}{m^2} \Rightarrow n = \frac{1}{m^2} \Rightarrow m^2 = \frac{1}{n}$$

در ناحیه سوم دایره ی مثلثاتی $\tan x > 0$ و $\sin x < 0$ است. (۱) (۲) (۳) (۴) (۷۰)

نمودار تابع از نقطه ی $\frac{\pi}{4}^\circ$ می‌گذرد پس این نقطه در تابع صدق می‌کند. (۱) (۲) (۳) (۴) (۷۱)

$$\left| \begin{matrix} \circ \\ \circ \end{matrix} \right| \xrightarrow{\text{صدق}} \mathcal{F} = a + \sin \circ \rightarrow a = \mathcal{F}$$

باتوجه به شکل، فاصله ی ۱ تا ۷ دو برابر دوره ی تناوب است و می‌دانیم دوره ی تناوب تابع $y = k \sin ax$ برابر $T = \frac{2\pi}{|a|}$ است.

$$T = \frac{2\pi}{|a|} \rightarrow \mathcal{F} = \frac{2\pi}{|b\pi|} \rightarrow \mathcal{F} = \frac{2}{|b|} \rightarrow |b| = \frac{2}{\mathcal{F}} \rightarrow b = \pm \frac{2}{\mathcal{F}}$$

چون نمودار تابع در $x = 0$ نزولی است پس فقط $b = -\frac{2}{\mathcal{F}}$ قابل قبول است.

$$ab = (\mathcal{F}) \left(\frac{-2}{\mathcal{F}} \right) = \frac{-8}{\mathcal{F}}$$

(۱) (۲) (۳) (۴) (۷۲)

$$\begin{aligned} \frac{\cos^2 17^\circ}{\sin 17^\circ - \sin^2 17^\circ} - 1 &= \frac{\cos^2 17^\circ - \sin 17^\circ + \sin^2 17^\circ}{\sin 17^\circ - \sin^2 17^\circ} = \frac{1 - \sin 17^\circ}{\sin 17^\circ - \sin^2 17^\circ} \\ &= \frac{1 - \sin 17^\circ}{\sin 17^\circ (1 - \sin 17^\circ)} = \frac{1}{\sin 17^\circ} \end{aligned}$$

می‌دانیم زوایای متمم، سینوس و کسینوس برابر هم دارند. (۱) (۲) (۳) (۴) (۷۳)

$$\sin \alpha = \cos(90^\circ - \alpha)$$

اگر طرفین را به توان دو برسانیم نتیجه می‌شود که $\sin^2 \alpha = \cos^2(90^\circ - \alpha)$ خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} A &= \cos^2 15^\circ + \cos^2 25^\circ + \cos^2 35^\circ + \cos^2 45^\circ + \sin^2 35^\circ + \sin^2 25^\circ + \sin^2 15^\circ = \\ &= \underbrace{\sin^2 15^\circ + 15^\circ}_{1} + \underbrace{\sin^2 25^\circ + 25^\circ}_{1} + \underbrace{\sin^2 35^\circ + 35^\circ}_{1} + \cos^2 45^\circ = \end{aligned}$$



$$\sqrt{\frac{1}{1+\sin\alpha} \times \frac{1}{1+\sin\alpha}} = \sqrt{\frac{(1-\sin\alpha)(1+\sin\alpha)}{(1+\sin\alpha)^2}} = \sqrt{\frac{1-\sin^2\alpha}{(1+\sin\alpha)^2}}$$

$$\sqrt{\frac{\cos^2\alpha}{(1+\sin\alpha)^2}} = \frac{|\cos\alpha|}{|1+\sin\alpha|} \xrightarrow{\alpha \text{ در ربع دوم}} \frac{-\cos\alpha}{1+\sin\alpha}$$

$$(1+\sin\alpha) \left(\frac{-\cos\alpha}{1+\sin\alpha} \right) = -\cos\alpha$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۸۰

$$\tan\alpha + \cot\alpha = 2 \xrightarrow{(\quad)^2} \tan^2\alpha + \cot^2\alpha + \underbrace{2\tan\alpha\cot\alpha}_1 = 4 \Rightarrow \tan^2\alpha + \cot^2\alpha = 2$$

$$\sqrt{\frac{1}{\sin^2\alpha \cdot \cos^2\alpha}} = \sqrt{(1+\cot^2\alpha)(1+\tan^2\alpha)} = \sqrt{1 + \underbrace{\tan^2\alpha + \cot^2\alpha}_2 + \underbrace{\tan^2\alpha \cot^2\alpha}_1}$$

$$= \sqrt{1+2+1} = \sqrt{4} = 2$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۸۱

$$\sqrt{\sin^4\alpha + 4\cos^2\alpha} = \sqrt{\sin^4\alpha + 4(1-\sin^2\alpha)} = \sqrt{\sin^4\alpha + 4 - 4\sin^2\alpha}$$

$$= (\sin^2\alpha - 2)^2 = |\sin^2\alpha - 2| = 0 \rightarrow \sin^2\alpha = 2 \rightarrow \sin\alpha = \pm\sqrt{2} \text{ امکان ندارد.}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۸۲

$$\sqrt{\sin^4\alpha - \sin^6\alpha} = \sqrt{\sin^4\alpha(1-\sin^2\alpha)} = \sqrt{\sin^4\alpha \times \cos^2\alpha} = |\sin\alpha||\cos\alpha|$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\sqrt{\sin^4\alpha - \sin^6\alpha}}{|\sin\alpha|} &= \frac{|\cos\alpha|}{|\sin\alpha|} = |\cot\alpha| = \cot\alpha \rightarrow \alpha \text{ ربع دوم و سوم} \\ \frac{\sqrt{\sin^4\alpha - \sin^6\alpha}}{|\cos\alpha|} &= \frac{|\sin\alpha|}{|\cos\alpha|} = |\tan\alpha| = \tan\alpha \rightarrow \alpha \text{ ربع اول و دوم} \end{aligned} \right\} \rightarrow \alpha \text{ ربع دوم}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۸۳

با فرض مثلث متقابل و نوشتن رابطه‌ی فیثاغورث در آن داریم:



$$5^2 + 12^2 = (BC)^2 \Rightarrow 25 + 144 = 169 = (BC)^2 \Rightarrow BC = 13$$



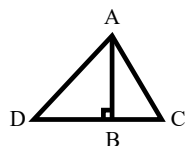
$$\left. \begin{aligned} \hat{A} &= 90^\circ \rightarrow \cos \hat{A} = 0 \\ \cos \hat{A} &= \frac{BC}{13} = \frac{5}{13} \\ \cos \hat{A} &= \frac{12}{13} \end{aligned} \right\} \rightarrow \cos \hat{A} + \cos \hat{A} + \cos \hat{A} = 0 + \frac{5}{13} + \frac{12}{13} = \frac{17}{13}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۸۴

$$\cot 60^\circ = \frac{\cos 60^\circ}{\sin 60^\circ} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \tan 30^\circ \Rightarrow 1 + \cot^2 60^\circ = 1 + \tan^2 30^\circ$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۸۵

در مثلث قائم الزاویه ABC :



$$\sin \hat{B}C = \frac{AB}{AC} = \frac{1}{2} \rightarrow \sin \hat{B}AC = \sin 30^\circ$$

$$\hat{B}C = 30^\circ$$

در مثلث قائم الزاویه $\triangle ABD$:

$$AD = \sqrt{2} AB \rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos \hat{D}B = \frac{AD}{AB} = \frac{\sqrt{2}}{2} = \cos 45^\circ \rightarrow \hat{D}B = 45^\circ$$

$$\hat{D}C = \hat{D}B + \hat{B}C = 45^\circ + 30^\circ = 75^\circ$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۸۶

برای زاویه $\hat{A}_r$:

$$\tan \hat{A}_r = \frac{AD}{AB} = \sqrt{3} \rightarrow \hat{A}_r = 60^\circ$$

یا می توان نوشت:

$$AD = 2 \rightarrow AC = \frac{1}{2}$$

$$\cos \hat{A}_r = \frac{AC}{AD} = \frac{1}{2} \rightarrow \hat{A}_r = 60^\circ$$

برای زاویه $\hat{A}_1$:

$$\frac{AD}{AB} = \sqrt{2} \rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

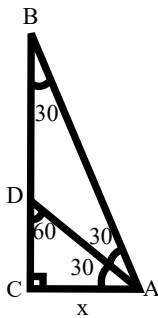
$$\cos \hat{A}_1 = \frac{AB}{AD} = \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow \hat{A}_1 = 45^\circ$$



$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{A}_r = \hat{\circ} \rightarrow \hat{\circ} = 30^\circ \\ \hat{A}_1 + \hat{A}_r = 45 + 60 = 105 \end{array} \right\} \rightarrow \frac{B}{A} \frac{C}{\hat{D}} = \frac{105}{30} = \frac{7}{2}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۸۷

$x = AC$ فرض کنیم

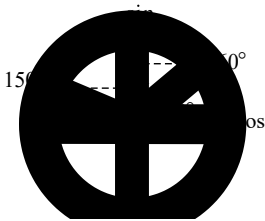


$$\tan \angle BAC = \frac{BC}{AC} \Rightarrow \tan 60^\circ = \frac{BC}{AC} = \sqrt{3} \Rightarrow BC = \sqrt{3}x$$

$$\cos \angle CAD = \frac{AD}{AC} \Rightarrow \cos 30^\circ = \frac{AD}{AC} = \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow \frac{AD}{\sqrt{3}x} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AD = \frac{3}{2}x$$

$$\frac{BC}{AD} = \frac{\sqrt{3}x}{\frac{3}{2}x} = \frac{2\sqrt{3}}{3} \times \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{2}{3}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۸۸



$$\frac{1}{2} \leq \sin x \leq 1$$

$$\frac{1}{2} \leq \frac{3 - m^2}{3 + m^2} \leq 1$$

$$1) \frac{3 - m^2}{3 + m^2} \leq 1 \xrightarrow{\times(3+m^2)} 3 - m^2 \leq 3 + m^2 \rightarrow -m^2 \leq m^2 \text{ همواره برقرار است.}$$

$$2) \frac{1}{2} \leq \frac{3 - m^2}{3 + m^2} \xrightarrow{\times(3+m^2)} \frac{3 + m^2}{2} \leq 3 - m^2 \xrightarrow{\times 2} 3 + m^2 \leq 6 - 2m^2 \rightarrow 3m^2 \leq 3 \rightarrow m^2 \leq 1 \Rightarrow |m| < 1$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۸۹

$$\left. \begin{array}{l} \cos \theta = \frac{-2}{3} \rightarrow \cos \theta < 0 \rightarrow \text{ربع دوم یا سوم} \\ \tan \theta \cos \theta > 0 \xrightarrow{\cos \theta < 0} \tan \theta < 0 \rightarrow \text{ربع دوم یا چهارم} \end{array} \right\} \rightarrow \text{ربع دوم}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۹۰

$$\left. \begin{array}{l} \cos \alpha \tan \alpha = \cos \alpha \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \sin \alpha < 0 \\ \sin \alpha \cos \alpha > 0 \xrightarrow{\sin \alpha < 0} \cos \alpha < 0 \end{array} \right\} \rightarrow \text{ربع سوم}$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۹۱

$$\tan^r \theta \cos^r \theta + \cot^r \theta \sin^r \theta =$$

$$\frac{\sin^r \theta}{\cos^r \theta} \cos^r \theta + \frac{\cos^r \theta}{\sin^r \theta} \sin^r \theta = \sin^r \theta + \cos^r \theta = 1$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۹۲

$$\cos \theta (\cos \theta + \sin \theta \tan \theta) = \cos^r \theta + \sin \theta \cos \theta \tan \theta$$

$$\cos^r \theta + \sin \theta \cos \theta \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \cos^r \theta + \sin^r \theta = 1$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۹۳

$$(1 - \cos \theta)(1 + \sin \theta \cot \theta) - \tan \theta \cot \theta = (1 - \cos \theta) \left(1 + \sin \theta \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \right) - \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$$

$$= (1 - \cos \theta)(1 + \cos \theta) - 1 = 1 - \cos^r \theta - 1 = -\cos^r \theta$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۹۴

$$1 + \cot^r \theta = \frac{1}{\sin^r \theta}$$

$$A = \sqrt{(3 \cot \theta)^r + 9} = \sqrt{9 \cot^r \theta + 9} = \sqrt{9(1 + \cot^r \theta)}$$

$$= 3 \sqrt{1 + \cot^r \theta} = 3 \sqrt{\frac{1}{\sin^r \theta}} = 3 \times \frac{1}{\sin \theta} \left. \begin{array}{l} \text{ناحيه‌ی سوم: } \theta \end{array} \right\} \Rightarrow A = 3 \times \frac{1}{-\sin \theta} = \frac{1}{\sin \theta}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۹۵

$$A = \sin^r \alpha + \cos^r \alpha + \frac{\sin^r \alpha \cos \alpha}{\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} + \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}} = \sin^r \alpha + \cos^r \alpha + \frac{2 \sin \alpha \cos \alpha}{\frac{\sin^r \alpha + \cos^r \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha}}$$

$$= \sin^r \alpha + \cos^r \alpha + \frac{2 \sin \alpha \cos \alpha}{\underbrace{\sin^r \alpha + \cos^r \alpha}_1} = \sin^r \alpha + \cos^r \alpha + 2 \sin^r \alpha \cos^r \alpha = \underbrace{(\sin^r \alpha + \cos^r \alpha)}_1 = 1$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۹۶

$$\cos^r \theta \left(1 + 2 \tan^r \theta \right) + (\cos \theta - 1)(\cos \theta + 1) = \cos^r \theta \left(1 + 2 \frac{\sin^r \theta}{\cos^r \theta} \right) + \cos^r \theta - 1 =$$

$$\cos^r \theta + 2 \sin^r \theta + \cos^r \theta - 1 = 2 \cos^r \theta + 2 \sin^r \theta - 1$$



$$= 2(\cos^2 \theta + 2\sin^2 \theta) - 1 = 2 - 1 = 1$$

1 2 3 4 97

$$\left(\frac{1}{\cos \theta} - 1\right)\left(\frac{1}{\cos + 1}\right) = \frac{1}{\cos^2 \theta} - 1 = \frac{1 - \cos^2 \theta}{\cos^2 \theta} = \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} = \tan^2 \theta$$

1 2 3 4 98

$$\begin{aligned} (1 - \sin^2 \theta)(1 - \tan^2 \theta) &= \cos^2 \theta \left(1 - \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta}\right) = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta \\ &= (1 - \sin^2 \theta) - \sin^2 \theta = 1 - 2\sin^2 \theta \end{aligned}$$

1 2 3 4 99

$$(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 - 2 \tan \alpha \cos^2 \alpha =$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + 2 \sin \alpha \cos \alpha - 2 \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \cos^2 \alpha = 1 + 2 \sin \alpha \cos \alpha - 2 \sin \alpha \cos \alpha = 1$$

1 2 3 4 100

$$\tan x = \frac{3}{4} \rightarrow \cos x = \frac{4}{5} \rightarrow \frac{3}{4} = \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{\sin x}{\frac{4}{5}} = \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{4} = \frac{15}{16}$$

$$\frac{4}{\cos x} - \frac{3}{\sin x} = 0$$

1 2 3 4 101

$$\frac{3}{\sin \theta - \cos \theta} = \frac{3}{2} \rightarrow 2 \sin \theta = 3 \sin \theta - 3 \cos \theta$$

$$\rightarrow \sin \theta = 3 \cos \theta \rightarrow \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \tan \theta = 3$$

1 2 3 4 102

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\sin^2 x = 1 - \cos^2 x = 1 - \frac{5}{9} = \frac{4}{9} \rightarrow \sin x = \pm \frac{2}{3} \xrightarrow{x \text{ در ربع اول}} \sin x = \frac{2}{3}$$

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{\sqrt{5}}{3}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

1 2 3 4 103

$$(1 - \sin^2 \theta)(1 + \tan^2 \theta) = (\cos^2 \theta)\left(\frac{1}{\cos^2 \theta}\right) = 1$$

1 2 3 4 104

$$\sin x + \cos x = \frac{1}{2} \xrightarrow{\text{توان 2}} \sin^2 x + \cos^2 x + 2 \sin x \cos x = \frac{1}{4}$$

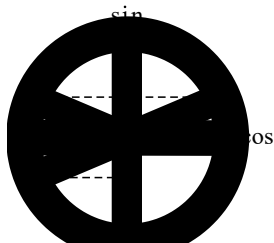


$$1 + 2 \sin x \cos x = \frac{1}{9} \rightarrow 2 \sin x \cos x = \frac{-8}{9} \rightarrow \sin x \cos x = \frac{-4}{9}$$

$$\sin^3 x + \cos^3 x = (\sin x + \cos x)(\sin^2 x + \cos^2 x - \sin x \cos x) = \frac{1}{3} \left(1 - \left(\frac{-4}{9}\right)\right) = \frac{1}{3} \times \frac{13}{9} = \frac{13}{27}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰۵

طبق دایره مثلثاتی داریم:



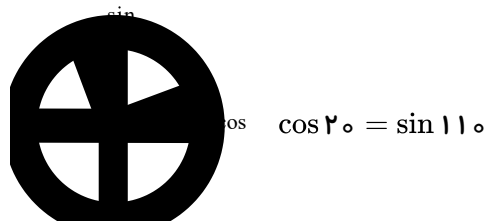
$$\sin(180 + 45) = -\sin 45 = \frac{-\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos(180 - 45) = -\cos 45 = \frac{-\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin(180 + 45) \cos(180 - 45) = -\frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{-\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{2}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰۶

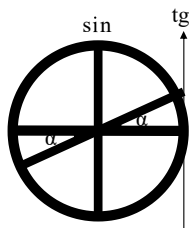
طبق دایره مثلثاتی داریم:



$$\cos 20 = \sin 110$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰۷

با توجه دایره مثلثاتی داریم:



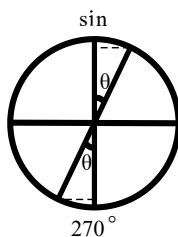
$$\tan 10^\circ = \tan(180 + 10)^\circ = \tan 190^\circ$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰۸

با توجه به دایره مثلثاتی:

$$\frac{\cos(270 + \theta) - \cos(180 + \theta)}{\sin(180 - \theta) - \sin(180 + \theta)} = \frac{\cos \theta - (-\cos \theta)}{\sin \theta - (-\sin \theta)} =$$

$$\frac{\cos \theta - (-\cos \theta)}{\sin \theta - (-\sin \theta)} = \frac{\cos \theta}{\sin \theta} + \frac{\cos \theta}{\sin \theta} = \frac{1}{2} + \frac{\cot \theta}{2} = \frac{1}{2} + \frac{5}{2} = \frac{6}{2} = 3$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰۹

$$\cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta = 1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9}$$

$$\cos \theta = \pm \frac{\theta}{\text{ربع چهارم}} \rightarrow \cos \theta = \frac{1}{3}$$

$$\sin(270^\circ - \theta) = -\sin(90^\circ - \theta) = -\cos \theta = \frac{-1}{3}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱۰ فرض کنیم $\sin x = a$

$$a + \frac{1}{a} = 2 \xrightarrow{\times a} a(a + \frac{1}{a}) = 2a$$

$$a^2 + 1 = 2a \rightarrow a^2 + 1 - 2a = 0 \rightarrow (a - 1)^2 = 0 \rightarrow a = 1$$

$$\sin x = 1 \rightarrow \cos x = 0 \rightarrow \sin^2 x + \cos^2 x = 1^2 + 0^2 = 1$$

$$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x} \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 111$$

$$A = \sqrt{\frac{1 + \tan^2 x}{\tan^2 x}} \times \sin x = \sqrt{\frac{\frac{1}{\cos^2 x}}{\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}}} \times \sin x = \sqrt{\frac{1}{\sin^2 x}} \times \sin x = \frac{1}{|\sin x|} \times \sin x$$

در ربع سوم، $\sin x$ منفی است. پس:

$$A = \frac{1}{-\sin x} \times \sin x = -1$$

$$\text{سینوس زاویه بین آن‌ها} \times \text{حاصلضرب دو ضلع} \times \frac{1}{2} = \text{مساحت مثلث} \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 112$$

$$\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle ADE}} = \frac{\frac{1}{2} \times 5a \times 4a \times \sin A}{\frac{1}{2} \times 3a \times 3a \times \sin A} = \frac{20}{9}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱۳

بیشترین مقدار $\sin \theta$ و $\cos \theta$ برابر با

$$\sin \alpha \text{ و } \cos \beta \text{ بیشترین مقدار خود را اختیار کرده اند.} \Rightarrow \begin{cases} \cos \beta = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow 1^2 + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \cos^2 \alpha = 0 \Rightarrow \cos \alpha = 0 \\ \sin^2 \beta + \cos^2 \beta = 1 \Rightarrow \sin^2 \beta + 1^2 = 1 \Rightarrow \sin^2 \beta = 0 \Rightarrow \sin \beta = 0 \end{cases}$$

$$\sin^2 \beta + \cos^2 \beta = 0^2 + 1^2 = 1$$



$$f(x) = a \sin\left(\frac{\pi}{2} + bx\right) \xrightarrow{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \cos \alpha} f(x) = a \cos bx$$

نمودار تابع از نقطه‌ی $\begin{matrix} 0 \\ -2 \end{matrix}$ عبور می‌کند بنابراین این نقطه در تابع صدق می‌کند.

$$\begin{matrix} 0 \\ \text{صدق} \end{matrix} \rightarrow -2 = a \cos 0 \rightarrow a = -2 \rightarrow f(x) = -2 \cos bx$$

می‌دانیم دوره‌ی تناوب $y = \cos bx$ برابر $T = \frac{2\pi}{|b|}$ است و از روی نمودار داریم:

$$\frac{3T}{4} = \frac{\pi}{2} \rightarrow T = \frac{2\pi}{3} \rightarrow \frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{3} \rightarrow |b| = 3 \rightarrow b = \pm 3$$

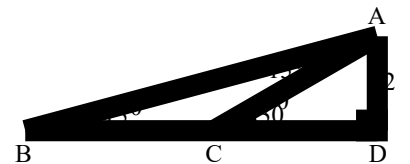
$$\text{پس: } f(x) = -2 \cos(\pm 3x) \xrightarrow{\cos(-\alpha) = \cos \alpha} f(x) = -2 \cos 3x \rightarrow f\left(\frac{\pi}{12}\right) = -2 \cos \frac{\pi}{4} = -2\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = -\sqrt{2}$$

$$\triangle ADC : \sin 30^\circ = \frac{2}{AC} \Rightarrow AC = \frac{2}{\frac{1}{2}} = 4$$

$$\triangle ADC : \hat{C} \hat{D} = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$$

$$\triangle ABD : \hat{A} = 90^\circ - \hat{B} = 90^\circ - (60^\circ + 15^\circ) = 15^\circ$$

پس مثلث ABC متساوی الساقین است و شکل به صورت زیر خواهد بود:

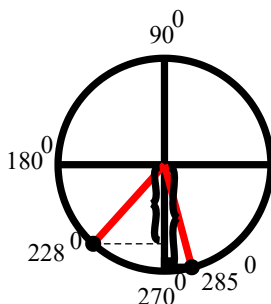


$$S_{ABC} = \frac{1}{2} BC \times AD = \frac{1}{2} \times 4 \times 2 = 4$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$1 - \sin \alpha \cos \alpha = \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha - \sin \alpha \cos \alpha = \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha - 2 \sin \alpha \cos \alpha + \sin \alpha \cos \alpha$$

$$= (\sin \alpha - \cos \alpha)^2 + \sin \alpha \cos \alpha$$



هر رادیان حدوداً 57° است، بنابراین باید $\sin 57^\circ$ و $\sin 228^\circ$ و $\sin 285^\circ$ را مقایسه کنیم. 57° در ناحیه اول است و در این ناحیه سینوس مثبت است و 228° در ناحیه سوم و 285° در ناحیه چهارم می‌باشند که در این نواحی سینوس منفی است. بنابراین $\sin 57^\circ$ از دو مقدار دیگر بیشتر است. از روی شکل واضح است که $\sin 285^\circ$ منفی‌تر (یعنی کوچکتر از) $\sin 228^\circ$ می‌باشد. پس: $\sin 5^\circ < \sin 4^\circ < \sin 1^\circ$ یعنی $C < B < A$ است.



$$\begin{aligned} &= \frac{3 \cos\left(\frac{11\pi}{2} + \alpha\right) + \sin\left(\frac{5\pi}{2} - \alpha\right)}{3 \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) + \sin\left(2\pi + \frac{\pi}{2} - \alpha\right)} \\ &= \frac{3 \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) + \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)}{3 \sin \alpha + \cos \alpha} \stackrel{\div \cos \alpha}{=} \frac{-\tan \alpha - 3}{3 \tan \alpha + 1} = \frac{-\frac{1}{4} - 3}{\frac{3}{4} + 1} = \frac{-\frac{13}{4}}{\frac{7}{4}} = -\frac{13}{7} \end{aligned}$$

دوره‌ی تناوب توابع $y = \sin ax$ و $y = \cos ax$ برابر $T = \frac{2\pi}{|a|}$ می‌باشد و توجه کنید که توان فرد در دوره‌ی

تناوب تأثیر ندارد و توان زوج دوره‌ی تناوب را نصف می‌کند.

$$y = \sin^3\left(\frac{2\pi}{3}x\right) \rightarrow T_1 = \frac{2\pi}{\left|\frac{2\pi}{3}\right|} = \frac{2\pi}{\frac{2\pi}{3}} = 3$$

$$y = 3 \cos^2\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) \rightarrow T_2 = \frac{\pi}{|3|} = \frac{\pi}{3}$$

$$\text{پس: } \frac{T_1}{T_2} = \frac{3}{\frac{\pi}{3}} = \frac{9}{\pi}$$

$$\begin{aligned} \sin^2 \theta + \cos^2 \theta &= 1 \\ \tan \theta &= \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \end{aligned}$$

$$\underbrace{(1 + \sin \theta)}_{\text{مزدوج}} \left(\frac{1}{\cos \theta} + \frac{1}{\cos \theta} \right) \underbrace{(1 - \sin \theta)}_{\text{مزدوج}} (1 - \sin \theta)$$

$$= \underbrace{(1 - \sin^2 \theta)}_{\cos^2 \theta} \left(\frac{2}{\cos \theta} \right) (1 - \sin \theta) = \frac{\overbrace{\cos^2 \theta (1 + \sin \theta) (1 - \sin \theta)}^{\text{مزدوج}}}{\cos \theta} = \cos \theta \times \cos^2 \theta = \cos^3 \theta$$

$$\frac{2 \sin 25^\circ + 3 \sin 34^\circ}{\cos 20^\circ - 4 \cos 43^\circ} = \frac{2 \sin(27^\circ - 2^\circ) + 3 \sin(36^\circ - 2^\circ)}{\cos(18^\circ + 2^\circ) - 4 \cos(36^\circ + 7^\circ)}$$

$$= \frac{-2 \cos 2^\circ - 3 \sin 2^\circ}{-\cos 2^\circ - 4 \cos 7^\circ} = \frac{-2 \cos 2^\circ - 3 \sin 2^\circ}{-\cos 2^\circ - 4 \sin 2^\circ}$$

$$= \frac{-2 - 4 \tan 2^\circ}{-1 - 4 \tan 2^\circ} = \frac{-2}{-1 - 4 \tan 2^\circ} = \frac{2}{1 + 4 \tan 2^\circ} = \frac{32}{26} = \frac{16}{13}$$

باتوجه به شکل $\left\{ \begin{array}{l} T + \frac{T}{2} = 9 \rightarrow 2T + T = 18 \rightarrow 3T = 18 \rightarrow T = 6 \end{array} \right.$

چون نمودار در همسایگی $x = 0$ صعودی است پس فقط $n = \frac{1}{3}$ قابل قبول است بنابراین $mn = \frac{2}{3}$ است.

$$A = \frac{3 \sin 115^\circ - 4 \cos 145^\circ}{5 \sin 245^\circ + \cos 635^\circ} = \frac{3 \sin(115^\circ + 5^\circ) - 4 \cos(115^\circ - 5^\circ)}{5 \sin(245^\circ + 5^\circ) + \cos(365^\circ + 245^\circ + 5^\circ)}$$

$$= \frac{-\mathfrak{V} \sin \Delta^\circ + \mathfrak{F} \cos \Delta^\circ}{-\Delta \cos \Delta^\circ + \sin} \div \sin \Delta^\circ = \frac{-\Delta \cot \Delta^\circ + 1}{-\Delta a + 1}$$

باتوجه به داده‌ها و خواسته‌های موجود در مسئله برای برقراری ارتباط بین آن‌ها می‌توان از توان ۲ استفاده کرد:

$$A = \sin x + \cos x \xrightarrow{(\cdot)^r} A^r = \sin^r x + \cos^r x + r \sin x \cdot \cos x$$

چون α حاده می باشد $\sin x$ و $\cos x$ هم مثبت بوده و جمعشان هم مثبت می باشد. پس: $A = +\sqrt{\frac{3}{2}}$

$$1 + \cot^r \alpha = \frac{1}{\sin^r \alpha}, \quad \cot \alpha = \frac{1}{\sin \alpha}$$

$$\sqrt{\frac{\alpha}{1 + \cot^r \alpha}} = \sqrt{\frac{\frac{\cos^r \alpha}{\sin^r \alpha}}{1}} = \sqrt{\cos^r \alpha} = |\cos \alpha|$$

$$|\cos \alpha| = -\cos \alpha$$
$$\sin^r \alpha + \cos^r \alpha = 1$$

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

$$\sin^r \alpha - \cos^r \alpha = (\sin^r \alpha - \cos^r \alpha) \underbrace{(\sin^r \alpha + \cos^r \alpha)}_{=1}$$

روابط مورد نیاز ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲۷

روابط مورد نیاز ۱۲۸ ۱ ۲ ۳ ۴

روابط مورد نیاز ۱۲۹ ۱ ۲ ۳ ۴

۱۳۰ ۱ ۲ ۳ ۴ رابطه‌ی مورد نیاز



$$\frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} - \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} + \tan^2 \alpha = 1 - \tan^2 \alpha + \tan^2 \alpha = 1$$

روش دوم: می‌توان با جایگذاری یک کمان مناسب مانند $\alpha = 0$ در عبارت اصلی و گزینه‌ها، گزینه صحیح را پیدا کرد.

$$(\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha)(1 + \tan^2 \alpha) + \tan^2 \alpha \stackrel{\alpha=0}{=} 1$$

روابط مورد نیاز: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳۴

$$a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab \quad \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

برای محاسبه ابتدا از اتحاد فرعی استفاده می‌نمائیم:

$$* \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = \frac{1}{2} \rightarrow (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)^2 - 2\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = \frac{1}{2}$$

$$1 - 2\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = \frac{1}{2} \rightarrow 2\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = \frac{1}{2} \rightarrow \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = \frac{1}{4}$$

حال با همان اتحاد فرعی خواسته مسئله را بازنویسی می‌نمائیم:

$$\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha = (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)^2 - 2\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha$$

$$= (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)^2 - 2(\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha)$$

$$= \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 2\left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{4} - \frac{1}{8} = \frac{1}{8}$$

با استفاده از داده اولیه می‌توان مقدار $\sin \alpha$ را محاسبه نمود: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳۵

$$\sin \alpha + \frac{1}{\sin \alpha} = 2 \xrightarrow{\times \sin \alpha} \sin^2 \alpha + 1 = 2 \sin \alpha$$

$$\sin^2 \alpha - 2 \sin \alpha + 1 = 0 \rightarrow (\sin \alpha - 1)^2 = 0 \rightarrow \sin \alpha = 1$$

باتوجه به رابطه $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ داریم: $1 + \cos^2 \alpha = 1 \rightarrow \cos \alpha = 0$

مقدار نهائی برابر است با:

$$\sin^5 \alpha + \cos^{11} \alpha = (1)^5 + (0)^{11} = 1$$

در قدم اول باید زاویه مطرح شده به رادیان تبدیل شود ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳۶

$$\frac{D}{180} = \pi \rightarrow \frac{40}{180} = \pi \rightarrow R = \frac{2\pi}{9} \text{ rad}$$

حال می‌توان با استفاده از رابطه $L = R \cdot \theta$ طول قطعه کمان را محاسبه کرد، چون طول قطعه برحسب سانتی‌متر مطرح شده شعاع برحسب سانتی‌متر برابر ۱۰۰ می‌باشد:

$$L = R \cdot \theta \Rightarrow L = 100 \times \frac{2\pi}{9} = \frac{200}{9} \times 3.14 = 69.7 \sim 70 \text{ cm}$$

مجموع دو زاویه مکمل برابر 180° است پس داریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳۷

$$\begin{cases} \alpha - \beta = 30^\circ \\ \alpha + \beta = 210^\circ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \hat{\alpha} = 105^\circ \\ \hat{\beta} = 75^\circ \end{cases}$$

حال باید زاویه $\hat{\alpha}$ برحسب رادیان بیان شود:

$$\frac{D}{180} = \pi \rightarrow \frac{75}{180} = \pi \rightarrow R = \frac{5\pi}{12} \text{ rad}$$



۱۳۸ حرکت پاندول بخشی از حرکت دایره می باشد به شعاع ۳۰ سانتی متر که زاویه مرکزی آن 60° است پس قدم اول تبدیل زاویه به رادیان است:

$$\frac{D}{180} = \frac{\pi}{\pi} \rightarrow \frac{60}{180} = \frac{\pi}{\pi} \rightarrow R = \frac{\pi}{3} rad$$

$$L = R\theta \Rightarrow L = \frac{\pi}{3} \times 30 = 10\pi = 10 \times 3.14 = 31.4 cm$$

۱۳۹ همانطور که می دانید حرکت تیغه برف پاک کن بخشی از یک دایره کامل است که طول تیغه شعاع دایره است. پس قدم اول تبدیل زاویه بر حسب رادیان است.

$$\frac{D}{180} = \frac{\pi}{\pi} \rightarrow \frac{85}{180} = \frac{\pi}{\pi} \rightarrow R = \frac{17}{36} \pi rad$$

حال می توان مسیر طی شده بوسیله نوک برف پاک کن را محاسبه نمود:

$$L = R\theta \Rightarrow L = 36 \times \frac{17}{36} \pi = 17\pi cm$$

اما باید توجه کرد که در یک حرکت کامل، یک رفت و برگشت وجود دارد پس مسافت طی شده برابر است با:

$$\text{مسیر کامل} = 17\pi \times 2 = 34\pi cm$$

۱۴۰ نکته اصلی حل مسئله این است که مسیر طی شده بوسیله هر دو چرخ با هم برابر است.

$$L_1 = L_2 \rightarrow r_1 \theta_1 = r_2 \theta_2$$

کافیست زاویه بر حسب رادیان بیان شود.

$$\frac{D}{180} = \frac{\pi}{\pi} \rightarrow \frac{70}{180} = \frac{\pi}{\pi} \rightarrow R_1 = \frac{7\pi}{18} rad$$

اطلاعات مطرح شده را جایگذاری می نمایم.

$$r_1 \theta_1 = r_2 \theta_2 \rightarrow 100 \times \frac{7\pi}{18} = 120 \times \theta_2 \Rightarrow \theta_2 = \frac{35\pi}{108} rad$$

۱۴۱ کل محیط چرخ و فلک $2\pi rad$ می باشد که به ۱۲ قسمت برابر تقسیم شده پس طول هر قطعه برابر است با:

$$\frac{2\pi}{12} = \frac{\pi}{6}$$

فاصله ی بین نقطه P و نقطه ی M هفت قطعه است. پس زاویه طی شده بوسیله کابین برابر است:

$$\theta = 7 \times \frac{\pi}{6} = \frac{7\pi}{6}$$

حال طول کمان برابر است با:

$$L = R \cdot \theta \rightarrow L = 20 \times \frac{7\pi}{6} = \frac{70\pi}{3} m$$

۱۴۲ مجموع زوایای داخلی 180° می باشد، لذا داریم:

$$\left. \begin{matrix} \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \rightarrow 42^\circ + 38^\circ + \hat{C} = 180^\circ \rightarrow \hat{C} = 100^\circ \\ B = 38^\circ \end{matrix} \right\}$$

حال باید زاویه $\hat{C}$ بر حسب رادیان محاسبه شود:



$$\frac{D}{180} = \frac{\pi}{\pi} \rightarrow \frac{100}{180} = \frac{\pi}{\pi} \rightarrow R = \frac{5\pi}{9} \text{ rad}$$

چون نسبت زوایای بیان شده می توان زوایا را به شکل زیر در نظر گرفت. (۱) (۲) (۳) (۴) (۱۴۳)

$$\hat{\alpha} = 10x \quad \hat{\beta} = 5x \quad C = 3x$$

از طرفی مجموع زوایای داخلی بر حسب رادیان برابر π می باشد.

$$\hat{\alpha} + \hat{\beta} + C = 10x + 5x + 3x = 18x = \pi \rightarrow x = \frac{\pi}{18}$$

$$\hat{\alpha} = 10 \times \frac{\pi}{18} \quad \hat{\beta} = \frac{5\pi}{18} \quad \hat{C} = \frac{3\pi}{18} = \frac{\pi}{6}$$

کافیست به جای π عدد 180 جایگذاری کنیم تا زوایا بر حسب درجه محاسبه شود.

$$\hat{\alpha} = 100^\circ \quad \hat{\beta} = 50^\circ \quad \hat{C} = 30^\circ$$

برای محاسبه مدت زمان مورد نظر کافیست یک نسبت تناسب ساده استفاده شود. باتوجه به تصویر با گذشت یک (۱) (۲) (۳) (۴) (۱۴۴)

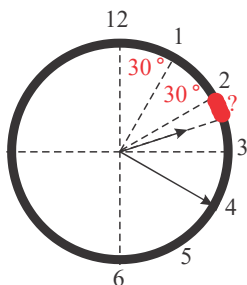
ساعت حدود $\frac{\pi}{6}$ رادیان طی می شود پس می توان گفت:

$$\frac{2}{\frac{\pi}{6}} = \frac{h=?}{1 \text{ ساعت}} \rightarrow h = \frac{12}{\pi} = 3.82h$$

باتوجه به اینکه گزینه ها بر حسب دقیقه بیان شده کافیست عدد حاصل در $60'$ ضرب شود.

$$\text{min} = 3.82 \times 60 \simeq 229'$$

(۱) (۲) (۳) (۴) (۱۴۵)



باتوجه به تصویر زاویه بین دو عدد متوالی 30° می باشد. پس تا ساعت ۲ عقربه ساعت شمار دقیقاً 60° را طی کرده است.

حال چون عقربه دقیقه شمار $20'$ حرکت کرده، عقربه ساعت شمار 1 یک ساعت یا همان 10° درجه را طی کرده است.

پس مجموع زاویه طی شده بوسیله عقربه ساعت شمار 70° است. قدم بعدی تبدیل زاویه به رادیان است.

$$\frac{D}{180} = \frac{\pi}{\pi} \rightarrow \frac{70}{180} = \frac{\pi}{\pi} \rightarrow \theta = \frac{7\pi}{18} \text{ rad}$$

$$\text{طول کمان } L = r \cdot \theta \xrightarrow{r=10 \text{ cm}} L = 10 \times \frac{7\pi}{18} = \frac{35\pi}{9} \text{ cm}$$

ابتدا مسیر طی شده در یک ثانیه را محاسبه می نمائیم و قدم اول تبدیل درجه به رادیان است: (۱) (۲) (۳) (۴) (۱۴۶)

$$\frac{\theta}{180^\circ} = \frac{\pi}{\pi} \rightarrow \frac{30}{180} = \frac{\pi}{\pi}$$

$$R = \frac{\pi}{12}$$

طول کمان برابر است با:

$$L = r \cdot \theta \xrightarrow{r=30 \text{ cm}} L = 30 \times \frac{\pi}{12} = \frac{5\pi}{2} \text{ cm}$$

$$L = r \cdot \theta \xrightarrow{r=30 \text{ cm}} L = 30 \times \frac{\pi}{12} = \frac{5\pi}{2} \text{ cm}$$

این مسیر برای یک ثانیه محاسبه شده و بعد از چهار ثانیه داریم:



$$L = 4 \times \frac{5\pi}{2} = 10\pi \text{ cm}$$

۱۴۷ ۱ ۲ ۳ ۴ قدم اول محاسبه فاصله بین دو کابین است:

$$2\pi \div 60 = \frac{\pi}{30} \text{ rad}$$

$$\frac{179\pi}{6} = \frac{180\pi - \pi}{6} \quad \text{۱۷۹π} \quad \text{۱۸۰π - π}$$

۶ ۶ را به فرم زیر نوشت:

$$= 30\pi - \frac{\pi}{6} = \frac{15}{\downarrow} \times (2\pi) - 5 \times \frac{\pi}{30}$$

دوران کامل

باتوجه به مدل نوشته شده کابین مورد نظر ۱۵ دوران کامل انجام می‌دهد و به جای اولیه خود باز می‌گردد. باتوجه به بخش $(-5 \times \frac{\pi}{30})$ باید ۵ کابین به عقب برگردیم، که نهایتاً به کابین شماره ۵۸ می‌رسیم.

۱۴۸ ۱ ۲ ۳ ۴ قدم اول تبدیل زاویه به رادیان است

$$\frac{\alpha^\circ}{180} = \frac{\pi}{\pi} \rightarrow \frac{55^\circ}{180} = \frac{\pi}{\pi} \rightarrow \frac{11}{36} = \frac{\pi}{\pi} \rightarrow \theta = \frac{11\pi}{36} \text{ rad}$$

حال می‌توان شعاع را با رابطه زیر محاسبه نمود

$$L = r \cdot \theta \rightarrow 22\pi = r \times \frac{11\pi}{36} \rightarrow \frac{1}{36}r = 2 \rightarrow r = 72$$

۱۴۹ ۱ ۲ ۳ ۴ بهتر است اعداد مطرح شده برحسب یک واحد بیان شوند

$$\alpha\beta = \frac{4\pi}{\pi=180^\circ} \rightarrow \begin{cases} \alpha - \beta = 20^\circ \\ 2\alpha = 100^\circ \end{cases} \quad 50^\circ \rightarrow \beta = 30^\circ$$

۱۵۰ ۱ ۲ ۳ ۴ همانطور که می‌دانیم هر 1 rad معادل 57.3° است. می‌توان اول اختلاف دو زاویه را برحسب رادیان محاسبه سپس به درجه تبدیل کرد.

$$\alpha - \beta = 2 - \frac{4}{5} = \frac{6}{5} \text{ rad}$$

$$\frac{6}{5} \times 57.3 \simeq 69^\circ$$

برحسب درجه

۱۵۱ ۱ ۲ ۳ ۴ کافی است به جای π از مقدار 180° استفاده کنیم. در این صورت داریم:

$$(a) -\frac{\pi}{15} = -\frac{180}{15} = -12^\circ$$

$$(b) +\frac{3\pi}{15} = \frac{3 \times 180}{15} = 36^\circ$$

$$(c) \frac{7\pi}{4} = \frac{7 \times 180}{4} = 315^\circ$$

که هر سه مورد صحیح است.

۱۵۲ ۱ ۲ ۳ ۴ برای تحلیل هر گزینه می‌توان کمان مقابل را که برحسب رادیان بیان شده به درجه تبدیل کرد. هر ۱ رادیان

معادل 57.3° می‌باشد.

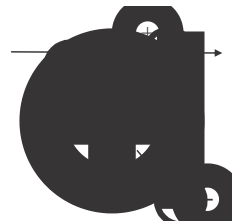
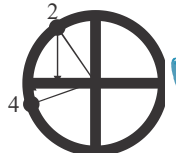
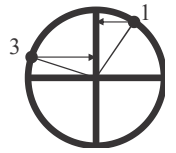


$$۱) \sin(۱) > \sin(۳) \rightarrow \sin(۵۷,۳^\circ) > \sin(۱۷۱,۹^\circ)$$

$$۲) \cos(۴) < \cos(۲) \rightarrow \cos(۲۲۹,۲^\circ) < \cos(۱۱۴,۶^\circ)$$

$$۳) \tan(۱) > \tan(۲) \rightarrow \tan(۵۷,۳^\circ) > \tan(۱۱۴,۶^\circ)$$

$$۴) \cot(۱) < \tan(۲)$$



کافیست به جای نسبت های مثلثاتی مقادیر مورد نظر را جایگذاری کنیم ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵۳

$$\frac{\tan^2\left(\frac{\pi}{6}\right) + \sin^2\left(\frac{\pi}{4}\right)}{\cot^2\left(\frac{\pi}{4}\right) - \cos^2\left(\frac{\pi}{3}\right)} = \frac{\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2}{(1)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\frac{1}{3} + \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{4}}$$

$$= \frac{\frac{5}{6}}{\frac{3}{4}} = \frac{20}{18} = \frac{10}{9}$$

مجموع زوایای داخلی مثلث π rad می باشد. ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵۴

$$a) A + B + C = \pi \rightarrow A + B = \pi - C \xrightarrow{\sin(\cdot)}$$

$$b) A + B = \pi - C \xrightarrow{\div 2} \frac{A}{2} + \frac{B}{2} = \frac{\pi}{2} - \frac{C}{2} \xrightarrow{\sin(\cdot)}$$

$$\sin\left(\frac{A}{2} + \frac{B}{2}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{C}{2}\right) \rightarrow \sin\left(\frac{A}{2} + \frac{B}{2}\right) = \cos\left(\frac{C}{2}\right) \checkmark$$

$$c) A + B = \pi - C \xrightarrow{\cos(\cdot)} \cos(A + B) = -\cos(\pi - C)$$

$$\cos(A + B) = -\cos(C) \xrightarrow{(\cdot)^2} \cos^2(A + B) = -\cos^2(C)$$

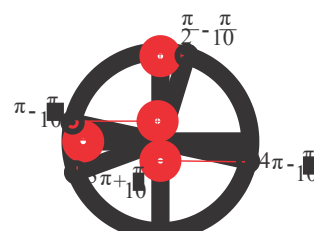
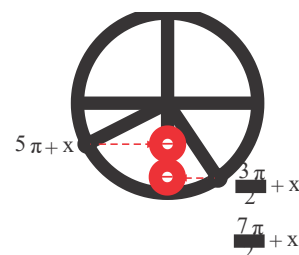
پس از مجموعه سه رابطه دو رابطه صحیح است.

باتوجه به رابطه مطرح شده داریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵۵

$$\rightarrow \tan(C + \mathfrak{r}_0^\circ) = \cot(A + \mathfrak{r}_0)$$

$$(\hat{\sim} + \mathfrak{r}_0^{\circ}) + (\hat{\cdot} + \mathfrak{r}_0^{\circ}) = \mathfrak{q}_0^{\circ} \rightarrow \hat{\cdot} + \hat{\sim} = \mathfrak{r}_0$$

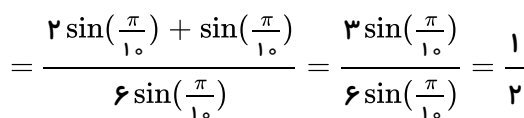
۱۵۶ ۱ ۲ ۳ ۴ باتوجه به کمان‌های مطرح شده باید یک کمان مشترک بین مجموعه انتخاب کنیم. ضمناً $\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$

$$\frac{\sin(\mathfrak{P}\pi - \frac{\pi}{\mathfrak{I}_\circ}) + \sin(\frac{\pi}{\mathfrak{P}} - \frac{\pi}{\mathfrak{I}_\circ})}{\mathfrak{P} \cos(\mathfrak{P}\pi + \frac{\pi}{\mathfrak{I}_\circ}) + \sin(\pi - \frac{\pi}{\mathfrak{I}_\circ})} =$$
$$\frac{-\sin(\frac{\pi}{1_0}) + \cos(\frac{\pi}{1_0})}{-\mathfrak{r} \cos(\frac{\pi}{1_2}) + \sin(\frac{\pi}{1_2})} =$$

$$\frac{-\tan \frac{\pi}{10} + 1}{-2 + \tan \frac{\pi}{10}} = \frac{\tan \frac{\pi}{10} = \phi}{-2 + \phi} = \frac{\phi}{-1 - \phi} = \frac{-\phi}{1}$$
$$\begin{aligned} \frac{D}{180} &= \frac{270}{180} = \frac{\pi}{\pi} \rightarrow \theta_1 = \frac{3\pi}{2} \\ \frac{90}{180} &= \frac{\pi}{\pi} \rightarrow \theta_2 = \pi \\ \frac{63}{180} &= \frac{\pi}{\pi} \rightarrow \theta_3 = \frac{7\pi}{2} = 3\pi + \frac{\pi}{2} \end{aligned}$$
$$\tan\left(\frac{\vartheta\pi}{2} + x\right) \frac{\sin\left(\frac{\vartheta\pi}{2} + x\right)}{\sin\left(\frac{\vartheta\pi}{2} + x\right)}$$
$$-\cot(x) \times \frac{1}{-\cos(x)} = -\cot(x) \cdot \tan x = -1$$


1 2 3 4 158

$$\rho \cos\left(\frac{16\pi}{10}\right) \qquad \rho \cos\left(\frac{10\pi}{10} + \frac{\pi}{10}\right)$$

↓



1 2 3 4 159

$$= \frac{2 \sin(15^\circ) - \cos(15^\circ)}{\cos(15^\circ) + \sqrt{3} \sin(15^\circ)}$$

برای تولید نسبت مثلثاتی $\cot$ صورت و مخرج کسر را بر $\sin 15^\circ$ تقسیم می‌نمایم

$$\begin{aligned} &= \frac{r - \cot(15^\circ)}{\cot(15^\circ) - \sqrt{r}} \quad \cot(15^\circ) = r + \sqrt{r} \\ &= \frac{r - (r + \sqrt{r})}{(r + \sqrt{r}) - \sqrt{r}} = \frac{-\sqrt{r}}{r} \end{aligned}$$

1 2 3 4 160

$$\alpha + \beta = \frac{\pi}{2} \rightarrow \sin \alpha = \cos \beta$$

$$\begin{aligned} \cos\left(\frac{\pi}{10}\right) + \sin\left(\frac{9\pi}{10}\right) &= \cos\left(\frac{\pi}{10}\right) + \sin\left(\frac{9\pi}{10}\right) = \frac{\left(\frac{\pi}{10}\right) + \left(\frac{9\pi}{10}\right) = \frac{\pi}{2}}{=} \\ \cos\left(\frac{\pi}{10}\right) + \sin\left(\frac{\pi}{10}\right) &= 1 \end{aligned}$$

1 2 3 4 161

$$\sin(\frac{\pi}{l_0}) + \sin(\frac{r\pi}{l_0}) + \cdots + \sin(\frac{l_0\pi}{l_0}) + \cdots + \sin(r\pi - \frac{r\pi}{l_0}) + \sin(r\pi - \frac{\pi}{l_0}) =$$

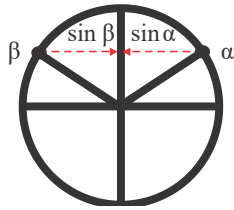
مستقبل



$$\cancel{\sin(\frac{\pi}{10})} + \cancel{\sin(\frac{17\pi}{10})} + \dots + \underbrace{\hspace{2cm}} + \dots - \cancel{\sin(\frac{17\pi}{10})} - \cancel{\sin(\frac{\pi}{10})} = 0$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶۲

دو کمان مطرح شده مکمل یکدیگرند و داریم:



پس می توان نوشت:

$$\sin(\frac{\pi}{9}) - 2\sin(\frac{\pi}{9}) + \cos(\frac{7\pi}{18}) =$$

$$\cos(\frac{7\pi}{18}) - \sin(\frac{2\pi}{18}) =$$

دو کمان عبارت نهائی متمم یکدیگرند $(x + y = \frac{\pi}{2})$ و $\sin x = \cos y$ پس جواب صفر است.

$$\cos(\frac{7\pi}{18}) - \cos(\frac{7\pi}{18}) = 0$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶۳ باتوجه به وجود زوایای متمم می توان عبارت را به شکل زیر بازنویسی کرد:

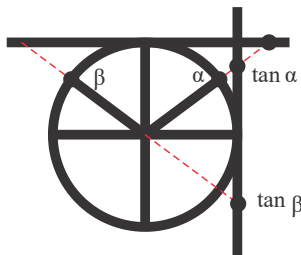
$$(\sin^2 10^\circ + \sin^2 80^\circ) + (\sin^2 40^\circ + \sin^2 50^\circ)$$

در زوایای متمم α و β می دانیم $\sin \alpha = \cos \beta$ پس:

$$(\sin^2 10^\circ + \cos^2 10^\circ) + (\sin^2 40^\circ + \cos^2 40^\circ) = 1 + 1 = 2$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶۴ باتوجه به کمان های مطرح شده می توان از مکمل بودن کمان ها استفاده کرد:

$$(\tan^3(\frac{\pi}{15}) + \tan^3(\frac{14\pi}{15})) + (\cot^5(\frac{2\pi}{15}) + \cot^5(\frac{13\pi}{15})) =$$



$$\alpha + \beta = \pi \rightarrow \begin{cases} \cot \alpha = -\cot \beta \end{cases}$$

باتوجه به تصویر تانژانت و کتانژانت های مکمل قرینه می باشند، پس مجموع هر دو مجموعه صفر می باشد.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶۵ هرگاه دو زاویه متمم باشند $(\alpha + \beta = 90^\circ)$ داریم

پس می توان عبارت را به شکل زیر نوشت:

$$\tan 1^\circ \times \tan 2^\circ \times \dots \times \tan 88^\circ \times \tan 89^\circ$$

$$= (\tan 1^\circ \times \tan 88^\circ) (\tan 2^\circ \times \tan 87^\circ) \dots \times (\tan 45^\circ)$$

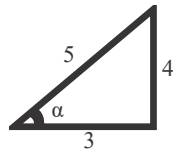
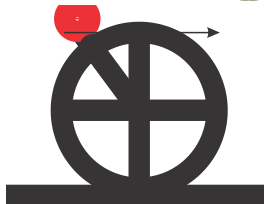
$$= (\tan 1^\circ \times \cot 1^\circ) (\tan 2^\circ \times \cot 2^\circ) \times \dots \times (\tan 45^\circ) = 1 \times 1 \times \dots \times 1 = 1$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶۶ قدم اول ساده سازی کمان $\alpha + \frac{5\pi}{2}$ می باشد



$$\cot\left(\frac{5\pi}{2} + \alpha\right) = \cot\left(2\pi + \frac{\pi}{2} + \alpha\right)$$

$$= -\tan \alpha$$



حال می توان با حل مثلث مقدار را بدون لحاظ کردن علامت محاسبه کرد.

$$\rightarrow \tan \alpha = \frac{\text{ناحیه}}{\text{...}} \rightarrow \tan \alpha = -\frac{4}{3}$$

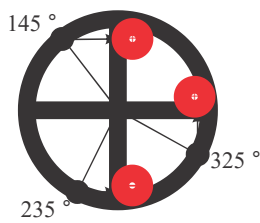
پس نهایتاً داریم:

$$-\tan \alpha = \frac{4}{3}$$

ابتدا باید یک کمان مشترک بین همه زوایای مطرح شده بیابیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶۷

$$\frac{\cos(325^\circ)}{\cos(360^\circ - 35^\circ)} =$$

پس ناحیه هر کمان و علامت نسبت مثلثاتی را تعیین می نمائیم:



$$\frac{\cos 35^\circ}{\cos 35^\circ} = \frac{\cos 35^\circ}{\cos 35^\circ} + \frac{\cos 35^\circ}{\cos 35^\circ} = \tan(35^\circ) + 1$$

$$\tan(35^\circ) = x^2 - 1 \quad x^2 - 1 + 1 = x^2$$

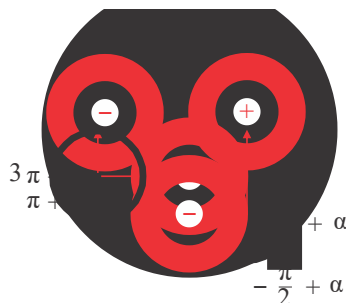
قدم اول ساده زوایای ترکیبی می باشد ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶۸

$$\frac{\sin\left(-\frac{\pi}{2} + \alpha\right) + \sin(3\pi + \alpha)}{\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) + \cos(\pi + \alpha)}$$

$$\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) + \cos(\pi + \alpha)$$

باید توجه داشت دورانها $k\pi \pm \alpha$ نسبتها را تغییر نمی دهند و دورانهای $\frac{\pi}{2} \pm \alpha$ (فرد) نسبتها را تغییر می دهند. برای تعیین علامت از

دایرهی مثلثاتی رسم شده استفاده می نمائیم.



حال صورت و مخرج را بر $\cos \alpha$ تقسیم می نمائیم تا $\tan \alpha$ تولید شود.

$$\sin \alpha - \cos \alpha$$



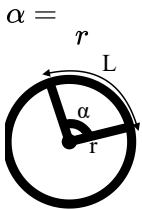
$$\frac{\tan \alpha = \frac{2}{3} - 1 - \frac{2}{3} - \frac{5}{3}}{\tan \alpha - 1} \rightarrow \frac{\frac{2}{3} - 1 - \frac{2}{3} - \frac{5}{3}}{\frac{2}{3} - 1 - \frac{2}{3} - \frac{5}{3}} = +5$$

۱۶۹ ابتدا بهتر است زاویه را به صورت درجه بیان کنیم، برای این منظور کافیست به جای π قرار دهیم 180° .

$$-\frac{5}{8} = \frac{\quad}{8} = -5(22,5^\circ) = -112,5^\circ$$



۱۷۰ وقتی هر چرخ به اندازه α رادیان می‌چرخد، مسافت طی شده برابر قسمتی از محیط دایره (طول کمانی از دایره) است که توسط α بریده می‌شود:



وقتی چرخ جلو 70° می‌چرخد:

$$\pi = \frac{D}{180^\circ} \Rightarrow \pi = \frac{7\pi}{180^\circ} \Rightarrow R = \frac{7\pi}{18}$$

$$\alpha = \frac{\text{چرخ}}{r} \rightarrow \frac{7\pi}{r=1} = \frac{L}{1} \Rightarrow L = \frac{7\pi}{18}$$

چون چرخ عقب نیز همین مسافت را طی کرده است و با توجه به اینکه شعاع چرخ عقب 120 سانتی‌متر معادل $1,2$ متر است. خواهیم داشت:

$$\alpha' = \frac{L = \frac{7\pi}{18}}{r' = 1,2m} \rightarrow \alpha' = \frac{\frac{7\pi}{18}}{1,2} = \frac{7\pi}{18 \times 1,2} = \frac{7\pi}{21,6} \times \frac{1}{\pi} = \frac{70^\circ}{1,2} \simeq 58^\circ$$

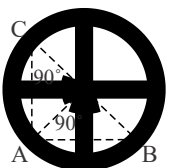
۱۷۱ ۱ ۲ ۳ ۴

$$\frac{D}{180^\circ} = \pi \Rightarrow \frac{7\pi}{180^\circ} = \pi \Rightarrow R = \frac{\pi}{180^\circ} \approx \frac{3}{180^\circ} = \frac{1}{60} \approx 0,017$$

۱۷۲ ۱ ۲ ۳ ۴ هر یک از زوایا را بر حسب درجه می‌نویسیم:

$$A = \frac{11\pi}{9} = 220^\circ, \quad B = \frac{31\pi}{18} = 310^\circ, \quad C = \frac{13\pi}{18} = 130^\circ$$

هریک از زوایا را روی دایره نمایش می‌دهیم:



مثلث ABC قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین است.

173

بنابراین زاویه $\frac{17\pi}{5}$ در ربع سوم دایرهٔ مثلثاتی قرار دارد.

17c

$\sin \alpha > 0$
 $\cos \alpha < 0$

ناحیه دوم

175

مجموع زوایای داخلی مثلث برابر π رادیان است:

176

برای محاسبه طول کمان پس از تبدیل واحد زاویه به رادیان می‌توان از فرمول زیر استفاده کرد:

$$\ell = R \cdot \theta = 12.0 \times \frac{2\pi}{9} = 16.0\pi$$

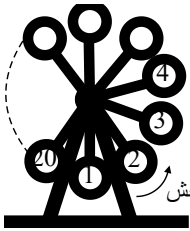
177

$$\begin{aligned} & \cos\left(\frac{\pi}{9}\right) + \cos\left(\frac{2\pi}{9}\right) + \cos\left(\frac{3\pi}{9}\right) + \cos\left(\frac{4\pi}{9}\right) + \cos\left(\frac{5\pi}{9}\right) \\ &= \cos\left(\frac{\pi}{9}\right) + \cos\frac{2\pi}{9} + \cos\left(\frac{3\pi}{9}\right) + \cos\left(\pi + \frac{\pi}{9}\right) + \cos\left(\pi + \frac{2\pi}{9}\right) \end{aligned}$$



$$= \cos\left(\frac{\pi}{9}\right) + \cos\left(\frac{2\pi}{9}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) - \cos\frac{\pi}{9} - \cos\left(\frac{2\pi}{9}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۷۸



تعداد کابین‌ها ۲۰ عدد است، پس زاویه بین دو کابین متوالی برابر $\frac{2\pi}{20} = \frac{\pi}{10}$ است.

از طرفی داریم:

$$\frac{21\pi}{5} = 4\pi + \frac{\pi}{5} = 4\pi + \frac{2\pi}{10}$$

پس هر کابین، دو دور کامل چرخیده و سپس به اندازه $\frac{2\pi}{10} = 2 \times \frac{\pi}{10}$ نسبت به وضعیت قبلی خود جلو رفته

است؛ یعنی هر کابین به اندازه دو کابین جلو رفته است، پس کابین ۲ به محل کابین ۴ منتقل شده است.

برای حل سوال ابتدا کمان‌ها را به فرم دیگری می‌نویسیم، به طوری که زاویه 7° در مجموعه گمان وجود داشته

باشد.

$$\frac{3\sin(187^\circ) + 4\cos(727^\circ)}{2\sin(97^\circ) + 3\cos(173^\circ)} = \frac{3\sin(180^\circ + 7^\circ) + 4\cos(720^\circ + 7^\circ)}{2\sin(90^\circ + 7^\circ) + 3\cos(180^\circ - 7^\circ)}$$

$$= \frac{3\sin(\pi + 7^\circ) + 4\cos(4\pi + 7^\circ)}{2\sin\left(\frac{\pi}{2} + 7^\circ\right) + 3\cos(\pi - 7^\circ)}$$

برای ساده‌سازی اول باید ناحیه را تعیین کنیم، سپس با توجه به نوع تبدیل عبارت ساده می‌نماییم تبدیلاتی که $k\pi$ نسبت‌ها را تغییر نمی‌دهند و تبدیلات $\frac{\pi}{2}$ فرد نسبت‌ها را تغییر می‌دهند.

$$\frac{-3\sin 7^\circ + 4\cos 7^\circ}{2\cos 7^\circ - 3\sin 7^\circ} = \frac{-3\sin 7^\circ + 4\cos 7^\circ}{-\cos 7^\circ} = 3\tan 7^\circ - 4 \xrightarrow{\tan 7^\circ = m} 3m - 4$$

برای حل سوال می‌توان از این نکته بهره برد که هرگاه دو زاویه متمم باشند $(\alpha + \beta = 90^\circ)$ آنگاه $\sin \alpha$ با

$\cos \beta$ برابر است:

$$(25^\circ \quad 65^\circ - x) = 90^\circ \rightarrow \cos(65^\circ - x) = \sin(25^\circ + x)$$

اما برای ساده کردن مخرج به شکل زیر عمل می‌نماییم:

$$\cot(115^\circ + x) = \cot(90^\circ + 25^\circ + x) = -\tan(x + 25^\circ)$$

عبارت اصلی را جایگذاری می‌نماییم.

$$\frac{\cos^2(25^\circ + x) + \sin^2(25^\circ + x)}{\cot(25^\circ + x) \times (-\tan(25^\circ + x))} = \frac{1}{-1} = -1$$

با گذشت هر ۶۰ دقیقه، عقربه دقیقه‌شمار، 360° دوران می‌کند، بنابراین:

$$\text{زاویه طی شده در هر دقیقه} = \frac{360^\circ}{60} = 6^\circ$$

$$\pi = \frac{D}{180^\circ} \Rightarrow \frac{\frac{8\pi}{3}}{\pi} = \frac{D}{180^\circ} \Rightarrow D = \frac{180^\circ \times 8}{3} = 480^\circ$$

یعنی عقربه دقیقه‌شمار، 480° دوران می‌کند و هر 6° معادل یک دقیقه است، بنابراین:



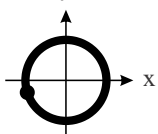
$$\frac{\pi}{6} = ۸۰ \text{ دقیقه}$$

یعنی ۸۰ دقیقه طول می‌کشد تا عقربه دقیقه‌شمار، $\frac{۸\pi}{۳}$ رادیان دوران کند، مدت زمانی معادل یک ساعت و ۲۰ دقیقه.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸۲

$$\pi = \frac{D}{۱۸۰^\circ} \Rightarrow \frac{\frac{\pi}{۱۵}}{\pi} = \frac{D}{۱۸۰^\circ}$$

$$\Rightarrow D = \frac{۱۸۰^\circ}{۱۵} = ۱۲^\circ \Rightarrow \begin{cases} x - y = ۱۲^\circ \Rightarrow ۲x = ۸۴^\circ \\ \Rightarrow \begin{cases} x = \\ y = ۳۰^\circ \end{cases} \end{cases} \Rightarrow (۵x - ۱۰^\circ) = ۲۰۰^\circ$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸۳

$$\frac{D}{۱۸۰^\circ} = \pi \Rightarrow \frac{\pi}{۱۸۰^\circ} = \pi \Rightarrow R = \frac{\pi}{۶}$$

مجموع زوایای داخلی مثلث ۱۸۰ درجه یا π رادیان است، پس:

$$x + y = \pi - \frac{\pi}{۶} = \frac{۵\pi}{۶} \quad \text{مجموع دو زاویه دیگر}$$

$$x - y = \frac{\pi}{۱۰} \quad \text{تفاضل دو زاویه دیگر}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x + y = \frac{۵\pi}{۶} \\ x - y = \frac{\pi}{۱۰} \end{cases} \Rightarrow ۲x = \frac{۵\pi}{۶} + \frac{\pi}{۱۰} = \frac{۲۵\pi + ۳\pi}{۳۰} = \frac{۲۸\pi}{۳۰} \Rightarrow x = \frac{۱۴\pi}{۳۰} = \frac{۷\pi}{۱۵}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸۴

$$\begin{cases} \sin ۲۰۰^\circ = \sin(۱۸۰^\circ + ۲۰^\circ) = -\sin ۲۰^\circ \\ \sin ۳۴۰^\circ = \sin(۳۶۰^\circ - ۲۰^\circ) = -\sin ۲۰^\circ \\ \cos ۱۱۰^\circ = \cos(۹۰^\circ + ۲۰^\circ) = -\sin ۲۰^\circ \\ \cos ۲۵۰^\circ = \cos(۲۷۰^\circ - ۲۰^\circ) = -\sin ۲۰^\circ \end{cases}$$

$$-\sin ۲۰^\circ - ۲ \times (-\sin ۲۰^\circ) - \sin ۲۰^\circ - ۳ \times (-\sin ۲۰^\circ) - ۳ \sin ۲۰^\circ$$

$$= -\sin ۲۰^\circ + ۲ \sin ۲۰^\circ - \sin ۲۰^\circ + ۳ \sin ۲۰^\circ - ۳ \sin ۲۰^\circ = ۰$$

هر گاه دو کمان متمم باشند $\tan$ اولی با $\cot$ دومی برابر است: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸۵

$$\alpha + \beta = \frac{\pi}{۲} \rightarrow \tan \alpha = \cot \beta$$

$$۳^\circ + ۸۷^\circ = ۹۰^\circ \rightarrow \tan ۸۷^\circ = \cot ۳^\circ$$

$$۱۷^\circ + ۷۳^\circ = ۹۰^\circ \rightarrow \tan ۷۳^\circ = \cot ۱۷^\circ$$



$$37^\circ + 53^\circ = 90^\circ \rightarrow \tan 53^\circ = \cot 37^\circ$$

$$\underbrace{(\tan 3^\circ \times \dots)}_1 \times \underbrace{(\tan 17^\circ \times \cot 17^\circ)(\tan 73^\circ \times \cot 37^\circ)}_1 = 1$$

راحل اول: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸۶

$$1 - \cos \alpha = \frac{5}{3} \Rightarrow 1 - \frac{5}{3} = \cos \alpha$$

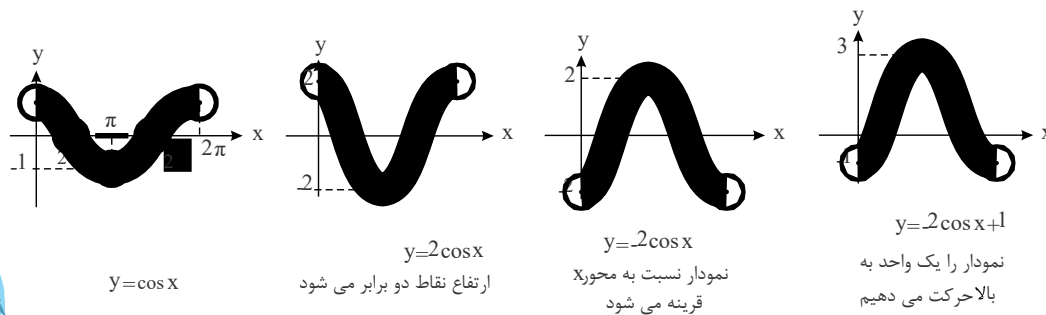
$$\Rightarrow -\frac{2}{3} = \cos \alpha \Rightarrow \cos \alpha < 0 \Rightarrow \alpha \text{ در ناحیه } 2 \text{ یا } 3$$

$$\tan \alpha \cdot \cos \alpha > 0 \Rightarrow \tan \alpha < 0 \Rightarrow \alpha \text{ در ناحیه } 2 \text{ یا } 4$$

ناحیه ۲ = اشتراک نواحی

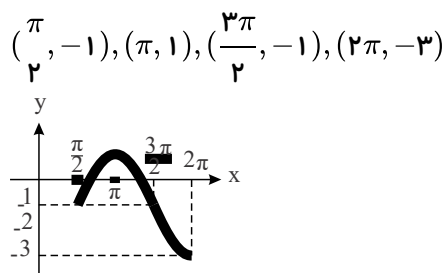
راحل دوم:

برای رسم ابتدا نمودار $y = \cos x$ را رسم می‌نماییم.



۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸۷ راهحل اول:

با توجه به نقاط زیر تابع را رسم می‌کنیم.



بنابراین کم‌ترین مقدار -3 است.

راحل دوم:

با توجه به محدوده مکان مطرح شده محدوده $\sin x$ از -1 تا 1 می‌باشد.



$$x \in [\frac{\pi}{2}, 2\pi] \xrightarrow{-\frac{\pi}{2}} (x - \frac{\pi}{2}) \in [0, \frac{3\pi}{2}] \rightarrow \sin(x - \frac{\pi}{2}) \in [-1, 1]$$

$$\xrightarrow{\times 2} 2 \sin(x - \frac{\pi}{2}) \in [-2, 2] \xrightarrow{-1} 2 \sin(x - \frac{\pi}{2}) - 1 \in [-3, 1]$$

پس بیشترین مقدار تابع $+1$ و کم‌ترین مقدار -3 می‌باشد.

راه حل دوم:

1 2 3 4 189

حال مقدار تابع را به ازای $x = -\pi$ می‌یابیم:

۱۹۰ ۱ ۲ ۳ ۴ برای محاسبه مقدار عبارت مطرح شده باید با استفاده از روابط مثلثاتی و پروسه ساده سازی عبارت

را بسازیم:

۷۴



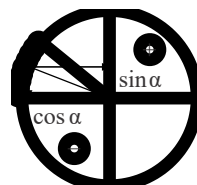
$$\sin x \cdot \cos x = -\frac{1}{4}$$

$$\rightarrow A^2 = \sin^2 x + \cos^2 x + 2 \sin x \cos x \longrightarrow$$

$$A^2 = 1 + 2\left(-\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{2} \rightarrow A = \pm \sqrt{\frac{1}{2}} = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$$

برای تعیین علامت مثبت یا منفی به محدوده کمان توجه نمایید:

$$|\cos \alpha| > |\sin \alpha| \rightarrow \sin \alpha + \cos \alpha < 0$$



پس مقدار منفی قابل قبول است.

۱۹۱ قدم اول ساده سازی محاسبه ناحیه هر کمان می باشد:

$$\sin\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) \xrightarrow{\text{ناحیه سوم}} -\cos \alpha$$

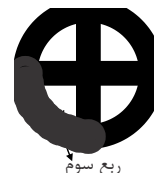
$$\cos\left(\frac{7\pi}{2} + \alpha\right) = \cos\left(3\pi + \frac{\pi}{2} + \alpha\right) \xrightarrow{\text{ناحیه چهارم}} +\sin \alpha$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \xrightarrow{\text{ناحیه اول}} \cos \alpha$$

$$\cos\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) \xrightarrow{\text{ناحیه سوم}} -\sin \alpha$$

پس عبارت A برابر است با:

$$\cot \alpha = \frac{4}{3} \quad -5\pi < \alpha < -\frac{9\pi}{2}$$



$$A = -\left(-\frac{4}{5}\right) + \left(-\frac{3}{5}\right) - \left(-\frac{3}{5}\right)\left(-\frac{4}{5}\right) = \left(\frac{4}{5} - \frac{3}{5}\right) - \frac{12}{25} = -\frac{7}{25} = -0.28$$

۱۹۲ برای محاسبه مقادیر a و b می توان از ابزارهایی مانند دوره تناوب، ریشه ها و اکستریم ها بهره برد.

$$\left(\frac{\pi}{2}, 0\right) \in f \rightarrow f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0 \rightarrow a \sin\left(\frac{\pi}{2} + b\right) = 0 \rightarrow \sin\left(\frac{\pi}{2} + b\right) = 0$$

مقدار b باید طوری باشد که کمان $\frac{\pi}{2} + b$ مضرب صحیح π باشد، پس خود b مضرب فرد $\frac{\pi}{2}$ باشد. از طرفی طبق متن سوال $-\pi < b < \pi$

خواهد بود. با توجه به میزان انتقال موج سینوسی که $\frac{\pi}{2}$ به سمت چپ حرکت کرده است مقدار $b = \frac{\pi}{2}$ پس تابع به صورت زیر خواهد بود:

$$f(x) = a \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) \xrightarrow{(\frac{\pi}{2}, 2) \in f} f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2 \rightarrow a \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2 \rightarrow a = 2$$

پس تابع نهایی به صورت مقابل است:



$$f(x) = 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = 2 \cos(x)$$

$$f\left(\frac{\pi}{3}\right) = 2 \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = 2 \times \frac{1}{2} = 1$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۹۳

$$\sqrt{2} \sin 15\alpha \xrightarrow{\alpha = \frac{\pi}{20}} \sqrt{2} \sin \frac{15\pi}{20}$$

$$= \sqrt{2} \sin \frac{3\pi}{4} = \sqrt{2} \sin\left(\pi - \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2} \sin \frac{\pi}{4} = \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 1$$

از طرفی اگر به زوایای داده شده در دو کسر صورت سؤال توجه کنیم، داریم:

$$3\alpha + 7\alpha = 10\alpha \xrightarrow{\alpha = \frac{\pi}{20}} 10\left(\frac{\pi}{20}\right) = \frac{\pi}{2}$$

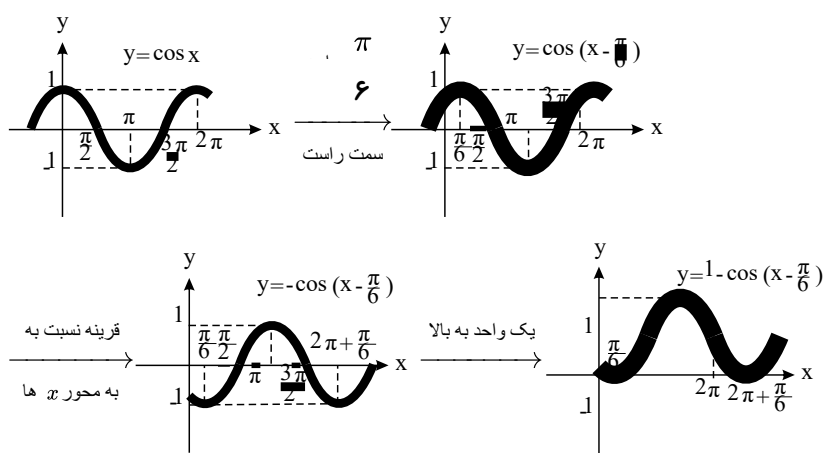
$$4\alpha + 6\alpha = 10\alpha \xrightarrow{\alpha = \frac{\pi}{20}} 10\left(\frac{\pi}{20}\right) = \frac{\pi}{2}$$

یعنی جمع دو زاویه صورت و مخرج در هر کسر برابر $\frac{\pi}{2}$ است. بنابراین دو زاویه $(7\alpha, 3\alpha)$ و $(6\alpha, 4\alpha)$ متمم یکدیگرند. لذا

$$\sin 3\alpha = \cos 7\alpha \text{ و } \tan 4\alpha = \cot 6\alpha$$

$$\frac{1}{\cot 6\alpha} = 1, \frac{1}{\cos 7\alpha} = 1 \Rightarrow \text{عبارت مورد نظر} = 1 + 1 + 1 = 3$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۹۴ راه حل اول:



باتوجه به شکل مشخص است که نمودار در بازه $[0, 2\pi]$ تنها ۱ بار به محور x ها برخورد می کند.

راه حل دوم:

برای محاسبه تعداد برخوردها می توان از مفهوم ریشه استفاده کرد.

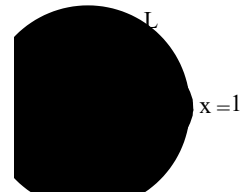
هر نقطه روی محور x ها دارای ارتفاع صفر می باشد.

$$y = 1 - \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) \rightarrow 1 - \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = 0 \rightarrow \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = 1$$

با توجه به دایره داریم:



$$\begin{cases} x - \frac{\pi}{6} = 0 \rightarrow x = \frac{\pi}{6} \in [0, 2\pi] \\ x - \frac{\pi}{6} = 2\pi \rightarrow x = 2\pi + \frac{\pi}{6} \notin [0, 2\pi] \\ x - \frac{\pi}{6} = -2\pi \rightarrow x = -2\pi + \frac{\pi}{6} \notin [0, 2\pi] \end{cases}$$



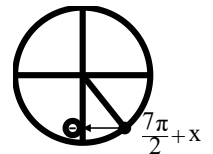
لذا این منحنی فقط یکبار محور x ها را قطع می نماید.

برای یافتن گزینه صحیح ابتدا بهتر است کمان نسبت مثلثاتی را تغییر دهیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۹۵

$$\left(\frac{7\pi}{2} + x\right) = \left(\frac{8\pi - \pi}{2} + x\right) = \left(4\pi - \frac{\pi}{2} + x\right)$$

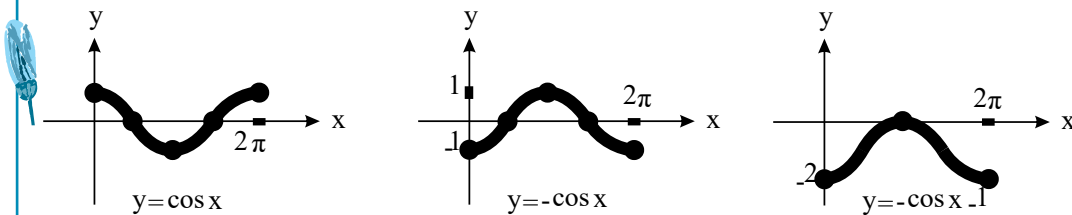
حال ناحیه این کمان را مشخص می نماییم:

$$\sin\left(4\pi - \frac{\pi}{2} + x\right) = -\cos(x)$$



پس تابع به شکل زیر تبدیل می شود:

$$y = -\cos x - 1$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۱۹۶

نکته: $\cot(-\alpha) = -\cot \alpha$, $\cot(180^\circ - \alpha) = -\cot \alpha$

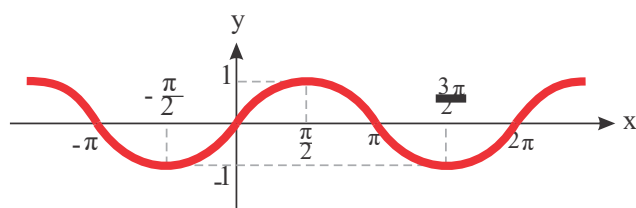
با استفاده از نکته بالا داریم:

$$\cot(-120^\circ) = -\cot(120^\circ) = -\cot(180^\circ - 60^\circ) = -(-\cot 60^\circ) = \cot 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

بنابراین محمود در مرحله ۳ مرتکب اشتباه شده است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۹۷

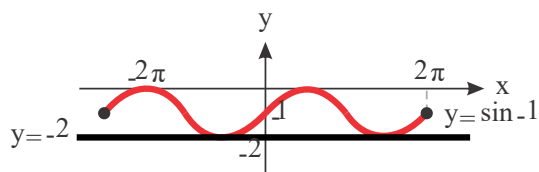
با توجه به نمودار ملاحظه می شود که در نقاطی به طول



یعنی $x = \frac{7\pi}{2}, x = \frac{3\pi}{2}, x = -\frac{\pi}{2}$... مقدار تابع برابر ۱ می شود؛

حداقل مقدار به دست می آید. پس به طور کلی در نقاطی به طول

حداقل مقدار تابع به دست می آید. $(k \in \mathbb{Z}) \quad x = 2k\pi + \frac{3\pi}{2}$

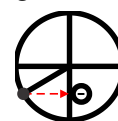


در شکل زیر، نمودار دو تابع $f(x) \sin x - 1$ و $g(x) = -2$ را در بازه $[-2\pi, 2\pi]$ در یک دستگاه مختصات رسم کرده‌ایم.

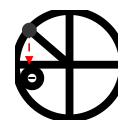
همان طور که ملاحظه می‌کنید، خط $y = -2$ در نقطه از بازه $[-2\pi, 2\pi]$ نمودار تابع $f(x)$ را قطع می‌کند.

۱۹۹ برای یافتن گزینه صحیح، باید ضابطه‌ها را ساده‌تر کنیم. ابتدا باید ناحیه هر کمان را مشخص نماییم، پس با توجه به نوع تبدیل نسبت مثلثاتی نهایی را می‌نویسیم. باید توجه داشت زوایای $k\pi \pm \alpha$ نسبت‌ها را تغییر نمی‌دهند و زوایای $\frac{\pi}{2} \pm \alpha$ (فرد) نسبت‌ها

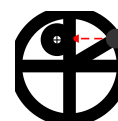
را تغییر می‌دهند.



$$(۲) y = -\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -(-\sin x) = \sin x$$



$$(۳) y = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = -(+\cos x) = -\cos x$$



$$(۴) y = \cos(\pi - x) = -\cos x$$



با توجه به ساده‌سازی شده، گزینه دوم صحیح می‌باشد.

۲۰۰ ابتدا تک تک نسبت‌ها را ساده می‌نماییم:

$$\begin{aligned} \sin(405^\circ) &= \sin(360^\circ + 45^\circ) = \sin(45^\circ) = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \cos\left(-\frac{7\pi}{3}\right) &= \cos\left(\frac{7\pi}{3}\right) = \cos\left(\frac{6\pi + \pi}{3}\right) = \cos(2\pi + \frac{\pi}{3}) = \\ \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

پس مقدار نهایی برابر است با:

$$A = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

راه حل اول:



$$\frac{\cot^2 \alpha}{1 + \cot^2 \alpha} + \frac{\tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} = \frac{\frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha}}{\frac{1}{\sin^2 \alpha}} + \frac{\frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha}}{\frac{1}{\cos^2 \alpha}} = \frac{\cos^2 \alpha \times \alpha}{\sin^2 \alpha} + \frac{\sin^2 \alpha \times \alpha}{\cos^2 \alpha}$$

$$= \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$$

راه حل دوم: ابتدا توضیح این مطلب مورد نیاز است که می توان بین $\sin \alpha$ و $\cos \alpha$ با $\tan \alpha$ و $\cot \alpha$ به شکل زیر روابطی را بیان نمود:

$$\sin^2 \alpha = \frac{\tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} \quad \sin^2 \alpha = \frac{1}{1 + \cot^2 \alpha}$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{1}{1 + \tan^2 \alpha} \quad \cos^2 \alpha = \frac{\cot^2 \alpha}{1 + \cot^2 \alpha}$$

با توجه به این روابط عبارت به صورت زیر تبدیل می شود:

$$\frac{\cot^2 \alpha}{1 + \cot^2 \alpha} + \frac{\tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} = \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$$

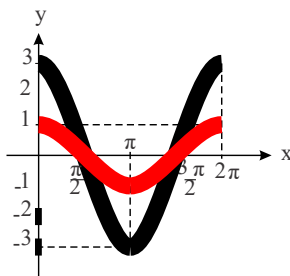
توجه: می توان با انتخاب یک کمان $x = \frac{\pi}{6}$ و جایگذاری در عبارت و گزینه ها، با رد کردن گزینه های غلط، جواب صحیح را بیابیم.

۲۰۲ (۱) (۲) (۳) (۴) راه حل اول:

ابتدا نمودار هر دو تابع را در یک دستگاه مختصات رسم می کنیم:

با توجه به نمودار، طول نقاط برخورد $x = \frac{\pi}{2}$ و $x = \frac{3\pi}{2}$ است.

پس مجموع طول نقاط برخورد برابر است با: $\frac{\pi}{2} + \frac{3\pi}{2} = 2\pi$



راه حل دوم:

نکته: طول نقاط برخورد دو تابع $f(x)$ و $g(x)$ ، ریشه های معادله $f(x) = g(x)$ است.

با توجه به نکته بالا، باید ریشه های معادله $3 \cos x = \cos x$ را به دست بیاوریم.

$$3 \cos x = \cos x \Rightarrow 2 \cos x = 0 \Rightarrow \cos x = 0 \xrightarrow{x \in [0, 2\pi]} x = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$$

بنابراین مجموع طول نقاط برخورد برابر است با:

$$\frac{\pi}{2} + \frac{3\pi}{2} = 2\pi$$

۲۰۳ (۱) (۲) (۳) (۴) برای حل این سؤالات باید کمان ها را طوری بازنویسی کنیم که به صورت $\frac{\pi}{2} \pm \alpha$ فرد و یا باشد.

$$\cos\left(\frac{5\pi}{14}\right) = \cos\left(\frac{7\pi - 2\pi}{14}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{7}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{7}\right)$$

$$\cos\left(\frac{13\pi}{14}\right) = \cos\left(\frac{7\pi + 6\pi}{14}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{7}\right) = -\sin\left(\frac{\pi}{7}\right)$$

$$\cos\left(\frac{17\pi}{14}\right) = \cos\left(\frac{7\pi + 10\pi}{14}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{7}\right) = -\sin\left(\frac{\pi}{7}\right)$$

در این مرحله عبارات حاصل را جایگذاری می نمایم:

$$\sin\left(\frac{\pi}{7}\right) + \sin\left(\frac{\pi}{7}\right) + \sin\left(\frac{\pi}{7}\right) + \sin\left(\frac{\pi}{7}\right) + \left(-\sin\frac{\pi}{7}\right) + \left(-\sin\frac{\pi}{7}\right) = 2 \sin\left(\frac{\pi}{7}\right)$$

1 2 3 4 204

$$\rightarrow \textcolor{red}{r} \sin \textcolor{red}{r} \alpha \underbrace{(\sin \textcolor{red}{r} \alpha + \cos \textcolor{red}{r} \alpha)}_1 = 1 \rightarrow \sin \textcolor{red}{r} \alpha = \frac{1}{\textcolor{red}{r}} \rightarrow \sin \alpha = \pm \frac{\sqrt{\textcolor{red}{r}}}{\textcolor{red}{r}}$$

$$\xrightarrow{\alpha \text{ ناحیه چهارم}} \sin \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{3} \rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

$$\cos \alpha = \pm \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \xrightarrow{\alpha \text{ ناحیه چهارم}} \cos \alpha = + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

$$\cot\left(\frac{9\pi}{2} + \alpha\right) = \cot(\pi + \frac{\pi}{2} + \alpha) = \cot(\frac{\pi}{2} + \alpha) = -\tan \alpha$$

$$= -\cos \alpha = -\frac{-\frac{\sqrt{3}}{2}}{+\frac{\sqrt{6}}{2}} = +\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

1 2 3 4 205

نمودار داده شده داشته باشد.

$$y = -r(\sin(x - \pi) - \frac{1}{r}) = -r(-\sin(\pi - x) - \frac{1}{r}) \Rightarrow y = r \sin x + 1$$
$$y = r \cos\left(x - \frac{\pi}{r}\right) + 1 = r \cos\left(\frac{\pi}{r} - x\right) + 1 \Rightarrow y = r \sin x + 1$$
$$\textcolor{red}{r} \cos(\frac{\pi}{\textcolor{red}{r}} - x) + 1 = -\textcolor{red}{r} \sin x + 1$$

1 2 3 4 206

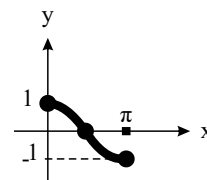
از طرفی شیب خط طبق متن سؤال π^4 می باشد:

$$\frac{\quad}{\pi} = \frac{\mathfrak{r}}{\pi} \rightarrow \mathfrak{r} - \alpha = \mathfrak{r} \rightarrow \alpha = -1$$

پس مختصات min در $(-1, \frac{3\pi}{2})$ می باشد. مختصات این نقاط در معادله صدق می کند:

$$f(x) = a \sin x + b \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{\mathfrak{V}\pi}{\mathfrak{r}}, -\mathfrak{I} \right) \\ \longrightarrow -\mathfrak{I} = a \sin \left(\frac{\mathfrak{V}\pi}{\mathfrak{r}} \right) + b \\ \\ \left(\frac{\Delta\pi}{\mathfrak{r}}, \mathfrak{r} \right) \\ \longrightarrow \mathfrak{r} = a \sin \left(\frac{\Delta\pi}{\mathfrak{r}} \right) + b \end{array} \right.$$

$$f(x) = a + b \cos x \xrightarrow{A(\pi, \circ)} \circ = a + b \cos(\pi) \rightarrow a - b = \circ \rightarrow a = b$$

$$g(x) = \frac{\cos x}{b} \xrightarrow{a=b} g(x) = \cos x$$

$$\frac{t}{1.57} = \frac{3.14 \text{ راديان}}{1.57} \rightarrow t = \frac{6 \times 1.57}{3.14} = 3 \text{ ساعت}$$

(الف) یک رادیان تقریباً برابر با 57° است، پس دو زاویه دیگر بزرگ‌تر از 57° خواهند بود، پس قاعده کوچکتر از ساق‌ها است.

(ب) درست است. زیرا $\frac{\pi}{5} = 36^\circ$ و $\frac{2\pi}{5} = 72^\circ$

$$\text{اندازهٔ زاویهٔ سوم بر حسب درجه} = 180^\circ - (72^\circ + 36^\circ) = 72^\circ$$

(ت) درست است.

اندازه زاویه بر حسب رادیان را فرض می‌کنیم. لذا اندازه این زاویه بر حسب درجه $\alpha \times \frac{180}{\pi}$ خواهد بود.



$$\Rightarrow D = \frac{20\pi}{3} \times \frac{1}{\pi} = 20 \times 60^\circ = 1200^\circ$$

۲۱۱) ابتدا توجه کنید که:

بنابراین:

$$\sin(\pi + x) = \frac{1}{2} + \sin(\pi - x) \Rightarrow -\sin x = \frac{1}{2} + \sin x$$

$$\Rightarrow -2\sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin x = -\frac{1}{4}$$

حال مقدار $\cot\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$ را محاسبه می‌کنیم:

$$\cot\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\tan(x) \quad (*)$$

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \xrightarrow{\sin x = -\frac{1}{4}} \left(-\frac{1}{4}\right)^2 + \cos^2 x = 1$$

$$\rightarrow \cos^2 x = \frac{15}{16} \rightarrow \cos x = \pm \frac{\sqrt{15}}{4} \xrightarrow{\text{انتهای کمان در ناحیه سوم است}} \cos x = -\frac{\sqrt{15}}{4}$$

انتهای کمان در ناحیه سوم است.

$$\Rightarrow \tan x = \frac{-\frac{1}{4}}{-\frac{\sqrt{15}}{4}} = \frac{1}{\sqrt{15}} \xrightarrow{(*)} \cot\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{\sqrt{15}}$$

۲۱۲) ۱ ۲ ۳ ۴

$$\frac{D}{180^\circ} = \frac{\frac{5\pi}{12}}{\pi} \rightarrow \frac{D}{180^\circ} = \frac{5}{12} \rightarrow \boxed{D = 75^\circ}$$

α را مکمل زاویه $\frac{5\pi}{12}$ در نظر می‌گیریم؛ داریم:

$$75^\circ = 180^\circ \rightarrow \boxed{\alpha = 105^\circ}$$

۲۱۳) ۱ ۲ ۳ ۴

$$\frac{\frac{\pi}{3}}{\pi} = \frac{D}{180^\circ} \rightarrow \frac{1}{3} = \frac{D}{180^\circ} \rightarrow D = 60^\circ$$

$$\rightarrow \begin{cases} x - y = 60^\circ \\ 2x = 180^\circ \end{cases} \rightarrow x = 90^\circ, y = 30^\circ \rightarrow \frac{1}{x} = \frac{1}{90}$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۲۱۴

$$\begin{cases} L_1 = R\beta \\ = R\alpha \rightarrow \begin{cases} L_1 = R\beta \\ L_r = 4R\beta \\ \alpha = 4\beta \end{cases} \end{cases}$$

$$L_1 \times L_r = \frac{\pi}{9} \times \pi R^r \rightarrow R\beta \times 4R\beta = \frac{\pi^r R^r}{9} \rightarrow 4\beta^r = \frac{\pi^r}{9}$$

$$\rightarrow 4\beta = \frac{\pi}{3} \rightarrow \beta = \frac{\pi}{6} \rightarrow \beta = 30^\circ \text{ و } \alpha = 4\beta \xrightarrow{\beta=30^\circ} \alpha = 120^\circ$$

مثلث متساوی الساقین $\beta \rightarrow \alpha + \beta + \gamma = 180^\circ \rightarrow \gamma = 30^\circ \rightarrow \gamma = \beta$

پس مثلث متساوی الساقین است و زاویه قائمه ندارد.

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۱۵

$$\left. \begin{aligned} \gamma &= -3\pi = -3 \times 180^\circ = -540^\circ \\ \alpha &= (3 \times 360^\circ) + 60^\circ = 60^\circ \end{aligned} \right\} \rightarrow \alpha = \beta - \gamma \rightarrow \alpha = 600^\circ - (-540^\circ) = 1140^\circ$$

بنابراین α در ربع اول قرار دارد.

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۱۶

مساحت و شعاع دایره (۲) را به ترتیب با S' و R' و مساحت و شعاع دایره (۱) را به ترتیب با S و R نمایش می دهیم، داریم:

$$\text{فرض سؤال: } \frac{S}{S'} = 3 \rightarrow \frac{\pi R'^r}{\pi R^r} = 3 \rightarrow \frac{R'}{R} = \sqrt{3}$$

$$\frac{\widehat{A'B'}}{\widehat{AB}} = \frac{R'(\frac{\pi}{6})}{R(\frac{\pi}{18})} = \frac{R'}{R} \cdot 3 = 3\sqrt{3}$$

عقربه دقیقه شمار هر ۶۰ دقیقه یک دور دایره یا 2π رادیان را طی می کند، پس داریم:

$$\frac{x}{2\pi} = \frac{x}{60} \rightarrow x = \frac{60 \times 2/5}{2} \rightarrow x = 75 \text{ دقیقه}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۱۸

$$\pi \leq x \leq 2\pi \rightarrow -1 \leq \cos x \leq 1 \xrightarrow{b>0} -b \leq b \cos x \leq b$$

$$\rightarrow a - b \leq a + b \cos x \leq a + b \rightarrow \begin{cases} a - b = \frac{1}{2} \\ a + b = \frac{3}{2} \end{cases} \rightarrow a = 1, b = \frac{1}{2}$$



پس: $f(x) = 1 + \frac{1}{2} \cos x \rightarrow f\left(\frac{5\pi}{3}\right) = 1 + \frac{1}{2} \cos \frac{5\pi}{3} = 1 + \frac{1}{2} \left(2\pi - \frac{\pi}{3}\right) = 1 + \frac{1}{2} \cos \frac{\pi}{3} = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۱۹

$$x^2 + y^2 = r^2 \rightarrow \left(-\frac{1}{3}\right)^2 + y^2 = 1^2 \rightarrow y^2 = \frac{8}{9} \rightarrow y = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$\frac{2\sqrt{2}}{3}, \quad \tan \alpha = \frac{y}{x} = \frac{\frac{2\sqrt{2}}{3}}{-\frac{1}{3}} \rightarrow \tan \alpha = -2\sqrt{2}$$

$$\rightarrow A = 3 \sin(\pi + \alpha) + 2 \tan^2 \alpha = 3(-\sin \alpha) + 2 \tan^2 \alpha = 3\left(-\frac{2\sqrt{2}}{3}\right) + 2(-2\sqrt{2})^2$$

$$\rightarrow A = -2\sqrt{2} + 2(8) \rightarrow A = 16 - 2\sqrt{2}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۲۰

$$\cos 26^\circ = \cos(18^\circ + 8^\circ) = -\cos 8^\circ$$

$$\cos 55^\circ = \cos(36^\circ + 19^\circ) = \cos 19^\circ = \cos(27^\circ - 8^\circ) = -\sin 8^\circ$$

$$\sin 73^\circ = \sin(2 \times 36^\circ + 1^\circ) = \sin 1^\circ = \sin(9^\circ - 8^\circ) = \cos 8^\circ$$

پس: $A = \frac{-\cos 8^\circ - (-\sin 8^\circ)}{\sin 8^\circ + \cos 8^\circ} = \frac{\frac{-1}{\sin 8^\circ} + \frac{1}{\sin 8^\circ}}{\frac{1}{\sin 8^\circ} + \frac{1}{\sin 8^\circ}} = \frac{-\cot 8^\circ + 1}{1 + \cot 8^\circ} = \frac{\frac{0.8}{1.2}}{1.2} = \frac{2}{3}$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۲۱

$$\sin 75^\circ = \sin(2 \times 36^\circ + 3^\circ) = \sin 3^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\cos(-42^\circ) = \cos 42^\circ = \cos(36^\circ + 6^\circ) = \cos 6^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\tan(-315^\circ) = -\tan(315^\circ) = -\tan(36^\circ - 45^\circ) = \tan 45^\circ = 1$$

پس: $\frac{\sin 75^\circ + \cos(-)}{2 \tan(-315^\circ)} = \frac{\frac{1}{2} + -}{2(1)} = \frac{1}{2}$



$$\sin 15^\circ = \sin(18^\circ - 3^\circ) = \sin 3^\circ = \frac{1}{2} \checkmark$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۲۲

$$\sin(\pi + x) = \frac{1}{2} + \sin(\pi - x) \rightarrow -\sin x = \frac{1}{2} + \sin x \rightarrow -\frac{1}{2} = 2 \sin x$$

$$\rightarrow \sin x = -\frac{1}{4} \text{ و } \cos^2 x = 1 - \sin^2 x \xrightarrow{\sin x = -\frac{1}{4}} 1 - \left(-\frac{1}{4}\right)^2 = 1 - \frac{1}{16} = \frac{15}{16} \xrightarrow{\text{ناحیه سوم}} \cos x = -\frac{\sqrt{15}}{4}$$

$$\cot\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{-\frac{1}{4}}{-\frac{\sqrt{15}}{4}} = -\frac{1}{\sqrt{15}}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۲۳

$$\cos\left(3x + \frac{\pi}{12}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{6} - x\right) = 0$$

اگر

$$\Rightarrow 3x + \frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{6} - x = \pi \rightarrow 2x = \pi - \frac{\pi}{12} - \frac{\pi}{6} \rightarrow 2x = \frac{3\pi}{4} \rightarrow x = \frac{3\pi}{8}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۲۴

$$\sin \frac{5\pi}{6} = \sin\left(\pi - \frac{\pi}{6}\right) = \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}, \quad \tan \frac{\pi}{4} = 1, \quad \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}, \quad \sin \frac{3\pi}{2} = -1$$

$$\rightarrow \frac{\sin \frac{5\pi}{6} + \tan \frac{\pi}{4}}{\cos \frac{\pi}{3} + \sin \frac{3\pi}{2}} = \frac{\frac{1}{2} + 1}{\frac{1}{2} + (-1)} = \frac{\frac{3}{2}}{-\frac{1}{2}} = -3$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۲۵

$$\sin \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3} \text{ و } \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha \xrightarrow{\sin \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}} 1 - \frac{8}{9} = \frac{1}{9} \rightarrow \cos \alpha = -\frac{1}{3}$$

(α در ربع دوم است.)

$$\cot\left(\frac{7\pi}{2} + \alpha\right) = \cot\left(2\pi + \frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = \cot\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)$$



$$= -\tan \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3} = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۲۶

$$\frac{\sin(\frac{3\pi}{2} - \theta)}{\cos(\frac{3\pi}{2} + \theta)} = \frac{1}{2} \rightarrow \sin \theta = \frac{1}{2} \rightarrow \cot \theta = -\frac{1}{2}$$

$$\frac{2 \sin(2\pi - \theta) + \cos(2\pi + \theta)}{-2 \sin \theta + \cos \theta} = \frac{\sin \theta}{\sin \theta + \sin \theta} = \frac{1}{-2 + \cot \theta}$$

$$= \frac{1 - 2(-\frac{1}{2})}{-2 + (-\frac{1}{2})} = \frac{2}{-\frac{5}{2}} = -\frac{4}{5}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۲۷

$$\begin{aligned} \cos(\frac{7\pi}{2} - x) + \sin(\frac{3\pi}{2} + x) &= \frac{2}{3} \\ \rightarrow \cos(2\pi + \frac{3\pi}{2} - x) + \sin(\frac{3\pi}{2} + x) &= \frac{2}{3} \\ \rightarrow -\sin x - \cos x &= \frac{2}{3} \rightarrow \sin x + \cos x = -\frac{2}{3} \end{aligned}$$

می دانیم که $a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b)$ است بنابراین نیاز به پیدا کردن $\sin x \cdot \cos x$ داریم. برای این کار عبارت آخر به دست آمده را به توان ۲ می رسانیم.

$$\begin{aligned} (\sin x + \cos x)^2 &= \left(-\frac{2}{3}\right)^2 \rightarrow \underbrace{\sin^2 x + \cos^2 x}_1 + 2 \sin x \cos x = \frac{4}{9} \\ \rightarrow 2 \sin x \cos x &= -\frac{5}{9} \rightarrow \sin x \cos x = -\frac{5}{18} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{پس: } \sin^3 x + \cos^3 x &= (\sin x + \cos x)^3 - 3 \sin x \cos x (\sin x + \cos x) \\ &= \left(-\frac{2}{3}\right)^3 - 3\left(-\frac{5}{18}\right)\left(-\frac{2}{3}\right) = -\frac{8}{27} - \frac{15}{27} = -\frac{23}{27} \end{aligned}$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۲۲۸

$$f(x) = a \cos x - b \rightarrow \begin{cases} f(0) = 3 \\ a \cos 0 - b = 3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -a - b = -1 \\ a - b = 3 \end{cases} \quad (I)$$

$$\xrightarrow{(I)} a - (-1) = 3 \rightarrow a = 2$$

$$\rightarrow 2a + b \stackrel{a=2, b=-1}{=} 2(2) - 1 = 3$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۲۹

$$f(x) = 3 - 4 \sin x \rightarrow -1 \leq \sin x \leq 1 \xrightarrow{\times(-4)} 4 \geq -4 \sin x \geq -4$$

$$\rightarrow 3 + 4 \geq 3 - 4 \sin x \geq 3 - 4 \rightarrow 7 \geq f(x) \geq -1 \rightarrow R_f = [-1, 7]$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۳۰

$$\frac{\pi}{12} < x < \frac{\pi}{2} \rightarrow \frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{6} < x + \frac{\pi}{6} < \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{6} \rightarrow \frac{\pi}{4} < x + \frac{\pi}{6} < \frac{2\pi}{3}$$

$$\rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} < \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) \leq 1$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۳۱

$$A = \frac{\cos \theta - \frac{1}{\cos \theta}}{\frac{1}{\cos \theta} + \frac{1}{\cos \theta}} = \frac{1 - 3\left(\frac{1}{2}\right)}{1 + 3\left(\frac{1}{2}\right)} = \frac{-\frac{1}{2}}{\frac{5}{2}} = \frac{-1}{5}$$

می‌دانیم که $\tan 180^\circ = 0$ است. ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۳۲

$$A = \tan 20^\circ + \tan 40^\circ + \tan 60^\circ + \tan 80^\circ + \tan 100^\circ + \tan 120^\circ + \tan 140^\circ + \tan 160^\circ + \cancel{\tan 180^\circ}$$

$$\rightarrow A = \tan 20^\circ + \tan 40^\circ + \tan 60^\circ + \tan 80^\circ + \tan(180^\circ - 80^\circ) + \tan(180^\circ - 60^\circ)$$

$$+ \tan(180^\circ - 40^\circ) + \tan(180^\circ - 20^\circ)$$

$$\rightarrow A = \tan 20^\circ + \tan 40^\circ + \tan 60^\circ + \tan 80^\circ - \tan 80^\circ - \tan 60^\circ - \tan 40^\circ - \tan 20^\circ = 0$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۳۳

$$\tan\left(\frac{\pi}{2}\right)$$

گزینه «۴» به صورت مقابل درست است.



سایر گزینه‌ها درست هستند.

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۳۴

$$\cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = -\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \rightarrow \cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right)$$

$$\rightarrow \left(2x - \frac{\pi}{4}\right) + \left(\frac{\pi}{4} - x\right) = \frac{\pi}{2} \rightarrow x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} \rightarrow x = \frac{\pi}{4}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۳۵

$$f(x) = \cos(x - b) \text{ و } f\left(k\pi + \frac{2\pi}{3}\right) = 0 \rightarrow \cos\left(k\pi + \frac{2\pi}{3} - b\right) = 0$$

$$\xrightarrow{k=0} \cos\left(\frac{2\pi}{3} - b\right) = 0 \rightarrow \frac{2\pi}{3} - b = \frac{\pi}{2} \rightarrow b = \frac{\pi}{6} \text{ (از آنجایی که } \frac{\pi}{4} \text{ است)}$$

$$\rightarrow f(x) = \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) \xrightarrow{\text{تلاقی با محور } y} \rightarrow f(0) = \cos\left(0 - \frac{\pi}{6}\right) = \cos\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۳۶

$$\frac{180^\circ}{\pi} = \frac{180^\circ}{\pi} \rightarrow R = \frac{\pi}{3} \text{ رادیان} \rightarrow \widehat{AB} = \frac{\pi}{3} \times 6 = 2\pi$$

$$\triangle OAB = \text{متساوی الاضلاع} \rightarrow AB = 6 \rightarrow \text{محیط هاشور خورده} = 6 + 2\pi$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۳۷

$$\sin\left(\frac{5\pi}{2} + \alpha\right) = \sin\left(2\pi + \frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \cos \alpha$$

$$\cos\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = -\sin \alpha, \quad \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \cos \alpha, \quad \sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۳۸

$$\frac{\sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) + 2\sin(\pi - \alpha)}{\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) + 3\cos(2\pi + \alpha)} = \frac{-\sin \alpha + 2\sin \alpha}{-\sin \alpha + 3\cos \alpha} = 2$$

$$\cos \alpha = \frac{1}{4} \rightarrow \tan \alpha = \frac{1}{4}$$



$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \rightarrow 1 + \left(\frac{7}{4}\right)^2 = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \rightarrow 1 + \frac{49}{16} = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$\rightarrow \frac{65}{16} = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{16}{65} \xrightarrow{\text{ربع اول}} \cos \alpha = \frac{4}{\sqrt{65}}$$

مثلاثی نقطه P' نسبت به نقطه P به اندازه π رادیان اختلاف دارد و داریم: اگر نقطه $P(x, y)$ را نسبت به مبدأ مختصات قرینه کنیم نقطه $P'(-x, -y)$ به دست می‌آید که در دایره

$$\sin(\pi + \alpha) = -\sin \alpha, \quad \cos(\pi + \alpha) = -\cos \alpha, \quad \tan(\pi + \alpha) = \tan \alpha$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۳۹

$$\sin \frac{4\pi}{5} = \sin\left(\pi - \frac{\pi}{5}\right) = \sin \frac{\pi}{5} = \sin 36^\circ$$

$$\cos 324^\circ = \cos(360^\circ - 36^\circ) = \cos 36^\circ$$

$$\rightarrow \log(\sin 36^\circ) - \log(\cos 36^\circ) + \log A = 0 \rightarrow \log\left(\frac{\sin 36^\circ}{\cos 36^\circ}\right) + \log A = 0$$

$$\rightarrow \log A = -\log(\tan 36^\circ) \rightarrow \log A = \log(\tan 36^\circ)^{-1}$$

$$\rightarrow \log A = \log(\cot 36^\circ) \rightarrow \log A = \log(\tan(90^\circ - 36^\circ)) \rightarrow \log A = \log(\tan 54^\circ) \rightarrow A = \tan 54^\circ$$



پاسخنامه کلیدی

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴
۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۶	۱	۲	۳	۴
۲۷	۱	۲	۳	۴
۲۸	۱	۲	۳	۴
۲۹	۱	۲	۳	۴
۳۰	۱	۲	۳	۴
۳۱	۱	۲	۳	۴
۳۲	۱	۲	۳	۴
۳۳	۱	۲	۳	۴
۳۴	۱	۲	۳	۴
۳۵	۱	۲	۳	۴

۳۶	۱	۲	۳	۴
۳۷	۱	۲	۳	۴
۳۸	۱	۲	۳	۴
۳۹	۱	۲	۳	۴
۴۰	۱	۲	۳	۴
۴۱	۱	۲	۳	۴
۴۲	۱	۲	۳	۴
۴۳	۱	۲	۳	۴
۴۴	۱	۲	۳	۴
۴۵	۱	۲	۳	۴
۴۶	۱	۲	۳	۴
۴۷	۱	۲	۳	۴
۴۸	۱	۲	۳	۴
۴۹	۱	۲	۳	۴
۵۰	۱	۲	۳	۴
۵۱	۱	۲	۳	۴
۵۲	۱	۲	۳	۴
۵۳	۱	۲	۳	۴
۵۴	۱	۲	۳	۴
۵۵	۱	۲	۳	۴
۵۶	۱	۲	۳	۴
۵۷	۱	۲	۳	۴
۵۸	۱	۲	۳	۴
۵۹	۱	۲	۳	۴
۶۰	۱	۲	۳	۴
۶۱	۱	۲	۳	۴
۶۲	۱	۲	۳	۴
۶۳	۱	۲	۳	۴
۶۴	۱	۲	۳	۴
۶۵	۱	۲	۳	۴
۶۶	۱	۲	۳	۴
۶۷	۱	۲	۳	۴
۶۸	۱	۲	۳	۴
۶۹	۱	۲	۳	۴
۷۰	۱	۲	۳	۴

۷۱	۱	۲	۳	۴
۷۲	۱	۲	۳	۴
۷۳	۱	۲	۳	۴
۷۴	۱	۲	۳	۴
۷۵	۱	۲	۳	۴
۷۶	۱	۲	۳	۴
۷۷	۱	۲	۳	۴
۷۸	۱	۲	۳	۴
۷۹	۱	۲	۳	۴
۸۰	۱	۲	۳	۴
۸۱	۱	۲	۳	۴
۸۲	۱	۲	۳	۴
۸۳	۱	۲	۳	۴
۸۴	۱	۲	۳	۴
۸۵	۱	۲	۳	۴
۸۶	۱	۲	۳	۴
۸۷	۱	۲	۳	۴
۸۸	۱	۲	۳	۴
۸۹	۱	۲	۳	۴
۹۰	۱	۲	۳	۴
۹۱	۱	۲	۳	۴
۹۲	۱	۲	۳	۴
۹۳	۱	۲	۳	۴
۹۴	۱	۲	۳	۴
۹۵	۱	۲	۳	۴
۹۶	۱	۲	۳	۴
۹۷	۱	۲	۳	۴
۹۸	۱	۲	۳	۴
۹۹	۱	۲	۳	۴
۱۰۰	۱	۲	۳	۴
۱۰۱	۱	۲	۳	۴
۱۰۲	۱	۲	۳	۴
۱۰۳	۱	۲	۳	۴
۱۰۴	۱	۲	۳	۴
۱۰۵	۱	۲	۳	۴

۱۰۶	۱	۲	۳	۴
۱۰۷	۱	۲	۳	۴
۱۰۸	۱	۲	۳	۴
۱۰۹	۱	۲	۳	۴
۱۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۱۹	۱	۲	۳	۴
۱۲۰	۱	۲	۳	۴
۱۲۱	۱	۲	۳	۴
۱۲۲	۱	۲	۳	۴
۱۲۳	۱	۲	۳	۴
۱۲۴	۱	۲	۳	۴
۱۲۵	۱	۲	۳	۴
۱۲۶	۱	۲	۳	۴
۱۲۷	۱	۲	۳	۴
۱۲۸	۱	۲	۳	۴
۱۲۹	۱	۲	۳	۴
۱۳۰	۱	۲	۳	۴
۱۳۱	۱	۲	۳	۴
۱۳۲	۱	۲	۳	۴
۱۳۳	۱	۲	۳	۴
۱۳۴	۱	۲	۳	۴
۱۳۵	۱	۲	۳	۴
۱۳۶	۱	۲	۳	۴
۱۳۷	۱	۲	۳	۴
۱۳۸	۱	۲	۳	۴
۱۳۹	۱	۲	۳	۴
۱۴۰	۱	۲	۳	۴



۱۴۱	۱	۲	۳	۴
۱۴۲	۱	۲	۳	۴
۱۴۳	۱	۲	۳	۴
۱۴۴	۱	۲	۳	۴
۱۴۵	۱	۲	۳	۴
۱۴۶	۱	۲	۳	۴
۱۴۷	۱	۲	۳	۴
۱۴۸	۱	۲	۳	۴
۱۴۹	۱	۲	۳	۴
۱۵۰	۱	۲	۳	۴
۱۵۱	۱	۲	۳	۴
۱۵۲	۱	۲	۳	۴
۱۵۳	۱	۲	۳	۴
۱۵۴	۱	۲	۳	۴
۱۵۵	۱	۲	۳	۴
۱۵۶	۱	۲	۳	۴
۱۵۷	۱	۲	۳	۴
۱۵۸	۱	۲	۳	۴
۱۵۹	۱	۲	۳	۴
۱۶۰	۱	۲	۳	۴
۱۶۱	۱	۲	۳	۴
۱۶۲	۱	۲	۳	۴
۱۶۳	۱	۲	۳	۴
۱۶۴	۱	۲	۳	۴
۱۶۵	۱	۲	۳	۴
۱۶۶	۱	۲	۳	۴
۱۶۷	۱	۲	۳	۴
۱۶۸	۱	۲	۳	۴
۱۶۹	۱	۲	۳	۴
۱۷۰	۱	۲	۳	۴
۱۷۱	۱	۲	۳	۴
۱۷۲	۱	۲	۳	۴
۱۷۳	۱	۲	۳	۴
۱۷۴	۱	۲	۳	۴
۱۷۵	۱	۲	۳	۴
۱۷۶	۱	۲	۳	۴
۱۷۷	۱	۲	۳	۴
۱۷۸	۱	۲	۳	۴
۱۷۹	۱	۲	۳	۴
۱۸۰	۱	۲	۳	۴
۱۸۱	۱	۲	۳	۴
۱۸۲	۱	۲	۳	۴
۱۸۳	۱	۲	۳	۴
۱۸۴	۱	۲	۳	۴
۱۸۵	۱	۲	۳	۴
۱۸۶	۱	۲	۳	۴
۱۸۷	۱	۲	۳	۴
۱۸۸	۱	۲	۳	۴
۱۸۹	۱	۲	۳	۴
۱۹۰	۱	۲	۳	۴
۱۹۱	۱	۲	۳	۴
۱۹۲	۱	۲	۳	۴
۱۹۳	۱	۲	۳	۴
۱۹۴	۱	۲	۳	۴
۱۹۵	۱	۲	۳	۴
۱۹۶	۱	۲	۳	۴
۱۹۷	۱	۲	۳	۴
۱۹۸	۱	۲	۳	۴
۱۹۹	۱	۲	۳	۴
۲۰۰	۱	۲	۳	۴
۲۰۱	۱	۲	۳	۴
۲۰۲	۱	۲	۳	۴
۲۰۳	۱	۲	۳	۴
۲۰۴	۱	۲	۳	۴
۲۰۵	۱	۲	۳	۴
۲۰۶	۱	۲	۳	۴
۲۰۷	۱	۲	۳	۴
۲۰۸	۱	۲	۳	۴
۲۰۹	۱	۲	۳	۴
۲۱۰	۱	۲	۳	۴
۲۱۱	۱	۲	۳	۴
۲۱۲	۱	۲	۳	۴
۲۱۳	۱	۲	۳	۴
۲۱۴	۱	۲	۳	۴
۲۱۵	۱	۲	۳	۴
۲۱۶	۱	۲	۳	۴
۲۱۷	۱	۲	۳	۴
۲۱۸	۱	۲	۳	۴
۲۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۲۴	۱	۲	۳	۴
۲۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۲۶	۱	۲	۳	۴
۲۲۷	۱	۲	۳	۴
۲۲۸	۱	۲	۳	۴
۲۲۹	۱	۲	۳	۴
۲۳۰	۱	۲	۳	۴
۲۳۱	۱	۲	۳	۴
۲۳۲	۱	۲	۳	۴
۲۳۳	۱	۲	۳	۴
۲۳۴	۱	۲	۳	۴
۲۳۵	۱	۲	۳	۴
۲۳۶	۱	۲	۳	۴
۲۳۷	۱	۲	۳	۴
۲۳۸	۱	۲	۳	۴
۲۳۹	۱	۲	۳	۴
۲۴۰	۱	۲	۳	۴