۱ اگر $۴^{a} = ۲\sqrt{۲}$، لگاریتم $(۴a + ۱)$ در پایه ۴ کدام است؟

① ۱ ② $\sqrt{۲}$ ③ ۲ ④ $\frac{۳}{۲}$

۲ از معادله‌ی $\log_{۳}(x^{۲} - ۱) = ۱ + \log_{۳}(x + ۳)$، مقدار $\log_{۴}(x - ۳)$ کدام است؟

① $-\frac{۱}{۲}$ ② $\frac{۱}{۲}$ ③ $\frac{۳}{۲}$ ④ -۱

۳ حاصل $\log_{(۱+\sqrt{۲})}^{(۳+۲\sqrt{۲})^{۳}}$ کدام است؟

① $\frac{۳}{۲}$ ② ۳ ③ ۶ ④ $\frac{۲}{۳}$

۴ حاصل $\log_{\sqrt{۸}} + \log_{۴}^{\sqrt{۲}}$ چقدر است؟

① $\frac{۱۱}{۱۲}$ ② $\frac{۷}{۱۲}$ ③ $\frac{۱۹}{۲۴}$ ④ $\frac{۷}{۴}$

۵ اگر $\log ۲ = k$ باشد حاصل $\log(۶ - ۲\sqrt{۵}) + ۲\log(۱ + \sqrt{۵})$ کدام است؟

① $۲ + ۴k$ ② $۴k$ ③ $۱ + k$ ④ $۲k$

۶ اگر $۴^{x} = ۴\sqrt{۲}$ و $\log y = ۱ + \log\sqrt{x + ۱}$ باشد مقدار y کدام است؟

① ۷٫۵ ② ۱۲٫۵ ③ ۱۵ ④ ۲۵

۷ حاصل $\log_{\sqrt{۳}} + \log_{۴}^{\sqrt{۲}}$ کدام است؟

① $\frac{۱۷}{۴}$ ② $\frac{۵}{۲}$ ③ ۴ ④ $\frac{۵}{۴}$

۸ اگر $\log(۸۱)^{k} = \log ۳ + \log\sqrt[۴]{۳}$، آنگاه لگاریتم $\frac{۵}{k}$ در پایه‌ی ۲ کدام است؟

① ۲ ② ۳ ③ ۴ ④ ۵

۹ اگر $\log_{۵}^{۳} = a$ باشد حاصل $\log_{۲۵}^{\frac{\sqrt{۳}}{۳}}$ چقدر است؟

① $-\frac{a}{۴}$ ② $-a$ ③ $-\frac{a}{۲}$ ④ $\frac{a}{۴}$

۱۰ حاصل $\log_{۶}^{۲\sqrt{۳}}+\log_{۶}^{۳\sqrt{۲}}$ کدام است؟

(۱) $\frac{۱}{۲}$ (۲) ۳ (۳) $\frac{۳}{۲}$ (۴) $-\frac{۳}{۲}$

۱۱ اگر $\begin{vmatrix} \log ۲ & \log ۵ \\ \log ۵ & \log ۲ \end{vmatrix} = \log(۳x-۲)$ مقدار x کدام است؟

(۱) ۱ (۲) $\frac{۵}{۴}$ (۳) $\frac{۴}{۳}$ (۴) $\frac{۳}{۲}$

۱۲ اگر $\frac{۳}{۲} = \log_{b}$ آنگاه $\log_{\sqrt{b}}^{ab^{۲}}$ کدام است؟

(۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

۱۳ اگر $\log\frac{۲}{x}+\log(x+۱)=۱$ باشد لگاریتم عدد x در پایه‌ی ۸ کدام است؟

(۱) $-\frac{۲}{۳}$ (۲) $-\frac{۱}{۳}$ (۳) $\frac{۱}{۳}$ (۴) $\frac{۲}{۳}$

۱۴ جواب معادله‌ی $\log_{۹}^{x} = \log_{\sqrt{۳}} + \log_{۳}^{\sqrt{۳}}$ کدام است؟

(۱) $x=۳^{۲}$ (۲) $x=۳^{۳}$ (۳) $x=۳^{۵}$ (۴) $x=۳^{۴}$

۱۵ حاصل $\log_{\frac{۱}{۹}} ۳\sqrt{۳}$ کدام است؟

(۱) $\frac{۳}{۴}$ (۲) $-\frac{۳}{۴}$ (۳) $\frac{۳}{۲}$ (۴) $-\frac{۳}{۲}$

۱۶ از دو معادله‌ی $\log_{۳}x+\log_{۳}y=۲$ و $x^{۲}+y^{۲}=۴۶$، لگاریتم $(x+y)$ در پایه‌ی ۴ کدام است؟

(۱) ۱٫۵ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۲٫۵

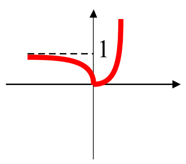
۱۷ اگر $\log ۵ = ۳k$ باشد، $\log\sqrt[۳]{۱٫۶}$ کدام است؟

(۱) $۱-۴k$ (۲) $۲-۵k$ (۳) $۱-۲k$ (۴) $۱-k$

۱۸ تابع نمایی $y=۳^{x}$ محور y ها را در نقطه ی A قطع می کند معکوس این تابع محور x ها را در نقطه ی B قطع می کند. مساحت مثلث ABO کدام است؟

(۱) ۲ (۲) $\frac{۱}{۲}$ (۳) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ (۴) $\sqrt{۲}$

۱۹ شکل مقابل نمودار کدام تابع است؟



(۱) $y=-۲^{-x}$ (۲) $y=۲^{-|x|}$

(۳) $y=۲^{x+۱}-۱$ (۴) $y=|۲^{x}-۱|$

۲۰ اگر $۶۴ = (۱۶)^x$ باشد x کدام است؟

(۱) $\frac{۴}{۶}$ (۲) $\frac{۶}{۴}$ (۳) $\frac{۳}{۴}$ (۴) $\frac{۴}{۳}$

۲۱ مقدار x از معادله ی $۳۲^{x+۱} = \left(\frac{۱}{۸}\right)^{۳x}$ برابر است با:

(۱) $-\frac{۱۴}{۵}$ (۲) $\frac{۵}{۴}$ (۳) $-\frac{۱۰}{۸}$ (۴) $-\frac{۵}{۱۴}$

۲۲ کدام گزینه جواب معادله‌ی $۳^{۲x} - ۸(۳^x) + ۱۵ = ۰$ می‌باشد؟

(۱) $\log_۳^۵$ (۲) $\log_۵^۳$ (۳) $\log ۱۰$ (۴) گزینه‌ی ۱ و ۳

۲۳ به عدد ۳۰۰ چند واحد بیفزاییم تا لگاریتم آن در مبنای ۸ برابر ۳ گردد؟

(۱) ۲۱۲ (۲) ۱۰۳ (۳) ۱۱۲ (۴) ۳۲۲

۲۴ به عدد ۲۲۹ چند واحد بیفزاییم تا لگاریتم عدد حاصل در مبنای ۳ برابر ۶ گردد؟

(۱) ۲۴۳ (۲) ۳۲۱ (۳) ۵۰۰ (۴) ۲۰۰

۲۵ اگر $\log ۹ = ۰/۹۵۴۲۴$ باشد آنگاه عدد $۳^{۱۰۰}$ چند رقمی است؟

(۱) ۴۷ (۲) ۴۹ (۳) ۴۸ (۴) ۴۶

۲۶ اگر $\log ۲ = ۰/۳۰۱$ باشد آنگاه عدد $۲^{۱۰۰}$ چند رقمی است؟

(۱) ۳۰ (۲) ۳۱ (۳) ۳۲ (۴) ۳۳

۲۷ اگر $\log_a = ۳$ ، $\log_b = ۶$ و $\log_c = ۱۲$ باشد، $\log_{abc}$ برابر است با

(۱) $\frac{۱}{۹۶}$ (۲) ۹۶ (۳) $\frac{۳}{۴}$ (۴) $\frac{۱۲}{۷}$

۲۸ اگر $a > ۱$ باشد. کدام گزینه صحیح است؟

(۱) $\log_a < \log_a$ (۲) $\log_a > \log_a$ (۳) $۲^a > ۳^a$ (۴) $\frac{۳}{۲}\log_a^۲ = \frac{۲}{۳}\log_a^۳$

۲۹ اگر $۰ < b < ۱$ باشد کدام گزینه صحیح است؟

(۱) $y = ۵n$ (۲) $y = ۵۰۰۰n$ (۳) $y = ۵۰۰۰^n$ (۴) $y = ۵^n$

۳۰ دامنه‌ی تعریف تابع $f(x) = \sqrt{\log(۲x - ۳)}$ کدام است؟

(۱) $[۱, +\infty)$ (۲) $(۱, +\infty)$ (۳) $[۲, +\infty)$ (۴) $(۲, +\infty)$

۳۱ دامنه‌ی تعریف تابع $f(x) = \log(|x| - ۳)$ کدام است؟

(۱) $\mathbb{R} - [۰, ۳]$ (۲) $\mathbb{R} - [-۳, ۳]$ (۳) $(-۳, ۳)$ (۴) $(۰, ۳)$

۳۲ حاصل $\log_{۸} \frac{\sqrt{۲}}{\ }$ کدام است؟

۱) $-\frac{۳}{۲}$ ۲) $-\frac{۱}{۳}$ ۳) $-\frac{۱}{۲}$ ۴) $-\frac{۳}{۴}$

۳۳ حاصل $۲^{\log_{۸}}$ کدام است؟

۱) $x^{۲}$ ۲) $\sqrt[۳]{x^{۲}}$ ۳) $\sqrt[۳]{-}$ ۴) $x^{۳}$

۳۴ ساده شده‌ی عبارت $۵^{(۲\log_{۵}^{۲} + ۳\log_{۵}^{۳})}$ برابر است با:

۱) ۵ ۲) ۳۶ ۳) ۱۰۸ ۴) $۵^{۶}$

۳۵ حاصل $۲\log_{۹}\sqrt{۳} - \log_{۴}\left(\frac{۱}{\sqrt{۲}}\right)$ کدام است؟

۱) $\frac{۳}{۴}$ ۲) $\frac{۱}{۴}$ ۳) $\frac{۳}{۲}$ ۴) $\frac{۲}{۳}$

۳۶ حاصل $\log_{\sqrt{۵}}\left(\sqrt{۱۲۵}\right)^{۳}$ کدام است؟

۱) ۸ ۲) ۴٫۵ ۳) ۹ ۴) ۵٫۵

۳۷ اگر لگاریتم a در پایه‌ی $\sqrt{۳}$ برابر $\frac{۴}{۳}$ باشد آنگاه لگاریتم $(a^{۳} + ۷)$ در پایه‌ی ۸ کدام است؟

۱) $\frac{۲}{۳}$ ۲) $\frac{۴}{۳}$ ۳) $\sqrt{۲}$ ۴) $\frac{۳}{۲}$

۳۸ اگر $\frac{b}{۲}$ باشد مقدار $\log ۱۲٫۵$ چه قدر است؟

۱) $\frac{۳b - ۴}{۲}$ ۲) $\frac{۴ - ۳b}{۲}$ ۳) $۴ + ۳b$ ۴) $\frac{۳ - ۴b}{۲}$

۳۹ اگر $A = \log_{۴}^{\sqrt{۲}} - ۳\log_{۱۶}^{۲}$ باشد مقدار $\log_{\sqrt{۲}}^{\sqrt{A}}$ کدام است؟

۱) $-\frac{۱}{۲}$ ۲) -۱ ۳) ۱ ۴) $\frac{۳}{۲}$

۴۰ اگر $\frac{۱}{۳} = \log_{y}$ باشد حاصل $\log_{x\sqrt{x}}$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) ۴ ۳) ۲ ۴) ۱۲

۴۱) اگر $\log_{۵}^{۳} = a$ باشد حاصل $\log_{۲۵}^{\sqrt{۳}}$ کدام است؟

۱) $-a$ ۲) $\sqrt{a}$ ۳) $\frac{۱}{۴}a$ ۴) $a^{۲}$

۴۲) حاصل $\frac{}{\log ۲ + \log \sqrt{۶}}$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) ۲۴ ۴) $۲\sqrt{۶}$

۴۳) حاصل $\left[\log_{۳}^{۶}\right] + \left[\log_{۶}^{۳}\right]$ کدام است؟ ([ ]، نماد جزء صحیح است)

۱) ۲ ۲) ۰ ۳) ۱ ۴) ۳

۴۴) اگر $\log_{۳}^{۲} = a$ و $\log_{۵}^{۳} = b$ و $\log_{۷} = c$ باشد. $\log_{۷}$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{}$ ۲) $۲abc + bc$ ۳) $\frac{}{bc}$ ۴) abc

۴۵) اگر $\log_{۳}^{۲} = x$ و $\log_{۵}^{۳} = y$ و $\log_{۷} = z$ باشد $\log ۷$ کدام است؟

۱) $۲xy + ۲zy$ ۲) $\frac{۱}{xyz + z}$ ۳) $\frac{}{x + y + z}$ ۴) $۲xyz$

۴۶) اگر $۵^{x+۱} = ۱۰^{x}$ باشد آن گاه مقدار $۴^{x}۵^{\frac{۱}{x}}$ کدام است؟

۱) ۳۰ ۲) ۸۰ ۳) ۹۰ ۴) ۵۰

۴۷) معادله‌ی $۹^{x} \times ۲ = ۶^{x} - ۴^{x}$ چند ریشه دارد؟

۱) هیچ ۲) ۲ ۳) ۱ ۴) بیشمار

۴۸) جواب معادله‌ی $\log(x+۴) = \log\sqrt{۲x+۱۱}$ کدام است؟

۱) -۳ ۲) -۵ ۳) -۱ ۴) ۳

۴۹) اگر $\log(x+۱۰)\frac{۱}{۲} = \log(x-۲)$ باشد. آنگاه $\log_{۲}^{x+۲}$ کدام است؟

۱) $\frac{۴}{۳}$ ۲) ۳ ۳) $\frac{۳}{۲}$ ۴) $\frac{۳}{۴}$

۵۰) اگر $\log xy^{۲} = ۲$ و $\log x^{۲}y = ۴$ باشد. حاصل $\log x^{۲}y^{۴}$ چقدر است؟

۱) ۴ ۲) ۲ ۳) ۸ ۴) ۶

۵۱) معادله‌ی $\log(x+۲) + \log(x+۱) + \log x = \log(x^{۳} + ۳x^{۲} + ۳x - ۱)$ چند ریشه‌ی حقیقی دارد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) هیچ ۴) بیشمار

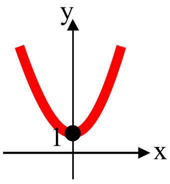
۵۲) در معادله‌ی $\frac{۵}{۶} = \log_{x^{۳}}^{۳} + \log_{۹}^{x}$ مجموع ریشه‌های آن کدام است؟

۱) $۳ + ۳\sqrt{۳}$ ۲) $۳ + \sqrt{۳}$ ۳) $۳ + \sqrt[۳]{۹}$ ۴) $۳ + ۲\sqrt{۳}$

۵۳ لگاریتم عددی در مبنای ۹ از لگاریتم عکس مجذور آن در پایه‌ی ۹ به اندازه‌ی ۴٫۵ واحد بیشتر است. آن عدد کدام است؟

(۱) ۸۱ (۲) ۳۶ (۳) ۱۸ (۴) ۲۷

۵۴ شکل مقابل نمودار کدام تابع است؟



(۱) $y=x^{۲}-۱$ (۲) $y=۲^{|x|}$
(۳) $y=|۲^{x}|$ (۴) $y=۲^{x+۱}$

۵۵ از دو معادله‌ی $\log(y+۲)=۱$ و $\log(y-x)+\log(۴x+y)=۲$، مقدار x کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۵۶ از تساوی $\log_x(x^{۲}+۴)=۱+\log_x$، مقدار لگاریتم x در پایه‌ی ۲ ، کدام است؟

(۱) -۱ (۲) $\frac{۱}{۲}$ (۳) $\frac{۳}{۲}$ (۴) ۲

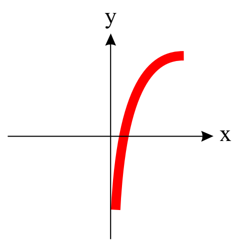
۵۷ اگر $\log_{۲}^{۱۲}=\alpha$ باشد، عدد $۴^{\alpha-۲}$ کدام است؟

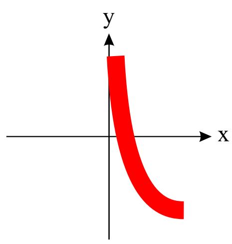
(۱) $\frac{۹}{۲}$ (۲) ۶ (۳) ۹ (۴) ۱۸

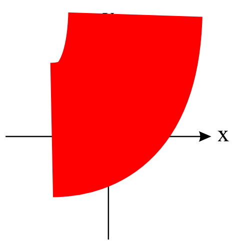
۵۸ اگر $\log_{۳}۱۰=b$ ، حاصل $۲\log(\sqrt{۵}-\sqrt{۲})+\log(۷+۲\sqrt{۱۰})$ کدام است؟

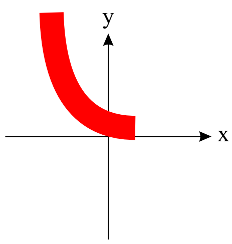
(۱) $۲b$ (۲) $\frac{۲}{b}$ (۳) $b^{۲}$ (۴) $\sqrt{b}$

۵۹ نمودار $y=\log_{\frac{۱}{۲}}\frac{۱}{x}$ به کدام شکل است؟

(۱)


(۲)


(۳)


(۴)


۶۰ از معادله‌ی $۲\log x=\log(۳x+۴)$ ، مقدار $\log_{۸}$ کدام است؟

(۱) $\frac{۱}{۳}$ (۲) $\frac{۲}{۳}$ (۳) $\frac{۳}{۲}$ (۴) ۰

۶۱ از معادله‌ی $\log_{۶}^{x-۱}=۱-\log_{۶}^{۲x}$، مقدار $\log_{۲۷}^{x^{۲}-x}$ کدام است؟

(۱) ۳ (۲) $\frac{۱}{۳}$ (۳) $\frac{۱}{۹}$ (۴) -۳

۶۲ از معادله‌ی $۴^{x}-۲^{x}-۶=۰$ جواب x کدام است؟

(۱) $\log_{۲}^{۳}$ (۲) $\log\frac{۳}{۲}$ (۳) $\log_{۳}^{۲}$ (۴) $\log\frac{۲}{۳}$

۶۳ معادله‌ی $\log(x-۲)+\log(x+۱)=\log x+\log(x-۷)$ چند ریشه دارد؟

(۱) صفر (۲) یک (۳) دو (۴) بیشمار

۶۴ اگر $f(x)=\sqrt{۲-x}$ و $g(x)=\log(x+۲)$ کدام عدد عضو دامنه‌ی g است؟

(۱) ۳ (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) -۲

۶۵ معادله‌ی $\log(x-۱)-\log(x-۳)=\log(۳x+۱)-\log(۳x-۴)$ چند جواب دارد؟

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بی‌شمار

۶۶ اگر $\log ۲۵=A$، حاصل $\log(۱+\sqrt{۳})+\frac{۱}{۲}\log(۴-۲\sqrt{۳})$ کدام است؟

(۱) $\frac{A}{۲}$ (۲) $\frac{۱-A}{۲}$ (۳) $۱-۲A$ (۴) $۱+۲A$

۶۷ به ازای کدام مقدار a، در تابع $f(x)=(۲a-a^۲)^x$ با افزایش x، مقدار y هم افزایش می‌یابد؟

(۱) $a<۱$ (۲) $۰<a<۲$ (۳) $۰<a<۱$ (۴) هیچ مقدار a

۶۸ حاصل $\log_۹ ۳\sqrt[۴]{۲۷}$ کدام است؟

(۱) $\frac{۳}{۵}$ (۲) $\frac{۵}{۳}$ (۳) $\frac{}{۸}$ (۴) $\frac{}{۷}$

۶۹ جواب معادله‌ی $۲\log x-\log(x+۲)=۱$ کدام است؟

(۱) $۵+۳\sqrt{۵}$ (۲) $۵-۳\sqrt{۵}$ (۳) $۴+۲\sqrt{۵}$ (۴) $۴-۲\sqrt{۵}$

۷۰ دامنه‌ی تعریف تابع $f(x)=\log\frac{}{۱+x}$ کدام است؟

(۱) $(-۱,۱)$ (۲) $(-۱,۱]$ (۳) $[-۱,۱)$ (۴) $[-۱,۱]$

۷۱ در کدام بازه، نمودار تابع $y=۴(۲)^x$ بالاتر از نمودار تابع $y=۸^x$ قرار دارد؟

(۱) $x>۱$ (۲) $x<۱$ (۳) $۰<x<۱$ (۴) $۱<x<۲$

۷۲ اگر $۹^{۰/۲۵}+\frac{(۴)^{۰/۷۵}}{۱+\sqrt{۲}+\sqrt{۳}}$ $=A$ باشد، $\log_A{}^{\overline{۲}-۱}$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) $\frac{۱}{۲}$ (۳) -۱ (۴) $-\frac{۱}{۲}$

۷۳ از معادله‌ی $\log_۳(\log_۲\sqrt[۳]{\sqrt[۳]{\sqrt[۳]{x}}})=-۲$ ، مقدار x کدام است؟

(۱) ۹ (۲) ۸ (۳) ۲۷ (۴) ۲۴

۷۴ اگر $\log_{x-۱} = ۳$ ، آنگاه $\log_{\frac{۱}{۳}}^{۲x+۳}$ چقدر است؟

(۱) ۳ (۲) -۳ (۳) ۲ (۴) -۲

توابع نمایی لگاریتمی

۷۵) لگاریتم عددی در پایه‌ی ۴ برابر $\frac{۱۵}{۴}$ است. لگاریتم مجذور معکوس این عدد در پایه‌ی ۸ کدام است؟

۱) $\frac{۵}{۲}$ ۲) -۳ ۳) $\frac{۳}{۲}$ ۴) -۵

۷۶) از دستگاه معادلات $\begin{cases} \log(x^{۲}+۴y^{۲}) = ۲\log\sqrt{۲} + \log ۲۳ \\ \log x + \log y = ۲\log ۳ - \log ۲ \end{cases}$، حاصل لگاریتم $x+۲y$ در مبنای ۱۶ کدام است؟

۱) ۰٫۵ ۲) ۱٫۲۵ ۳) ۰٫۷۵ ۴) ۱٫۵

۷۷) با فرض $\log_{۲}^{۹} = x$ ، حاصل $\log_{۶}^{۲}$ کدام است؟

۱) $\frac{}{۲+x}$ ۲) $\frac{}{۲+x}$ ۳) $\frac{}{۱+۲x}$ ۴) $\frac{}{۱+۲x}$

۷۸) هر گاه $۷ = \log_{x} + \log_{۵}^{۲۵x^{۲}}$ باشد، آنگاه $\log_{۱۶}^{(x^{۲}+۳)}$ کدام می‌تواند باشد؟

۱) $\frac{۳}{۲}$ ۲) $\frac{۳}{۴}$ ۳) $\frac{۴}{۳}$ ۴) $\frac{۲}{۳}$

۷۹) اگر $A = \sqrt{۲} - ۱$, $B = \sqrt{۲} + ۱$ حاصل $\log_{۲}(-\sqrt[۵]{A^{۲} - B^{۲}})$ کدام است؟

۱) $-\sqrt{۲}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) $۲\sqrt{۲}$ ۴) $-\frac{۱}{۲}$

۸۰) اگر $۹^{a} = ۲۷\sqrt{۳}$ و $\log\sqrt{b} - \log(۲-a) = ۱$ ، مقدار b کدام است؟

۱) ۶٫۲۵ ۲) ۴٫۵ ۳) ۲٫۵ ۴) ۲۵

۸۱) حاصل‌جمع جواب‌های معادله‌ی $۱ = \log_{۵}^{x^{۲}} \frac{۱}{۲} - \log_{x}$ کدام است؟

۱) $\frac{۱۳}{۲۵}$ ۲) $\frac{۱۸}{۲۵}$ ۳) $\frac{۹}{۵}$ ۴) $\frac{۲۶}{۵}$

۸۲) اگر $\log_{a} ۲ - ۱ = \log_{a}$ ، آنگاه لگاریتم x در مبنای $\frac{\sqrt{a}}{۳}$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ ۴) $\frac{۱}{۲}$

۸۳) از تساوی $\log_{x} - ۲ = \log_{x}$ ، مقدار لگاریتم x در پایه‌ی ۴، کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۲}{۳}$ ۳) $\frac{۳}{۲}$ ۴) ۲

۸۴) اگر $\log xy^{۲} = ۲$ و $\log x^{۲}y = ۴$ باشد حاصل $\log x^{۳}y^{۵}$ چقدر است؟

۱) ۴ ۲) ۲ ۳) ۸ ۴) ۶

۸۵ اگر $\log_{\sqrt{۳}} = a$ باشد حاصل $\log_{۲\sqrt{۳}}^{۳\sqrt{۲}}$ کدام است؟

۱) $\frac{}{a+۲}$ ۲) $\frac{}{۲a+۴}$ ۳) $\frac{}{a+۲}$ ۴) $\frac{}{۴a+۱}$

۸۶ اگر $\log_{۲}\sqrt[۵]{e^{۲}} = A$، حاصل $\log_{\sqrt{e}}$ کدام است؟

۱) $\frac{A}{۴}$ ۲) $\frac{A}{۲}$ ۳) $\frac{۲}{A}$ ۴) $\frac{۴}{A}$

۸۷ اگر $\log x\sqrt[۳]{x} = \frac{۱}{۲}$ باشد حاصل $\log\sqrt{x\sqrt{x}}$ کدام است؟

۱) $\frac{۳۲}{۹}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) $\frac{۹}{۳۲}$ ۴) ۲

۸۸ اگر $\log_{۲}^{\sqrt[۷]{e^{۲}}} = A$، آن گاه حاصل $\log_{\sqrt{e}}$ کدام است؟

۱) $\frac{A}{۲}$ ۲) $\frac{A}{۴}$ ۳) $\frac{۲}{A}$ ۴) $\frac{۴}{A}$

۸۹ اگر $\frac{x}{۲}$ ... ۱ باشد، $\log\sqrt[۳]{۷/۲۹}$ بر حسب x به کدام صورت می باشد؟

۱) $\frac{}{۲x-۳}$ ۲) $۲x-۳$ ۳) $\frac{۲x-۳}{۳}$ ۴) $\frac{۳x-۲}{۳}$

۹۰ مجموعه جواب نامعادله‌ی $\log_{۰/۵}^{\frac{۲x+۳}{۴}} \geq -۱$ کدام است؟

۱) $(\frac{۳}{۲}, \frac{۵}{۲}]$ ۲) $(\frac{-۳}{۲}, \frac{۵}{۲}]$ ۳) $(-\infty, \frac{۵}{۲}]$ ۴) $(\frac{-۳}{۲}, +\infty)$

۹۱ از تساوی $\log ۳ = \log(۲x-۱) + \frac{۱}{۲}\log\ x^{۲}$، مقدار لگاریتم $\frac{x}{۳}$ در مبنای ۴ کدام است؟

۱) $-\frac{۱}{۲}$ ۲) $-\frac{۱}{۴}$ ۳) $\frac{۱}{۴}$ ۴) $\frac{۱}{۳}$

۹۲ اگر $\log ۱۲۵ = ۹k$ باشد، مقدار $\log\sqrt[۳]{۰/۳۲}$ برحسب k کدام است؟

۱) $۱-۵k$ ۲) $\frac{۷}{۳}-۵k$ ۳) $۳-۳k$ ۴) $\frac{۱}{۴}$

۹۳ اگر $\begin{cases} \log_{۳}^{x} + \log_{۳}^{y} = ۲ \\ x^{۲}+y^{۲} = ۴۶ \end{cases}$ مقدار لگاریتم $\sqrt{x+y}$ در پایه‌ی ۸ چقدر است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۱}{۴}$ ۳) ۲ ۴) ۴

۹۴ نمودار وارون تابع $f(x) = ۲(۲^{x-۱} - ۱)$ از کدام ناحیه‌ی دستگاه مختصات نمی‌گذرد؟

۱) اول ۲) دوم ۳) سوم ۴) چهارم

۹۵ اگر حاصل عبارت $A = 2^{(\log_{\sqrt{2}}^{4} - \log_{2}^{x})}$ برابر با یک باشد، آن گاه مقدار $\log_{\frac{1}{2}}^{\sqrt[3]{x}}$ کدام است؟

(۱) $-\frac{1}{5}$ (۲) $-\frac{4}{3}$ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴) $-\frac{}{7}$

۹۶ از معادله‌ی لگاریتمی $2\log x = 1 + \log(x + \frac{12}{5})$، مقدار $\log_{5}^{(2x+1)}$ کدام است؟

(۱) -1 (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) 1 (۴) 2

۹۷ اگر $\log 2 = m$ و $\log 3 = n$، حاصل $\log_{54}^{\sqrt{125}}$ بر حسب m و n کدام است؟

(۱) $\frac{}{6m+2n}$ (۲) $\frac{}{3m+n}$ (۳) $\frac{}{6n+2m}$ (۴) $\frac{}{6n+2m}$

۹۸ حاصل ضرب ریشه‌های معادله‌ی $x^{1+\log x} = 10^{6}$ کدام است؟

(۱) 1 (۲) $0/1$ (۳) 10^{5} (۴) $0/001$

۹۹ اگر $\log_{2}^{(x^3+5)} = 5$، آن گاه حاصل $\log_{5}^{(x^2-4)}$ کدام است؟

(۱) 1 (۲) 2 (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{4}$

۱۰۰ اگر $f(x) = 2^{x}$، آن گاه دامنه‌ی تابع $y = \sqrt{x - f^{-1}(x)}$ کدام است؟

(۱) R (۲) $(1, +\infty)$ (۳) $(0, +\infty)$ (۴)

۱۰۱ حاصل ضرب جواب‌های معادله‌ی $(\log_{2}^{x})^{2} - 9\log_{8}^{x} = 4$ کدام است؟

(۱) 8 (۲) $\frac{}{8}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) 4

۱۰۲ اگر $\log 2 = k$، آن گاه حاصل $A = \frac{1}{2}\log(7 + 2\sqrt{6}) + \log(\sqrt{6} - 1)$ کدام است؟

(۱) k (۲) $2 - 2k$ (۳) $1 - k$ (۴) $2k$

۱۰۳ حاصل $(\frac{\sqrt{2}}{4})^{-2+\log_{0/5}^{9}}$ کدام است؟

(۱) ۷۲ (۲) ۱۴۴ (۳) ۲۱۶ (۴) ۳۲۴

۱۰۴ در بازه‌ی (a, b) نامعادله‌ی $\log_{5}^{x} < \log_{2}^{x}$ برقرار است. بیش‌ترین مقدار $b - a$ کدام است؟

(۱) 1 (۲) 3 (۳) $\log 3$ (۴) 10

۱۰۵ اگر $a = \log_{4}^{b}$، آن گاه معادله‌ی $2^{x^2} = 3^{x-a}$ فقط یک جواب دارد. b کدام است؟

(۱) $\frac{1}{3}$ (۲) 3 (۳) $\sqrt{3}$ (۴) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

۱۰۶ اگر $\log_{3}^{\sqrt{3}} + \log_{2}^{\sqrt{x-1}} = \log_{4}^{x+1}$، آن گاه حاصل $\log_{4}^{3x-1}$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۱٫۵ (۳) ۲ (۴) ۲٫۵

۱۰۷ اگر $\log_{16}^{6} = a$، حاصل $\log_{12}^{64}$ کدام است؟

(۱) $\frac{}{4a+1}$ (۲) $\frac{}{6a+3}$ (۳) $\frac{}{2a+3}$ (۴) $\frac{}{4a+7}$

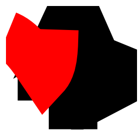
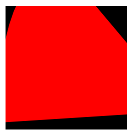
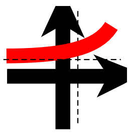
۱۰۸ دامنه‌ی تعریف تابع $y = \sqrt{\log_{3}^{\frac{x-1}{x+1}}}$ کدام است؟

(۱) $x > 1$ یا $x < -1$ (۲) $x > 1$ (۳) $x < -1$ (۴) $x \geq 1$ یا $x < -1$

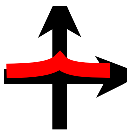
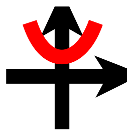
۱۰۹ دامنه‌ی تعریف تابع $y = \sqrt{\log_{0.4}^{\frac{x-1}{x+1}}}$ کدام است؟

(۱) $x > 1$ یا $x < -1$ (۲) $x < 1$ (۳) $x > -1$ (۴) $x > 1$

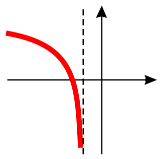
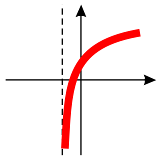
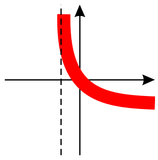
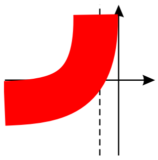
۱۱۰ نمودار $y = |\log(x-1)|$ به کدام صورت است؟

(۱)  (۲)  (۳)  (۴) 

۱۱۱ نمودار $y = \pi^{-|x|}$ به کدام شکل است؟

(۱)  (۲)  (۳)  (۴) 

۱۱۲ نمودار $y = \log_{0.25}^{(x+1)}$ به کدام صورت است؟

(۱)  (۲)  (۳)  (۴) 

۱۱۳ از معادله‌ی لگاریتمی $\log_{3}(2x^2+1) - \log_{3}(x+2) = 1$ ، مقدار لگاریتم $(2x-1)$ در پایه‌ی ۸، کدام است؟

(۱) $-\frac{2}{3}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{2}{3}$

۱۱۴ اگر معادله‌ی $1458 = 18^{7-2x} \times 12^{3x-4}$ را به صورت $2^a = 3^b$ نشان دهیم $a+b$ کدام است؟

(۱) $5x+6$ (۲) $5x-6$ (۳) $3x-4$ (۴) $10-x$

۱۱۵ مجموعه جواب نامعادله‌ی $243 < 3^{-2x+1}$ شامل چند عدد صحیح منفی است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۱۶ مجموعه جواب نامعادله‌ی $\left(\frac{\sqrt{۲}}{۵}\right)^{x-۱} > ۰/۰۸$ شامل چند عدد طبیعی می‌باشد؟

① ۱ ② ۲ ③ ۳ ④ ۴

۱۱۷ می‌دانیم $\log ۲ = ۰/۳۰۱$ در این صورت عدد $۲^{۱۳۸۳}$ چند رقمی است؟

① ۴۱۵ ② ۴۱۶ ③ ۴۱۷ ④ ۴۱۸

۱۱۸ اگر $\log \frac{۱}{a} = ۲/۱۲۴$ باشد آن گاه عدد $a^{۵}$ بعد از ممیز چند صفر کنار هم دارد؟

① ۸ ② ۹ ③ ۱۰ ④ ۱۱

۱۱۹ اگر $\log(۲^{x} + ۸) = \log ۲ + x \log ۲$، آنگاه حاصل $\frac{\log_{x} + ۳}{\log_{۳}^{x} + ۱}$ برابر کدام است؟

① $\frac{۲}{۳}$ ② $\frac{۴}{۳}$ ③ ۳ ④ ۲

۱۲۰ مجموع مربعات جواب‌های معادله‌ی $۳ + \log^{\sqrt{۲x+۸}}_{\sqrt{۲}} = \log_{۲}^{۴x^{۲}+۸x+۴}$ برابر است با:

① ۲۵ ② ۳۴ ③ ۹ ④ ۲۹

۱۲۱ اگر x، ریشه‌ی معادله‌ی $\frac{}{۲^{x}} = ۲^{x} - ۱۲۵$ باشد در این صورت حاصل عبارت $x^{۲} + ۲x$ کدام است؟

① ۶۳ ② ۶۴ ③ ۴۸ ④ ۱۲۰

۱۲۲ در معادله‌ی $\frac{۹}{۱۶} = \left(\frac{۴}{۳}\right)^{\frac{۱}{x}} \times \left(\frac{۳}{۴}\right)^{x-۱}$ مجموع دو ریشه کدام است؟

① ۳ ② ۴ ③ ۵ ④ ۶

۱۲۳ مجموعه جواب نامعادله‌ی $۶۲۵ < (۰/۰۴)^{۵x-x^{۲}-۸}$ کدام است؟

① $۱ < x < ۳$ ② $۲ < x < ۳$ ③ $۲ < x < ۴$ ④ $۳ < x < ۵$

۱۲۴ اگر $۲^{A} = \left(\frac{۴\sqrt{۳۲}}{۲\sqrt{۸}}\right)^{۲}$، عدد A کدام است؟

① ۸ ② ۱۶ ③ $۸\sqrt{۲}$ ④ $۱۲\sqrt{۲}$

۱۲۵ اگر $۲^{-x} < ۰/۰۰۰۰۰۱$ و $\log ۲ = ۰/۳۰۱$، کوچک‌ترین عدد x با دو رقم اعشاری کدام است؟

① ۱۹/۸۹ ② ۱۹/۹۱ ③ ۱۹/۹۴ ④ ۱۹/۹۷

توابع نمایی لگاریتمی

۱۲۶ حاصل $\log_{2\sqrt[3]{4\sqrt{2}}}^{\sqrt[6]{8\sqrt{32}}}$ برابر کدام است؟

(۱) 2 (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) 4 (۴) $\frac{1}{4}$

۱۲۷ معادله‌ی لگاریتمی $\log(3x+1)+2\log\sqrt{x-2}=\frac{1}{2}\log(x^2-2x+1)+\log(x+2)$ را در نظر بگیرید اگر α ریشه‌ی این معادله باشد، حاصل $\log_5^{(4\alpha+13)}$ کدام است؟

(۱) 1 (۲) 2 (۳) 3 (۴) 4

۱۲۸ نمودار تابع $y=\log(ax+b)$ ، محور xها را در نقطه‌ای با طول -10.1 قطع می‌کند. اگر دامنه‌ی این تابع، بازه‌ی $(-\infty,-10)$ باشد، مقدار $\log\sqrt{ab}$ کدام است؟

(۱) $\frac{4}{3}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{3}{2}$

۱۲۹ اگر $f(x)=\log_3^{(x-1)}$ ، آن‌گاه دامنه‌ی تعریف تابع $y=\sqrt{4-f^{-1}(x)}$ شامل چند عدد طبیعی است؟

(۱) صفر (۲) 1 (۳) 2 (۴) 3

۱۳۰ حاصل $[\log_2^{2+\sqrt{3}}-\log_2^{2-\sqrt{3}}]$ کدام است؟ ([ ]، نماد جزء صحیح است.)

(۱) 1 (۲) 2 (۳) 3 (۴) 4

۱۳۱ معادله‌ی $\log_9^{x^2-2x+1}+\log_3^{x+1}=1$ چند ریشه دارد؟

(۱) صفر (۲) 1 (۳) 2 (۴) 3

۱۳۲ در تابع $f:[-1,2]\to R$ با ضابطه‌ی $f(x)=(\log_{0.2}^{0.4})^x$ بیش‌ترین مقدار تابع کدام است؟

(۱) 1 (۲) 0.5 (۳) $(\log_{0.2}^{0.4})^2$ (۴) $\log_{0.4}^{0.2}$

۱۳۳ اگر $x=1$ یک جواب معادله‌ی $\log_2^{x+a}=\log_2^{\frac{2}{x}}+2$ باشد، جواب دیگر معادله کدام است؟

(۱) 8 (۲) 4 (۳) 2 (۴) معادله جواب دیگری ندارد

۱۳۴ اگر $\log_2^{18}=a$ حاصل $\log_3^{12}$ چقدر است؟

(۱) $a-1$ (۲) $a-1$ (۳) $a+3$ (۴) a

۱۳۵ اگر $\begin{cases}\log_2^x-\log_2^{2y}=3\\ x^2+2y^2=86\end{cases}$ باشد، حاصل $\log_9^{(\sqrt[5]{3y^2})}$ چقدر است؟

(۱) $\frac{3}{5}$ (۲) $\frac{5}{3}$ (۳) $-\frac{2}{5}$ (۴) $\frac{1}{5}$

۱۳۶ از معادله‌ی $\log_{3}^{(x+3)} + 1 = \log_{3}^{(x^2-1)}$، مقدار $\log_{16}^{(x-3)}$ چقدر است؟

(۱) ۲ (۲) ۴ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{4}$

۱۳۷ در معادله‌ی لگاریتمی $\log(x^2+x-20) - \log(x-4) = \log(2x-47)$، مقدار x کدام است؟

(۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۴۲ (۴) ۵۲

۱۳۸ اگر $2 = \log_{x}^{(x+1)} + \log_{x}^{(3x-\ )}$ باشد، حاصل $\log_{2}^{(x^2+x+\frac{7}{2})}$ کدام است؟

(۱) ۳ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) ۲

۱۳۹ اگر $\log_{\sqrt{x}}^{\bar{5}} + 1 = \log_{x^2}^{x^4+8x^2+16}$، مقدار x کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۴۰ از دو معادله‌ی دو مجهولی $1 = 4^{x+y} \times 2^{x-7}$ و $\log y = 2\log 3 + \log x$، مقدار y کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۴۱ از دو معادله‌ی دومجهولی $3^{x-y} \times 9 = 3^{2x+y}$ و $\log(x+2y) = 1 + \log y$، مقدار x کدام است؟

(۱) ۱٫۲ (۲) ۱٫۴ (۳) ۱٫۵ (۴) ۱٫۶

۱۴۲ دامنه‌ی تعریف تابع $f(x) = \log_{2}^{ax+b}$ بازه‌ی $(\frac{1}{3}, +\infty)$ است. اگر $f(1) = 2$، آن‌گاه مقدار $f(3)$ کدام است؟

(۱) $\frac{5}{3}$ (۲) ۶ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۴۳ اگر $90 = 3^{x+1} + 3^{x-1}$ و $1 = \log_{4}^{y} + \log_{16}^{2x}$، مقدار y چند برابر $\sqrt{6}$ است؟

(۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) ۲

۱۴۴ شدت دو زلزله در مقیاس ریشتر به اندازهٔ ۰٫۸ اختلاف دارند. انرژی آزاد شده در زلزلهٔ قویتر چند برابر زلزلهٔ ضعیف‌تر است؟ $\log^{2} = 0{,}3$

(۱) ۴ (۲) ۸ (۳) ۱۶ (۴) ۳۲

۱۴۵ به ازای افزایش یک واحد مقیاس ریشتر، قدرت تخریب زلزله چند برابر می‌شود؟

(۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۱۰ (۴) $10\sqrt{10}$

۱۴۶ انرژی آزاد شده در یک زلزله ۴٫۸ ریشتری برابر 10^{α} ارگ می‌باشد. $\sqrt{\alpha - 10}$ کدام گزینه می‌باشد؟

(۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۱۴۷ قدرت تخریب زلزلهٔ ۹ ریشتری چند برابر قدرت تخریب زلزلهٔ ۷ ریشتری می‌باشد؟

(۱) ۱۰۰ (۲) ۲۰۰ (۳) ۱۰۰۰ (۴) ۲۰

۱۴۸ انرژی آزاد شده در یک زلزله $10^{22.3}$ ارگ می‌باشد. شدت این زلزله در مقیاس ریشتر چقدر است؟

(۱) ۷ (۲) ۷٫۵ (۳) ۸ (۴) ۶٫۵

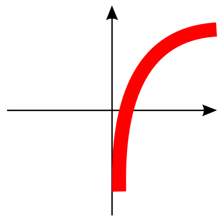
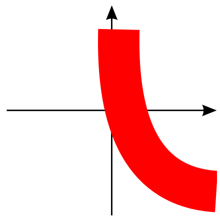
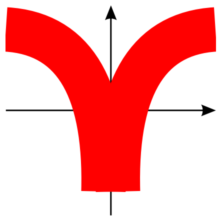
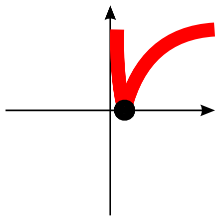
۱۴۹ انرژی آزاد شدهٔ زلزله‌ای ۶ ریشتر در واحد ارگ (Erg) چقدر است؟

(۱) $10^{22.3}$ (۲) $10^{20.8}$ (۳) $10^{15.1}$ (۴) 10^{6}

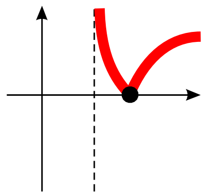
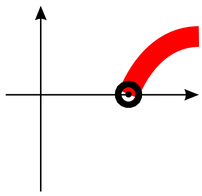
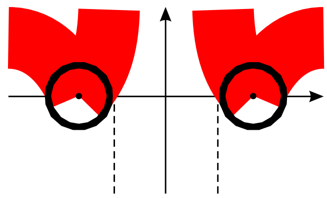
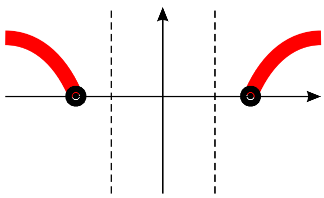
۱۵۰ شدت زلزله ۶٫۵ ریشتر و شدت پس‌لرزهٔ آن حدود ۳٫۵ ریشتر می‌باشد. انرژی آزاد شده در زلزلهٔ اصلی چند برابر پس‌لرزهٔ آن است؟

(۱) $10000\sqrt{10}$ (۲) ۱۰۰۰۰ (۳) ۱٫۸ (۴) ۳

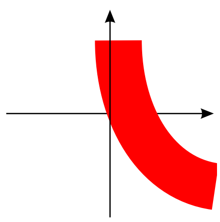
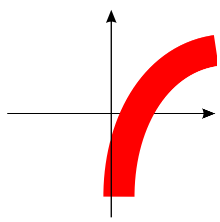
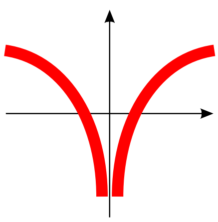
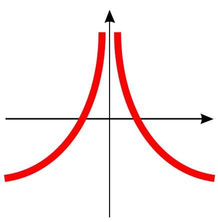
۱۵۱ نمودار $y = \frac{1}{2}\log^{x^2}$ کدام گزینه می‌باشد؟

(۱) 
(۲) 
(۳) 
(۴) 

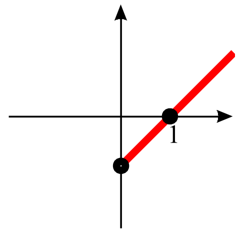
۱۵۲ نمودار تابع $y = \left|\log_{5}^{x-2}\right|$ کدام گزینه است؟

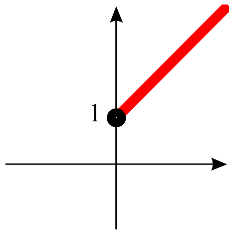
(۱) 
(۲) 
(۳) 
(۴) 

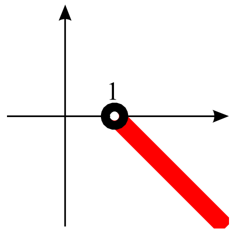
۱۵۳ نمودار تابع $y = \log_{0.5}^{\frac{1}{x}}$ کدام است؟

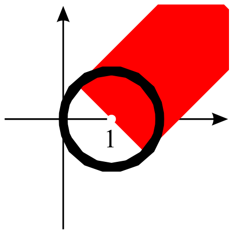
(۱) 
(۲) 
(۳) 
(۴) 

۱۵۴ نمودار تابع $\sqrt[۵]{\log_{۳}^{x-۱}} = \sqrt[۵]{\log_{۳}^{y}}$ کدام است؟

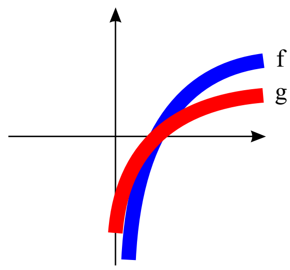
۱) 

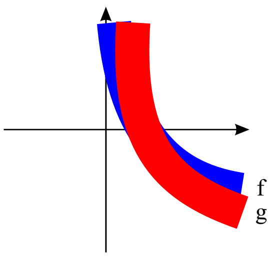
۲) 

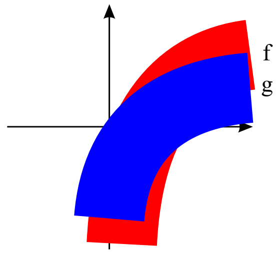
۳) 

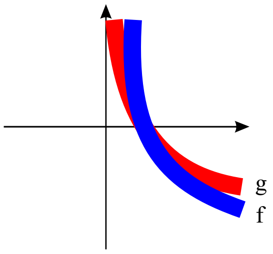
۴) 

۱۵۵ در کدام گزینه نمودار دو تابع $f(x) = \log_{۳}^{x}$ و $g(x) = \log_{۴}^{x}$ صحیح رسم شده است؟

۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

۱۵۶ نمودار $y = \log_{۲}^{|x|+۲}$ در کدام بازه نزولی است؟

۱)
۲) $[۰, +\infty)$
۳) $(-\infty, ۰]$
۴) $[-۲, +۲]$

۱۵۷ اثر یک داروی بیهوشی در مدت ۳۰ دقیقه از بین می‌رود. اگر اثر مادهٔ بیهوشی از رابطهٔ $f(t) = ۱۰۰ - ۲۰\log_{۲}^{(t+۲)}$ محاسبه شود، پس از گذشت ۶ دقیقه چه اثری از داروی باقی‌مانده است؟

۱) ۲۰%
۲) ۴۰%
۳) ۶۰%
۴) ۸۰%

۱۵۸ اگر $f(x) = \log\left(\frac{\quad}{۱+x}\right)$ مقدار $f\left(\frac{۳x+x^{۳}}{۱+۳x^{۲}}\right)$ چقدر است؟

۱) $f(x)$
۲) $f(x^{۳})$
۳) $۳f(x)$
۴) $f(۳x)$

۱۵۹ اگر در تابع با ضابطهٔ $f(x) = \log(۳x + \sqrt{ax^{۲}+b})$ رابطهٔ $f(-x) = -f(x)$ همواره برقرار باشد، $a+b$ کدام است؟

۱) ۱۰
۲) ۹
۳) ۱۱
۴) $\frac{۲۱}{۲}$

۱۶۰ اگر $f(x) = \log\frac{x^{۲}-۱}{x^{۲}}$ حاصل $f(۱۱) + f(۱۲) + \cdots + f(۴۹)$ کدام گزینه است؟

۱) -۱
۲) ۱
۳) $\log\frac{۵۰۰}{۴۹۹}$
۴) $\log\left(\frac{۴۹۹}{۵۰۰}\right)$

۱۶۱ تابع نمایی f با ضابطهٔ $f(x)=k(b)^{x+۱}$, $(k\neq ۰)$ مفروض است. در این تابع $f(x_۱+x_۲)$ کدام است؟

۱) $\frac{f(x_۱)+f(x_۲)}{bk}$
۲) $\frac{f(x_۱)+f(x_۲)}{k}$
۳) $f(x_۱)+f(x_۲)$
۴) $\frac{f(x_۱)\times f(x_۲)}{bk}$

۱۶۲ اگر در تابع $f(x)=ka^x$ داشته باشیم $f(۲)=۸$ و $f(۱۰)=۷۲$ مقدار $f(۶)$ کدام است؟

۱) ۲۶
۲) ۲۴
۳) ۲۸
۴) ۳۰

۱۶۳ نمودار $y=\left|\log_۲^{|x|}\right|$ در کدام بازه اکیداً صعودی می‌باشد؟

۱) $(-\infty,۱]$
۲) $(-\infty,-۱]$
۳) $[-۱,+۱]$
۴) $[+۱,+\infty)$

۱۶۴ اگر $\log_{۳۴۳}^{۷^x}=x+۱$ آن‌گاه حاصل عبارت $(x+۱۲)^{۱۲}$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۱۰۲۴}$
۲) $\frac{۱}{۴۰۹۶}$
۳) $\frac{۱}{۲۰۴۸}$
۴) $\frac{۱}{۸۱۹۲}$

۱۶۵ حاصل عبارت $\sqrt{۴۹^{\frac{۱}{۲}+\log^{-}_{\sqrt{۷}}}}$ کدام است؟

۱) $۵\sqrt{۷}$
۲) $۲۵\sqrt{۷}$
۳) $۵\sqrt{۳۵}$
۴) $۷\sqrt{۵}$

۱۶۶ وارون تابع $f(x)=\frac{۳^{۲x}-۳^{-۲x}}{۳^{۲x}+۳^{-۲x}}$ کدام است؟

۱) $y=\log(\frac{\ }{۱+x})$
۲) $y=\log(\frac{\ }{۱-x})$
۳) $y=\frac{۱}{۴}\log(\frac{\ }{۱+x})$
۴) $y=\frac{۱}{۴}\log(\frac{\ }{۱-x})$

۱۶۷ وارون تابع $f(x)=۴^{x^۳+۱۵x^۲+۷۵x+۱۰۰}$ کدام گزینه است؟

۱) $y=\sqrt[۳]{۲۵+\log_۴^x}+۵$
۲) $y=\sqrt[۳]{۲۵-\log_۴^x}-۵$
۳) $y=\sqrt[۳]{۲۵+\log_۴^x}-۵$
۴) $y=\sqrt[۳]{۲۵-\log_۴^x}+۵$

۱۶۸ برد تابع $f(x)=\log_{\sqrt{۳}}^{(\sqrt{۳-x}+\ \overline{x-۳}+۸۱)}$ کدام گزینه است؟

۱) $[۸,+\infty)$
۲) $(-\infty,۸]$
۳) $[۰,۴]$
۴) $\{۸\}$

۱۶۹ وارون تابع $f(x)=۵^{۳x}+۳(۵^{۲x}+۵^x)$ کدام گزینه است؟

۱) $y=\log_۵^{\sqrt[۳]{x+۱}+۱}$
۲) $y=\log_۵^{\sqrt[۳]{x-۱}-۱}$
۳) $y=\log_۵^{\sqrt[۳]{x+۱}-۱}$
۴) $y=\log_۵^{\sqrt[۳]{x-۱}+۱}$

۱۷۰ اگر $\frac{\log^a+\log^b}{۲}=\log(\frac{a+b}{۳})$ آنگاه حاصل عبارت $\frac{۲a^۲+۲b^۲-۳ab}{۳a^۲+۳b^۲+۲ab}$ کدام است؟

۱) $\frac{۲}{۳}$
۲) $\frac{\ }{۷}$
۳) $\frac{۱}{۲}$
۴) $\frac{۳}{۲}$

۱۷۱) در مورد طول نقاط تقاطع دو تابع $y = ۲^x$ و $y = x^۲$ کدام گزینه درست است؟

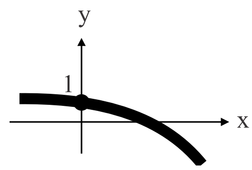
۱) دقیقاً دو نقطهٔ تقاطع دارند.
۲) در دو نقطهٔ صحیح و یک نقطهٔ غیرصحیح متقاطع‌اند.
۳) در دو نقطهٔ صحیح و دو نقطهٔ غیرصحیح متقاطع‌اند.
۴) در دو نقطهٔ غیرصحیح و یک نقطهٔ صحیح متقاطع‌اند.

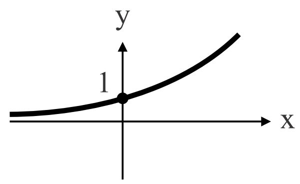
۱۷۲) جدول زیر مربوط به یک تابع نمایی است. مقدار تابع به‌ازای $x = \frac{۳}{۲}$ کدام است؟

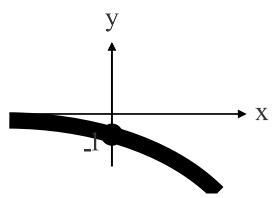
	۳	۶	۹
y	۹	۸۱	۷۲۹

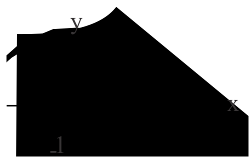
۱) $\frac{۱}{۲}$
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۹

۱۷۳) نمودار تابع $y = -\frac{(\frac{۱}{۳})^x}{۴^{-x}}$ کدام است؟

۱)


۲)


۳)


۴)


۱۷۴) مقدار تابع نمایی $y = (\frac{۱}{a})^x$ به‌ازای با افزایش مقدار x...... رو به .... است.

۱) $a > ۰$ - افزایش
۲) $۰ < a < ۱$ - کاهش
۳) $a > ۱$ - کاهش
۴) $-۱ < a < ۰$ - کاهش

۱۷۵) با توجه به معادلات زیر، حاصل $x + y$ کدام است؟

$$\begin{cases} ۴^{۲x+۲} = ۱۶^{۲x+۳} \\ ۲۵^{۳x+۲y} = (\frac{۱}{۵})^{۲x} \end{cases}$$

۱) -۳
۲) ۳
۳) -۲
۴) ۲

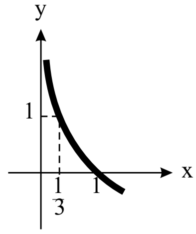
۱۷۶) نمودار توابع $f(x) = (\frac{۱}{۲})^{ax-۱}$ و $g(x) = ۳۲^{x-۱}$ در نقطه‌ای به عرض $\frac{۱}{۲\sqrt{۲}}$ متقاطع‌اند. در این صورت a کدام است؟

۱) $\frac{۲۵}{۷}$
۲) $\frac{۷}{۲۵}$
۳) $\frac{۱۴}{۲۵}$
۴) $\frac{۷}{۱۰}$

۱۷۷ دو تابع نمایی $y_۱ = a^x$ و $y_۲ = b^x$ را در نظر بگیرید. اگر دو تابع نسبت به خط .... قرینهٔ یکدیگر باشند. آنگاه بین a و b رابطهٔ .... برقرار است.

۱) $a \times b = -۱, x = ۰$ ۲) $a \times b = -۱, y = ۰$ ۳) $a \times b = ۱, x = ۰$ ۴) $a \times b = ۱, y = ۰$

۱۷۸ ضابطهٔ تابع مقابل کدام می‌تواند باشد؟



۱) $y = (\frac{۱}{۳})^x$ ۲) $y = ۳^x$

۳) $y = \log_۳ x$ ۴) $y = \log_{\frac{۱}{۳}} x$

۱۷۹ اگر $f(x) = ۳ - ۲\log_۴(\frac{۲}{x - ۱۰})$ باشد، آنگاه $f(۴۲) - f(۱۴)$ کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۱۱ ۳) ۷ ۴) ۵

۱۸۰ نمودار توابع $y = \log_{\frac{۱}{۲}} x$ و $y = ۲^{-x}$ نسبت به .... قرینه‌اند.

۱) محور طول‌ها ۲) محور عرض‌ها ۳) نیمساز ربع اول و سوم ۴) نیمساز ربع دوم و چهارم

۱۸۱ اگر $\log_x^{(x+۲)} - \log_x^{(۴-x)} = ۱$ باشد، حاصل $\log_۵^{(x+۳)}$ کدام است؟

۱) $\log_۵^۴$ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) $\log_۵^۶$

۱۸۲ اگر $\log_۶^۲ = a$ باشد، آن‌گاه حاصل $\log_۳^{۱۸}$ کدام است؟

۱) $\frac{}{۲ - a}$ ۲) $\frac{}{۱ - a}$ ۳) $\frac{}{۲ - a}$ ۴) $\frac{}{۱ - a}$

۱۸۳ اگر نمودار تابع $f(x) = \log_a$ از نقطهٔ $(۴, ۲)$ بگذرد، حاصل $\log_{a+۲}^{(a+}$ کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) ۸

۱۸۴ اگر $(x - ۱)^{\sqrt{۲}} = ۲$ باشد، حاصل $\log_۸^{\sqrt{x-۱}}$ کدام است؟ $(x > ۱)$

۱) $\frac{\sqrt{۲}}{۱۲}$ ۲) $\frac{۲}{۸}$ ۳) $\frac{\sqrt{۲}}{۴}$ ۴) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

۱۸۵ – هم زمان با افزایش ارتفاع، فشار هوای جوّ کاهش می‌یابد. اگر بین فشار هوا برحسب پاسکال (P) و ارتفاع برحسب متر (h) رابطهٔ $h = ۱۵۵۰۰\,(۵ - \log_{۱۰} P)$ برقرار باشد، فشار هوا در ارتفاع ۱۵۵۰۰ متری از سطح زمین چند پاسکال است؟

۱) $۱۰^۵$ ۲) $۱۰^۲$ ۳) $۱۰^۳$ ۴) $۱۰^۴$

۱۸۶ اگر باشد، آن‌گاه کدام یک از روابط زیر همواره صحیح است؟

۱) $\log(۱ + x) < \frac{}{۱ + x}$ ۲) $\log(۱ + x) > x$ ۳) $\log(۱ + x) > \frac{}{۱ + x}$ ۴) $\log(۱ + x) < x$

۱۸۷ کدام‌یک از نامساوی‌های زیر صحیح نمی‌باشد؟

۱) $۲ < \log_{۲}۷ < ۳$ ۲) $-۱ < \log_{\frac{۱}{۳}}۲ < ۰$ ۳) $۲ < \log_{\sqrt{۲}}۲/۵ < ۳$ ۴) $-۳ < \log_{۰/۵}۳ < -۲$

۱۸۸ نمودار تابع $y = \log_a(x-۲)$ از نقطهٔ $(\frac{۱۷}{۴}, -۲)$ عبور می‌کند، مقدار a کدام است؟

۱) $\frac{۳}{۲}$ ۲) $\frac{۲}{۳}$ ۳) ۳ ۴) $\frac{۳}{۴}$

۱۸۹ معادلهٔ $۳^{x^۲-۴x} = ۹^x$ چند ریشه دارد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) صفر ۴) بی‌شمار

۱۹۰ اگر $\log^۳ = b$ و $\log^۲ = a$، حاصل $\log \frac{\sqrt{۷۵}}{۷۲}$ برحسب a و b کدام است؟

۱) $۱ - ۳b - \frac{۴a}{۳}$ ۲) $۱ - ۴b - \frac{۳a}{۲}$ ۳) $۱ - ۲b - \frac{۴a}{۳}$ ۴) $۱ - ۴a - \frac{۳b}{۲}$

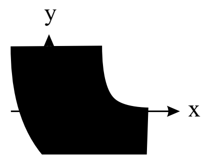
۱۹۱ مجموع ریشه‌های معادلهٔ $\log_۲ x + ۳\log_x ۲ = \log_۳ ۸۱$ کدام است؟

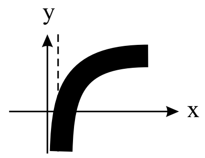
۱) ۱۰ ۲) ۸ ۳) ۶ ۴) ۴

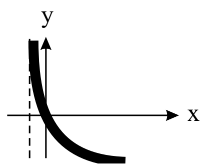
۱۹۲ مجموع ریشه‌های معادلهٔ $(۲^x - ۳^{\log_۳ ۵})(۴^x - ۵^{\log_۵ ۳}) = ۰$ کدام است؟

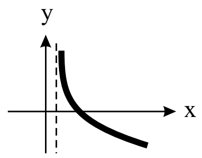
۱) $\log_۲ ۱۰$ ۲) $\log_۲ ۵\sqrt{۳}$ ۳) $\log_۲ ۵\sqrt{۲}$ ۴) $\log_۲ ۳\sqrt{۲}$

۱۹۳ نمودار تابع $f(x) = -log_۲(x-۱)$ به کدام شکل است؟

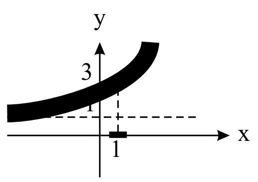
۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

۱۹۴ در دستگاه مختصات روبه‌رو، نمودار $f(x) = a + ۲^{x-b}$ رسم شده است. مقدار $a+b$ کدام است؟



۱) ۱ ۲) -۱ ۳) ۳ ۴) -۲

۱۹۵ اگر $۲log(\sqrt{۲}\,m) - log۱ = ۳log۲ + log(m+۱)$ باشد، آن‌گاه مقدار m کدام است؟

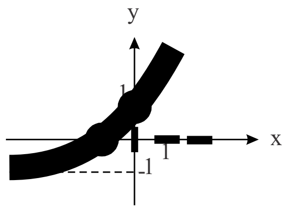
۱) ۲ ۲) $۳ - \sqrt{۲}$ ۳) $۲ + ۲\sqrt{۲}$ ۴) ۵

۱۹۶ اگر $\log^۳_{۱۲} = a$ باشد، حاصل $\log_{\sqrt{۲۷}}$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{a}$ ۲) $\frac{}{۴a}$ ۳) $\frac{}{۲a}$ ۴) a

توابع نمایی لگاریتمی

۱۹۷ نمودار تابع $y=۲^{x+b}-۲a$ به صورت مقابل است. در این صورت $a+b$ کدام است؟



۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۳}{۲}$ ۳) ۲ ۴) ۴

۱۹۸ عرض نقطهٔ برخورد دو تابع $y=\log_{۵}^{(x+۲)}$ و $y=۱-\log_{۵}^{(x-۲)}$ کدام است؟

۱) دو تابع متقاطع نمی‌باشند. ۲) صفر ۳) ۱ ۴) ۵

۱۹۹ مقدار انرژی آزاد شده توسط زلزلهٔ کرمانشاه در آبان‌ماه ۹۶ که به بزرگی ۷/۳ ریشتر بود، چقدر بوده است؟
$(\log E=۱۱/۸+۱/۵M)$

۱) $۱۰^{۲۰}$ ۲) $۱۰^{۲۳/۲}$ ۳) $۱۰^{۲۱/۷}$ ۴) $۱۰^{۲۲/۷۵}$

۲۰۰ اگر انرژی آزادشدهٔ زلزله (E) از رابطهٔ $logE=۱۱/۸+۱/۵M$ (M در مقیاس ریشتر) به دست آید، انرژی آزادشده در یک زلزلهٔ ۷/۵ ریشتری چند برابر انرژی آزادشده در یک زلزلهٔ ۵/۵ ریشتری است؟

۱) ۲ ۲) $\frac{۱۵}{۱۱}$ ۳) ۱۰۰ ۴) ۱۰۰۰

۲۰۱ اگر عدد $(\frac{۱}{۲})^{a-۱}$ کوچک‌تر از ۰/۱۲۵ باشد، محدودهٔ a کدام است؟

۱) $a>۲$ ۲) $a<۴$ ۳) $a>۴$ ۴) $a<۲$

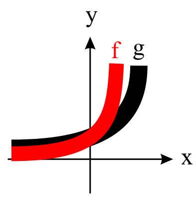
۲۰۲ حاصل عبارت $\sqrt{۲^{۳+\log_{۲}۶}}$ کدام است؟

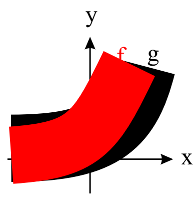
۱) $۲\sqrt{۳}$ ۲) $۳\sqrt{۳}$ ۳) ۶ ۴) $۴\sqrt{۳}$

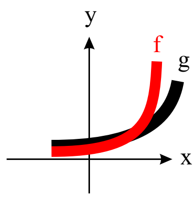
۲۰۳ ریشهٔ معادلهٔ $\log_{۰/۵}\log_{۰/۲}(۲-x)=-۱$ کدام است؟

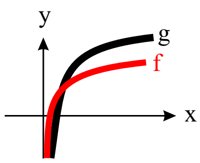
۱) ۱/۹۲ ۲) ۱/۹۴ ۳) ۱/۹۶ ۴) ۱/۹۸

۲۰۴ در کدام‌یک از موارد زیر نمودار دو تابع $g(x)=۲^{x-۲}$ و $f(x)=۳^{x-۲}$ نسبت به هم درست رسم شده است؟

۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

۲۰۵ نمودار توابع $f(x)=\log_{۳}(x+۱)$ و $g(x)=x-۱$ در چند نقطه یکدیگر را قطع می‌کنند؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) صفر

۲۰۶ اگر x جواب معادلهٔ نمایی $۰٫۵^{x+۱} = ۳(۰٫۲۵)^{x-۱} - ۲^{-x}$ باشد، در این صورت $\log_x \overline{۲۷}$ کدام است؟

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) $\frac{۳}{۲}$ (۴) $\frac{۱}{۲}$

۲۰۷ اگر $\log_۵^{(x+۱)} + \log_۵^{(x-۱)} = ۱$ باشد، حاصل $\log_{۳۶}^{x}$ کدام است؟

(۱) $\frac{۱}{۴}$ (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) $-\frac{۱}{۴}$

۲۰۸ نمودار تابع $f(x) = ۲^{x+۱} - ۳$ محور طول‌ها را با چه طولی قطع می‌کند؟

(۱) $\log_۳ \frac{۲}{۳}$ (۲) $\log_۳ \frac{۳}{۲}$ (۳) $\log_۲ \frac{۳}{۲}$ (۴) $\log_۲ \frac{۲}{۳}$

۲۰۹ مجموع جواب‌های معادلهٔ $\log_۲ x \times \log_۲ ۴x = ۳$ کدام است؟

(۱) $\frac{۱۷}{۸}$ (۲) ۲ (۳) $\frac{۱۵}{۸}$ (۴) صفر

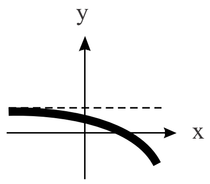
۲۱۰ نمودار تابع $(x+۲)$ $f(x) = ۳ -$ از کدام‌یک از نواحی مختصاتی نمی‌گذرد؟

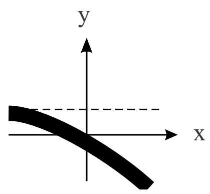
(۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

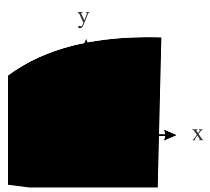
۲۱۱ نمودار تابع از کدام ناحیه‌های محورهای مختصات می‌گذرد؟

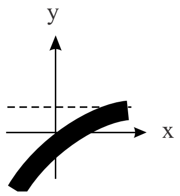
(۱) سوم و چهارم (۲) دوم و چهارم (۳) اول، دوم و چهارم (۴) اول و دوم

۲۱۲ نمودار تابع $f(x) = -۶(\frac{۱}{۳})^{x+۱} + ۱$ شبیه کدام‌یک از نمودارهای زیر است؟

(۱)


(۲)


(۳)


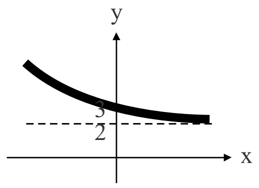
(۴)


۲۱۳ اگر بزرگی زلزله‌ای برابر M در مقیاس ریشتر باشد، انرژی آزادشدهٔ آن برابر E در واحد ارگ (Erg) است که از رابطهٔ $\log E = ۱۱٫۸ + ۱٫۵M$ به‌دست می‌آید. اگر یک زلزلهٔ ۸ ریشتری رخ دهد، مقدار انرژی آزادشده در آن چند ارگ است؟

(۱) $۱۰^{۲۳٫۸}$ (۲) $۱۰^{۲۴٫۸}$ (۳) $۱۰^{۲۵٫۸}$ (۴) $۱۰^{۲۲٫۸}$

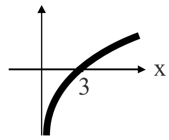
۲۱۴ در دستگاه مختصات روبه‌رو، نمودار تابع با ضابطهٔ $f(x) = a + (\frac{۱}{۲})^{x-b}$ رسم شده است. ab کدام است؟

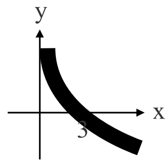
(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر



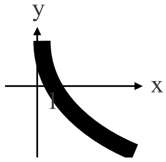
توابع نمایی لگاریتمی

۲۱۵ نمودار تابع $f(x) = ۱ - \log_{۳} \frac{۹}{x}$ به کدام صورت است؟

۱) 

۲) 

۳) [redacted]

۴) 

۲۱۶ اگر a عددی حقیقی و نمودار توابع $f(x) = (۴a - ۲)^x$ و $(\frac{a}{۲})^x$ ... نسبت به محور yها قرینهٔ هم باشند، مجموع مقادیر ممکن برای a کدام است؟

۱) ۱٫۵ ۲) ۲ ۳) ۲٫۵ ۴) ۳

۲۱۷ جواب معادلهٔ $\sqrt{۲۷}\left(\frac{\sqrt{۳}}{۲۴۳}\right)^{۳-x} = \left(\frac{۱}{\sqrt[۳]{۳}}\right)^x \frac{\sqrt{۳}}{۲۷}$ کدام است؟

۱) $-\frac{۵۷}{۲۹}$ ۲) $-\frac{۶۷}{۳۱}$ ۳) $\frac{۵۷}{۲۹}$ ۴) $\frac{۳۱}{۶۷}$

۲۱۸ خط $y = ۱۲$ نمودار تابع $f(x) = (\sqrt{۳})^x$ را در کدام بازه قطع می‌کند؟

۱) $(۲,۳)$ ۲) $(۳,۴)$ ۳) $(۴,۵)$ ۴) $(۵,۶)$

۲۱۹ از معادلهٔ $۰ = ۴^x - ۴ + \left(\frac{۱}{۴}\right)^{x-۱}$، مقدار x کدام است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) $\frac{۱}{۴}$

۲۲۰ نمودار تابع $f(x) = \left(\frac{۱}{۴}\right)^x$ دارای کدام ویژگی است؟

۱) افزایشی است. ۲) یک‌به‌یک است. ۳) دامنهٔ آن $\mathbb{R} - \{۰\}$ است. ۴) برد آن $[۰, +\infty)$ است.

۲۲۱ جواب معادلهٔ $(\frac{۱}{۲})^x = ۲۰$ در کدام بازه قرار دارد؟

۱) $(-۳,-۲)$ ۲) $(-۴,-۳)$ ۳) $(-۵,-۴)$ ۴) $(-۶,-۵)$

۲۲۲ نمودار تابع $y = \log_{۰٫۵}^{x}$ و تابع معکوس آن در چند نقطه متقاطع‌اند؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۲۲۳ اگر $\log ۲ \simeq ۰٫۳$ و $\log ۶ \simeq ۰٫۷۸$ باشد، حاصل $\log ۱۵$ کدام است؟

۱) ۱٫۱۲ ۲) ۱٫۱۸ ۳) ۱٫۰۸ ۴) ۱٫۲۲

۲۲۴ حاصل $\left(\frac{۱}{۲}\right)^{\log_{۴}^{۲۵} + ۲}$ کدام است؟

۱) ۰٫۰۵ ۲) ۰٫۰۱ ۳) ۰٫۵ ۴) ۰٫۱

۲۲۵ مجموعهٔ جواب نامعادلهٔ $(۲\sqrt{۲})^{۲x} \geq \frac{}{۲^{x-۱}}$ کدام است؟

① $x \geq \frac{۱}{۴}$ ② $x \leq \frac{۱}{۴}$ ③ $x \geq \frac{۱}{۲}$ ④ $x \leq \frac{۱}{۲}$

۲۲۶ از معادلهٔ زیر حاصل y برابر با کدام گزینه می‌باشد؟

$$\left(\frac{۱}{۳۶}\right)^{۳} = \frac{}{۲۷^{x}}$$

① $-\frac{۸}{۳}$ ② $\frac{۲}{۳}$ ③ -۴ ④ $-\frac{۱}{۴}$

۲۲۷ کدام گزینه در مورد نمودار تابع $y = -\log_{۲}^{(x+۲)}$ درست است؟

① نمودار محور yها را در نقطه با عرض یک قطع می‌کند.
② نمودار از مبدأ مختصات می‌گذرد.
③ نمودار از ناحیهٔ سوم محورهای مختصات نمی‌گذرد.
④ نمودار از ناحیهٔ اول محورهای مختصات نمی‌گذرد.

۲۲۸ دامنهٔ تابع $f(x) = \log_{a}$ برابر $(۲, +\infty)$ است. اگر $f(\frac{۷}{۳}) = -۱$ باشد، $a - b$ کدام است؟

① ۱ ② -۱ ③ ۵ ④ -۵

۲۲۹ اگر $۳^{۲x} - ۲ \times ۳^{x} = -۱$ و $\log_{۸۱}^{۹\sqrt{۳}} = \frac{y}{۸}$ باشد، حاصل $\log_{(x+y)}^{۵y}$ کدام است؟

① ۸ ② ۱ ③ ۴ ④ ۲

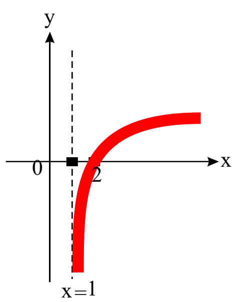
۲۳۰ اگر $x_۱$ و $x_۲$ جواب‌های معادلهٔ $\log_{۳}^{(۹^{x}+۱۸)} = ۲ + x$ باشند، مقدار $|x_۲ - x_۱|$ کدام است؟

① $\log_{۳}^{۲}$ ② $\log_{۳}^{۶}$ ③ $۱ - \log_{۳}^{۶}$ ④ $۱ + \log_{۳}^{۶}$

۲۳۱ مقدار $A = ۲۸^{\log_{۵}^{\sqrt{۳}}} + ۲\log_{۳}^{۲} \times ۲\log_{۴}^{\sqrt{۳}} + \log\sqrt[۵]{۰/۰۰۱}$ کدام است؟

① ۴/۸ ② ۴/۶ ③ ۳/۴ ④ ۵/۲

۲۳۲ نمودار تابع $y = \log_{۲}^{(x-a)} + b$ به‌صورت مقابل است. $a + b$ کدام است؟



① صفر ② ۱ ③ -۱ ④ ۲

۲۳۳ اگر به بزرگی زمین‌لرزه‌ای برحسب ریشتر حداقل ۴ واحد اضافه شود، مقدار انرژی آزادشده برحسب ارگ حداقل چند برابر می‌شود؟

$(\log E = ۱۱/۸ + ۱/۵M)$

① ۱۰۰ ② ۱۰۰۰ ③ ۱۰۰۰۰۰ ④ ۱۰۰۰۰۰۰

توابع نمایی لگاریتمی

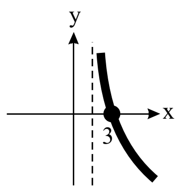
۲۳۴ یک دانش‌آموز، بعد از شرکت در n آزمون می‌تواند به درصد $f(x) = ۱۰۰ - ۹۰\left(۲^{-۰٫۴n}\right)$ در درس ریاضی برسد. بعد از شرکت در چند آزمون انتظار می‌رود این دانش‌آموز به درصد ۷۰ در درس ریاضی برسد؟ ($\log_{۲}^{۳} \simeq ۱٫۶$)

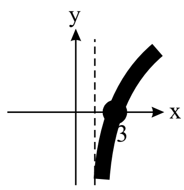
۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۳ ۴) ۶

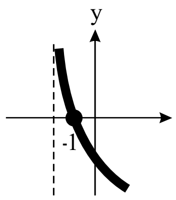
۲۳۵ تابع f با ضابطهٔ $f(x) = a + \log_{۲}^{(bx-۵)}$ از نقاط $(۲,۷)$ و $(۳,۹)$ می‌گذرد. $f(۷)$ کدام است؟

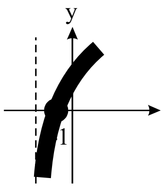
۱) ۱۵ ۲) ۱۰ ۳) ۱۳ ۴) ۱۱

۲۳۶ نمودار تابع $y = -\log_{\frac{۱}{۲}}^{(x+۲)}$ شبیه کدام گزینه است؟

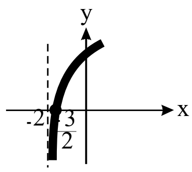
۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

۲۳۷ اگر نمودار تابع $f(x) = \log_{۴}^{ax+b}$ به‌صورت مقابل باشد، مقدار $f(۱۴)$ کدام است؟



۱) $\frac{۳}{۲}$ ۲) $\frac{۵}{۲}$ ۳) ۲ ۴) ۳

۲۳۸ نمودار تابع $f(x) = ۱ - ۲^{۱-۲x}$ از کدام نواحی محورهای مختصات نمی‌گذرد؟

۱) فقط دوم ۲) فقط اول ۳) اول و دوم ۴) سوم و چهارم

۲۳۹ تکثیر گونه‌ای از باکتری‌ها به این صورت است که هر باکتری بعد از مدت زمان یک ربع ساعت به دو قسمت تقسیم می‌شود. اگر نوع خاصی از یک بیماری با تعداد ۵۰ باکتری شروع شود، پس از گذشت چند ساعت تعداد باکتری‌های تولیدشده به ۱۲۸۰۰ خواهد رسید؟ (با فرض این‌که هیچ‌کدام از باکتری‌ها از بین نرود.)

۱) ۸ ۲) ۲ ۳) ۱۶ ۴) ۴

۲۴۰ دو نوع ویروس A و B را کشت می‌دهیم. در این کشت، جمعیت ویروس A پس از ۵ دقیقه و جمعیت ویروس B پس از ۴ دقیقه دوبرابر می‌شود. اگر جمعیت اولیهٔ ویروس A به میزان ۹ برابر جمعیت اولیهٔ ویروس B باشد، پس از ۱۷ دقیقه جمعیت ویروس A چند برابر جمعیت ویروس B خواهد بود؟ ($۲^{۰٫۸۵} \approx ۱٫۸$)

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

پاسخنامه تشریحی

۱ ۱ ۲ ۳ ۴ (گزینه ۱)

$$4^a = 2\sqrt{2} \Rightarrow 2^{2a} = 2^{\frac{3}{2}} \Rightarrow 2a = \frac{3}{2} \Rightarrow a = \frac{3}{4}$$

$$\log_4^{(4a+1)} = \log_4^{(4\times\frac{3}{4}+1)} = \log_4^4 = 1$$

۲ ۱ ۲ ۳ ۴ (گزینه ۲)

می‌دانیم: $\boxed{\log_k - \log_k = \log_k \quad , \quad \log_b = x \to b^x = N \quad , \quad \log_{k^m} = \frac{n}{m}\log_k}$

$$\log_3(x^2-1) = 1 + \log_3(x+3) \to \log_3(x^2-1) - \log_3(x+3) = 1$$

$$\to \log_3 \frac{-1}{x+3} = 1 \xrightarrow{\text{تعریف}} \frac{-1}{x+3} = 3 \to x^2 - 1 = 3x + 9 \to x^2 - 3x - 10 = 0$$

$$\to (x-5)(x+2) = 0 \to \begin{cases} \\ x = -2 \quad \text{ق ق} \end{cases}$$

ولی برای محاسبه‌ی $\log_4^{(x-3)}$ جای x فقط می‌توان $x=5$ را قرار داد.

$$\log_4^{(x-3)} \overset{x=5}{=\!=} \log_{2^2}^2 = \frac{1}{2}$$

۳ ۱ ۲ ۳ ۴ (گزینه ۳)

می‌دانیم: $\boxed{\log_k^a = n\log_k}$

دقت کنید که $(1+\sqrt{2})^2 = 1 + 2 + 2\sqrt{2} = 3 + 2\sqrt{2}$ است.

$$\log_{(1+\sqrt{2})}^{(3+2\sqrt{2})^3} = \log_{(1+\sqrt{2})}^{((1+\sqrt{2})^2)^3} = \log_{(1+\sqrt{2})}^{(1+\sqrt{2})^6} = 6$$

۴ ۱ ۲ ۳ ۴ (گزینه ۱)

می‌دانیم: $\boxed{\log_{k^m}^a = \frac{n}{m}\log_k}$

$$\log_4^{\sqrt{2}} + \log_{\sqrt{8}} = \log_{2^2}^{2^{\frac{1}{2}}} + \log_{2^{\frac{3}{2}}}^2 = \frac{1}{4} + \frac{2}{3} = \frac{3+8}{12} = \frac{11}{12}$$

۵ ۱ ۲ ۳ ۴ (گزینه ۲)

می‌دانیم: $\boxed{\log_k^a + \log_k^b = \log_k^{ab} \quad , \quad \log_k^{a^n} = n\log_k^a}$

$$\log(۶-۲\sqrt{۵})+۲\log(۱+\sqrt{۵})=\log(۶-۲\sqrt{۵})+\log(۱+\sqrt{۵})^{۲}=\log(۶-۲\sqrt{۵})+\log(۱+۵+۲\sqrt{۵})$$

$$=\log(۶-۲\sqrt{۵})+\log(۶+۲\sqrt{۵})=\log\underbrace{(۶-۲\sqrt{۵})(۶+۲\sqrt{۵})}_{\text{مزدوج}}=\log(۳۶-۲۰)=\log ۱۶=\log^{۲^{۴}}=۴\log ۲=۴k$$

۶ ۱ ۲ **۳** ۴

می دانیم: $\boxed{\log_k^a+\log_k^b=\log_k^{ab}}$

$$۴\sqrt{۲}=۴^{x}\Rightarrow ۲^{۲}\times ۲^{\frac{۱}{۲}}=۴^{x}\Rightarrow ۲^{\frac{۵}{۲}}=۲^{۲x}\Rightarrow ۲x=\frac{۵}{۲}\Rightarrow x=\frac{۵}{۴}$$

$$۱+\log\sqrt{x+۱}=\log y\Rightarrow \log ۱۰+\log\sqrt{\frac{۵}{۴}+۱}=\log y$$

$$\Rightarrow \log ۱۰+\log\frac{۳}{۲}=\log y\Rightarrow \log ۱۰\times\frac{۳}{۲}=\log y\Rightarrow y=۱۵$$

۷ **۱** ۲ ۳ ۴

می دانیم: $\boxed{\log_{k^m}^{a^n}=\frac{n}{m}\log_k^a}$

$$\log_{۴}^{\sqrt{۲}}+\log_{\sqrt{۳}}^{۹}=\log_{۲^{۲}}^{۲^{\frac{۱}{۲}}}+\log_{۳^{\frac{۱}{۲}}}^{۳^{۲}}=\frac{\frac{۱}{۲}}{۲}\log_{۲}^{۲}+\frac{۲}{\frac{۱}{۲}}\log_{۳}^{۳}=\frac{۱}{۴}+۴=\frac{۱۷}{۴}$$

۸ ۱ ۲ **۳** ۴

می دانیم: $\boxed{\log_k^a+\log_k^b=\log_k^{ab}\ ,\ \log_k^{a^n}=n\log_k^a}$

$$\log ۳+\log\sqrt[۴]{۳}=\log(۸۱)^{k}\rightarrow \log ۳+\log ۳^{\frac{۱}{۴}}=\log ۳^{۴k}\rightarrow \log ۳\times ۳^{\frac{۱}{۴}}=\log ۳^{۴k}$$

$$\rightarrow \log ۳^{\frac{۵}{۴}}=\log ۳^{۴k}\rightarrow ۴k=\frac{۵}{۴}\rightarrow k=\frac{۵}{۱۶}$$

$$\log_{۲}^{\frac{۵}{k}}\xlongequal{k=\frac{۵}{۱۶}}\log_{۲}^{۱۶}=\log_{۲}^{۲^{۴}}=۴$$

۹ **۱** ۲ ۳ ۴

می دانیم: $\boxed{\log_{k^m}^{a^n}=\frac{n}{m}\log_k^a}$

$$\log_{۲۵}^{\frac{\sqrt{۳}}{۳}}=\log_{۵^{۲}}^{\frac{۳^{\frac{۱}{۲}}}{۳}}=\log_{۵^{۲}}^{۳^{-\frac{۱}{۲}}}=-\frac{۱}{۴}\log_{۵}^{۳}=-\frac{۱}{۴}a$$

۱۰ ۱ ۲ **۳** ۴

می دانیم: $\boxed{\log_k^a+\log_k^b=\log_k^{ab}\ ,\ \log_k^{a^n}=n\log_k^a}$

$$\log_{۶}^{\sqrt[۲]{۳}}+\log_{۶}^{\sqrt[۳]{۲}}=\log_{۶}^{\sqrt[۶]{۶}}=\log_{۶}^{۶\times ۶^{\frac{۱}{۲}}}=\log_{۶}^{۶^{\frac{۳}{۲}}}=\frac{۳}{۲}$$

۱۱ ۱ ۲ ۳ **۴**

می دانیم: $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}=ad-bc$, $\log_k+\log_k=\log_k$, $\log_k-\log_k=\log_k$

$$\log(۳x-۲)=(\log ۵)^{۲}-(\log ۲)^{۲}\rightarrow \log(۳x-۲)=(\log ۵-\log ۲)(\underbrace{\log ۵+\log ۲}_{۱})$$

$$\rightarrow \log(۳x-۲)=\log(\frac{۵}{۲})\Rightarrow ۳x-۲=\frac{۵}{۲}\Rightarrow ۳x=\frac{۹}{۲}\Rightarrow x=\frac{۳}{۲}$$

۱۲ ۱ ۲ ۳ **۴**

می دانیم: $\log_k=\log_k+\log_k$, $\log_{k^m}^{a}=\frac{n}{m}\log_k$

$$\log_{\sqrt{b}}^{ab^{۲}}=\log_{\sqrt{b}}+\log_{\sqrt{b}}^{b^{۲}}=\log_{b^{\frac{۱}{۲}}}^{a}+\log_{b^{\frac{۱}{۲}}}^{b^{۲}}=۲\log_b+۴=۲(\frac{۳}{۲})+۴=۷$$

۱۳ **۱** ۲ ۳ ۴

می دانیم: $\log_{k^m}^{a}=\frac{n}{m}\log_k$, $\log_k+\log_k=\log_k$, $\log_b=x\rightarrow N=b^{x}$

$$\log\frac{۲}{x}+\log(x+۱)=۱\Rightarrow \log\frac{}{x}=۱\xrightarrow{\text{تعریف}}\frac{}{x}=۱۰\Rightarrow ۱۰x=۲x+۲\Rightarrow x=\frac{۱}{۴}$$

$$\log_{۸}=\log_{۸}=\log_{۲^{۳}}^{۲^{-۲}}=-\frac{۲}{۳}$$

۱۴ ۱ ۲ **۳** ۴

می دانیم: $\log_{k^m}^{a}=\frac{n}{m}\log_k$, $\log_b=x\rightarrow N=b^{x}$

$$\log_{۳}^{\sqrt{۳}}+\log_{\sqrt{۳}}^{۳}=\log_{۹}^{x}\Rightarrow \log_{۳}^{۳^{\frac{۱}{۲}}}+\log_{۳^{\frac{۱}{۲}}}^{۳}=\log_{۹}^{x}\Rightarrow \frac{۱}{۲}+۲=\log_{۹}^{x}$$

$$\log_{۹}^{x}=\frac{۵}{۲}\Rightarrow x=۹^{\frac{۵}{۲}}\Rightarrow x=(۳^{۲})^{\frac{۵}{۲}}\Rightarrow x=۳^{۵}$$

۱۵ ۱ **۲** ۳ ۴

می دانیم: $\log_{k^m}^{a^n}=\frac{n}{m}\log_k$

$$\log_{\frac{1}{9}}^{3\sqrt{3}} = \log_{\frac{1}{3^2}}^{3\times 3^{\frac{1}{2}}} = \log_{3^{-2}}^{3^{\frac{3}{2}}} = \frac{3}{2}\times(\frac{1}{-2})\log_3^3 = -\frac{3}{4}$$

۱۶ ۴ ۳ ۲ ۱

می دانیم:

[redacted]

$$\log_3^x + \log_3^y = 2 \to \log_3^{xy} = 2 \xrightarrow{\text{تعریف}} xy = 3^2 = 9$$

$$x^2+y^2 = 46 \to (x+y)^2 - 2xy = 46 \to (x+y)^2 - 18 = 46$$

$\to (x+y)^2 = 64 \to x+y = 8$ یا $x+y=-8$ غ ق ق (x,y اعدادی مثبت هستند.)

$$\log_4^{x+y} = \log_4^8 = \log_{2^2}^{2^3} = \frac{3}{2}$$

۱۷ ۴ ۳ ۲ ۱

می‌دانیم: [redacted]

$$\log\sqrt[3]{1.6} = \log(1.6)^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3}\log 1.6 = \frac{1}{3}\log\frac{16}{10}$$

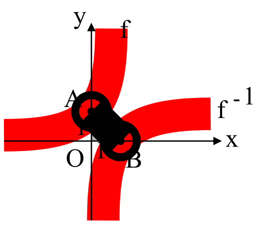
$$= \frac{1}{3}(\log 16 - \log 10) = \frac{1}{3}(4\log 2 - 1) = \frac{1}{3}(4(1-\log 5) - 1) = \frac{1}{3}(3 - 4\log 5)$$

$$= \frac{1}{3}(3 - 12k) = \frac{1}{3}(3(1-4k)) = 1 - 4k$$

۱۸ ۴ ۳ ۲ ۱

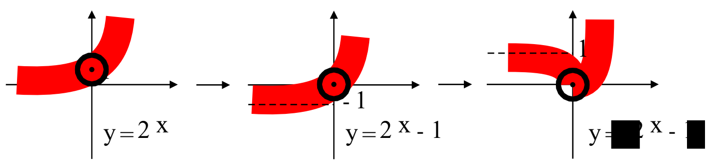
$$y = 3^x \xrightarrow{x=0} y = 3^0 = 1 \to A\Big|^{0}_{1}$$

چون نقطه‌ی B در معکوس تابع صدق می‌کند پس جای x و y عوض می‌شود یعنی $B\Big|^{1}_{0}$ است.



$$\to S_{A\overset{\triangle}{O}B} = \frac{1\times 1}{2} = \frac{1}{2}$$

۱۹ ۴ ۳ ۲ ۱



برای رسم توابع به فرم $y=|f(x)|$ هر آنچه از شکل تابع $y=f(x)$ زیر محور xها است آئینه‌وار به بالا منتقل می‌کنیم.

۲۰) ۱ **۲** ۳ ۴

$$۱۶^{x}=۶۴\Rightarrow (۲^{۴})^{x}=۲^{۶}\Rightarrow ۲^{۴x}=۲^{۶}\Rightarrow ۴x=۶\Rightarrow x=\frac{۶}{۴}$$

۲۱) ۱ ۲ ۳ **۴**

$$\left(\frac{۱}{۸}\right)^{۳x}=۳۲^{x+۱}\Rightarrow (۲^{-۳})^{۳x}=(۲^{۵})^{x+۱}\Rightarrow ۲^{-۹x}=۲^{۵x+۵}$$
$$\Rightarrow -۹x=۵x+۵\Rightarrow ۱۴x=-۵\Rightarrow x=-\frac{۵}{۱۴}$$

۲۲) ۱ ۲ ۳ **۴**

$$(۳^{x})^{۲}-۸\times ۳^{x}+۱۵=۰\xrightarrow{۳^{x}=a} a^{۲}-۸a+۱۵=۰\rightarrow (a-۵)(a-۳)=۰$$
$$\Rightarrow \begin{cases} a=۳\Rightarrow ۳^{x}=۳\Rightarrow x=۱\Rightarrow x=\log ۱۰ \\ a=۵\Rightarrow ۳^{x}=۵\Rightarrow x=\log_{۳}^{۵} \end{cases}$$

۲۳) **۱** ۲ ۳ ۴

می‌دانیم: $\boxed{\log_{b}^{N}=x\rightarrow N=b^{x}}$

$$\log_{۸}^{x+۳۰۰}=۳\xrightarrow{\text{تعریف}} x+۳۰۰=۸^{۳}=۵۱۲\rightarrow x=۵۱۲-۳۰۰=۲۱۲$$

۲۴) ۱ ۲ **۳** ۴

می‌دانیم: $\boxed{\log_{b}^{N}=x\rightarrow N=b^{x}}$

$$\log_{۳}^{x+۲۲۹}=۶\xrightarrow{\text{تعریف}} x+۲۲۹=۳^{۶}=۷۲۹\Rightarrow x=۷۲۹-۲۲۹=۵۰۰$$

۲۵) ۱ ۲ **۳** ۴

می‌دانیم: $\boxed{\log_{k}^{a^{n}}=n\log_{k}^{a}}$

$$\log ۳^{۱۰۰}=۱۰۰\log ۳=۱۰۰(۰/۴۷۷۱۲)=۴۷/۷۱۲$$
$$\text{تعداد ارقام}=[۴۷/۷۱۲]+۱=۴۷+۱=۴۸$$

اگر n یک عدد طبیعی باشد آنگاه تعداد ارقام n برابر است با $[\log n]+۱$.

۲۶) ۱ **۲** ۳ ۴

می‌دانیم: $\boxed{\log_{k}^{a^{n}}=n\log_{k}^{a}}$

$$\log ۲^{۱۰۰}=۱۰۰\log ۲=۱۰۰(۰/۳۰۱)=۳۰/۱$$
$$\text{تعداد ارقام}=[۳۰/۱]+۱=۳۰+۱=۳۱$$

اگر n یک عدد طبیعی باشد آنگاه تعداد ارقام n برابر است با $[\log n]+۱$.

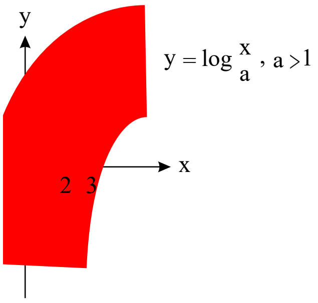
۲۷ ۱ ۲ ۳ **۴**

می‌دانیم: $\boxed{\log_k^a = \frac{۱}{\log_a^k} \quad , \quad \log_k^a + \log_k^b = \log_k^{ab}}$

$$\begin{cases} \log_a^x = ۳ \Rightarrow \log_x^a = \frac{۱}{۳} \\ \log_b^x = ۶ \Rightarrow \log_x^b = \frac{۱}{۶} \\ \log_c^x = ۱۲ \Rightarrow \log_x^c = \frac{۱}{۱۲} \end{cases} \Rightarrow \log_x^a + \log_x^b + \log_x^c = \frac{۷}{۱۲} \Rightarrow \log_x^{abc} = \frac{۷}{۱۲} \Rightarrow \log_{abc}^x = \frac{۱۲}{۷}$$

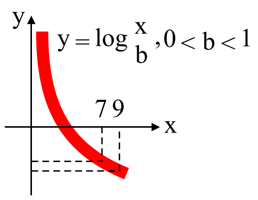
۲۸ **۱** ۲ ۳ ۴

نمودار تابع $y = \log_a^x$ را با شرط $a > ۱$ رسم می کنیم (واضح است هرچه x افزایش می یابد y افزایش می یابد)



۲۹ ۱ **۲** ۳ ۴

نمودار تابع $y = \log_b^x$ را با شرط $۰ < b < ۱$ رسم می کنیم که یک تابع نزولی است (واضح است هرچه x افزایش می‌یابد y کاهش می یابد)



۳۰ ۱ ۲ **۳** ۴

جلوی لگاریتم باید مثبت باشد$\Rightarrow ۲x - ۳ > ۰ \Rightarrow x > \frac{۳}{۲}$

زیر رادیکال باید بزرگتر مساوی صفر باشد$\Rightarrow \log(۲x-۳) \geq ۰ \Rightarrow \log(۲x-۳) \geq \log ۱ \Rightarrow ۲x - ۳ \geq ۱ \Rightarrow ۲x \geq ۴ \Rightarrow x \geq ۲$

از اشتراک این دو جواب به $x \geq ۲$ یا $x \in [۲, +\infty)$ می‌رسیم.

۳۱ ۱ **۲** ۳ ۴

جلوی لگاریتم باید مثبت باشد.

$$|x| - ۳ > ۰ \Rightarrow |x| > ۳ \Rightarrow \begin{cases} x > ۳ \\ x < -۳ \end{cases} \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - [-۳, ۳]$$

۳۲ ۱ ۲ **۳** ۴

می‌دانیم: $\boxed{\log_{k^m}^{a^n} = \frac{n}{m} \log_k^a}$

$$\log_{۸}^{\frac{\sqrt{۲}}{}} = \log_{۲^{۳}}^{\frac{۲^{\frac{۱}{۲}}}{۲^{۲}}} = \log_{۲^{۳}}^{۲^{-\frac{۳}{۲}}} = \frac{-\frac{۳}{۲}}{\frac{۳}{۱}} = -\frac{۳}{۶} = -\frac{۱}{۲}$$

۳۳ ۱ ۲ **۳** ۴

می دانیم: $a^{\log_b^{ب}} = x^{\log_b^{ب}}$, $\log_{k^m}^{a} = \frac{n}{m}\log_k^{ب}$

$$ب^{\log_{۸}^{ب}} = x^{\log_{۸}^{}} = x^{\log_{۲^{۳}}^{۲}} = x^{\frac{۱}{۳}} = \sqrt[۳]{x}$$

۳۴ ۱ ۲ **۳** ۴

می دانیم: $\log_k^{a^n} = n\log_k^{a}$, $\log_k^{a} + \log_k^{b} = \log_k^{ab}$, $a^{\log_b^{ب}} = x^{\log_b^{ب}}$

$$۵^{(۲\log_{۵}^{۲} + ۳\log_{۵}^{۳})} = ۵^{(\log_{۵}^{۴} + \log_{۵}^{۲۷})} = ۵^{\log_{۵}^{۴\times ۲۷}} = ۴ \times ۲۷ = ۱۰۸$$

۳۵ **۱** ۲ ۳ ۴

می دانیم: $\log_k^{a} = n\log_k^{ب}$, $\log_{k^m}^{a} = \frac{n}{m}\log_k^{ب}$

$$۲\log_{۹}^{\sqrt{۳}} - \log_{۴}^{\frac{۱}{\sqrt{۲}}} = ۲ \times \log_{۳^{۲}}^{۳^{\frac{۱}{۲}}} - \log_{۲^{۲}}^{۲^{-\frac{۱}{۲}}} = ۲ \times \frac{\frac{۱}{۲}}{۲} - \frac{-\frac{۱}{۲}}{۲} = \frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۴} = \frac{۳}{۴}$$

۳۶ ۱ ۲ **۳** ۴

می دانیم: $\log_{k^m}^{a} = \frac{n}{m}\log_k^{ب}$

$$\log_{\sqrt{۵}}^{(\sqrt{۵^{۳}})^{۳}} = \log_{۵^{\frac{۱}{۲}}}^{(۵^{\frac{۳}{۲}})^{۳}} = \log_{۵^{\frac{۱}{۲}}}^{۵^{\frac{۹}{۲}}} = \frac{\frac{۹}{۲}}{\frac{۱}{۲}} = ۹$$

۳۷ ۱ **۲** ۳ ۴

می دانیم: $\log_b^{N} = x \to b^x = N$, $\log_k^{a^n} = n\log_k^{a}$

$$\log_{\sqrt{۳}} = \frac{۴}{۳} \Rightarrow a = (\sqrt{۳})^{\frac{۴}{۳}} \Rightarrow a = (۳^{\frac{}{۲}})^{\frac{۴}{۳}} = ۳^{\frac{۴}{۶}} = ۳^{\frac{۲}{۳}}$$

$$\log_{۸}^{(a \quad +۷)} = \log_{۸}^{(۳ \qquad +۷} = \log_{۸} \quad ^{+۷} = \log_{۸} = \log_{۲^{۳}}^{۲^{۴}} = \frac{۴}{۳}$$

۳۸ ۱ **۲** ۳ ۴ می دانیم:

$$\boxed{\log ۵ = \log\frac{۱۰}{۲} = \log ۱۰ - \log ۲ = ۱ - \log ۲}$$

$$\log ۱۲/۵ = \log \frac{۲۵}{۲} = \log ۲۵ - \log ۲ = \log ۵^{۲} - \log ۲ = ۲\log ۵ - \log ۲$$
$$= ۲(۱ - \log ۲) - \log ۲ = ۲ - ۳\log ۲ = ۲ - \frac{۳b}{۲} = \frac{۴ - ۳b}{۲}$$

۳۹ ① ❷ ③ ④

می‌دانیم: $\boxed{\log^{a}_{k^m} = \frac{n}{m}\log^{}_{k}}$

$$۳\log^{۲}_{۱۶} - \log^{\sqrt{۲}}_{۴} = A \Rightarrow ۳\log^{۲}_{۲^۴} - \log^{۲^{\frac{۱}{۲}}}_{۲^۲} = \frac{۳}{۴} - \frac{\frac{۱}{۲}}{۲} = \frac{۳}{۴} - \frac{۱}{۴} = \frac{۱}{۲} \to A = \frac{۱}{۲}$$

$$\log^{\sqrt{A}}_{\sqrt{۲}} = \log^{\sqrt{\frac{۱}{۲}}}_{\sqrt{۲}} = \log^{\sqrt{۲^{-۱}}}_{\sqrt{۲}} = \log^{۲^{-\frac{۱}{۲}}}_{۲^{\frac{۱}{۲}}} = \frac{-\frac{۱}{۲}}{\frac{۱}{۲}} = -۱$$

۴۰ ① ② ❸ ④

می‌دانیم: $\boxed{\log^{}_{k} = \frac{۱}{\log^{k}_{a}} \quad , \quad \log^{a}_{k^m} = \frac{}{m}\log^{}_{k}}$

$$\log^{}_{x\sqrt{x}} = \log^{y}_{x^{\frac{۳}{۲}}} = \frac{}{۳}\log^{}_{x} = \frac{۲}{۳} \times \frac{۱}{\log_{y}} = \frac{۲}{۳} \times ۳ = ۲$$

۴۱ ① ② ❸ ④

می‌دانیم: $\boxed{\log^{a}_{k^m} = \frac{n}{m}\log^{}_{k}}$

$$\log^{\sqrt{۳}}_{۲۵} = \log^{۳^{\frac{۱}{۲}}}_{۵^۲} = \frac{۱}{۴}\log^{۳}_{۵} = \frac{۱}{۴}a$$

۴۲ ❶ ② ③ ④

می‌دانیم: $\boxed{\log^{a}_{k} + \log^{b}_{k} = \log^{ab}_{k} \quad , \quad \log^{a^n}_{k} = n\log^{a}_{k}}$

$$\frac{}{\log ۲ + \log\sqrt{۶}} = \frac{}{\log ۲\sqrt{۶}} = \frac{}{\log\sqrt{۲۴}} = \frac{}{\log(۲۴)^{\frac{۱}{۲}}} = \frac{}{\frac{۱}{۲}\log ۲۴} = ۲$$

۴۳ ① ② ❸ ④

$$۶^{۰} < ۳ < ۶^{۱} \Rightarrow \log^{۶^۰}_{۶} < \log^{۳}_{۶} < \log^{۶^۱}_{۶} \Rightarrow ۰ < \log^{۳}_{۶} < ۱ \Rightarrow [\log^{۳}_{۶}] = ۰$$
$$۳^{۱} < ۶ < ۳^{۲} \Rightarrow \log^{۳^۱}_{۳} < \log^{۶}_{۳} < \log^{۳^۲}_{۳} \Rightarrow ۱ < \log^{۶}_{۳} < ۲ \Rightarrow [\log^{۶}_{۳}] = ۱$$
$$[\log^{۳}_{۶}] + [\log^{۶}_{۳}] = ۰ + ۱ = ۱$$

۴۴ ۱ ۲ ۳ ۴

می دانیم: $\boxed{\log_k^a + \log_k^b = \log_k^{ab} \quad , \quad \log_B^A \times \log_C^B \times \log_D^C = \log_D^A}$

$$\log_{۷} \;=\; \log_{۷} \;=\; \log_{۷} + \log_{۷} = ۲\log_{۷} + \log_{۷}$$

$$= ۲(\log_{۳}^{۲} \times \log_{۵}^{۳} \times \log_{۷}) + (\log_{۵}^{۳} \times \log_{۷}) = ۲abc + bc$$

۴۵ ۱ ۲ ۳ ۴ می دانیم: $\boxed{\log_k \;=\; \log_k + \log_k \quad , \quad \log_k = \frac{۱}{\log_a^k} \quad , \quad \log_B \times \log_C \times \log_D = \log_D}$

$$\log ۷ = \frac{۱}{\log_{۷}} = \frac{۱}{\log_{۷} + \log_{۷}} = \frac{۱}{(\log_{۳}^{۲} \times \log_{۵}^{۳} \times \log_{۷}) + \log_{۷}} = \frac{۱}{xyz + z}$$

۴۶ ۱ ۲ ۳ ۴

می دانیم: $\boxed{\log_k = \frac{۱}{\log_a^k} \quad , \quad a^{\log_b} = x^{\log_b} \quad , \quad \log_b^N = x \rightarrow N = b^x}$

$$۵^{x+۱} = ۱۰^x \Rightarrow ۵^x \times ۵^۱ = ۵^x \times ۲^x \Rightarrow ۲^x = ۵ \Rightarrow x = \log_{۲}^{۵}$$

$$۴^x \times ۵^{\frac{۱}{x}} = {}^{\log_{۲}^{۵}} \times ۵^{\frac{۱}{\log_{۲}^{۵}}} = {}^{\log_{۲}^{۴}} \times {}^{\log_{۵}^{۲}} = ۵^۲ \times {}^{\log_{۵}^{۵}} = ۵^۲ \times ۲^۱ = ۵۰$$

۴۷ ۱ ۲ ۳ ۴

$$۴^x - ۶^x = ۲ \times ۹^x \Rightarrow ۲^{۲x} - ۲^x \times ۳^x = ۲ \times ۳^{۲x} \xrightarrow{\div ۳^{۲x}} \frac{۲^{۲x}}{۳^{۲x}} - \frac{}{۳^x} = ۲ \Rightarrow (\frac{۲}{۳})^{۲x} - (\frac{۲}{۳})^x = ۲$$

$$\xrightarrow{(\frac{۲}{۳})^x = t} t^۲ - t - ۲ = ۰ \xrightarrow{a+c=b} \begin{cases} t = -۱ \rightarrow (\frac{۲}{۳})^x = -۱ \rightarrow \text{امکان ندارد} \\ t = -\frac{}{a} = ۲ \rightarrow (\frac{۲}{۳})^x = ۲ \rightarrow \text{امکان‌پذیر است} \end{cases}$$

پس معادله یک ریشه دارد.

۴۸ ۱ ۲ ۳ ۴

$$\log(x+۴) = \log\sqrt{۲x+۱۱} \rightarrow x + ۴ = \sqrt{۲x+۱۱}$$

$$\xrightarrow{\text{توان } ۲} x^۲ + ۱۶ + ۸x = ۲x + ۱۱ \rightarrow x^۲ + ۶x + ۵ = ۰$$

$$\rightarrow (x+۱)(x+۵) = ۰ \rightarrow \begin{cases} x = -۵ \quad \text{جلوی لگاریتم را منفی می کند و غیر قابل قبول است} \end{cases}$$

۴۹ ۱ ۲ ۳ ۴

می دانیم: $\boxed{\log_k^{a^n} = n\log_k^a}$

$$\log(x-۲)=\frac{۱}{۲}\log(x+۱۰)\Rightarrow ۲\log(x-۲)=\log(x+۱۰)\Rightarrow \log(x-۲)^{۲}=\log(x+۱۰)$$

$$\Rightarrow x^{۲}+۴-۴x=x+۱۰\Rightarrow x^{۲}-۵x-۶=۰$$

$$\Rightarrow (x-۶)(x+۱)=۰\begin{cases} \\ x=۶ \quad \text{ق ق}\end{cases}$$

$$\log^{x} \xlongequal{x=۶} \log_{۲}^{۸}=\log_{۲}^{۲^{۳}}=۳$$

۵۰ ❶ ۲ ۳ ۴

می‌دانیم: $\boxed{\log_k^a+\log_k^b=\log_k^{ab} \quad , \quad \log_k^{a^n}=n\log_k^a}$

$$\begin{cases}\log xy^{۲}=۲\\ \log x^{۲}y=۴\end{cases}\Rightarrow \; -۲\begin{cases} \\ ۲\log x+\log y=۴\end{cases}\Rightarrow \log y=۰\ ,\ \log x=۲$$

$$\log x^{۲}y^{۴}=\log x^{۲}+\log y^{۴}=۲\log x+۴\log y=۴+۰=۴$$

۵۱ ❶ ۲ ۳ ۴

می‌دانیم: $\boxed{\log_k^a+\log_k^b=\log_k^{ab}}$

$$\log(x^{۳}+۳x^{۲}+۳x-۱)=\log x+\log(x+۱)+\log(x+۲)$$
$$\Rightarrow \log(x^{۳}+۳x^{۲}+۳x-۱)=\log x(x+۱)(x+۲)$$
$$\Rightarrow x^{۳}+۳x^{۲}+۳x-۱=x(x^{۲}+۳x+۲)$$
$$\Rightarrow x^{۳}+۳x^{۲}+۳x-۱=x^{۳}+۳x^{۲}+۲x\Rightarrow x=۱$$

۵۲ ۱ ۲ ❸ ۴

می‌دانیم: $\boxed{\log_k^{\ }=\frac{۱}{\log_a^k} \quad , \quad \log_{k^m}^a=\frac{}{m}\log_k^{\ } \quad , \quad \log_b^{\ }=x\to N=b^x}$

$$\log_{۹}^{x}+\log_{x^{۳}}^{۳}=\frac{۵}{۶}\to \log_{۳^{۲}}^{x}+\log_{x^{۳}}^{۳}=\frac{۵}{۶}\Rightarrow \frac{۱}{۲}\log_{۳}^{x}+\frac{}{۳}\log_{x}=\frac{۵}{۶}$$

$$\log_{۳}^{x}=t\Rightarrow \frac{۱}{۲}t+\frac{}{۳t}=\frac{۵}{۶}\Rightarrow \frac{۳t^{۲}+۲}{۶t}=\frac{۵}{۶}\Rightarrow ۳t^{۲}-۵t+۲=۰$$

$$a+b+c=۰\Rightarrow\begin{cases}t=۱\Rightarrow \log_{۳}^{x}=۱\Rightarrow x=۳^{۱}=۳\\ t=\frac{}{a}=\frac{۲}{۳}\Rightarrow \log_{۳}^{x}=\frac{۲}{۳}\Rightarrow x=۳^{\frac{۲}{۳}}=\sqrt{۹}\end{cases}\xrightarrow{\text{مجموع ریشه ها}} ۳+\sqrt[۳]{۹}$$

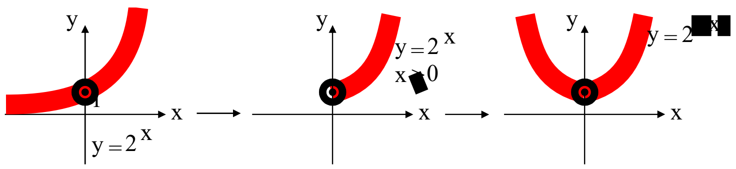
۵۳ ۱ ۲ ۳ ❹

می‌دانیم: $\boxed{\log_{k^m}^a=\frac{n}{m}\log_k^{\ } \quad , \quad \log_b^{\ }=x\to N=b^x}$

$$\log_{9}^{x} = \log_{9}^{\frac{1}{x^{2}}} + 4{,}5 \to \log_{3^{2}}^{x} = \log_{3^{2}}^{x^{-2}} + 4{,}5 \to \frac{1}{2}\log_{3}^{x} = -\log_{3}^{x} + 4{,}5$$

$$\to \frac{3}{2}\log_{3}^{x} = \frac{9}{2} \to \log_{3}^{x} = 3 \xrightarrow{\text{تعریف}} x = 3^{3} = 27$$

۵۴ ۴ ۳ **۲** ۱ برای رسم توابع $y = f(|x|)$ ابتدا نمودار تابع $f(x)$ را با شرط $x \geq 0$ رسم کرده و سپس قرینه‌ی شکل را نسبت به محور yها رسم می‌کنیم و به شکل اضافه می‌کنیم.



۵۵ ۴ **۳** ۲ ۱

می‌دانیم: $\boxed{\log_{k}^{a} + \log_{k}^{b} = \log_{k}^{ab} \quad , \quad \log_{b}^{N} = x \to N = b^{x}}$

$$\log(y+2) = 1 \xrightarrow{\text{تعریف}} y + 2 = 10^{1} \to y = 8$$

$$\log(y-x) + \log(4x+y) = 2 \xrightarrow{y=8} \log(8-x) + \log(4x+8) = 2$$

$$\to \log(8-x)(4x+8) = 2 \to (8-x)(4x+8) = 10^{2} \to 32x + 64 - 4x^{2} - 8x = 100$$

$$\to 4x^{2} - 24x + 36 = 0 \xrightarrow{\div 4} x^{2} - 6x + 9 = 0 \to (x-3)^{2} = 0 \to x = 3$$

۵۶ **۴** ۳ ۲ ۱

می‌دانیم: $\boxed{\log_{k}^{a} + \log_{k}^{b} = \log_{k}^{ab} \quad , \quad \log_{k}^{a^{n}} = n\log_{k}^{a}}$

$$\log_{x}^{\;+4} = 1 + \log_{x} \Rightarrow \log_{x}^{\;+4} = \log_{x} + \log_{x} \Rightarrow \log_{x}^{\;+4} = \log_{x} \Rightarrow x^{2} + 4 = 5x$$

$$\Rightarrow x^{2} - 5x + 4 = 0 \xrightarrow{a+b+c=0} \begin{cases} \\ x = \frac{}{a} = 4 \end{cases}$$

$$\log_{2}^{x} \xrightarrow{x=4} \log_{2}^{4} = \log_{2}^{2^{2}} = 2$$

۵۷ ۴ **۳** ۲ ۱

می‌دانیم: $\boxed{\log_{b}^{N} = x \to b^{x} = N}$

$$\log_{2}^{12} = \alpha \xrightarrow{\text{تعریف}} 2^{\alpha} = 12$$

$$4^{\alpha-2} = 4^{\alpha} \times 4^{-2} = (2^{2})^{\alpha} \times \frac{1}{16} = (2^{\alpha})^{2} \times \frac{1}{16} = \frac{144}{16} = 9$$

۵۸ ① **②** ③ ④

می دانیم: $\boxed{\log_k^u + \log_k^v = \log_k^{uv} \quad , \quad \log_k^{a^n} = n\log_k^a \quad , \quad \log_k^a = \dfrac{۱}{\log_a^k}}$

$$۲\log(\sqrt{۵}-\sqrt{۲}) + \log(۷+۲\sqrt{۱۰}) = \log(\sqrt{۵}-\sqrt{۲})^۲ \times (۷+۲\sqrt{۱۰})$$

$$= \log(۵+۲-۲\sqrt{۱۰}) \times (۷+۲\sqrt{۱۰})$$

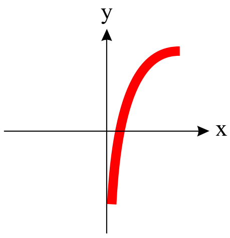
$$\Rightarrow \log \underbrace{(۷-۲\sqrt{۱۰})(۷+۲\sqrt{۱۰})}_{\text{مزدوج}} = \log(۷^۲ - (۲\sqrt{۱۰})^۲)$$

$$= \log(۴۹-۴۰) = \log ۹ = ۲\log_{۱۰}^{۳} = ۲\frac{۱}{\log_۳^{۱۰}} = ۲(\frac{۱}{b}) = \frac{۲}{b}$$

۵۹ **①** ② ③ ④

$$\log_{\frac{۱}{۲}}^{\frac{۱}{x}} = \log_{۲^{-۱}}^{x^{-۱}} = \frac{-۱}{-۱}\log_۲^x = \log_۲^x$$

پس نمودار $y = \log_۲^x$ را می خواهیم که به شکل روبه روست.



۶۰ ① **②** ③ ④

می دانیم: $\boxed{\log_{k^m}^{a^n} = \dfrac{n}{m}\log_k^a}$

$$۲\log x = \log(۳x+۴) \Rightarrow \log x^۲ = \log(۳x+۴)$$

$$\Rightarrow x^۲ = ۳x+۴ \Rightarrow x^۲ - ۳x - ۴ = ۰ \Rightarrow (x-۴)(x+۱) = ۰ \xrightarrow{x>۰} x = ۴$$

$$\log_۸^x = \log_۸^۴ = \log_{۲^۳}^{۲^۲} = \frac{۲}{۳}$$

۶۱ ① **②** ③ ④

می دانیم: $\boxed{\log_k^u - \log_k^v = \log_k^{\frac{u}{v}} \quad , \quad \log_{k^m}^{a^n} = \dfrac{n}{m}\log_k^a}$

$$\log_۶^{x-۱} = ۱ - \log_۶^{۲x} \rightarrow \log_۶^{x-۱} = \log_۶^۶ - \log_۶^{۲x} \rightarrow \log_۶^{x-۱} = \log_۶^{\frac{۶}{۲x}} \Rightarrow x-۱ = \frac{۳}{x} \Rightarrow x^۲ - x = ۳$$

بنابراین:

$$\log_{۲۷}^{x^۲-x} = \log_{۳^۳}^{۳} = \frac{۱}{۳}$$

۶۲ ۱ ۲ ۳ ۴

$$۴^x - ۲^x - ۶ = (۲^x)^۲ - ۲^x - ۶ = ۰ \xrightarrow{۲^x = t} t^۲ - t - ۶ = (t - ۳)(t + ۲) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} \\ t = ۳ \end{cases}$$

چون ۲^x منفی نیست، پس: $t = ۲^x = ۳ \Rightarrow x = \log_۲^۳$

۶۳ ۱ ۲ ۳ ۴

می‌دانیم: $\boxed{\log_k^a + \log_k^b = \log_k^{ab}}$

$$\Rightarrow x^۲ - x - ۲ = x^۲ - ۷x \Rightarrow ۶x = ۲ \Rightarrow x = \frac{۱}{۳}$$

جواب $x = \frac{۱}{۳}$ غیر قابل قبول است چون جلوی لگاریتم را منفی می‌کند.

۶۴ ۱ ۲ ۳ ۴ $x = ۳$ زیر رادیکال در تابع $f(x)$ را منفی می‌کند، پس عضو D_f نیست.

$x = -۲$ جلوی لگاریتم در تابع $g(x)$ را صفر می‌کند، پس عضو D_g نیست.

$x = -۱$ حاصل $g(x)$ را صفر می‌کند، پس در دامنه‌ی g قرار نمی‌گیرد.

بنابراین بین گزینه‌ها فقط $x = ۱$ مناسب است.

تذکر: دامنه‌ی g در این تست به‌صورت $(-۲, ۲] - \{-۱\}$ است. زیرا

$$\frac{}{g} = D_f \cap D_g - \{x | g(x) = ۰\} = x \le ۲ \cap x > -۲ - \{x = -۱\} = (-۲\,,\,۲] - \{-۱\}$$

۶۵ ۱ ۲ ۳ ۴

$$\log(x - ۱) - \log(x - ۳) = \log(۳x + ۱) - \log(۳x - ۴) = \log \frac{}{x - ۳} \Rightarrow \log \frac{}{۳x - ۴} \Rightarrow \frac{}{x - ۳} = \frac{}{۳x - ۴}$$

$$\Rightarrow ۳x^۲ - ۷x + ۴ = ۳x^۲ - ۸x - ۳ \Rightarrow x = -۷ \text{ غ ق ق}$$

توجه کنید که به ازای $x = -۷$ عبارات جلوی لگاریتم‌ها (در فرم اولیه‌ی معادله) منفی می‌شود.

۶۶ ۱ ۲ ۳ ۴ می‌دانیم: $\boxed{\log_k + \log_k = \log_k \quad , \quad \log_k^a = n \log_k}$

با کمی دقت، $۴ - ۲\sqrt{۳}$ همان $(\sqrt{۳} - ۱)^۲$ است، $((\sqrt{۳} - ۱)^۲ = ۳ - ۲\sqrt{۳} + ۱ = ۴ - ۲\sqrt{۳})$ پس داریم:

$$\log(۱ + \sqrt{۳}) + \frac{۱}{۲}\log(\sqrt{۳} - ۱)^۲$$

$$= \log(۱ + \sqrt{۳}) + \log(\sqrt{۳} - ۱) = \log \underbrace{(۱ + \sqrt{۳})(\sqrt{۳} - ۱)}_{\text{مزدوج}}$$

$$= \log(۳ - ۱) = \log ۲ = \log \frac{۱۰}{۵} = ۱ - \log ۵$$

چون $A = \log ۲۵$ است، پس $\frac{A}{۲}$ و پاسخ $\frac{A}{۲}$ خواهد بود.

$(\log 25 = \log 5^2 = 2\log 5 = A \rightarrow \log 5 = \frac{A}{2})$

۶۷ ۱ ۲ ۳ **۴** باید پایه تابع نمایی بزرگ تر از یک باشد.

$a > 1 \rightarrow a - a^2 > 1 \rightarrow a^2 - 2a + 1 < 0 \rightarrow (a-1)^2 < 0 \rightarrow$ امکان ندارد

۶۸ ۱ ۲ **۳** ۴

می‌دانیم: $\boxed{\log_{k^m} a^n = \frac{n}{m}\log_k a}$

$$\log_9 3\sqrt[4]{27} = \log_{3^2} (3\times 27)^{\frac{1}{4}} = \log_{3^2} 3\times(3^3)^{\frac{1}{4}} = \log_{3^2} 3^1 \times 3^{\frac{3}{4}} = \log_{3^2} 3^{\frac{7}{4}} = \frac{\frac{7}{4}}{\frac{2}{1}} = \frac{7}{8}$$

۶۹ **۱** ۲ ۳ ۴

می‌دانیم: $\boxed{\log_k a^n = n\log_k a \;,\; \log_k a + \log_k b = \log_k ab \;,\; \log_b N = x \rightarrow N = b^x}$

$$2\log x - \log(x+2) = 1 \rightarrow \log x^2 - \log(x+2) = 1$$

$$\rightarrow \log\frac{x^2}{x+2} = 1 \xrightarrow{\text{تعریف}} \frac{x^2}{x+2} = 10 \rightarrow x^2 - 10x - 20 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 100 + 80 = 180 \begin{cases} x = \dfrac{10+6\sqrt{5}}{2} = 5+3\sqrt{5} \\ x = \dfrac{10-6\sqrt{5}}{2} = 5-3\sqrt{5} \end{cases}$$

غ ق ق (جلوی لگاریتم را منفی می‌کند)

۷۰ **۱** ۲ ۳ ۴ جلوی لگاریتم باید مثبت باشد.

$\frac{}{1+x} > 0 \rightarrow$

x	$-\infty$		-1			$+\infty$
عبارت > 0	$-$		ن	$+$	0	$-$

$\rightarrow -1 < x < 1 \rightarrow x \in (-1\,,\,1)$

۷۱ ۱ **۲** ۳ ۴

$$4(2)^x > 8^x \rightarrow 2^2 \times 2^x > 2^{3x} \rightarrow 2^{x+2} > 2^{3x} \rightarrow x+2 > 3x \rightarrow 2x < 2 \rightarrow x < 1$$

۷۲ ۱ ۲ **۳** ۴ می‌دانیم: $\boxed{\log_k a^n = n\log_k a}$

ابتدا عبارت A را خلاصه می‌کنیم.

$$A=\frac{\left(۲^۲\right)^{\frac{۳}{۴}}}{۱+\sqrt{۲}+\sqrt{۳}}+\left(۳^۲\right)^{\frac{۱}{۴}}=\frac{۲\sqrt{۲}}{۱+\sqrt{۲}+\sqrt{۳}}+\sqrt{۳}$$

$$=\frac{۲\sqrt{۲}\left(۱+\sqrt{۲}-\sqrt{۳}\right)}{\left(۱+\sqrt{۲}+\sqrt{۳}\right)\left(۱+\sqrt{۲}-\sqrt{۳}\right)}+\sqrt{۳}=\frac{۲\sqrt{۲}+۴-۲\sqrt{۶}}{\left(۱+\sqrt{۲}\right)^۲-\left(\sqrt{۳}\right)^۲}+\sqrt{۳}$$

$$=\frac{۲\sqrt{۲}+۴-۲\sqrt{۶}}{۱+۲\sqrt{۲}+۲-۳}+\sqrt{۳}=\frac{۲\sqrt{۲}+۴-۲\sqrt{۶}}{۲\sqrt{۲}}+\sqrt{۳}=\frac{۲\sqrt{۲}+۴-۲\sqrt{۶}+۲\sqrt{۶}}{۲\sqrt{۲}}$$

$$=\frac{۲\left(\sqrt{۲}+۲\right)}{۲\sqrt{۲}}=\frac{\sqrt{۲}+۲}{\sqrt{۲}}=\frac{\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}}+\frac{۲}{\sqrt{۲}}=۱+\sqrt{۲}$$

توجه کنید که $\frac{۱}{\sqrt{۲}+۱}=\sqrt{۲}-۱$ است.

$$\log_A^{\sqrt{۲}-۱}=\log_{۱+\sqrt{۲}}^{\frac{۱}{\sqrt{۲}+۱}}=\log_{۱+\sqrt{۲}}^{\left(\sqrt{۲}+۱\right)^{-۱}}=-۱$$

۷۳ ۱ **۲** ۳ ۴ می‌دانیم: $\boxed{\log_k^{a^n}=n\log_k^a\ ,\ \log_b^N=x\to N=b^x}$

دقت کنید که:

$$\sqrt[۳]{\sqrt[۳]{\sqrt[۳]{x}}}=\sqrt[۳]{\sqrt[۳]{x^{\frac{۱}{۳}}}}=\sqrt[۳]{x^{\frac{۱}{۹}}}=x^{\frac{۱}{۲۷}}$$

بنابراین:

$$\log_۳\log_۲^{x^{\frac{۱}{۲۷}}}=-۲\xrightarrow{\text{تعریف}}\log_۲^{x^{\frac{۱}{۲۷}}}=۳^{-۲}=\frac{۱}{۹}\Rightarrow\frac{۱}{۲۷}\log_۲^x=\frac{۱}{۹}\Rightarrow\log_۲^x=۳\xrightarrow{\text{تعریف}}x=۲^۳=۸$$

۷۴ ۱ ۲ ۳ **۴**

می‌دانیم: $\boxed{\log_{k^m}^{a^n}=\frac{n}{m}\log_k^a\ ,\ \log_b^N=x\to N=b^x}$

$$\log_{x-۱}^{۳x-۱}=۳\xrightarrow{\text{تعریف}}(x-۱)^۳=۳x-۱\Rightarrow x^۳-۳x^۲+۳x-۱=۳x-۱$$

$$\Rightarrow x^۳-۳x^۲=۰\Rightarrow x^۲(x-۳)=۰$$

$$\Rightarrow\begin{cases} \\ x=۳\Rightarrow\log_{\frac{۱}{۳}}^{(۲x+۳)}=\log_{\frac{۱}{۳}}^{۹}=\log_{۳^{-۱}}^{۳^۲}=-۲\end{cases}$$

۷۵ ۱ ۲ ۳ **۴** می‌دانیم: $\boxed{\log_{k^m}^a=\frac{۱}{m}\log_k^a}$

عدد مورد نظر را a در نظر می‌گیریم، طبق فرض داریم:

$$\log_۴^a=\frac{۱۵}{۴}\Rightarrow\log_{۲^۲}^a=\frac{۱۵}{۴}\Rightarrow\frac{۱}{۲}\log_۲^a=\frac{۱۵}{۴}\Rightarrow\log_۲^a=\frac{۱۵}{۲}$$

توابع نمایی لگاریتمی

$$\log_{۸}^{\frac{۱}{a^{۲}}} = \log_{۲^{۳}}^{a^{-۲}} = \frac{-۲}{۳}\log_{۲}^{a} = -\frac{۲}{۳}(\frac{۱۵}{۲}) = -۵$$

۷۶ ۱ ۲ **۳** ۴

می‌دانیم: $\log_k^a + \log_k^b = \log_k^{ab} \quad , \quad \log_{k^m}^{a^n} = \frac{n}{m}\log_k^a \quad , \quad \log_k^a - \log_k^b = \log_k^{\frac{a}{b}}$

$$\begin{cases} \log(x^{۲}+۴y^{۲}) = \overbrace{۲\log\sqrt{۲}}^{\log(\sqrt{۲})^{۲}} + \log ۲۳ \Rightarrow \log(x^{۲}+۴y^{۲}) = \log ۴۶ \Rightarrow x^{۲}+۴y^{۲} = ۴۶ \\ \log x + \log y = ۲\log ۳ - \log ۲ \Rightarrow \log xy = \log\frac{۹}{۲} \Rightarrow xy = \frac{۹}{۲} \end{cases}$$

$$(x+۲y)^{۲} = x^{۲}+۴y^{۲}+۴xy = ۴۶+۴(\frac{۹}{۲}) = ۶۴ \Rightarrow x+۲y = ۸$$

بنابراین:

$$\log_{۱۶}^{x+۲y} = \log_{۱۶}^{۸} = \log_{۲^{۴}}^{۲^{۳}} = \frac{۳}{۴} = ۰/۷۵$$

۷۷ **۱** ۲ ۳ ۴

می‌دانیم: $\log_k^{a^n} = n\log_k^a \quad , \quad \log_k^a = \frac{۱}{\log_a^k} \quad , \quad \log_k^a + \log_k^b = \log_k^{ab}$

$$\log_{۲}^{۹} = x \Rightarrow ۲\log_{۲}^{۳} = x \Rightarrow \log_{۲}^{۳} = \frac{x}{۲}$$

$$\log_{۶}^{۲} = \frac{۱}{\log_{۲}^{۶}} = \frac{۱}{\log_{۲}^{۲}+\log_{۲}^{۳}} = \frac{۱}{۱+\frac{x}{۲}} = \frac{۱}{\frac{x+۲}{۲}} = \frac{۲}{x+۲}$$

۷۸ ۱ **۲** ۳ ۴ می‌دانیم: $\log_k^a + \log_k^b = \log_k^{ab} \quad , \quad \log_k^a = \frac{۱}{\log_a^k} \quad , \quad \log_{k^m}^{a^n} = \frac{n}{m}\log_k^a \quad , \quad \log_b^N = x \to N = b^x$

$$\log_{۵}^{۲۵x^{۲}} + \log_x^{۲۵} = ۷$$

$$\Rightarrow \log_{۵}^{۵^{۲}} + \log_{۵}^{x^{۲}} + \log_x^{۵^{۲}} = ۷ \Rightarrow ۲ + ۲\log_{۵}^{x} + ۲\log_x^{۵} = ۷$$

$$\Rightarrow ۲(\log_{۵}^{x} + \log_x^{۵}) = ۵ \xrightarrow{\log_{۵}^{x}=t} ۲(t+\frac{۱}{t}) = ۵$$

$$\xrightarrow{\times t} ۲t^{۲}+۲ = ۵t \Rightarrow ۲t^{۲}-۵t+۲ = ۰ \Rightarrow \Delta = ۲۵-۱۶ = ۹$$

$$\Rightarrow t = \frac{۵\pm۳}{۲\times۲} \Rightarrow \begin{cases} t = ۲ \Rightarrow \log_{۵}^{x} = ۲ \Rightarrow x = ۵^{۲} = ۲۵ \\ t = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \log_{۵}^{x} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow x = ۵^{\frac{۱}{۲}} = \sqrt{۵} \end{cases}$$

$$x = \sqrt{۵} \Rightarrow x^{۲}+۳ = ۵+۳ = ۸ \Rightarrow \log_{۱۶}^{(x^{۲}+۳)} = \log_{۱۶}^{۸} = \log_{۲^{۴}}^{۲^{۳}} = \frac{۳}{۴}$$

جواب متناظر با، $x = ۲۵$ در بین گزینه‌ها نیست.

۷۹ ۱ **۲** ۳ ۴

می دانیم: $\boxed{\log_k^{a^n} = n\log_k^a}$

$$\sqrt[۵]{A^۲-B^۲} = \sqrt[۵]{(\sqrt{۲}-۱)^۲-(\sqrt{۲}+۱)^۲} = \sqrt[۵]{(۲+۱-۲\sqrt{۲})-(۲+۱+۲\sqrt{۲})}$$

$$= \sqrt[۵]{-۴\sqrt{۲}} = -\sqrt[۵]{۲^۲\times ۲^{\frac{۱}{۲}}} = -\sqrt[۵]{۲^{\frac{۵}{۲}}} = -(۲^{\frac{۵}{۲}})^{\frac{۱}{۵}} = -۲^{\frac{۱}{۲}} = -\sqrt{۲}$$

$$\log_۲(-\sqrt[۵]{A^۲-B^۲}) = \log_۲^{\sqrt{۲}} = \log_۲^{۲^{\frac{۱}{۲}}} = \frac{۱}{۲}$$

۸۰ **۱** ۲ ۳ ۴

می دانیم: $\boxed{\log_k^a+\log_k^b=\log_k^{ab}}$

$$۹^a = ۲۷\sqrt{۳} \Rightarrow ۳^{۲a} = ۳^۳\times ۳^{\frac{۱}{۲}} = ۳^{\frac{۷}{۲}} \Rightarrow ۲a = \frac{۷}{۲} \Rightarrow a = \frac{۷}{۴}$$

$$\log\sqrt{b}-\log(۲-\frac{۷}{۴}) = ۱ \Rightarrow \log\sqrt{b} = \log\frac{۱}{۴}+\log ۱۰ = \log(\frac{۱۰}{۴}) \Rightarrow \sqrt{b} = \frac{۵}{۲} \Rightarrow b = \frac{۲۵}{۴} = ۶/۲۵$$

۸۱ ۱ ۲ ۳ **۴**

می دانیم: $\boxed{\log_k \;= n\log_k \;,\; \log_k = \frac{۱}{\log_a^k} \;,\; \log_b \;= x \rightarrow N = b^x}$

$$\log_x \; - \log_۵^{x^۲} = ۱ \Rightarrow \log_x+\log_x - \log_۵^{x^۲} = ۱ \Rightarrow \log_x+۱-\log_۵^x = ۱ \Rightarrow \log_x-\log_۵^x = ۰$$

$$\Rightarrow \log_x-\log_۵^x = ۰ \Rightarrow \frac{۱}{\log_۵^x}-\log_۵^x = ۰ \Rightarrow \frac{۱}{\log_۵^x} = \log_۵^x \Rightarrow (\log_۵^x)^۲ = ۱ \Rightarrow \log_۵^x = \pm ۱$$

$$\begin{cases} \log_۵^x = ۱ \Rightarrow x_۱ = ۵ \\ \log_۵^x = -۱ \Rightarrow x_۲ = ۵^{-۱} = \frac{۱}{۵} \end{cases} \Rightarrow x_۱+x_۲ = ۵+\frac{۱}{۵} = \frac{۲۶}{۵}$$

۸۲ ۱ **۲** ۳ ۴

می دانیم: $\boxed{\log_k^{a^n} = n\log_k^a \;,\; \log_k^a+\log_k^b=\log_k^{ab} \;,\; \log_b^N = x \rightarrow N = b^x}$

$$\log_a = ۱-۲\log_a \Rightarrow \log_a+\log_a = ۱ \Rightarrow \log_a \; = ۱ \Rightarrow ۹x = a \Rightarrow x = \frac{a}{۹}$$

$$\log_{\frac{\sqrt{a}}{۳}} = \log_{\frac{\sqrt{a}}{۳}}^{\frac{a}{۹}} = \log_{\frac{\sqrt{a}}{۳}}^{(\frac{\sqrt{a}}{۳})^۲} = ۲$$

۸۳ ۱ ۲ **۳** ۴

می دانیم: $\boxed{\log_k+\log_k=\log_k \;,\; \log_{k^n}^a = \frac{m}{n}\log_k \;,\; \log_b = x \rightarrow N = b^x}$

$$\log_x \quad = ۲ - \log_x \quad \to \log_x \quad + \log_x \quad = ۲$$

$$\to \log_x^{(۳x+ \quad)} = ۲ \xrightarrow{\text{تعریف}} (۳x+۸)(x-۶) = x^۲$$

$$\to ۳x^۲ - ۱۸x + ۸x - ۴۸ = x^۲ \to ۲x^۲ - ۱۰x - ۴۸ = ۰$$

$$\to x^۲ - ۵x - ۲۴ = ۰ \to (x-۸)(x+۳) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = ۸ & \text{ق ق} \\ x = -۳ & \text{غ ق ق (جلوی لگاریتم را منفی می کند)} \end{cases}$$

$$\log \overset{x=۸}{=\!=} \log_۴^۸ = \log_{۲^۲}^{۲^۳} = \frac{۳}{۲}$$

① ② ③ ❹ **۸۴**

می دانیم: $\boxed{\log_k^a + \log_k^b = \log_k^{ab} \quad , \quad \log_k^{a^n} = n\log_k^a}$

$$\left.\begin{array}{l} \log xy^۲ = ۲ \to \log x + ۲\log y = ۲ \\ \log x^۲ y = ۴ \to ۲\log x + \log y = ۴ \end{array}\right\} \times -۲ \quad \Rightarrow -۳\log y = ۰ \Rightarrow \log y = ۰ \ , \ \log x = ۲$$

$$\log x^۳ y^۵ = \log x^۳ + \log y^۵ = ۳\log x + ۵\log y = ۶$$

① ❷ ③ ④ **۸۵**

می دانیم: $\boxed{\log_k + \log_k = \log_k \quad , \quad \log_{k^m}^a = \frac{}{m}\log_k \quad , \quad \log_k = \frac{\log_c}{\log_c^k} \quad , \quad \log_k = \frac{۱}{\log_a^k}}$

$$\log_{\sqrt{۳}} = a \Rightarrow \log_{۳^{\frac{۱}{۲}}}^{۲^۲} = a \Rightarrow ۴\log_۳^۲ = a \Rightarrow \log_۳^۲ = \frac{a}{۴} \Rightarrow \log_۲^۳ = \frac{۴}{a}$$

$$\log_{۲\sqrt{۳}}^{۳\sqrt{۲}} = \log_{\sqrt{۱۲}}^{\sqrt{۱۸}} = \log_{۱۲^{\frac{۱}{۲}}}^{۱۸^{\frac{۱}{۲}}} = \log_{۱۲}^{۱۸} = \frac{\log_۲^{۹\times ۲}}{\log_۲^{۴\times ۳}} = \frac{\log_۲^۹ +}{\log_۲^۴ + \log_۲^۳} = \frac{۲\log_۲^۳ + ۱}{۲ + \log_۲^۳} = \frac{-+۱}{۲+\frac{۴}{a}} = \frac{}{۲a+۴}$$

① ② ③ ❹ **۸۶**

می دانیم: $\boxed{\log_{k^m}^a = \frac{}{m}\log_k \quad , \quad \log_k = \frac{۱}{\log_a^k}}$

$$\log_۲^{\sqrt[۵]{e^۲}} = A \Rightarrow \log_۲^{e^{\frac{۲}{۵}}} = A \Rightarrow \frac{۲}{۵}\log_۲^e = A \to \log_۲^e = \frac{۵A}{۲} \Rightarrow \log_e = \frac{}{۵A}$$

$$\log_{\sqrt{e}} = \log_{e^{\frac{۱}{۲}}}^{۲^۵} = ۱۰\log_e = ۱۰\left(\frac{}{۵A}\right) = \frac{۴}{A}$$

① ② ❸ ④ **۸۷**

$$\log x\sqrt[۳]{x} = \log x \cdot x^{\frac{۱}{۳}} = \log x^{\frac{۴}{۳}} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \frac{۴}{۳}\log x = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \log x = \frac{\frac{۱}{۲}}{\frac{۴}{۳}} = \frac{}{۸}$$

$$\log\sqrt{x\sqrt{x}} = \log\sqrt{x^{\frac{۳}{۲}}} = \log(x^{\frac{}{۲}})^{\frac{۱}{۲}} = \log x^{\frac{۳}{۴}} = \frac{۳}{۴}\log x = \frac{۳}{۴} \times \frac{}{۸} = \frac{۹}{۳۲}$$

۸۸ ۱ ۲ ۳ **۴**

می دانیم: $\boxed{\log_{k^m} a = \frac{1}{m}\log_k a \quad , \quad \log_k a = \frac{1}{\log_a k}}$

$$A = \log_2 \sqrt[7]{e^2} = \log_2 e^{\frac{2}{7}} = \frac{2}{7}\log_2 e = A \Rightarrow \log_2 e = \frac{7}{2}A$$

$$\log_{\sqrt{e}} 2^7 = \log_{e^{\frac{1}{2}}} 2^7 = 14\log_e 2 = 14 \times \frac{1}{\log_2 e} = \frac{14}{\frac{7}{2}A} = \frac{4}{A}$$

۸۹ ۱ ۲ ۳ **۴**

می دانیم: $\boxed{\log_k a + \log_k b = \log_k ab \quad , \quad \log_k a^n = n\log_k a}$

$$\log 3 = \frac{x}{2} \Rightarrow x = 2\log 3 \Rightarrow x = \log 9$$

$$\log\sqrt[3]{7{,}29} = \log\sqrt[3]{729 \times 10^{-2}} = \log\sqrt[3]{9^3 \times 10^{-2}}$$

$$= \log 9 \times 10^{\frac{-2}{3}} = \log 9 + \log 10^{-\frac{2}{3}} = x - \frac{2}{3} = \frac{3x-2}{3}$$

۹۰ ۱ **۲** ۳ ۴

می دانیم: $\boxed{\log_a A \geq m \xrightarrow{0<a<1} A \leq a^m}$

$$\left.\begin{array}{l} \log_{0{,}5}\frac{2x+3}{4} \geq -1 \longrightarrow \frac{2x+3}{4} \leq (0{,}5)^{-1} \Rightarrow \frac{2x+3}{4} \leq 2 \Rightarrow x \leq \frac{5}{2} \quad (I) \\ \text{از طرفی}: \frac{2x+3}{4} > 0 \Rightarrow x > \frac{-3}{2} \quad (II) \end{array}\right\} \xrightarrow{\text{اشتراک } II,I} \frac{-3}{2} < x \leq \frac{5}{2}$$

۹۱ ۴ ۳ ۲ **۱** می دانیم: $\boxed{\log_k a + \log_k b = \log_k ab \quad , \quad \log_k a^n = n\log_k a \quad , \quad \log_{k^m} a^n = \frac{n}{m}\log_k a}$

$$\log(2x-1) + \frac{1}{2}\log x^2 = \log 3 \Rightarrow \log(2x-1) + \log|x| = \log 3 \rightarrow \log(2x-1)|x| = \log 3 \Rightarrow (2x-1)|x| = 3$$

با توجه به این که $2x-1>0$ است، پس $x > \frac{1}{2}$ و در نتیجه $|x| = x$ می باشد، لذا داریم:

$$(2x-1)(x) = 3 \Rightarrow 2x^2 - x - 3 = 0 \xrightarrow{a+c=b} 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 & \text{غ ق ق (جلوی لگاریتم را منفی می‌کند)} \\ x = -\frac{c}{a} = \frac{3}{2} & \text{ق ق} \end{cases}$$

بنابراین برای یافتن لگاریتم $\frac{x}{3}$ در مبنای ۴ داریم:

$$\log_4 \frac{x}{3} = \log_4 \frac{1}{2} = \log_{2^2} 2^{-1} = -\frac{1}{2}$$

۹۲ ۴ ۳ ۲ **۱**

می دانیم: $\boxed{\log_k a^n = n\log_k a \quad , \quad \log 5 = 1 - \log 2}$

$\log ۱۲۵ = ۹k \Rightarrow \log ۵^{۳} = ۹k \Rightarrow ۳\log ۵ = ۹k \Rightarrow \log ۵ = ۳k \Rightarrow ۱ - \log ۲ = ۳k \Rightarrow \log ۲ = ۱ - ۳k$

$$\log \sqrt[۳]{۰/۳۲} = \log(\frac{۳۲}{۱۰۰})^{\frac{۱}{۳}} = \frac{۱}{۳}\log \frac{۳۲}{۱۰۰} = \frac{۱}{۳}(\log ۳۲ - \log ۱۰۰) = \frac{۱}{۳}(\log ۲^{۵} - \log ۱۰^{۲})$$

$$= \frac{۱}{۳}(۵\log ۲ - ۲) = \frac{۱}{۳}(۵(۱ - ۳k) - ۲) = \frac{۱}{۳}(۳ - ۱۵k) = ۱ - ۵k$$

۹۳ ۱ ۲ ۳ ۴

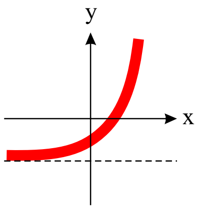
می دانیم: $\boxed{\log_k^a + \log_k^b = \log_k^{ab} \quad , \quad \log_k^{a^n} = n\log_k^a \quad , \quad \log_b^N = x \to N = b^x}$

$$\log_{۳}^{x} + \log_{۳}^{y} = ۲ \Rightarrow \log_{۳}^{xy} = ۲ \xrightarrow{\text{تعریف}} xy = ۳^{۲} = ۹$$

$$(x+y)^{۲} = x^{۲} + y^{۲} + ۲xy \Rightarrow (x+y)^{۲} = ۴۶ + ۱۸ = ۶۴ \Rightarrow x + y = ۸$$

$$\log_{۸}^{\sqrt{x+y}} = \log_{۸}^{\sqrt{۸}} = \log_{۸}^{۸^{\frac{۱}{۲}}} = \frac{۱}{۲}$$

۹۴ ۱ ۲ ۳ ۴



داریم $f(x) = ۲(۲^{x-۱} - ۱) \Rightarrow y = ۲^{x} - ۲$ نمودار تابع f به صورت مقابل است. نمودار تابع f از ناحیه‌ی دوم دستگاه مختصات نمی‌گذرد. از آن جا که نمودار تابع f و نمودار وارون آن نسبت به نیم‌ساز ربع اول و سوم دستگاه مختصات قرینه هستند، پس نمودار وارون تابع f از ناحیه‌ی چهارم دستگاه مختصات نخواهد گذاشت.

۹۵ ۱ ۲ ۳ ۴

می دانیم: $\boxed{\log_k^a - \log_k^b = \log_k^{\frac{a}{b}} \quad , \quad \log_{k^m}^{a^n} = \frac{n}{m}\log_k^a}$

$$\log_{\sqrt{۲}}^{۴} - \log_{۲}^{x} = \log_{۲^{\frac{۱}{۲}}}^{۴} - \log_{۲}^{x} = ۲\log_{۲}^{۴} - \log_{۲}^{x} \Rightarrow \log_{۲}^{۱۶} - \log_{۲}^{x} = \log_{۲}^{\frac{۱۶}{x}}$$

$$A = ۲^{(\log_{\sqrt{۲}}^{۴} - \log_{۲}^{x})} = ۱ \Rightarrow ۲^{\log_{۲}^{\frac{۱۶}{x}}} = ۱ = ۲^{۰} \xrightarrow{\log ۱ = ۰} \frac{۱۶}{x} = ۱ \Rightarrow x = ۱۶$$

$$\log_{\frac{۱}{۲}}^{\sqrt[۳]{x}} = \log_{\frac{۱}{۲}}^{\sqrt[۳]{۱۶}} = \log_{۲^{-۱}}^{\sqrt[۳]{۲^{۴}}} = \log_{۲^{-۱}}^{۲^{\frac{۴}{۳}}} = -\frac{۴}{۳}\log_{۲}^{۲} = -\frac{۴}{۳}(۱) = -\frac{۴}{۳}$$

۹۶ ۱ ۲ ۳ ۴

می دانیم: $\boxed{\log_k^{a^n} = n\log_k^a \quad , \quad \log_k^a + \log_k^b = \log_k^{ab}}$

$$۲\log x = ۱ + \log(x + \frac{۱۲}{۵}) \Rightarrow \log x^{۲} = \log ۱۰ + \log(x + \frac{۱۲}{۵})$$

$$\Rightarrow \log x^{۲} = \log ۱۰(x + \frac{۱۲}{۵}) \Rightarrow x^{۲} = ۱۰x + ۲۴$$

$$x^{۲} - ۱۰x - ۲۴ = ۰ \Rightarrow (x - ۱۲)(x + ۲) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = ۱۲ & \text{ق ق} \\ x = -۲ & \text{غ ق ق (جلوی لگاریتم را منفی می‌کند)} \end{cases}$$

$$\log_5^{2x+1} = \log_5^{25} = \log_5^{5^2} = 2$$

۹۷ ۱ ۲ **۳** ۴

می‌دانیم: $\boxed{\log_k^{b} = \dfrac{\log_c^{b}}{\log_c^{k}} \ , \ \log_k^{a^n} = n\log_k^{a} \ , \ \log 5 = 1 - \log 2 \ , \ \log_k^{a} + \log_k^{b} = \log_k^{ab}}$

$$\log_{54}^{\sqrt{125}} = \frac{\log \sqrt{125}}{\log 54} = \frac{\log \sqrt{5^3}}{\log(27 \times 2)} = \frac{\log 5^{\frac{3}{2}}}{\log 27 + \log 2}$$

$$= \frac{\frac{3}{2}\log 5}{3\log 3 + \log 2} = \frac{\frac{3}{2}(1 - \log 2)}{3\log 3 + \log 2} = \frac{\frac{3}{2}(1 - m)}{3n + m} = \frac{\ }{6n + 2m}$$

۹۸ ۱ **۲** ۳ ۴ می‌دانیم : $\boxed{\log_b^{N} = x \to N = b^x \ , \ \log_k^{a} = \dfrac{1}{\log_a^{k}}}$

$$x^{1+\log x} = 10^6 \to 1 + \log x = \log_x^{10^6} \to 6\log_x^{10} = 1 + \frac{1}{\log_x^{10}}$$

$$\xrightarrow{\log_x^{10} = A} 6A = 1 + \frac{1}{A} \xrightarrow{\times A} 6A^2 = A + 1 \to 6A^2 - A - 1 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 1 + 24 = 25, A_{1,2} = \frac{1 \pm 5}{12} = \frac{1}{2}, -\frac{1}{3}$$

$$A = \frac{1}{2} \to \log_x^{10} = \frac{1}{2} \to x^{\frac{1}{2}} = 10 \to \sqrt{x} = 10 \to x = 100$$

$$A = -\frac{1}{3} \to \log_x^{10} = -\frac{1}{3} \to x^{-\frac{1}{3}} = 10 \xrightarrow{\text{به توان } (-3)} \to (x^{-\frac{1}{3}})^{-3} = 10^{-3} \Rightarrow x = \frac{1}{1000}$$

حاصل ضرب ریشه‌ها $= (100)(\frac{1}{1000}) = 0/1$

۹۹ **۱** ۲ ۳ ۴

می‌دانیم: $\boxed{\log_b^{N} = x \to N = b^x}$

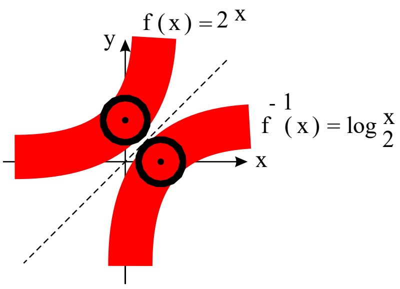
$$\log_2^{x^3+5} = 5 \xrightarrow{\text{تعریف}} x^3 + 5 = 2^5 \to x^3 + 5 = 32 \to x^3 = 27 \to x = 3$$

$$\log_5^{x^2-4} \xlongequal{x=3} \log_5^{5} = 1$$

۱۰۰ ۱ ۲ **۳** ۴ دامنه‌ی تابع رادیکالی $y = \sqrt{x - f^{-1}(x)}$ برابر است با:

$$x - f^{-1}(x) \geq 0 \Rightarrow x \geq f^{-1}(x)$$

ابتدا معکوس تابع $f(x) = 2^x$ را رسم می‌کنیم. باتوجه به نامعادله‌ی $x \geq f^{-1}(x)$ ، به دنبال محدوده‌ی xهایی هستیم که به ازای آن، نمودار خط $y = x$ بالاتر یا روی نمودار تابع $f^{-1}(x)$ باشد. باتوجه به شکل در تمام نقاط دامنه‌ی $f^{-1}(x)$ ، خط $y = x$ بالاتر از نمودار معکوس f قرار دارد. پس دامنه‌ی تابع مورد نظر $(0, +\infty)$ می‌شود.



$D_{f^{-۱}} = (۰, +\infty)$

۱۰۱ ۱ ۲ ۳ ۴

می‌دانیم: $\boxed{\log_{k^m}^{a^n} = \frac{n}{m}\log_k^a \ , \ \log_b^N = x \to N = b^x}$

$$(\log_۲^x)^۲ - ۹\log_۸ = ۴ \to (\log_۲^x)^۲ - ۹\log_{۲^۳}^x - ۴ = ۰$$

$$\to (\log_۲^x)^۲ - ۳\log_۲^x - ۴ = ۰ \xrightarrow{\log_۲^x = A} A^۲ - ۳A - ۴ = ۰$$

$$\to (A-۴)(A+۱) = ۰ \to \begin{cases} A = ۴ \to \log_۲^x = ۴ \xrightarrow{\text{تعریف}} x = ۲^۴ = ۱۶ \\ A = -۱ \to \log_۲^x = -۱ \xrightarrow{\text{تعریف}} x = ۲^{-۱} = \frac{۱}{۲} \end{cases}$$

حاصل ضرب ریشه‌ها برابر $۸ = \frac{۱}{۲} \times ۱۶$ می‌باشد.

۱۰۲ ۱ ۲ ۳ ۴

می‌دانیم: $\boxed{\log_k^{a^n} = n\log_k^a \ , \ \log_k^a + \log_k^b = \log_k^{ab} \ , \ \log ۵ = ۱ - \log ۲}$

$$A = \frac{۱}{۲}\log(۷ + ۲\sqrt{۶}) + \log(\sqrt{۶} - ۱) = \frac{۱}{۲}\log(\sqrt{۶} + ۱)^۲ + \log(\sqrt{۶} - ۱)$$

$$= \log(\sqrt{۶}+۱) + \log(\sqrt{۶}-۱) = \log \underbrace{(\sqrt{۶}+۱)(\sqrt{۶}-۱)}_{\text{مزدوج}} = \log(۶-۱) = \log ۵ = ۱ - \log ۲ = ۱ - k$$

دقت کنید: $(\sqrt{۶}+۱)^۲ = ۶ + ۱ + ۲\sqrt{۶} = ۷ + ۲\sqrt{۶}$

۱۰۳ ۱ ۲ ۳ ۴

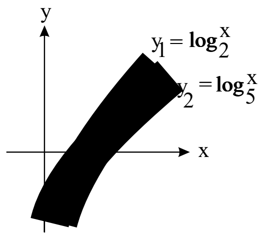
می‌دانیم: $\boxed{\log_{k^m}^a = \frac{n}{m}\log_k^a \ , \ a^{\log_k^b} = b^{\log_k^a}}$

$$\left(\frac{\sqrt{۲}}{۴}\right)^{-۲+\log_{۰/۵}^{۹}} = \left(\frac{\sqrt{۲}}{۴}\right)^{-۲} \times \left(\frac{\sqrt{۲}}{۴}\right)^{\log_{۰/۵}^{۹}} = \left(\frac{۲^{\frac{۱}{۲}}}{۲^۲}\right)^{-۲} \times ۹^{\log_{\frac{۱}{۲}}^{\frac{\sqrt{۲}}{۴}}} = (۲^{-\frac{۳}{۲}})^{-۲} \times ۹^{\log_{۲^{-۱}}^{۲}}$$

$$= ۲^۳ \times ۹^{\log_{۲^{-۱}}^{۲}} = ۲^۳ \times ۹^{\frac{۳}{۲}} = ۸ \times (۳^۲)^{\frac{۳}{۲}} = ۸ \times ۳^۳ = ۸ \times ۲۷ = ۲۱۶$$

۱۰۴ ۱ ۲ ۳ ۴ از مقایسه‌ی نمودار دو تابع با معادله‌های $y_۱ = \log_۲^x$ و $y_۲ = \log_۵^x$، معلوم می‌شود که بزرگ‌ترین بازه

ای که نامعادله‌ی مورد نظر سؤال در آن برقرار است $(0, 1)$ است.



۱۰۵ ۱ ۲ **۳** ۴

می‌دانیم: $\boxed{\log_{k^m}^{a} = \frac{1}{m}\log_k^a \quad , \quad \log_k^a = \frac{1}{\log_a^k}}$

$$3^{x-a} = 2^{x^2} \xrightarrow{\text{از دو طرف در مبنای سه لگاریتم می‌گیریم}} \log_3^{3^{x-a}} = \log_3^{2^{x^2}}$$

$$\to x - a = x^2 \log_3^2 \to (\log_3^2)x^2 - x + a = 0$$

چون گفته شده این معادله‌ی درجه‌ی دوم دارای یک ریشه است پس $\Delta = 0$ می‌باشد:

$$\Delta = 0 \to 1 - 4a \log_3^2 = 0 \to 4a \log_3^2 = 1$$

$$\to a \log_3^2 = \frac{1}{4} \to a = \frac{\frac{1}{4}}{\log_3^2} = \frac{1}{4}\log_2^3 = \log_{2^4}^3 = \frac{1}{2}\log_4^3 = \log_4^{\sqrt{3}}$$

$$a = \log_4^b \to \log_4^{\sqrt{3}} = \log_4^b \to b = \sqrt{3}$$

۱۰۶ ۱ **۲** ۳ ۴

می‌دانیم: $\boxed{\log_{k^m}^{a^n} = \frac{n}{m}\log_k^a \quad , \quad \log_k^a - \log_k^b = \log_k^{\frac{a}{b}} \quad , \quad \log_b^N = x \to N = b^x}$

$$\log_4^{x+1} = \log_3^{\sqrt{3}} + \log_2^{\sqrt{x-1}} \to \log_{2^2}^{x+1} = \log_3^{3^{\frac{1}{2}}} + \log_2^{(x-1)^{\frac{1}{2}}}$$

$$\to \frac{1}{2}\log_2^{x+1} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\log_2^{x-1} \xrightarrow{\times 2} \log_2^{x+1} = 1 + \log_2^{x-1}$$

$$\to \log_2^{x+1} - \log_2^{x-1} = 1 \to \log_2^{\frac{x+1}{x-1}} = 1 \xrightarrow{\text{تعریف}} \frac{x+1}{x-1} = 2 \to 2x - 2 = x + 1 \to x = 3$$

$$\log_4^{x+5} \xlongequal{x=3} \log_4^8 = \log_{2^2}^{2^3} = \frac{3}{2} = 1/5$$

۱۰۷ **۱** ۲ ۳ ۴

می‌دانیم: $\boxed{\log_{k^m}^{a} = \frac{1}{m}\log_k^a \quad , \quad \log_k^a + \log_k^b = \log_k^{ab} \quad , \quad \log_k^a = \frac{1}{\log_a^k}}$

$$\log_{16}^6 = a \to \log_{2^4}^6 = a \to \frac{1}{4}\log_2^6 = a \to \log_2^{\overbrace{6}^{2\times 3}} = 4a \to \log_2^2 + \log_2^3 = 4a$$

$$\to 1 + \log_2^3 = 4a \to \log_2^3 = 4a - 1$$

$$\log_{12}^{64} = \log_{12}^{2^6} = 6\log_{12}^{2} = \frac{6}{\log_2^{12}} = \frac{6}{\log_2^{4}+\log_2^{3}} = \frac{6}{\log_2^{2^2}+\log_2^{3}} = \frac{}{2+4a-1} = \frac{}{4a+1}$$

۱۰۸ ۱ ۲ **۳** ۴

می‌دانیم: $\boxed{\log_a^A \ge m \xrightarrow{a>1} A \ge a^m}$

$\frac{}{x+1} > 0 \Rightarrow$

$\frac{}{x+1}>0$	$-\infty$		-1		$+\infty$
	+	ن	−	۰	+

$\Rightarrow x>1$ یا $x<-1$ $\xrightarrow{\text{اشتراک}} x<-1$

$\log_3^{\frac{x-1}{x+1}} \ge 0 \Rightarrow \frac{}{x+1} \ge 1 \Rightarrow \frac{}{x+1} - 1 \ge 0 \Rightarrow \frac{}{x+1} \ge 0 \Rightarrow x+1<0 \Rightarrow x<-1$

۱۰۹ ۱ ۲ ۳ **۴**

می‌دانیم: $\boxed{\log_a^A \ge m \xrightarrow{0<\alpha<1} A \le a^m}$

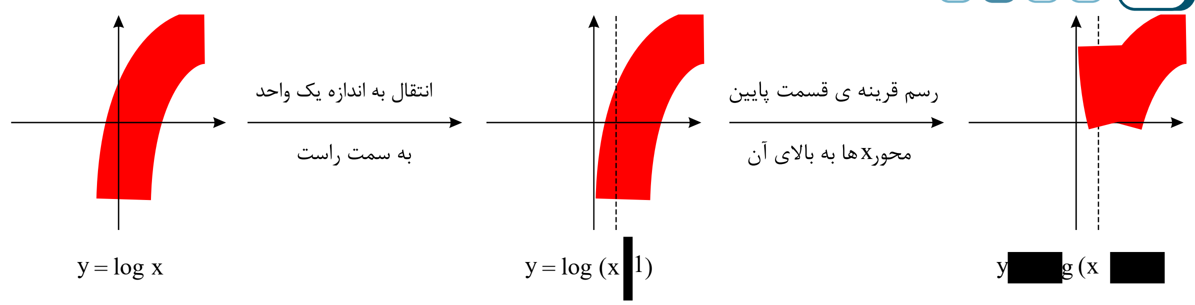
$\frac{}{x+1} > 0 \Rightarrow$

$\frac{}{x+1}>0$	$-\infty$		-1		$+\infty$
	+	ن	−	۰	+

$\Rightarrow x>1$ یا $x<-1$ $\xrightarrow{\text{اشتراک}} x>1$

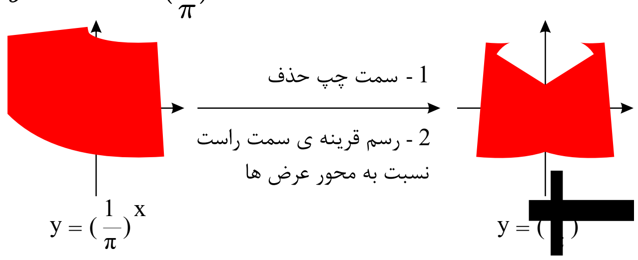
$\log_{0/4}^{\frac{x-1}{x+1}} \ge 0 \Rightarrow \frac{}{x+1} \le 1 \Rightarrow \frac{}{x+1} - 1 \le 0 \Rightarrow \frac{}{x+1} \le 0 \Rightarrow x+1>0 \Rightarrow x>-1$

۱۱۰ ۱ **۲** ۳ ۴

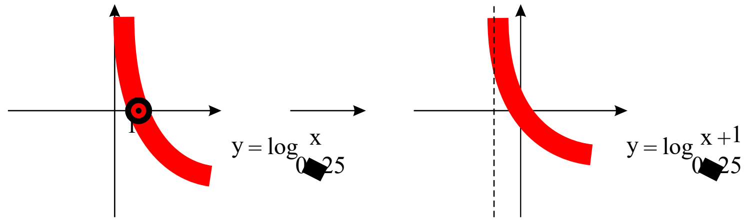


۱۱۱ ۱ **۲** ۳ ۴ برای رسم نمودار $y=f(|x|)$ باید قسمت چپ محور yها پاک شود و قرینه‌ی قسمت راست نسبت به محور yها در سمت چپ محور yها رسم شود.

$y = \pi^{-|x|} = (\frac{1}{\pi})^{|x|}$



۱۱۲ ۱ ۲ **۳** ۴ از انتقال نمودار $y=\log_{0/25}^{x}$ به اندازه‌ی یک واحد به سمت چپ محور xها، نمودار $y=\log_{0/25}^{x+1}$ حاصل می‌شود.



۱۱۳ ① ② ③ ④

می‌دانیم: $\boxed{\log_k - \log_k = \log_k \quad , \quad \log^a_{km} = \frac{n}{m}\log_k \quad , \quad \log_b = x \to N = b^x}$

$$\log_{۳}^{۲x^۲+۱} - \log_{۳}^{x+۲} = ۱ \to \log_{۳}^{\frac{۲x^۲+۱}{x+۲}} = ۱ \xrightarrow{\text{تعریف}} \frac{۲ \quad +۱}{x+۲} = ۳^۱$$

$$\to ۲x^۲ + ۱ = ۳x + ۶ \to ۲x^۲ - ۳x - ۵ = ۰ \xrightarrow{a+c=b} \begin{cases} x = - \\ \quad\;\; a = \frac{۵}{۲} \end{cases}$$

هر دو جواب بدست آمده، قابل قبول هستند ولی برای محاسبه‌ی $\log_۸$ فقط به جای x، می‌توانیم مقدار $x = \frac{۵}{۲}$ را جایگزین کنیم، زیرا

$x = -۱$ جلوی لگاریتم را منفی می‌کند.

$$\log \xlongequal{x=\frac{۵}{۲}} \log_۸^{۲(\quad)-۱} = \log_۸ = \log_{۲^۳}^{۲^۲} = \frac{۲}{۳}$$

۱۱۴ ① ② ③ ④

$$۱۲^{۳x-۴} \times ۱۸^{۷-۲x} = ۱۴۵۸ \to (۲^۲ \times ۳)^{۳x-۴}(۳^۲ \times ۲)^{۷-۲x} = ۲ \times ۳^۶ \to (۲^{۶x-۸})(۳^{۳x-۴})(۳^{۱۴-۴x})(۲^{۷-۲x}) = ۲ \times ۳^۶$$

$$\to (۲^{۴x-۱})(۳^{۱۰-x}) = ۲ \times ۳^۶ \to \frac{۲^{۴x-۱}}{۲} = \frac{}{۳^{۱۰-x}} \to ۲^{۴x-۲} = ۳^{x-۴}$$

$$\xrightarrow{۲^a = ۳^b} a = ۴x - ۲ \;,\; b = x - ۴ \;\to\; a + b = ۵x - ۶$$

۱۱۵ ① ② ③ ④

$$۳^{-۲x+۱} < ۲۴۳ \to ۳^{-۲x+۱} < ۳^۵ \xrightarrow[\text{جهت عوض نمی‌شود}]{۳>۱} -۲x + ۱ < ۵ \to -۲x < ۴ \to x > -۲$$

که جواب نامعادله، فقط شامل یک عدد صحیح منفی است $(x = -۱)$

۱۱۶ ① ② ③ ④

$$\left(\frac{\sqrt{۲}}{۵}\right)^{x-۱} > \frac{۸}{۱۰۰} \to \left(\frac{\sqrt{۲}}{۵}\right)^{x-۱} > \frac{۲}{۲۵} \to \left(\frac{\sqrt{۲}}{۵}\right)^{x-۱} > \left(\frac{\sqrt{۲}}{۵}\right)^{۲} \xrightarrow[\text{جهت عوض می‌شود}]{۰<\frac{\sqrt{۲}}{۵}<۱} x - ۱ < ۲ \to x < ۳$$

که جواب نامعادله شامل دو عدد طبیعی می‌باشد $(x = ۱, ۲)$

۱۱۷ ① ② ③ ④

می‌دانیم: $\boxed{\log_k^{a^n} = n\log_k^a}$

$$۲^{۱۳۸۳}\text{تعداد ارقام} = [\log ۲^{۱۳۸۳}] + ۱ = [۱۳۸۳\log ۲] + ۱ = [۱۳۸۳(۰/۳۰۱)] + ۱$$

$$= [۴۱۶/۲۸۳] + ۱ = ۴۱۶ + ۱ = ۴۱۷$$

توابع نمایی لگاریتمی

اگر n یک عدد طبیعی باشد آن گاه تعداد ارقام n برابر است با: $[\log n] + ۱$.

۱۱۸ ۱ ۲ **۳** ۴

می‌دانیم: $\boxed{\log_k^{a^n} = n\log_k^a}$

$$\log\frac{۱}{a} = ۲{,}۱۲۴ \rightarrow \log a^{-۱} = ۲{,}۱۲۴ \rightarrow -\log a = ۲{,}۱۲۴ \rightarrow \log a = -۲{,}۱۲۴$$

تعداد صفرهای کنار هم بعد از ممیز $= \left|[\log a^۵] + ۱\right| = |[۵\log a] + ۱| = |[۵(-۲{,}۱۲۴)] + ۱|$

$$= |[-۱۰{,}۶۲] + ۱| = |-۱۱ + ۱| = |-۱۰| = ۱۰$$

اگر a یک عدد اعشاری کمتر از یک باشد تعداد صفرهای کنار هم بعد از ممیز از رابطه‌ی $|[\log a] + ۱|$ بدست می‌آید.

۱۱۹ ۱ ۲ ۳ **۴**

می‌دانیم: $\boxed{\log_k^{a^n} = n\log_k^a \quad , \quad \log_k^a + \log_k^b = \log_k^{ab}}$

$$\log(۲^x + ۸) = \log ۲ + \log ۲^x \rightarrow \log(۲^x + ۸) = \log ۲ \times ۲^x \rightarrow \log(۲^x + ۸) = \log ۲^{x+۱}$$

$$\Rightarrow ۲^{x+۱} = ۲^x + ۸ \Rightarrow ۲^{x+۱} - ۲^x = ۸ \Rightarrow ۲^x(۲^۱ - ۱) = ۸$$

$$\Rightarrow ۲^x = ۸ = ۲^۳ \Rightarrow x = ۳ \Rightarrow \frac{\log_x^{۹} + ۳}{\log_۳^x + ۱} \overset{x=۳}{=\!=\!=} \frac{۱ + ۳}{۱ + ۱} = ۲$$

۱۲۰ ۱ **۲** ۳ ۴

می‌دانیم: $\boxed{\log_{k^m}^{a^n} = \frac{n}{m}\log_k^a \quad , \quad \log_k^a - \log_k^b = \log_k^{\frac{a}{b}} \quad , \quad \log_b^N = x \rightarrow N = b^x}$

ابتدا باتوجه به ویژگی‌های لگاریتم، عبارت داده شده را ساده‌تر می‌کنیم.

$$\log_۲^{۴x^۲+۸x+۴} = \log_{\sqrt{۲}}^{\sqrt{۲x+۸}} + ۳ \rightarrow \log_۲^{۴x^۲+۸x+۴} = \log_{۲^{\frac{۱}{۲}}}^{(۲x+۸)^{\frac{۱}{۲}}} + ۳$$

$$\log_۲^{۴x^۲+۸x+۴} = \log_۲^{۲x+۸} + ۳ \rightarrow \log_۲^{۴x^۲+۸x+۴} - \log_۲^{۲x+۸} = ۳$$

$$\rightarrow \log_۲^{\frac{۴x^۲+۸x+۴}{۲x+۸}} = ۳ \xrightarrow{\text{تعریف}} \frac{۴x^۲ + ۸x + ۴}{۲x + ۸} = ۲^۳ = ۸$$

$$\Rightarrow ۴x^۲ + ۸x + ۴ = ۱۶x + ۶۴ \Rightarrow x^۲ - ۲x - ۱۵ = ۰ \rightarrow (x - ۵)(x + ۳) = ۰ \rightarrow x = ۵, -۳$$

هر دو جواب ها قابل قبولند پس مجموع مربعات جوابها، برابر $۳۴ = ۹ + ۲۵$ است.

۱۲۱ **۱** ۲ ۳ ۴

$$۲^x - ۱۲۵ = \frac{\cdots}{x} \xrightarrow{\times ۲^x} ۲^{۲x} - ۱۲۵ \times ۲^x = ۳۸۴ \rightarrow (۲^x)^۲ - ۱۲۵(۲^x) - ۳۸۴ = ۰$$

$$\xrightarrow{۲^x = A} A^۲ - ۱۲۵A - ۳۸۴ = ۰ \rightarrow (A - ۱۲۸)(A + ۳) = ۰$$

$$\rightarrow \begin{cases} A = 128 \rightarrow 2^x = 128 \rightarrow x = 7 \rightarrow x^2 + 2x = 49 + 14 = 63 \\ A = -3 \rightarrow 2^x = -3 \rightarrow \text{امکان ندارد} \end{cases}$$

۱۲۲
۱ ۲ ۳ ۴

$$\left(\frac{3}{4}\right)^{x-1} \times \left(\frac{4}{3}\right)^{\frac{1}{x}} = \frac{9}{16} \rightarrow \left(\frac{3}{4}\right)^{x-1} \times \left(\frac{3}{4}\right)^{-\frac{1}{x}} = \frac{9}{16}$$

$$\rightarrow \left(\frac{3}{4}\right)^{x-1-\frac{1}{x}} = \left(\frac{3}{4}\right)^{2} \rightarrow x - 1 - \frac{1}{x} = 2 \xrightarrow{\times x} x^2 - x - 1 = 2x$$

$$\rightarrow x^2 - 3x - 1 = 0 \rightarrow x' + x'' = -\frac{\ }{a} = 3$$

۱۲۳
۱ ۲ ۳ ۴

$$(0/04)^{5x-x^2-8} < 625 \rightarrow \left(\frac{4}{100}\right)^{5x-x^2-8} < 5^4 \rightarrow \left(\frac{1}{25}\right)^{5x-x^2-8} < 5^4$$

$$\rightarrow (5^{-2})^{5x-x^2-8} < 5^4 \rightarrow 5^{-10x+2x^2+16} < 5^4$$

چون پایه بزرگ‌تر از یک می‌باشد $(5 > 1)$ جهت نامعادله عوض نمی‌شود یعنی:

$$2x^2 - 10x + 16 < 4 \rightarrow 2x^2 - 10x + 12 < 0 \rightarrow x^2 - 5x + 6 < 0$$

$$\rightarrow (x-2)(x-3) < 0 \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} 2 < x < 3$$

۱۲۴
۱ ۲ ۳ ۴

$$\left(\frac{4\sqrt{32}}{2\sqrt{8}}\right)^2 = \left(\frac{4^4\sqrt{2}}{2^2\sqrt{2}}\right)^2 = \left(\frac{(2^2)^4\sqrt{2}}{2^2\sqrt{2}}\right)^2 = \left(\frac{2^8\sqrt{2}}{2^2\sqrt{2}}\right)^2$$

$$= \left(2^{6\sqrt{2}}\right)^2 = 2^{12\sqrt{2}} = 2^A \rightarrow A = 12\sqrt{2}$$

۱۲۵
۱ ۲ ۳ ۴

$$2^{-x} < 0/000001 \rightarrow 2^{-x} < 10^{-6}$$

از طرفین رابطه‌ی داده شده در مبنای ۱۰، لگاریتم می گیریم.

$$\log 2^{-x} < \log 10^{-6} \rightarrow -x\log 2 < -6 \xrightarrow{\text{در منفی ضرب می‌کنیم}} x\log 2 > 6 \rightarrow x\left(\frac{301}{1000}\right) > 6$$

$$\rightarrow x > \frac{6000}{301} \rightarrow x > 19/934$$

پس کوچک ترین عدد x با دو رقم اعشار، ۱۹/۹۴ است.

۱۲۶
۱ ۲ ۳ ۴ می‌دانیم: $\boxed{\log_{k^m}^{a^n} = \frac{n}{m}\log_k^a}$

$$\log_{\text{۲}\sqrt[\text{۳}]{\text{۴}\sqrt{\text{۲}}}}^{\sqrt[\text{۶}]{\text{۸}\sqrt{\text{۳۲}}}}=\log_{\text{۲}\sqrt[\text{۳}]{\text{۲}^{\text{۲}}\times \text{۲}^{\frac{\text{۱}}{\text{۲}}}}}^{\sqrt[\text{۶}]{\text{۲}^{\text{۳}}\sqrt{\text{۲}^{\text{۵}}}}}=\log_{\text{۲}\sqrt[\text{۳}]{\text{۲}^{\frac{\text{۵}}{\text{۲}}}}}^{\sqrt[\text{۶}]{\text{۲}^{\text{۳}}\times \text{۲}^{\frac{\text{۵}}{\text{۲}}}}}=\log_{\text{۲}\times \text{۲}^{\frac{\text{۵}}{\text{۶}}}}^{\sqrt[\text{۶}]{\text{۲}^{\frac{\text{۱۱}}{\text{۲}}}}}=\log_{\text{۲}^{\frac{\text{۱۱}}{\text{۶}}}}^{(\text{۲}^{\frac{\text{۱۱}}{\text{۲}}})^{\frac{\text{۱}}{\text{۶}}}}=\log_{\text{۲}^{\frac{\text{۱۱}}{\text{۶}}}}^{\text{۲}^{\frac{\text{۱۱}}{\text{۱۲}}}}=\frac{\frac{\text{۱۱}}{\text{۱۲}}}{\frac{\text{۱۱}}{\text{۶}}}=\frac{\text{۱}}{\text{۲}}$$

۱۲۷ ۴ ۳ **۲** ۱ می‌دانیم: $\boxed{\log_k^a+\log_k^b=\log_k^{ab}\ ,\ \log_k^{a^n}=n\log_k^a}$

$$\log(\text{۳}x+\text{۱})+\text{۲}\log\sqrt{x-\text{۲}}=\frac{\text{۱}}{\text{۲}}\log(x^{\text{۲}}-\text{۲}x+\text{۱})+\log(x+\text{۲})$$

$$\to \log(\text{۳}x+\text{۱})+\log\left(\sqrt{x-\text{۲}}\right)^{\text{۲}}=\frac{\text{۱}}{\text{۲}}\log(x-\text{۱})^{\text{۲}}+\log(x+\text{۲})$$

$$\to \log(\text{۳}x+\text{۱})(x-\text{۲})=\log(x-\text{۱})(x+\text{۲})\to \text{۳}x^{\text{۲}}-\text{۶}x+x-\text{۲}=x^{\text{۲}}+\text{۲}x-x-\text{۲}$$

$$\to \text{۲}x^{\text{۲}}-\text{۶}x=\text{۰}\to \text{۲}x(x-\text{۳})=\text{۰}\to \begin{cases} \text{غ ق ق (در دامنه ی تعریف قرار ندارد)} \\ x=\text{۳}\quad \text{ق ق}\end{cases}$$

$$\log_{\text{۵}}^{\text{۴}\alpha+\text{۱۳}}\overset{\alpha=\text{۳}}{=\!=}\log_{\text{۵}}^{\text{۲۵}}=\log_{\text{۵}}^{\text{۵}^{\text{۲}}}=\text{۲}$$

۱۲۸ **۴** ۳ ۲ ۱ می‌دانیم: $\boxed{\log_k^{a^n}=n\log_k^a}$

این تابع محور طول را در $\left|\begin{matrix}-\text{۱۰٫۱}\\ \text{۰}\end{matrix}\right.$ قطع می کند پس در تابع صدق می کند.

$$\left|\begin{matrix}-\text{۱۰٫۱}\\ \text{۰}\end{matrix}\right.\xrightarrow{\text{صدق}}\text{۰}=\log(-\text{۱۰٫۱}a+b)\xrightarrow{\log \text{۱}=\text{۰}}-\text{۱۰٫۱}a+b=\text{۱}$$

برای پیدا کردن دامنه ی تعریف این تابع کافی است جلوی لگاریتم را بزرگتر از صفر قرار دهید.

$$ax+b>\text{۰}\to ax>-b\to\begin{cases}a>\text{۰}\to x>\frac{-b}{a}\\ a<\text{۰}\to x<\frac{-b}{a}\end{cases}$$

چون دامنه‌ی تعریف این تابع $x<-\text{۱۰}$ است. پس: $-\frac{b}{a}=-\text{۱۰}\to \text{۱۰}a=b$

$$\begin{cases}\\ \\ \end{cases}\to a=-\text{۱۰}\ ,\ b=-\text{۱۰۰}$$

پس: $\log\sqrt{ab}=\log\sqrt{\text{۱۰۰۰}}=\log\sqrt{\text{۱۰}^{\text{۳}}}=\log \text{۱۰}^{\frac{\text{۳}}{\text{۲}}}=\frac{\text{۳}}{\text{۲}}$

۱۲۹ ۴ ۳ **۲** ۱ ابتدا باید ضابطه‌ی تابع معکوس را پیدا کنیم برای این منظور x را برحسب y به دست می‌آوریم و سپس yها را به x و x را به $f^{-\text{۱}}(x)$ تبدیل می‌کنیم.

$$y=\log_{\text{۳}}^{x-\text{۱}}\xrightarrow{\text{تعریف}}x-\text{۱}=\text{۳}^y\to x=\text{۳}^y+\text{۱}\to f^{-\text{۱}}(x)=\text{۳}^x+\text{۱}$$

برای پیدا کردن دامنه‌ی تعریف تابع $y=\sqrt{\text{۴}-f^{-\text{۱}}(x)}$ کافی است زیر رادیکال را بزرگتر مساوی صفر قرار دهید.

$$\text{۴}-f^{-\text{۱}}(x)\geq \text{۰}\to \text{۴}-(\text{۳}^x+\text{۱})\geq \text{۰}\to \text{۴}-\text{۳}^x-\text{۱}\geq \text{۰}\to \text{۳}^x\leq \text{۳}^{\text{۱}}\to x\leq \text{۱}$$

که این جواب شامل یک عدد طبیعی می‌باشد. $(x=\text{۱})$

۱۳۰ ۴ **۳** ۲ ۱ می‌دانیم: $\boxed{\log_k^a-\log_k^b=\log_k^{\frac{a}{b}}}$

$$\log_2^{2+\sqrt{3}} - \log_2^{2-\sqrt{3}} = \log_2^{\frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}} \xlongequal{\text{گویا می‌کنیم}} \log_2^{\frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} \times \frac{2+\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}} = \log_2^{\frac{(2+\sqrt{3})^2}{4-3}} = \log_2^{\frac{4+3+4\sqrt{3}}{1}} = \log_2^{7+4\overbrace{\sqrt{3}}^{1/7}} = \log_2^{13/8}$$

$$2^3 < 13/8 < 2^4 \to \log_2^{2^3} < \log_2^{13/8} < \log_2^{2^4} \to 3 < \log_2^{13/8} < 4 \to [\log_2^{13/8}] = 3$$

۱۳۱ ۱ ۲ ۳ ۴ می دانیم :
$$\boxed{\log_k^a + \log_k^b = \log_k^{ab} \ , \ \log_{k^m}^a = \frac{1}{m}\log_k^a \ , \ \log_b^a = k \to b^k = a}$$

$$\to \log_9^{x^2-2x+1} + \log_3^{x+1} = 1 \to \log_{3^2}^{(x-1)^2} + \log_3^{x+1} = 1$$

$$\to \log_3^{x-1} + \log_3^{x+1} = 1 \to \log_3^{(x+1)(x-1)} = 1$$

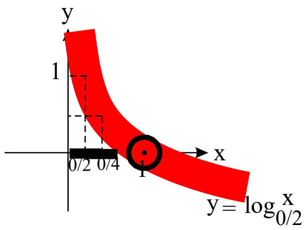
$$\xrightarrow{\text{تعریف}} x^2 - 1 = 3^1 \to x^2 = 4 \to \begin{cases} x = 2 & \text{ق ق} \\ x = -2 & \text{(در دامنه‌ی تعریف قرار ندارد.) غ ق ق} \end{cases}$$

بنابراین معادله دارای یک ریشه است.

۱۳۲ ۱ ۲ ۳ ۴

می‌دانیم: $\boxed{\log_k^a = \dfrac{1}{\log_a^k}}$

$$y = \log_a \ , \ 0 < a < 1 \to$$



از روی شکل واضح است که $0 < \log_{0/2}^{0/4} < 1$ است. بنابراین تابع $f(x) = \left(\log_{0/2}^{0/4}\right)^x$ نزولی است.(تابع $y = a^x$ وقتی $0 < a < 1$ است نزولی می‌باشد).

پس بیشترین مقدار y آن به ازای نقطه‌ی ابتدایی دامنه یعنی: $x = -1$ بدست می‌آید. $(f : [-1, 2] \to R)$

$$y_{Max} = \left(\log_{0/2}^{0/4}\right)^{-1} = \frac{1}{\log_{0/2}^{0/4}} = \log_{0/4}^{0/2}$$

۱۳۳ ۱ ۲ ۳ ۴ می دانیم:
$$\boxed{\log_b^a = k \to a = b^k \ , \ \log_k^a + \log_k^b = \log_k^{ab}}$$

چون $x = 1$ جواب معادله است بنابراین در معادله صدق می‌کند.

$$x = 1 \xrightarrow{\text{صدق}} \log_2^{1+a} = \log_2^2 + 2 \to \log_2^{1+a} = 1 + 2 \to \log_2^{1+a} = 3$$

$$\xrightarrow{\text{تعریف}} 1 + a = 2^3 \to a = 7$$

اکنون $a = 7$ را در معادله قرار داده و آن را حل می‌کنیم.

$$\log_2^{x+7} = \log_2^{\frac{2}{x}} + 2 \to \log_2^{x+7} = \log_2^{\frac{2}{x}} + \log_2^4 \to \log_2^{x+7} = \log_2^{\frac{8}{x}}$$

$$\to x + 7 = \frac{8}{x} \to x^2 + 7x = 8 \to x^2 + 7x - 8 = 0$$

$$\to (x+8)(x-1) = 0 \to \begin{cases} x = -8 & \text{(در دامنه‌ی تعریف لگاریتم قرار ندارد) غ ق ق} \\ x = 1 \end{cases}$$

بنابراین معادله جواب دیگری ندارد.

۱۳۴ ۴ ۳ ۲ ۱ می‌دانیم:

$$\boxed{\log_k + \log_k = \log_k \ , \ \log_k^a = n\log_k \ , \ \log_k = \frac{۱}{\log_a}}$$

$$\log_۲^{\overbrace{۱۸}^{۹\times۲}} = a \to \log_۲^۹ + \log_۲^۲ = a \to ۲\log_۲^۳ + ۱ = a \to ۲\log_۲^۳ = a - ۱ \to \log_۲^۳ = \frac{a-۱}{۲}$$

$$\log_۳^{\overbrace{۱۲}^{۳\times۴}} = \log_۳^۳ + \log_۳^۴ = ۱ + ۲\log_۳^۲ = ۱ + \frac{۲}{\log_۲^۳} = ۱ + \frac{۲}{\frac{a-۱}{۲}}$$

$$= ۱ + \frac{۴}{a-۱} = \frac{}{a-۱} = \frac{}{a-۱}$$

۱۳۵ ۴ ۳ ۲ ۱ می‌دانیم:

$$\boxed{\log_k - \log_k = \log_k \ , \ \log_b = k \to a = b^k \ , \ \log_{k^n}^a = \frac{}{n}\log_k}$$

$$\log_۲^x - \log_۲^{۲y} = ۳ \to \log_۲^{\frac{x}{۲y}} = ۳ \xrightarrow{\text{تعریف}} \frac{}{۲y} = ۲^۳ \to x = ۱۶y$$

$$x^۲ + ۲y^۲ = ۸۶ \to (۱۶y)^۲ + ۲y^۲ = ۸۶ \to ۲۵۶y^۲ + ۲y^۲ = ۸۶ \to ۲۵۸y^۲ = ۸۶ \to y^۲ = \frac{۸۶}{۲۵۸}$$

$$\to y^۲ = \frac{۱}{۳}$$

$$\text{پس}: \log_۹^{\sqrt[۵]{۳}y^۲} = \log_{۳^۲}^{۳^{\frac{۱}{۵}}\times\frac{۱}{۳}} = \log_{۳^۲}^{۳^{\frac{۱}{۵}}\times۳^{-۱}} = \log_{۳^۲}^{۳^{-\frac{۴}{۵}}} = \frac{-\frac{۴}{۵}}{\frac{۲}{۱}} = -\frac{۲}{۵}$$

۱۳۶ ۴ ۳ ۲ ۱ می‌دانیم:

$$\boxed{\log_k + \log_k = \log_k \ , \ \log_{k^n}^a = \frac{}{n}\log_k}$$

$$\log_۳^{x^۲-۱} = ۱ + \log_۳^{x+۳} \to \log_۳^{x^۲-۱} = \log_۳^۳ + \log_۳^{x+۳} \to \log_۳^{x^۲-۱} = \log_۳^{۳x+۹}$$

$$\to x^۲ - ۱ = ۳x + ۹ \to x^۲ - ۳x - ۱۰ = ۰ \to (x-۵)(x+۲) = ۰ \to \begin{cases} x = ۵ & \text{ق ق} \\ x = -۲ & \text{ق ق} \end{cases}$$

هر دو جواب به دست آمده قابل قبول هستند ولی برای محاسبه‌ی $\log_{۱۶}^{x-۳}$ فقط می‌توان $x = ۵$ را جایگزین کرد.

$$\log \overset{x=۵}{=\!=} \log_{۲^۴}^۲ = \frac{۱}{۴}$$

۱۳۷ ۴ ۳ ۲ ۱ می‌دانیم:

$$\boxed{\log_k - \log_k = \log_k}$$

$$\log(x^۲ + x - ۲۰) - \log(x - ۴) = \log(۲x - ۴۷) \to \log\frac{x^۲ + x - ۲۰}{x - ۴} = \log(۲x - ۴۷)$$

$$\to \frac{}{x-۴} = ۲x - ۴۷ \to x + ۵ = ۲x - ۴۷ \to x = ۵۲$$

۱۳۸ ۱ ۲ ۳ **۴** می‌دانیم: $\boxed{\log_k + \log_k = \log_k \quad , \quad \log_b = c \to a = b^c \quad , \quad \log_k^a = n \log_k}$

$$\log_x \quad + \log_x \quad = ۲ \to \log_x^{(۳x-۱)(x+۱)} = ۲ \xrightarrow{\text{تعریف}} (۳x-۱)(x+۱) = x^۲$$

$$\to ۳x^۲ + ۳x - x - ۱ = x^۲ \to ۲x^۲ + ۲x = ۱ \to x^۲ + x = \frac{۱}{۲}$$

پس : $\log_۲^{x^۲+x+\frac{۷}{۲}} = \log_۲^{\frac{۱}{۲}+\frac{۷}{۲}} = \log_۲^{\frac{۸}{۲}} = \log_۲^۴ = \log_۲^{۲^۲} = ۲$

۱۳۹ ۱ ۲ ۳ **۴** می‌دانیم: $\boxed{\log_{k^m}^{a^n} = \frac{}{m}\log_k \quad , \quad \log_k + \log_k = \log_k}$

$$\log_{x^۲}^{x^۴+۸x^۲+۱۶} = ۱ + \log_{\sqrt{x}}^{\overline{۵}} \to \log_{x^۲}^{(x^۲+۴)^۲} = ۱ + \log_{x^{\frac{۱}{۲}}}^{۵^{\frac{۱}{۲}}}$$

$$\to \log_x \ ^{+۴} = \log_x + \log_x \to \log_x \ ^{+۴} = \log_x \quad \to x^۲ + ۴ = ۵x$$

$$\to x^۲ - ۵x + ۴ = ۰ \to (x-۱)(x-۴) = ۰ \to \begin{cases} & \text{غ ق ق (مبنا را یک می‌کند)} \\ x = ۴ & \text{ق ق} \end{cases}$$

۱۴۰ ۱ ۲ **۳** ۴ می‌دانیم: $\boxed{\log_k \quad = n \log_k \ , \ \log_k + \log_k = \log_k}$

$$۲^{x-۷} \times ۴^{x+y} = ۱ \to ۲^{x-۷} \times (۲^۲)^{x+y} = ۱ \to ۲^{x-۷+۲x+۲y} = ۱ \to ۲^{۳x+۲y-۷} = ۱ \to ۳x + ۲y - ۷ = ۰$$

پس: $\begin{cases} \\ y = ۹x \end{cases} \quad \to ۳x + ۱۸x = ۷ \to ۲۱x = ۷ \to x = \frac{۱}{۳} \ , \ y = ۹(\frac{۱}{۳}) = ۳$

۱۴۱ ۱ ۲ ۳ **۴** می‌دانیم: $\boxed{\log_k + \log_k = \log_k}$

$$۳^{۲x+y} = ۹ \times ۳^{x-y} \to ۳^{۲x+y} = ۳^۲ \times ۳^{x-y} \to ۳^{۲x+y} = ۳^{۲+x-y}$$

از طرفی :

$$\to x + ۲y = ۱۰y \to x = ۸y \xrightarrow{x=۲-۲y} ۲ - ۲y = ۸y \to ۱۰y = ۲ \to y = \frac{}{} \xrightarrow{x=۸y} x = \frac{۱۶}{۱۰} = ۱/۶$$

۱۴۲ ۱ ۲ ۳ **۴** می‌دانیم: $\boxed{\log_b = c \to b^c = a \ , \ \log_k^a = n \log_k}$

برای پیدا کردن دامنه‌ی تعریف تابع داده شده کافی است جلوی لگاریتم را بزرگتر از صفر قرار دهید.

$$ax + b > ۰ \to ax > -b \xrightarrow[a \text{ مثبت است}]{\text{طبق دامنه‌ی تعریف داده شده،}} x > -\frac{}{a} \xrightarrow{x > \frac{۱}{۳}} -\frac{}{a} = \frac{۱}{۳} \to a = -۳b$$

$$f(۱)=۲ \to \log_۲^{a+b}=۲ \xrightarrow{\text{تعریف}} a+b=۲^۲ \to a+b=۴ \xrightarrow{a=-۳b} -۲b=۴ \to b=-۲\ ,\ \ a=۶$$

$$\text{پس}: f(x)=\log_۲^{۶x-۲} \to f(۳)=\log_۲^{۱۶}=\log_۲^{۲^۴}=۴$$

۱۴۳ ۱ **۲** ۳ ۴ می‌دانیم: $\boxed{\log_{k^n}^{m}=\frac{۱}{n}\log_k^m\ ,\ \log_k^m+\log_k^n=\log_k^{mn}\ ,\ \log_b^a=c \to a=b^c}$

$$۳^{x-۱}+۳^{x+۱}=۹۰ \to ۳^x\times ۳^{-۱}+۳^x\times ۳=۹۰ \to ۳^x(۳^{-۱}+۳)=۹۰ \to ۳^x(\frac{۱}{۳}+۳)=۹۰$$

$$\to ۳^x(\frac{۱۰}{۳})=۹۰ \to ۳^x=\frac{۹۰}{\frac{۱۰}{۳}}=۲۷=۳^۳ \to x=۳$$

$$\log_{۱۶}^{۲x}+\log_۴^y=۱ \xrightarrow{x=۳} \log_{۱۶}^۶+\log_۴^y=۱ \to \log_{۴^۲}^۶+\log_۴^y=۱ \to \frac{۱}{۲}\log_۴^۶+\log_۴^y=۱$$

$$\to \log_۴^{\sqrt{۶}}+\log_۴^y=۱ \to \log_۴^{\sqrt{۶}y}=۱ \to \sqrt{۶}y=۴ \to y=\frac{۴}{\sqrt{۶}}\times\frac{\sqrt{۶}}{\sqrt{۶}}=\frac{۴\sqrt{۶}}{۶}=\frac{۲}{۳}\sqrt{۶}$$

۱۴۴ ۱ ۲ **۳** ۴ ابتدا انرژی آزاد شده را با استفاده از رابطهٔ زیر محاسبه می‌کنیم

لذا می‌توان گفت:

$$\begin{cases} E_۲=۱۰^{۱۱/۸+۱/۵M_۲} \\ E_۱=۱۰^{۱۱/۸+۱/۵M_۱} \end{cases} \to \frac{E_۲}{E_۱}=۱۰^{۱/۵(M_۲-M_۱)}$$

$$\xrightarrow{M_۲-M_۱=۰/۸} \frac{E_۲}{E_۱}=۱۰^{۱/۵\times ۰/۸}=۱۰^{۱/۲}$$

باتوجه به اینکه این عدد در گزینه‌ها وجود ندارد باید عدد به شکل دیگری بازنویسی شود. لذا می‌توان از $\log ۲=۰/۳$ استفاده کرد:

$$۱/۲=۴\times\log^۲ \to \frac{E_۲}{E_۱}=۱۰^{۱/۲}=۱۰^{۴\log ۲}=۱۰^{\log ۱۶}=۱۶$$

۱۴۵ ۱ ۲ ۳ **۴**

$$\log E=۱۱/۸+۱/۵M \to E=۱۰^{۱۱/۸+۱/۵M}$$

$$\begin{cases} E_۱=۱۰^{۱۱/۸+۱/۵M} \\ E_۲=۱۰^{۱۱/۸+۱/۵(M+۱)} \end{cases} \to \frac{E_۲}{E_۱}=\frac{۱۰^{۱۱/۸+۱/۵(M+۱)}}{۱۰^{۱۱/۸+۱/۵M}}=۱۰^{۱/۵}=۱۰^{\frac{۳}{۲}}=\sqrt{۱۰^۳}=۱۰\sqrt{۱۰}$$

۱۴۶ ۱ **۲** ۳ ۴ ابتدا انرژی آزاد شده را از رابطهٔ زیر محاسبه می‌نمائیم:

$$\log E=۱۱/۸+۱/۵M \xrightarrow{M=۴/۸} \log E=۱۱/۸+۷/۲=۱۹$$

$$\log E=۱۹ \to E=۱۰^{۱۹}=۱۰^\alpha \to \alpha=۱۹ \to \sqrt{\alpha-۱۰}=\sqrt{۹}=۳$$

۱۴۷ ۱ ۲ **۳** ۴ کافیست انرژی آزاد شده در دو حالت را محاسبه و بر هم تقسیم نمائیم.

$$\log E = 11/8 + 1/5M \rightarrow E = 10^{11/8+1/5M}$$

حالت اول $M_1 = 9 \rightarrow E_1 = 10^{11/8+1/5(9)} = 10^{25/3}$

حالت دوم $M_2 = 7 \rightarrow E_2 = 10^{11/8+1/5(7)} = 10^{22/3}$

$\dfrac{E_1}{E_2} = \dfrac{10^{25/3}}{10^{22/3}} = 10^3 = 1000 \rightarrow$ پس قدرت تخریب ۱۰۰۰ برابر است.

۱۴۸ ۴ ۳ ۲ **۱** کافیست از رابطهٔ زیر استفاده کنیم

$$\log E = 11/8 + 1/5M \xrightarrow{E=10^{22/3}} \log(10^{22/3}) = 11/8 + 1/5M$$

ریشتر

۱۴۹ ۴ ۳ **۲** ۱ کافیست از رابطهٔ زیر استفاده کنیم:

$$\log E = 11/8 + 1/5M \xrightarrow{M=6} \log E = 11/8 + 1/5(6)$$

$$\rightarrow \log E = 20/8 \rightarrow E = 10^{20/8} Erg$$

۱۵۰ ۴ ۳ ۲ **۱**

$$\log E = 11/8 + 1/5M \rightarrow E = 10^{11/8+1/5M}$$

حالت اول $M_1 = 6/5 \rightarrow E_1 = 10^{11/8+1/5(6/5)} = 10^{21/55}$

حالت دوم $M_2 = 3/5 \rightarrow E_2 = 10^{11/8+1/5(3/5)} = 10^{17/05}$

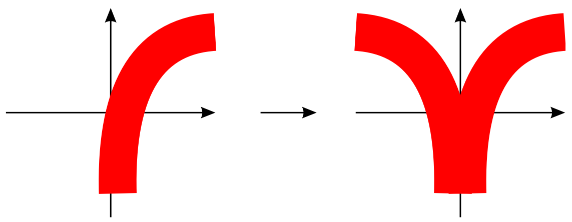
$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{10^{21/55}}{10^{17/05}} = 10^{4/5} = 10^{\frac{9}{2}} = \sqrt{10^9} = 10^4(\sqrt{10}) = 10000\sqrt{10}$$

۱۵۱ ۴ **۳** ۲ ۱ می‌توان تابع را ساده کرد ولی باید دقت نمائیم. دامنهٔ تابع تغییر نکند.

$$y = \frac{1}{2}\log^{x^2} = \frac{1}{2} \times 2\log^{|x|} = \log^{|x|}$$

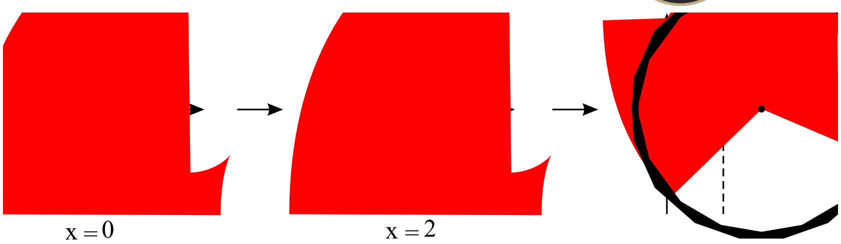
پس نمودار نهایی به شکل زیر می‌باشد:

$$f(x) = \log^x \rightarrow f(|x|) = \log^{|x|}$$



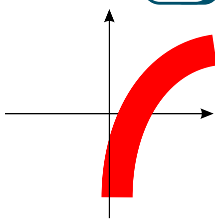
۱۵۲ ۴ ۳ ۲ **۱** ابتدا:

$$f(x) = \log_5^x \rightarrow f(x-2) = \log_5^{x-2} \rightarrow |f(x-2)| = \left|\log_5^{x-2}\right|$$



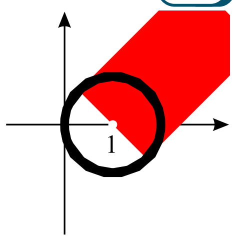
۱۵۳ ④ ③ ❷ ① برای رسم عبارت مطرح شده نیاز به ساده‌سازی دارد.

$$y = \log_{\frac{۱}{۲}}^{\frac{۱}{x}} = \log_{۲}^{x}$$



۱۵۴ ❹ ③ ② ① قدم اول ساده‌سازی تابع f می‌باشد، با رعایت این نکته که دامنهٔ تابع تغییری نکند.

$$\sqrt[۵]{\log_{۳}^{y}} - \sqrt[۵]{\log_{۳}^{x-۱}} \xrightarrow{(\ )^۵} \log_{۳}^{y} = \log_{۳}^{(x-۱)} \to y = x - ۱ \ , \ \ x > ۱$$



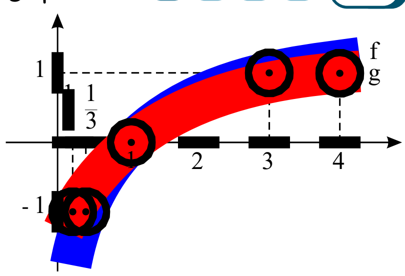
۱۵۵ ④ ③ ② ❶ برای رسم می‌توان از روش نقطه‌یابی استفاده کرد.

$f(x) = \log_{۳}^{x}$

x	$\frac{۱}{۳}$	۱	۳
y	-۱	۰	۱

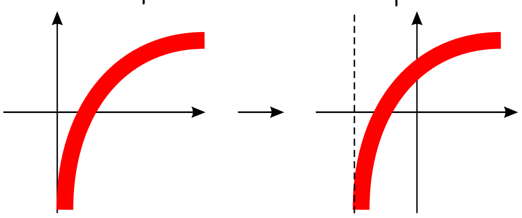
$g(x) = \log_{۴}^{x}$

x	$\frac{۱}{۴}$	۱	۴
y	-۱	۰	۱



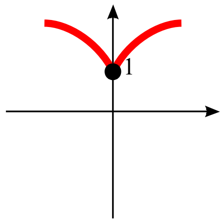
۱۵۶ ④ ❸ ② ① برای رسم به مراحل زیر توجه نمائید:

$$f(x) = \log_{۲}^{x} \to f(x+۲) = \log_{۲}^{(x+۲)}$$



حال $g(x) = \log_{۲}^{(x+۲)}$ را فرض کنیم:

$$g(x) = \log_{۲}^{(x+۲)} \to g(|x|) = \log_{۲}^{(|x|+۲)}$$



حال سمت چپ نمودار $g(x)$ را حذف کرده و سمت راست را قرینه می‌نمائیم. باتوجه به نمودار تابع در بازهٔ $(-\infty, ۰]$ اکیداً نزولی است.

۱۵۷ ۴ ۳ ۲ ۱ برای محاسبه کافیست $t=۶$ را در تابع جایگذاری نماییم.

$$f(۶) = ۱۰۰ - ۲۰\log_۲^۸ \to f(۶) = ۱۰۰ - ۲۰ \times ۳ = ۴۰\%$$

۱۵۸ ۴ ۳ ۲ ۱ تابع $f(x)$ قابل ساده‌سازی نیست پس قدم اول جایگذاری عبارت مطرح شده در تابع $f(x)$ می‌باشد:

$$f(\frac{۳x+x^۳}{۱+۳x^۲}) = \log\left(\frac{۱-\frac{۳x+x^۳}{۱+۳x^۲}}{۱+\frac{۳x+x^۳}{۱+۳x^۲}}\right) = \log\left(\frac{\frac{۱+۳x^۲-۳x-x^۳}{۱+۳x^۲}}{\frac{۱+۳x^۲+۳x+x^۳}{۱+۳x^۲}}\right)$$

$$= \log\left(\frac{۱-۳x+۳x^۲-x^۳}{۱+۳x+۳x^۲+x^۳}\right) = \log\frac{(۱-x)^۳}{(۱+x)^۳}$$

$$= \log\left(\frac{}{۱+x}\right)^۳ = ۳\log\left(\frac{}{۱+x}\right) = ۳f(x)$$

۱۵۹ ۴ ۳ ۲ ۱ می‌توان رابطهٔ مطرح شده را طور دیگر بنویسیم:

$$f(-x) = -f(x) \to f(x) + f(-x) = ۰$$

پس داریم: $\log(\sqrt{ax^۲+b}+۳x) + \log(\sqrt{ax^۲+b}-۳x) = ۰$

باتوجه به خاصیت لگاریتم‌ها داریم

$$\log\overbrace{(\sqrt{ax^۲+b}+۳x)(\sqrt{ax^۲+b}-۳x)}^{\text{اتحاد مزدوج}} = ۰$$

$$\log(ax^۲+b-۹x^۲) = ۰ \to ax^۲+b-۹x^۲ = ۱۰^\circ$$

چون رابطهٔ فوق همواره برقرار است عبارت‌های طرف اول و دوم هم‌ارز می‌باشند

$$(a-۹)x^۲+b = ۰\times x^۲+۱ \to \begin{cases} a- \\ b=۱ \end{cases}$$

پس عبارت نهایی برابر است با:

۱۶۰ ۴ ۳ ۲ ۱ باتوجه به ضابطهٔ $f(x)$ نمی‌توان با جای‌گذاری مقدار مورد نظر را محاسبه نمود. لذا ابتدا باید تابع $f(x)$ را به شکل جدیدی بنویسیم.

$$f(x) = \log\frac{x^۲-۱}{x^۲} = \log\left(\frac{\frac{}{}}{\frac{}{x+۱}}\right) = \log\left(\frac{}{x}\right) - \log\left(\frac{}{x+۱}\right)$$

حال مقدار تابع را محاسبه می‌نماییم.

$$f(۱۱)+f(۱۲)+\cdots+f(۴۹)=\left(\log\frac{۱۰}{۱۱}-\log\frac{۱۱}{۱۲}\right)+\left(\log\frac{۱۱}{۱۲}-\log\frac{۱۲}{۱۳}\right)+$$

$$\cdots+\left(\log\frac{۴۷}{۴۸}-\log\frac{۴۸}{۴۹}\right)+\left(\log\frac{۴۸}{۴۹}-\log\frac{۴۹}{۵۰}\right)$$

باتوجه به وجود مقادیر قرینه داریم:

$$\left(\log\frac{۱۰}{۱۱}-\log\frac{۴۹}{۵۰}\right)=\log\left(\frac{۱۰}{۱۱}\div\frac{۴۹}{۵۰}\right)=\log\left(\frac{۱۰}{۱۱}\times\frac{۵۰}{۴۹}\right)=\log\left(\frac{۵۰۰}{۵۳۹}\right)$$

۱۶۱ ۱ ۲ ۳ **۴** ابتدا $f(x_۱+x_۲)$ را تشکیل می‌دهیم:

$$f(x_۱+x_۲)=k(b)^{x_۱+x_۲+۱}=k\times b^{x_۱+۱+x_۲+۱-۱}$$

$$=k\,b^{x_۱+۱}\times b^{x_۲+۱}\times b^{-۱}=\underbrace{k\,b^{x_۱+۱}}_{f(x_۱)}\times\underbrace{k\,b^{x_۲+۱}}_{f(x_۲)}\times\frac{۱}{k}\times b^{-۱}$$

$$=f(x_۱)\times f(x_۲)\times\frac{۱}{k}\times\frac{۱}{b}=\frac{f(x_۱)\,f(x_۲)}{kb}$$

۱۶۲ ۱ **۲** ۳ ۴ ساختار توابع نمایی، همان ساختار تصاعد هندسی می‌باشد، لذا می‌توان از قوانین تصاعد هندسی برای حل سؤال استفاده کرد.

در تصاعد هندسی جملهٔ ششم $a_۶$ واسطهٔ هندسی بین جملات دوم و دهم محسوب می‌شود. پس داریم:

$$a_۶^۲=a_۲\times a_{۱۰}$$

در نتیجه در مورد تابع f می‌توان گفت:

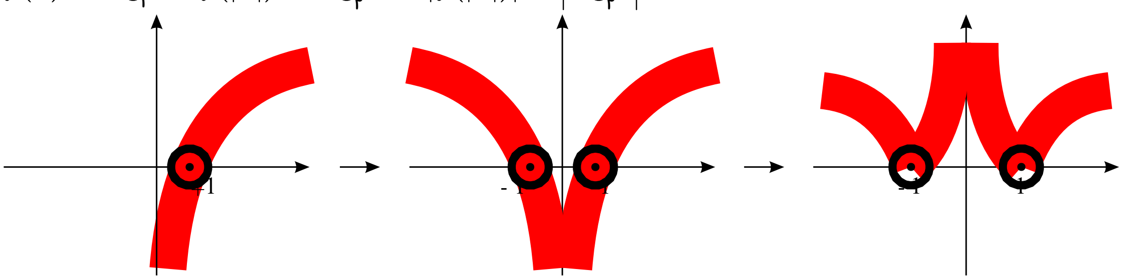
$$J_{(۶)}=f(۲)\times f(۱۰)$$

$$J_{(۶)}=۷۲\times۸=۹\times۸\times۸=۹\times۶۴\to f(۶)=۳\times۸=۲۴$$

توجه داشته باشید که در توابع نمایی پایه منفی نیست، لذا مقدار نمایی مثبت خواهد بود.

۱۶۳ ۱ ۲ ۳ **۴**

$$f(x)=\log_۲^x\to f(|x|)=\log_۲^{|x|}\to|f(|x|)|=\left|\log_۲^{|x|}\right|$$



۱۶۴ ۱ **۲** ۳ ۴ باتوجه به تعریف لگاریتم می‌توان نوشت:

$$\log_{۳۴۳}^{۷^x}=x+۱\to۷^x=۳۴۳^x\to۷^x=(۷^۳)^{x+۱}$$

$$\to۷^x=۷^{۳x+۳}\to۳x+۳=x\to x=-\frac{۳}{۲}$$

$$(x+۲)^{۱۱} \xlongequal{x=-\frac{۳}{۲}} \frac{۱}{۴۰۹۶}$$

۱۶۵ (۱) (۲) (۳) (۴)

خواص مورد استفاده:

$$(I)\ a^{\log_c^b} = b^{\log_c^a}\ ,\ (II)\ \log_{b^n}^a = \frac{۱}{n}\log_b^a$$

باتوجه به خواص فوق می‌توان نوشت:

$$\sqrt{۴۹^{\frac{۱}{۲}} \times ۴۹^{۲\log_۷^{}}} = \sqrt{۴۹^{\frac{۱}{۲}} \times ۴۹^{\log_۷^{}}} = \sqrt{\sqrt{۴۹} \times (۸^۲)^{\log_۷^{}}} = \sqrt{۷ \times (۵^۲)^۲} = ۵^۲\sqrt{۷} = ۲۵\sqrt{۷}$$

۱۶۶ (۱) (۲) (۳) (۴) برای محاسبهٔ وارون انجام یک تغییر متغیر به حل مسئله کمک می‌نماید.

$$۳^{۲x} = t \to f(x) = \frac{t-\frac{۱}{t}}{t+\frac{۱}{t}} = \frac{\frac{-۱}{t}}{\frac{+۱}{t}}$$

$$y = \frac{t^۲-۱}{t^۲+۱} \xrightarrow{t=۳^{۲x}} y = \frac{۳^{۴x}-۱}{۳^{۴x}+۱} \xrightarrow{\text{وارون}} x = \frac{۳^{۴y}-۱}{۳^{۴y}+۱}$$

$$\to ۳^{۴y} - ۱ = ۳^{۴y}\cdot x + x \to ۳^{۴y} - ۳^{۴y}\cdot x = x + ۱$$

$$\to ۳^{۴y}(۱-x) = ۱ + x \to ۳^{۴y} = \frac{}{۱-x} \to ۴y = \log(\frac{}{۱-x}) \to y = \frac{۱}{۴}\log(\frac{}{})$$

۱۶۷ (۱) (۲) (۳) (۴) ابتدا باید تابع f را به فرم ساده‌تری بنویسیم:

$$f(x) = ۴^{x^۳+۳\times x^۲\times ۵+۳\cdot x\cdot ۵^۲+۱۲۵-۱۲۵+۱۰۰} \to f(x) = ۴^{(x+۵)^۳-۲۵} \xrightarrow{\text{وارون}} x = ۴^{(y+۵)^۳-۲۵} \to (y+۵)^۳ - ۲۵ = \log_۴^x$$

$$(y+۵)^۳ = ۲۵ + \log_۴^x \to y + ۵ = \sqrt[۳]{۲۵+\log_۴^x} \to f^{-۱}(x) = y = \sqrt[۳]{۲۵+\log_۴^x} - ۵$$

۱۶۸ (۱) (۲) (۳) (۴) باتوجه به وجود دو عبارت قرینهٔ تعیین دامنهٔ تابع به حل مسئله کمک می‌نماید.

$$f(x) = \log_{\sqrt{۳}}^{(\sqrt{x-۳}+\ \overline{۳-x}+۸۱)}$$

$$(II)\ ۳ - x \leq ۰ \to x \leq ۳ \qquad (I)\cap(II) \to D_f = \{۳\}$$

برای محاسبه کافیست $f(۳)$ را محاسبه نمائیم.

$$f(۳) = \log_{\sqrt{۳}} = \log_{۳^{\frac{۱}{۲}}}^{۳^۴} = \frac{۴}{\frac{۱}{۲}} = ۸$$

پس می‌توان گفت:

$$R_f = \{۸\}$$

توابع نمایی لگاریتمی

۱۶۹ ۱ ۲ ۳ ۴ برای محاسبهٔ تابع وارون ابتدا باید تابع f را ساده‌تر می‌نماییم.

$$y=(۵^x)^۳+۳(۵^x)^۲(۱)+۳(۵^x)(۱)^۲+۱^۳-۱^۳ \to y=(۵^x+۱)^۳-۱ \xrightarrow{\text{وارون}} x=(۵^y+۱)^۳-۱$$

$$(۵^y+۱)^۳=x+۱ \to ۵^y+۱=\sqrt[۳]{x+۱} \to ۵^y=\sqrt[۳]{x+۱}-۱ \to y=\log_۵^{\sqrt[۳]{x+۱}-۱}=f^{-۱}(x)$$

۱۷۰ ۱ ۲ ۳ ۴ خواص مورد استفاده،

$$(I)\ \log_b^{a} = n \log_b^{a}$$

اتحاد فرعی

$$a^۲+b^۲=(a+b)^۲-۲ab$$

باتوجه به خواص می‌توان نوشت:

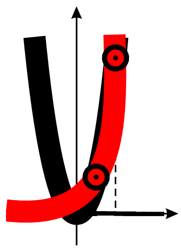
$$\log^{\frac{a+b}{۳}}=\frac{۱}{۲}(\log^{ab}) \to ۲\log^{\frac{a+b}{۳}}=\log^{ab} \to (\frac{a+b}{۳})^۲=ab \to (a+b)^۲=۹ab \to a^۲+b^۲=۷ab$$

پس می‌توان نوشت:

$$\frac{۲(a^۲+b^۲)-۳ab}{۳(a^۲+b^۲)+ab}=\frac{}{۳(۷ab)+ab}=\frac{}{۲۲ab}=\frac{۱}{۲}$$

۱۷۱ ۱ ۲ ۳ ۴ این معادله به روش L جبری و کلاسیک قابل حل نمی‌باشد. لذا با روش هندسی ، تعداد ریشه قابل شناسایی می‌باشد.

با توجه به نمودار معادله سه ریشه دارد.



$$x=۲ \to \begin{cases} y=x^۲=۴ \\ y=۲^x=۴ \end{cases}$$

$$x=۴ \to \begin{cases} y=x^۲=۱۶ \\ y=۲^x=۱۶ \end{cases}$$

یک ریشه بین -۱ و صفر قرار دارد که نمی‌توان مقدار دقیق را محاسبه کرد.

۱۷۲ ۱ ۲ ۳ ۴ با توجه به بیان مسئله که تابع نمائی داریم، فرم کلی تابع را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$f(x)=ka^x$$

$$\begin{matrix} f(۶)=ka^۶=۸۱ \\ f(۳)=ka^۳=۹ \end{matrix} \to \frac{}{f(۳)}=a^۳=۹ \to a=\sqrt[۳]{۹}$$

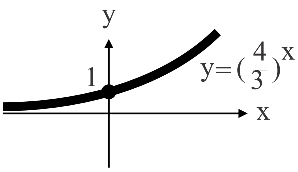
$$f(۳)=k(\sqrt[۳]{۹})^۳=۹ \to k=۱ \to f(x)=(\sqrt[۳]{۹})^x$$

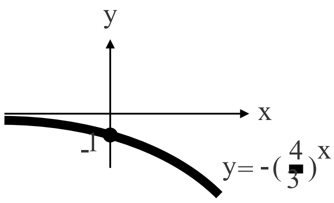
$$f(\frac{۳}{۲})=(\sqrt[۳]{۹})^{\frac{۳}{۲}}=۹^{\frac{۱}{۲}}=۳$$

۱۷۳ ۱ ۲ ۳ ۴ قبل از رسم باید ضابطهٔ تابع تا حد امکان ساده شود.

$$y=-\frac{(\frac{۱}{۳})^x}{۴^{-x}}=-((\frac{۱}{۳})^x\times ۴^x)=-(\frac{۴}{۳})^x$$

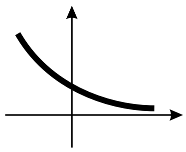
توابع نمایی لگاریتمی



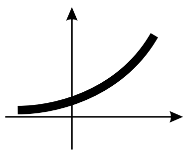


۱۷۴ (۱) (۲) **(۳)** (۴)

تابع نمائی $y=c^x$ دو حالت دارد: ۱) اگر پایه $۰<c<۱$ باشد تابع اکید نزولی است.



۲) اگر پایه $c>۱$ باشد تابع اکیداً صعودی است:



حال باید پایهٔ $\frac{۱}{a}$ را بررسی نماییم

I: حالت $۰<a<۱ \rightarrow \frac{۱}{a}>۱ \rightarrow y=(\frac{۱}{a})^x$ اکیدا صعودی

II: حالت $a>۱ \rightarrow ۰<\frac{۱}{a}<۱ \rightarrow y=(\frac{۱}{a})^x$ اکیدا نزولی

باید توجه داشت که در توابع پایه c مثبت و مخالف یک می‌باشد، لذا گزینهٔ اول و چهارم قابل قبول نمی‌باشند.

۱۷۵ (۱) (۲) (۳) **(۴)**

$$۴^{۲x+۲}=۱۶^{۲x+۳} \Rightarrow ۲^{۲(۲x+۲)}=۲^{۴(۲x+۳)}$$

$$۲۵^{۳x+۲y}=(\frac{۱}{۵})^{۲x} \Rightarrow ۵^{۲(۳x+۲y)}=۵^{-۲x} \Rightarrow ۶x+۴y=-۲x \Rightarrow ۸x=-۴y$$

$$\xrightarrow{x=-۲} -۱۶=-۴y \Rightarrow y=۴ \Rightarrow x+y=-۲+۴=۲$$

۱۷۶ **(۱)** (۲) (۳) (۴)

$$\frac{۱}{۲\sqrt{۲}}=۳۲^{x-۱} \Rightarrow ۲^{-\frac{۳}{۲}}=۲^{۵(x-۱)} \Rightarrow -\frac{۳}{۲}=۵x-۵ \Rightarrow ۵-\frac{۳}{۲}=۵x$$

$$\Rightarrow \frac{۷}{۲}=۵x \Rightarrow x=\frac{۷}{۱۰}$$

پس نقطهٔ برخورد $(\frac{۷}{۱۰}, \frac{۱}{۲\sqrt{۲}})$ است، لذا مختصات آن در تابع f نیز صدق می‌کند:

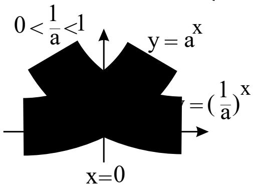
$$\frac{۱}{۲\sqrt{۲}}=(\frac{۱}{۲})^{a(\frac{۷}{۱۰})-۱} \Rightarrow ۲^{-\frac{۳}{۲}}=۲^{۱-\frac{۷}{۱۰}a}$$

$$\Rightarrow -\frac{۳}{۲}=۱-\frac{۷}{۱۰}a \Rightarrow \frac{۷}{۱۰}a=۱+\frac{۳}{۲}=\frac{۵}{۲}$$

$$\Rightarrow a = \frac{\frac{۵}{۲}}{\frac{۷}{۱۰}} = \frac{۵۰}{۱۴} = \frac{۲۵}{۷}$$

۱۷۷ ۱ ۲ **۳** ۴ برای حل می‌توان از گزینه‌ها استفاده کرد. اگر حاصلضرب با پایه‌ها یک باشد، داریم:

$$a \times b = ۱ \rightarrow b = \frac{۱}{a} \rightarrow \begin{cases} \\ y = (\frac{۱}{a})^x \end{cases}$$



حال اگر $a > ۱$ باشد می‌توان نتیجه گرفت:

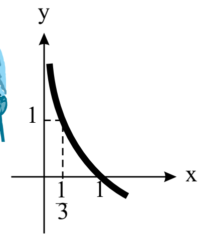
و نمودار دو تابع به صورت زیر است:

بنابراین دو نمودار نسبت به محور yها یا همان خط $x = ۰$ متقارن هستند.

۱۷۸ ۱ ۲ ۳ **۴**

نکته:: $\log_a a = ۱$, $\log_a ۱ = ۰$

نمودار تابع از نقطهٔ $(۱, ۰)$ عبور می‌کند، پس گزینه‌های ۱ و ۲ رد می‌شوند. نمودار تابع از نقطهٔ $(۱, \frac{۱}{۳})$ هم عبور می‌کند،پس گزینهٔ ۳ هم رد می‌شود. بنابراین گزینهٔ ۴ پاسخ است.



۱۷۹ **۱** ۲ ۳ ۴ برای محاسبه کافیست مقادیر مورد نظر را در تابع جایگذاری نماییم:

$$f(x) = ۳ - ۲\log_۴^{(\frac{۲}{x-۱۰})}$$

$$f(۴۲) = ۳ - ۲\log_۴^{(\frac{۲}{۳۲})} = ۳ - ۲\log_۴^{۴^{-۲}} = ۳ + ۴ = ۷$$

$$f(۱۴) = ۳ - ۲\log_۴^{(\frac{۲}{۴})} = ۳ - ۲\log_{۲^۲}^{۲^{-۱}} = ۳ - ۲ \times (-\frac{۱}{۲}) = ۳ + ۱ = ۴$$

$$f(۴۲) - f(۱۴) = ۷ - ۴ = ۳$$

۱۸۰ ۱ ۲ **۳** ۴ نکتهٔ ۱: نمودار $f(x)$ و $f^{-۱}(x)$ نسبت به نیمساز ربع اول و سوم (با فرض $y = x$) قرینه یکدیگرند.

نکتهٔ ۲: توابع $y_۱ = a^x$ و $y_۲ = \log_a x$ (با فرض $a > ۰$ و $a \neq ۱$) وارون یکدیگرند.

$$y_۱ = \log_{\frac{۱}{۲}} x \quad , \quad y_۲ = ۲^{-x} = \frac{}{۲^x} = (\frac{۱}{۲})^x$$

با توجه به نکتهٔ ۲، این دو تابع وارون یکدیگرند. پس با توجه به نکته ۱، نمودارشان نسبت به نیمساز ربع اول و سوم قرینه‌اند.

۱۸۱ ۱ **۲** ۳ ۴ با توجه به اینکه مبنای هر دو لگاریتم x می‌باشد، می‌توان معادله را به شکل زیر تغییر داد:

$$\log_x \quad - \log_x \quad = ۱ \rightarrow \log_x (\quad) = ۱ \rightarrow \frac{}{۴ - x} = x$$

$$\rightarrow x + ۲ = (۴ - x)\, x \rightarrow x + ۲ = ۴x - x^۲ \rightarrow x^۲ - ۳x + ۲ = ۰$$

$$\rightarrow (x - ۱)(x - ۲) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = ۱ & \text{غ ق ق} \\ x = ۲ & \text{ق ق} \end{cases}$$

با جایگذاری در معادله اولیه می‌توان ریشه‌های قابل قبول را مشخص نمود. حال مقدار $x = ۲$ را در عبارت مورد نظر جایگذاری می‌نماییم:

$$\log_۵^{(x+۳)} \overset{x=۲}{=} \quad = ۱$$

۱۸۲ ① ② ③ **④** ابتدا باید داده اولیه را ساده نماییم:

$$\log_۶^۲ = a \rightarrow \log_۲^۶ = \frac{۱}{a} \rightarrow \log_۲^۲ + \log_۲^۳ = \frac{۱}{a}$$

$$\rightarrow ۱ + \log_۲^۳ = \frac{۱}{a} \rightarrow \log_۲^۳ = \frac{۱}{a} - ۱ = \frac{}{a} \rightarrow \log_۳^۲ = \frac{a}{۱ - a}$$

حال باید خواسته مسئله را به فرم ساده‌تری بنویسیم:

$$\log_۳^{۱۸} = \log_۳^{۲\times۳^۲} = \log_۳^۲ + \log_۳^{۳^۲} = \log_۳^۲ + ۲$$

$$= \frac{}{۱ - a} + ۲ = \frac{}{۱ - a} = \frac{}{۱ - a}$$

۱۸۳ **①** ② ③ ④ نقطهٔ $(۴, ۲)$ در تابع $f(x) = \log_a$ صدق می‌کند. بنابراین:

$$f(۴) = \log_a = ۲$$

$$\Rightarrow a^۲ = ۴ \Rightarrow \begin{cases} a = ۲ & \text{ق ق} \\ a = -۲ & \text{غ ق ق} \end{cases} \xrightarrow{a=۲} ۴^{\log_{a+۲}} = ۴^{\log_۴^۳} = ۳$$

۱۸۴ **①** ② ③ ④ برای محاسبه مقدار لگاریتم مورد نظر ابتدا باید با استفاده از داده‌های مسئله $\sqrt{x - ۱}$ را بسازیم:

$$(x - ۱)^{\sqrt{۲}} = ۲ \xrightarrow{(\ )^{\sqrt{۲}}} (x - ۱)^۲ = ۲^{\sqrt{۲}} \xrightarrow{\sqrt[۴]{}} \sqrt{(x - ۱)} = \sqrt[۴]{۲^{\sqrt{۲}}}$$

هم اکنون معادل $\sqrt{x - ۱}$ را جایگذاری می‌نماییم:

$$\log_۸^{\overline{x-۱}} = \log_۸^{\sqrt[۴]{۲^{\sqrt{۲}}}} = \log_{۲^۳}^{(۲)^{\frac{\sqrt{۲}}{۴}}} = \frac{\frac{\sqrt{۲}}{۴}}{۳} \log_۲^۲ = \frac{\sqrt{۲}}{۱۲}$$

۱۸۵ ① ② ③ **④** نکتهٔ: با فرض $a, b > ۰$ و $b \neq ۱$ داریم:

$$\log_a = x \Leftrightarrow a = b^x$$

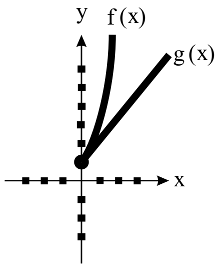
با قرار دادن $h = ۱۵۵۰۰$ در رابطهٔ $h = ۱۵۵۰۰\,(۵ - \log_{۱۰} P)$ خواهیم داشت:

$$۱۵۵۰۰ = ۱۵۵۰۰\,(۵ - \log_{۱۰} P) \Rightarrow ۱ = ۵ - \log_{۱۰} P \Rightarrow \log_{۱۰} P = ۴ \Rightarrow P = ۱۰^۴$$

توابع نمایی لگاریتمی

۱۸۶ ۱ ۲ ۳ **۴**

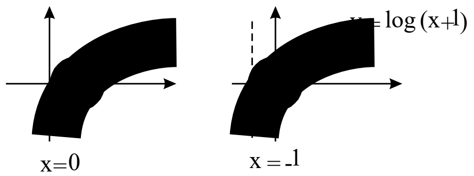
با توجه به نمودارهای توابع $f(x)=10^x$ و $g(x)=1+x$ در بازهٔ $(0,+\infty)$، نتیجه می‌شود که:



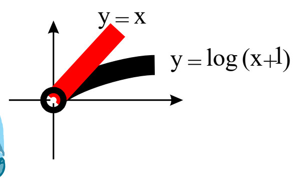
$$\Rightarrow \log(x+1)<\log 10^x \Rightarrow \log(1+x)<x$$

راه حل دوم:

برای رسیدن به گزینه هموار صحیح می‌توان از مفهوم حل نامعادله به روش هندسی استفاده کرد. در همه گزینه‌ها نمودار $y=\log^{(x+1)}$ وجود دارد. برای رسم آن، از انتقال استفاده می‌نماییم



حال اگر خط $y=x$ را رسم نماییم، برای نمودار $x>0$ نامعادله $\log^{(x+1)}<x$ برقرار است.



۱۸۷ ۱ ۲ ۳ **۴** گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

گزینهٔ ۱: $2<\log_2^7<3 \Rightarrow 2^2<7<2^3 \Rightarrow 4<7<8$ (صحیح)

گزینهٔ ۲: $-1<\log_{\frac{1}{3}}2<0 \Rightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^{-1}>2>\left(\frac{1}{3}\right)^{0} \Rightarrow 3>2>1$ (صحیح)

گزینهٔ ۳: $2<\log_{\sqrt{2}}2.5<3 \Rightarrow \left(\sqrt{2}\right)^2<2.5<\left(\sqrt{2}\right)^3 \Rightarrow 2<2.5<2\sqrt{2}$ (صحیح)

گزینهٔ ۴: $-3<\log_{0.5}^3<-2 \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{-3}>3>\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} \Rightarrow 2^3>3>2^2 \Rightarrow 8>3>4$ که صحیح نمی‌باشد.

نکته: اگر $0<a<1$، عدد a هر چه به توان بزرگتری برسد، کوچک‌تر می‌شود.

۱۸۸ ۱ **۲** ۳ ۴ برای محاسبه مقدار a کافیست مختصات نقطه مورد نظر را در تابع جایگذاری نماییم، زیرا مختصات نقطه‌ای که روی منحنی قرار دارد در معادلهٔ منحنی صدق می‌نماید.

$$y=\log_a^{(x-1)} \xrightarrow{(\frac{17}{4},-2)} \log_a^{(\frac{17}{4}-2)}=-2$$

$$a^{-2}=\frac{9}{4} \to a^2=\frac{4}{9} \to a=\pm\frac{2}{3}$$

چون a مبنای لگاریتم می‌باشد،بنابراین مقدار منفی قابل قبول نمی‌باشد و فقط $a=\frac{2}{3}$ صحیح است.

۱۸۹ ۱ **۲** ۳ ۴ برای محاسبه مقدار x ابتدا باید، پایه‌ها برابر باشند.

$$9^x=3^{x^2-4} \to \left(3^2\right)^x=3^{x^2-4x} \to 3^{2x}=3^{x^2-4x}$$

$$۲x = x^۲ - ۴x \to x^۲ - ۶x = ۰ \to x(x - ۶) = ۰ \to \begin{cases} \\ x = ۶ \end{cases}$$

هر دو جواب قابل قبول می‌باشند.

۱۹۰ ۱ ۲ ۳ **۴** برای یافتن گزینه صحیح، با استفاده از خواص باید عبارت را ساده‌تر نماییم. ضمنا توجه داشته باشید که:

$$\log^{۵} = \log^{\left(\frac{۱۰}{۲}\right)} = \log^{۱۰} - \log^{۲} = ۱ - a$$

$$\log^{\left(\frac{\sqrt{۷۵}}{۷۲}\right)} = \log^{\left(\sqrt{۷۵}\right)} - \log^{(۷۲)} = \log^{۷۵^{\frac{۱}{۲}}} - \log^{۷۲}$$

$$= \frac{۱}{۲}\log^{\left(۵^۲ \times ۳\right)} - \log^{۲^۳ \times ۳^۲} = \frac{۱}{۲}\left(\log^{۵^۲} + \log^{۳}\right) - \left(\log^{۲^۳} + \log^{۳^۲}\right)$$

$$= \frac{۱}{۲}\left(۲\log^{۵} + \log^{۳}\right) - \left(۳\log^{۲} + ۲\log^{۳}\right)$$

$$\frac{۱}{۲}(۲(۱ - a) + b) - (۳a + ۲b) = (۱ - a) + \frac{۱}{۲}b - ۳a - ۲b = ۱ - ۴a - \frac{۳}{۲}b$$

۱۹۱ ۴ ۳ ۲ **۱** برای حل معادله ابتدا یک تغییر متغیر انجام می‌دهیم

$$\log_۲^x = t \to \log_x = \frac{۱}{t}$$

$$\log_۲^x + ۳\log_x = \log_۳^{۳^۴} \to t + \frac{۳}{t} = ۴ \xrightarrow[t \neq ۰]{\times t}$$

$$t^۲ + ۳ = ۴t \to t^۲ - ۴t + ۳ = ۰ \to (t - ۱)(t - ۳) = ۰ \to \begin{cases} t = ۱ \to \log_۲^x = ۱ \to x_۱ = ۲ & \text{ق ق} \\ t = ۳ \to \log_۲^x = ۳ \to x_۲ = ۸ & \text{ق ق} \end{cases}$$

پس مجموع ریشه‌ها برابر است با:

$$x_۱ + x_۲ = ۲ + ۸ = ۱۰$$

۱۹۲ ۴ ۳ **۲** ۱ ابتدا با استفاده از خواص لگاریتم عبارت را ساده‌تر می‌نماییم

$$۳^{\log_۳^۵} = ۸^{\log_۳^۳} = ۵$$

$$۵^{\log_۵^۳} = ۳^{\log_۵^۵} = ۳$$

$$\left(۲^x - ۵\right)\left(۴^x - ۳\right) = ۰ \begin{cases} ۲^x - ۵ = ۰ \\ ۴^x - ۳ = ۰ \end{cases}$$

$$۲^x = ۵ \xrightarrow{\log_۲^{\bigcirc}} x_۱ = \log_۲^۵$$

$$۴^x = ۳ \xrightarrow{\log_۴^{\bigcirc}} x_۲ = \log_۴^۳ = \log_۲^{\sqrt{۳}}$$

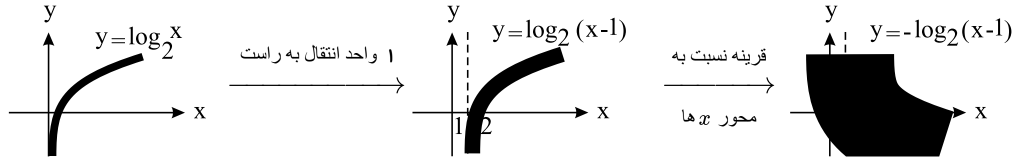
حال مجموع ریشه‌ها برابر است با:

$$x_۱ + x_۲ = \log_۲^۵ + \log_۲^{\sqrt{۳}} = \log_۲^{۵\sqrt{۳}}$$

۱۹۳ ۱ ۲ ۳ **۴** نکته: با فرض $a > ۰$، برای رسم نمودار تابع $y = f(x - a)$ $(y = f(x + a))$، کافی است نمودار $y = f(x)$ را a واحد به سمت راست (چپ) انتقال دهیم.

نکته: برای رسم نمودار تابع $y = -f(x)$، کافی است نمودار $y = f(x)$ را نسبت به محور xها قرینه کنیم.

با استفاده از نکات بالا، نمودار را رسم می‌کنیم.



۱۹۴ ۴ ۳ ۲ ۱ با توجه به نمودار تابع $y = ۲^x$ یک واحد انتقال روبه بالا داشته است پس: $a = ۱$.

$f(x) = ۱ + ۲^{x-b}$

منحنی از نقطه‌ای به مختصات $P(۱,۳)$ عبور نموده، پس مختصات نقطه در معادله صدق می‌نماید:

$$f(x) = ۱ + ۲^{x-b} \xrightarrow{A(۱,۳)} ۳ = ۱ + ۲^{۱-b} \to ۲^{۱-b} = ۲^۱ \to ۱ - b = ۱ \to b = ۰$$

و نهایتاً داریم:

$$a + b = ۱ + ۰ = ۱$$

۱۹۵ ۴ ۳ ۲ ۱ برای حل معادله دو طرف باید به یک لگاریتم تبدیل شود. از طرفی $\log_a = ۰$ می‌باشد.

$$۲\log\sqrt{۲}m - \log ۱ = ۳\log ۲ + \log(m+۱) \to \log(\sqrt{۲}m)^۲ - ۰ = \log ۲^۳ + \log(m+۱) \to$$

$$\log ۲m^۲ - \log(m+۱) = \log ۸ \to \log(\frac{۲m^۲}{m+۱}) = \log ۸ \to \frac{۲m^۲}{m+۱} = ۸ \to ۲m^۲ = ۸m + ۸ \to$$

$$m^۲ - ۴m - ۴ = ۰ \to (m-۲)^۲ = ۸ \to \begin{cases} m = +۲ \quad ۲ + ۲ \\ m = -۲\sqrt{۲} + ۲ \quad \text{غ ق ق} \end{cases}$$

با جایگذاری در معادله $m = -۲\sqrt{۲} + ۲$ برای لگاریتم وردی منفی تولید می‌نماید.

۱۹۶ ۴ ۳ ۲ ۱ ابتدا داده مسئله را ساده می‌نماییم:

$$\log_b^{} = \frac{۱}{\log_a} \to \log_{۱۲}^{۳} = a \to \log_{۳}^{۱۲} = \frac{۱}{a} \to \log_{۳}^{۲^۲ \times ۳} = \frac{۱}{a} \to \log_{۳}^{۲^۲} + \log_{۳}^{۳} = \frac{۱}{a}$$

$$\to ۲\log_{۳}^{۲} + ۱ = \frac{۱}{a} \to \log_{۳}^{۲} = \frac{}{۲a} - \frac{۱}{۲}$$

برای محاسبه خواسته مسئله از خاصیت زیر استفاده می‌نماییم:

$$\log_b^{} = \frac{}{\log_c} \to \log_{\sqrt{۲۷}} = \frac{}{\log_{۳}^{\sqrt{۲۷}}} = \frac{\log_{۳}^{۲^۳}}{\log_{۳}^{۳^{\frac{۳}{۲}}}} = \frac{۳\log_{۳}^{۲}}{\frac{۳}{۲} \times \log_{۳}^{۳}} = ۲\log_{۳}^{۲}$$

$$= ۲(\frac{}{۲a} - \frac{۱}{۲}) = \frac{۱}{a} - ۱ = \frac{}{a}$$

۱۹۷ ۴ ۳ ۲ ۱

روش اول: تابع از نقاط $(-۱,۰)$ و $(۰,۱)$ می‌گذرد. پس:

$$(۰,۱) \Rightarrow ۱ = ۲^b - ۲a \quad (*)$$

$(-۱,۰) \Rightarrow ۰ = ۲^{-۱+b} - ۲a \Rightarrow ۲a = ۲^{-۱+b}$

$\xrightarrow{(*)} ۱ = ۲^{b} - ۲^{-۱+b}$

$\Rightarrow ۲^{b}(۱ - ۲^{-۱}) = ۱ \Rightarrow ۲^{b} \times \frac{۱}{۲} = ۱ \Rightarrow ۲^{b} = ۲ \Rightarrow b = ۱$

$۲a = ۲^{-۱+b} \xrightarrow{b=۱} ۲a = ۲^{۰} = ۱ \Rightarrow a = \frac{۱}{۲} \Rightarrow a + b = \frac{۳}{۲}$

روش دوم: با توجه به نمودار و معادله انتقال عمودی منحنی فقط به دلیل وجود عامل $-۲a$ می‌باشد که مقدار برابر -۱ است.

$\underbrace{\quad\quad}_{\text{انتقال عمودی}}$

$-۲a = -۱ \rightarrow a = \frac{۱}{۲} \rightarrow y = ۲^{x+b} - ۱$

در این مرحله مختصات یکی از دو نقطه را در ضابطه تابع جایگذاری می‌نماییم:

$y = ۲^{x+b} - ۱ \xrightarrow{A(۰,۱)} ۱ = ۲^{b} - ۱ \rightarrow ۲^{b} = ۲ \rightarrow b = ۱$

پس جواب نهایی برابر است با:

$a + b = ۱ + \frac{۱}{۲} = \frac{۳}{۲}$

۱۹۸ ۱ ۲ **۳** ۴

$\log_{۵}^{(x+۲)} = ۱ - \log_{۵}^{(x-۲)} \Rightarrow \log_{۵}^{(x+۲)} + \log_{۵}^{(x-۲)} = ۱ \Rightarrow \log_{۵}^{(x+۲)(x-۲)} = ۱$

$\Rightarrow x^{۲} - ۴ = ۵ \Rightarrow x^{۲} = ۹ \Rightarrow x = \pm ۳$

فقط $x = ۳$ قابل قبول است.

$x = ۳ \Rightarrow y = \log_{۵}^{۳+۲} = \log_{۵}^{۵} = ۱$

۱۹۹ ۱ ۲ ۳ **۴**

$\log E = ۱۱/۸ + ۱/۵M \Rightarrow \log E = ۱۱/۸ + ۱/۵ \times (۷/۳) \Rightarrow \log E = ۱۱/۸ + ۱۰/۹۵ = ۲۲/۷۵$

$\Rightarrow E = ۱۰^{۲۲/۷۵}$

۲۰۰ ۱ ۲ ۳ **۴**

$\begin{cases} \log E_{۱} = ۱۱/۸ + ۱/۵ \times ۷/۵ \\ \log E_{۲} = ۱۱/۸ + ۱/۵ \times ۵/۵ \end{cases} \Rightarrow \log E_{۱} - \log E_{۲} = ۱/۵ \times ۲ = ۳$

$\Rightarrow \log \frac{E_{۱}}{E_{۲}} = ۳ \Rightarrow \frac{E_{۱}}{E_{۲}} = ۱۰۰۰$

۲۰۱ ۱ ۲ **۳** ۴ در حل نامعادلات نمائی توجه داشته باشید اگر پایه $۰ < a < ۱$ باشد جهت نامعادله پس از حذف پایه‌ها تغییر

می‌نماید.

$$a^x < a^y \xrightarrow{۰<a<۱} x > y$$

$$(\frac{۱}{۲})^{a-۱} < ۰/۱۲۵ \to (\frac{۱}{۲})^{a-۱} < (\frac{۱}{۲})^۳ \to a-۱ > ۳ \to a > ۴$$

۲۰۲ ۱ ۲ ۳ **۴** برای حل سوال ابتدا یکی از خواص لگاریتم را یادآوری می‌نماییم:

$$a^{\log_c^b} = b^{\log_c^a}$$

$$\sqrt{۲^{۳+\log_۲^۶}} = \sqrt{۲^۳ \times ۲^{\log_۲^۶}} = \sqrt{۸ \times ۶^{\log_۲^۲}} = \sqrt{۸ \times ۶} = \sqrt{۴۸} = \sqrt{۱۶ \times ۳} = ۴\sqrt{۳}$$

۲۰۳ ۱ ۲ **۳** ۴ برای حل معادله باید معادله از حالت رادیکالی خارج شود:

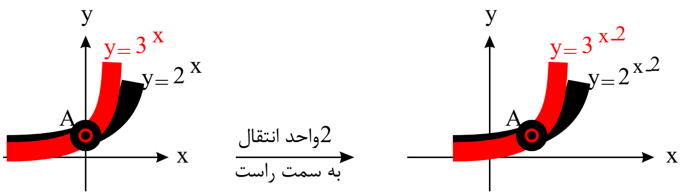
$$\log_a = y \to x = a^y$$

$$\log_{۰/۵}(\log_{۰/۲}(۲-x)) = -۱ \to \log_{۰/۲}^{(۲-x)} = (۰/۵)^{-۱} \to$$

$$\log_{۰/۲}^{(۲-x)} = ۲ \to ۲-x = (۰/۲)^۲ \to ۲-x = ۰/۰۴ \to x = ۱/۹۶$$

با جایگذاری در معادله مشخص می‌شود که ریشه قابل قبول می‌باشد.

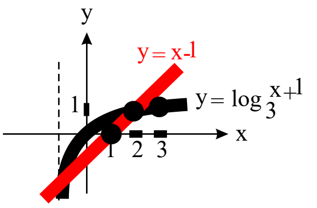
۲۰۴ ۱ ۲ **۳** ۴ با توجه به اینکه ضرایب یک تابع در چه جایگاهی قرار می‌گیرند نمودار را مستقل می‌نماییم. اگر $f(x-a)$ مطرح باشد، کافیست نمودار $f(x)$ را a واحد در راستای محور x انتقال دهیم.



۲۰۵ ۱ **۲** ۳ ۴

به دلیل اینکه دو تابع از یک جنس نیستند، روش‌های حل کلاسیک معادله پاسخگو نیست و باید دو تابع را در یک دستگاه رسم نمود.

با توجه به نمودار دو تابع همدیگر را در دو نقطه قطع کرده‌اند.



۲۰۶ ۱ ۲ **۳** ۴

$$۳(\frac{۱}{۴})^{x-۱} - ۲^{-x} = (\frac{۱}{۲})^{x+۱} \Rightarrow ۳ \times ۲^{-۲x+۲} - ۲^{-x} = ۲^{-x-۱}$$

$$\Rightarrow ۳ \times ۲^{-۲x+۲} = ۲^{-x-۱} + ۲^{-x}$$

$$\Rightarrow ۳ \times ۲^{-۲x+۲} = ۲^{-x} \times \frac{۳}{۲} \Rightarrow ۲^{-۲x+۲} = ۲^{-x-۱}$$

توابع نمایی لگاریتمی

$$\Rightarrow -۲x + ۲ = -x - ۱ \Rightarrow x = ۳ \Rightarrow \log_x^{\overline{۲۷}} = \log_۳^{۳^{\frac{۳}{۲}}} = \frac{۳}{۲}$$

۲۰۷ ۴ ۳ ۲ **۱**

$$\log_۵^{(x+۱)(x-۱)} = ۱ \Rightarrow x^۲ - ۱ = ۵ \Rightarrow x^۲ = ۶ \Rightarrow \begin{cases} x = \sqrt{۶} \text{ قق} \\ x = -\sqrt{۶} \text{ غقق} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \log_{۳۶}^x = \log_{۳۶}^{\sqrt{۶}} = \frac{۱}{۴}\log_۶^۶ = \frac{۱}{۴}$$

۲۰۸ ۴ **۳** ۲ ۱ .برای محاسبهٔ نقطهٔ برخورد نمودار با محور xها کافیست که y را صفر در نظر بگیریم

$$y = ۲^{x+۱} - ۳ \xrightarrow{y=۰} ۲^{x+۱} - ۳ = ۰ \rightarrow ۲^{x+۱} = ۳ \xrightarrow{\log_۲()} \log_۲^{۲^{x+۱}} = \log_۲^۳$$

$$\rightarrow x + ۱ = \log_۲^۳ \rightarrow x = \log_۲^۳ - ۱ \rightarrow x = \log_۲^۳ - \log_۲^۲ = \log_۲^{\frac{۳}{۲}}$$

۲۰۹ ۴ ۳ ۲ **۱** برای حل معادله از خاصیت زیر استفاده می‌نماییم:

$$\log_c ab = \log_c a + \log_c b$$

$$\log_۲ x(\log_۲ ۴x) = ۳ \rightarrow \log_۲ x(\log_۲ ۴ + \log_۲ x) = ۳$$

برای راحتی یک تغییر متغیر اعمال می‌نماییم:

$$x = A$$

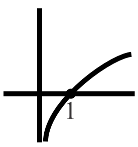
$$A(۲ + A) = ۳ \rightarrow A^۲ + ۲A = ۳ \rightarrow A^۲ + ۲A - ۳ = ۰$$

$$\rightarrow (A + ۳)(A - ۱) = ۰ \rightarrow \begin{cases} A = -۳ \rightarrow \log_۲ x = -۳ \rightarrow x = ۲^{-۳} = \frac{}{۸} \\ A = ۱ \rightarrow \log_۲ x = ۱ \rightarrow x = ۲ \end{cases}$$

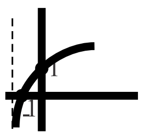
هر دو جواب قابل قبول است و مجموع آن‌ها برابر است با:

$$۲ + \frac{}{۸} = \frac{۱۷}{۸}$$

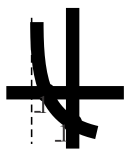
۲۱۰ ۴ **۳** ۲ ۱ برای رسم ابتدا باید نمودار $y = \log_۲^x$ رسم نماییم.



$y = \log_۲^x$



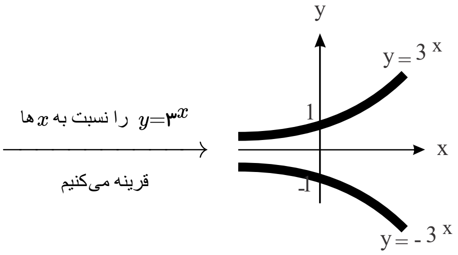
$y = \log_۲^{(x+۲)}$

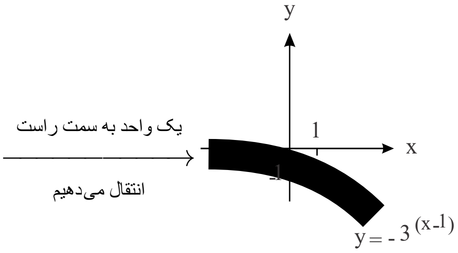


$y = -\log_۲^{(x+۲)}$

$y = -\log_۲^{(x+۲)} + ۳$

۲۱۱ ۴ ۳ ۲ **۱** به کمک انتقال، تابع داده شده را رسم می‌کنیم:

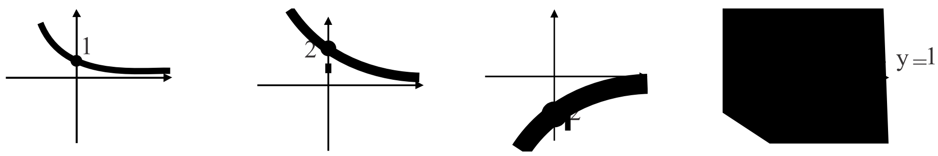




پس نمودار تابع داده شده از ناحیه‌های سوم و چهارم می‌گذرد.

۲۱۲ ۱ ۲ ۳ **۴** برای رسم نمودار بهتر است ابتدا تابع را ساده نماییم.

$$f(x) = -۶(\frac{۱}{۳})^{x+۱} + ۱ = -۶ \times (\frac{۱}{۳})^x \times \frac{۱}{۳} + ۱ = -۲(\frac{۱}{۳})^x + ۱$$



$y = (\frac{۱}{۳})^x$ $\quad y = ۲ \times (\frac{۱}{۳})^x$ $\quad y = -۲(\frac{۱}{۳})^x$ $\quad y = -۲(\frac{۱}{۳})^x + ۱$

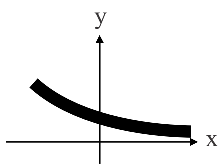
۲۱۳ **۱** ۲ ۳ ۴ **نکته:** اگر $\log_b a = x$، آن‌گاه: $a = b^x$

با جای‌گذاری $M = ۸$ خواهیم داشت:

$$\log E = ۱۱/۸ + ۱/۵(۸) \Rightarrow \log E = ۲۳/۸ \Rightarrow E = ۱۰^{۲۳/۸}$$

۲۱۴ ۱ ۲ ۳ **۴**

نمودار تابع $y = (\frac{۱}{۲})^{x-b}$ به‌شکل مقابل است:



بنابراین نمودار $f(x)$ نسبت به این نمودار به اندازهٔ ۲ واحد به بالا منتقل شده است. پس $a = ۲$. با توجه به نمودار، نقطهٔ $(۰,۳)$ روی تابع قرار دارد. پس:

$$a + (\frac{۱}{۲})^{۰-b} = ۳ \xrightarrow{a=۲} (\frac{۱}{۲})^{-b} = ۱ \Rightarrow -b = ۰ \Rightarrow b = ۰$$

بنابراین: $ab = ۰$

۲۱۵ ۱ ۲ ۳ ۴

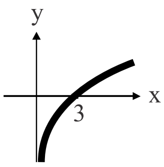
نکته: $\log_c \frac{}{b} = \log_c a - \log_c b$

نکته: $\log_b a^n = n \log_b a \quad , \quad \log_a a = ۱$

ابتدا با استفاده از نکات بالا ضابطهٔ تابع را ساده می‌کنیم:

$$f(x) = ۱ - \log_۳ \frac{۹}{x} = ۱ - (\log_۳ ۹ - \log_۳ x) = ۱ - (۲ - \log_۳ x) = \log_۳ x - ۱$$

بنابراین نمودار تابع $y = f(x)$ به‌صورت روبه‌رو است:



پس گزینهٔ ۱ پاسخ است.

۲۱۶ ۱ ۲ ۳ ۴ نمودار دو تابع $y = a^x$ و $y = a^{-x}$ $(y = (\frac{۱}{a})^x)$ نسبت‌به محور yها قرینه هستند، پس داریم:

$$(۴a - ۲)(۱ - \frac{a}{۲}) = ۱ \to ۴a - ۲a^۲ - ۲ + a - ۱ = ۰ \to -۲a^۲ + ۵a - ۳ = ۰$$

$$\to ۲a^۲ - ۵a + ۳ = ۰ \to \text{مجموع ریشه‌ها}: S = \frac{}{a} = -\frac{-۵}{۲} = \frac{۵}{۲}$$

۲۱۷ ۱ ۲ ۳ ۴

$$\frac{\sqrt{۳}}{۲۷}(\frac{۱}{\sqrt[۳]{۳}})^x = \sqrt{۲۷(\frac{\sqrt{۳}}{۲۴۳})^{۳-x}} \to \frac{۳^{\frac{۱}{۲}}}{۳^۳}(۳^{-\frac{۱}{۳}})^x = ۳^{\frac{۳}{۲}}(\frac{۳^{\frac{۱}{۲}}}{۳^۵})^{۳-x}$$

$$\to ۳^{-\frac{۵}{۲}} \times ۳^{-\frac{x}{۳}} = ۳^{\frac{۳}{۲}}(۳^{-\frac{۹}{۲}})^{۳-x} \to ۳^{-\frac{۵}{۲}-\frac{x}{۳}} = ۳^{\frac{۳}{۲}} \times ۳^{\frac{۹x-۲۷}{۲}}$$

$$\to ۳^{\frac{۱۵-۲x}{۶}} = ۳^{\frac{۹x-۲۴}{۲}} \to \frac{-۱۵-۲x}{۶} = \frac{۹x-۲۴}{۲}$$

$$\to ۳(۹x - ۲۴) = -۱۵ - ۲x \to ۲۷x - ۷۲ = -۱۵ - ۲x \to ۲۹x = ۵۷ \to x = \frac{۵۷}{۲۹}$$

۲۱۸ ۱ ۲ ۳ ۴ باید محدودهٔ جواب معادلهٔ $(\sqrt{۳})^x = ۱۲$ را به‌دست آوریم:

$$(۳^{\frac{۱}{۲}})^x = ۱۲ \to ۳^{\frac{x}{۲}} = ۱۲ \xrightarrow{\text{توان ۲}} (۳^{\frac{x}{۲}})^۲ = ۱۲^۲ \to ۳^x = ۱۴۴$$

$$۸۱ < ۱۴۴ < ۲۴۳ \to ۳^۴ < ۳^x < ۳^۵ \to ۴ < x < ۵$$

۲۱۹ ۱ ۲ **۳** ۴

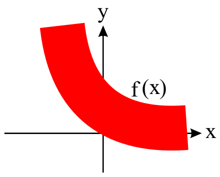
$$4^x - 4 + (\frac{1}{4})^{x-1} = 0 \rightarrow 4^x - 4 + (4^{-1})^{x-1} = 0$$

$$\rightarrow 4^x - 4 + 4^{1-x} = 0 \rightarrow 4^x - 4 + \frac{4}{4^x} = 0$$

$$\xrightarrow{4^x = t} t - 4 + \frac{4}{t} = 0 \rightarrow \frac{t^2 - 4t + 4}{t} = 0 \rightarrow t^2 - 4t + 4 = 0$$

$$\rightarrow (t-2)^2 = 0 \rightarrow t = 2 \rightarrow 4^x = 2 \rightarrow 2^{2x} = 2 \rightarrow 2x = 1 \rightarrow x = \frac{1}{2}$$

۲۲۰ ۱ **۲** ۳ ۴



نمودار تابع $f(x) = (\frac{1}{4})^x$ به‌صورت شکل روبه‌رو است.

و مشاهده می‌کنیم که:

نمودار کاهشی است، یک‌به‌یک است.

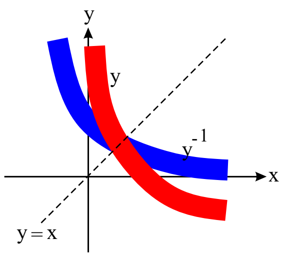
دامنهٔ تابع   است و برد تابع $(0, +\infty)$ است.

۲۲۱ ۱ ۲ **۳** ۴

$$(\frac{1}{2})^x = 20 \rightarrow 2^{-x} = 20 \quad و \quad 16 < 20 < 32 \rightarrow 2^4 < 2^{-x} < 2^5$$

$$\rightarrow 4 < -x < 5 \rightarrow -4 > x > -5$$

۲۲۲ ۱ **۲** ۳ ۴



نمودار تابع $y = \log_{0/5}^x$ و معکوس آن $y^{-1} = (0/5)^x$ به‌صورت مقابل است.

مشاهده می‌کنیم دو نمودار روی نیمساز ربع اول $(y = x)$ یک نقطهٔ تقاطع دارند.

۲۲۳ ۱ **۲** ۳ ۴

$$\log 5 = \log \frac{10}{2} = \log 10 - \log 2 \simeq 1 - 0/3 \rightarrow \log 5 \simeq 0/7$$

$$\log 6 = \log(2 \times 3) = \log 2 + \log 3 \rightarrow \log 3 = \log 6 - \log 2 \simeq 0/78 - 0/3$$

۲۲۴ ۱ ۲ ۳ ۴

$$\log_{۴}^{۲۵}+۲=\log_{۲^۲}^{۵^۲}+۲=\frac{۲}{۲}\log_{۲}^{۵}+۲\log_{۲}^{۲}=\log_{۲}^{۵}+\log_{۲}^{۴}=\log_{۲}^{۲۰}$$

$$\rightarrow (\frac{۱}{۲})^{\log_{۴}^{۲۵}+۲}=(۲^{-۱})^{\log_{۲}^{۲۰}}=۲^{-\log_{۲}^{۲۰}}=۲^{\log_{۲}^{۲۰^{-۱}}}=۲۰^{-۱}=\frac{۱}{۲۰}=\frac{۵}{۱۰۰}$$

۲۲۵ ۱ ۲ ۳ ۴

$$\frac{}{۲^{x-۱}}\geq (۲\sqrt{۲})^{۲x}\rightarrow ۲^{۱-x}\geq (۲\times ۲^{\frac{۱}{۲}})^{۲x}\rightarrow ۲^{۱-x}\geq (۲^{\frac{۳}{۲}})^{۲x}$$

$$\rightarrow ۲^{۱-x}\geq ۲^{۳x}\rightarrow ۱-x\geq ۳x\rightarrow ۱\geq ۴x\rightarrow \frac{۱}{۴}\geq x$$

۲۲۶ ۱ ۲ ۳ ۴

$$\frac{}{۲۷^{x}}=\left(\frac{۱}{۳۶}\right)^{۳}\rightarrow \frac{(۲^۳\times ۳^۲)^{x+y}}{(۳^۳)^{x}}=(\frac{۱}{۲^۲\times ۳^۲})^{۳}$$

$$\rightarrow \frac{۲^{۳x+۳y}\times ۳^{۲x+۲y}}{۳^{۳x}}=(۲^۲\times ۳^۲)^{-۳}\rightarrow ۲^{۳x+۳y}\times ۳^{-x+۲y}=۲^{-۶}\times ۳^{-۶}$$

$$\rightarrow \begin{cases} \\ -x+۲y=-۶ \end{cases}\xrightarrow{\times ۳}\begin{cases} \cancel{۳x}+۳y=-۶ \\ \cancel{-۳x}+۶y=-۱۸ \end{cases} +$$

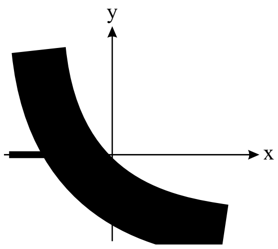
$$۹y=-۲۴\rightarrow \boxed{y=-\frac{۸}{۳}}$$

$$\rightarrow -x+۲\left(\frac{-۸}{۳}\right)=-۶\rightarrow \frac{-۱۶}{۳}+\frac{۱۸}{۳}=x\rightarrow \boxed{x=\frac{۲}{۳}}$$

$$\rightarrow \frac{}{y}=\frac{\frac{۲}{۳}}{-\frac{۸}{۳}}\Rightarrow \frac{}{y}=-\frac{۱}{۴}$$

۲۲۷ ۱ ۲ ۳ **۴**

نمودار تابع $y = -\log_{۲}^{(x+۲)}$ را رسم می‌کنیم و داریم:



با توجه به شکل گزینهٔ «۴» دست است.

۲۲۸ ۱ ۲ **۳** ۴

$$\left.\begin{array}{r} f(x) = \log_{a}^{(x+b)} \to x + b > ۰ \to x > -b \\ D_f = (۲ + \infty) \to x > ۲ \end{array}\right\} \to \boxed{b = -۲}$$

$$\to f(x) = \log_{a}^{(x-۲)} \quad , \quad f(\frac{۷}{۳}) = -۱ \to -۱ = \log_{a}^{(\quad -۲)}$$

$$\to \log_{a}^{\bar{}} = -۱ \to a^{-۱} = \frac{۱}{۳} \to \boxed{a = ۳} \to a - b = ۵$$

۲۲۹ ۱ ۲ ۳ **۴**

$$۳^{۲x} - ۲ \times ۳^{x} = -۱ \to (۳^{x})^{۲} - ۲ \times (۳^{x}) + ۱ = ۰ \to (۳^{x} - ۱)^{۲} = ۰ \to ۳^{x} = ۱ \to \boxed{x = ۰}$$

$$\log_{۸۱}^{۹\sqrt{۳}} = \frac{y}{۸} \to \log_{۳^{۴}}^{۳^{۲} \times ۳^{\frac{۱}{۲}}} = \frac{y}{۸} \to \log_{۳^{۴}}^{۳^{\frac{۵}{۲}}} = \frac{y}{۸}$$

$$\to \frac{\frac{۵}{۲}}{۴} \log_{۳}^{۳} = \frac{y}{۸} \to \frac{}{۸} \times ۱ = \frac{}{۸} \to \boxed{y = ۵}$$

$$\to \log_{(x+y)}^{۵y} = \log_{۵}^{۲۵} = \log_{۵}^{۵^{۲}} = ۲\log_{۵}^{۵} = ۲$$

۲۳۰ **۱** ۲ ۳ ۴

$$\log_{۳}^{(۹^{x}+۱۸)} = ۲ + x \to ۳^{(۲+x)} = ۹^{x} + ۱۸ \to ۳^{۲} \times ۳^{x} = (۳^{۲})^{x} + ۱۸$$

$$\to ۹ \times ۳^{x} = (۳^{x})^{۲} + ۱۸ \xrightarrow{۳^{x}=A} ۹A = A^{۲} + ۱۸ \to A^{۲} - ۹A + ۱۸ = ۰$$

$$\to (A - ۳)(A - ۶) = ۰ \left\{\begin{array}{l} A = ۳ \to ۳^{x} = ۳ \to \boxed{x_{۱} = ۱} \\ A = ۶ \to ۳^{x} = ۶ \to \boxed{x_{۲} = \log_{۳}^{۶}} \end{array}\right.$$

$$|x_{۲} - x_{۱}| = |\log_{۳}^{۶} - ۱| = |\log_{۳}^{۳} + \log_{۳}^{۲} - ۱| = \log_{۳}^{۲}$$

۲۳۱ ۱ ۲ **۳** ۴

$$۲۵^{\log_{۵}^{\sqrt{۳}}} = (۵^{۲})^{\log_{۵}^{\sqrt{۳}}} = ۵^{۲\log_{۵}^{\sqrt{۳}}} = ۵^{\log_{۵}^{(\sqrt{۳})^{۲}}} = ۵^{\log_{۵}^{۳}} = ۳$$

$$۲\log_{۳}^{۲} \times ۲\log_{۴}^{\sqrt{۳}} = \log_{۳}^{۴} \times \log_{۴}^{۳} = ۱$$

$$\log^{\sqrt[۵]{۰/۰۰۱}} = \log^{(۱۰^{-۳})^{\frac{۱}{۵}}} = \log^{۱۰^{-\frac{۳}{۵}}} = -\frac{۳}{۵}$$

$$\rightarrow A = ۳ + ۱ + (-\frac{۳}{۵}) = ۴ - \frac{۳}{۵} = \frac{۱۷}{۵} = ۳/۴$$

۲۳۲ ۱ **۲** ۳ ۴

$$\left.\begin{array}{r} y = \log_{۲}^{(x-a)} + b \rightarrow x - a > ۰ \rightarrow x > a \\ D_f = (۱, +\infty) \rightarrow x > ۱ \end{array}\right\} \rightarrow \boxed{a = ۱}$$

$$\rightarrow y = \log_{۲}^{(x-۱)} + b \;\;,\;\; y(۲) = ۰ \rightarrow \log_{۲}^{(۲-۱)} + b = ۰$$

$$\rightarrow \log_{۲}^{۱} + b = ۰ \rightarrow ۰ + b = ۰ \rightarrow \boxed{b = ۰} \rightarrow \boxed{a + b = ۱}$$

۲۳۳ ۱ ۲ ۳ **۴**

$$\begin{cases} \log E_{۱} = ۱۱/۸ + ۱/۵ M_{۱} \\ \log E_{۲} = ۱۱/۸ + ۱/۵ M_{۲} \end{cases} \rightarrow \log E_{۲} - \log E_{۱} = ۱/۵ M_{۲} - ۱/۵ M_{۱}$$

$$\rightarrow \log \frac{E_{۲}}{E_{۱}} = ۱/۵ (M_{۲} - M_{۱})$$

$$M_{۲} - M_{۱} \geq ۴ \rightarrow \log \frac{E_{۲}}{E_{۱}} \geq ۱/۵ \times ۴ \rightarrow \log \frac{E_{۲}}{E_{۱}} \geq ۶ \rightarrow \frac{E_{۲}}{E_{۱}} \geq ۱۰^{۶}$$

۲۳۴ **۱** ۲ ۳ ۴

$$f(n) = ۱۰۰ - ۹۰\left(۲^{-۰/۴n}\right) = ۷۰ \rightarrow ۱۰۰ - ۷۰ = ۹۰\left(۲^{-۰/۴n}\right)$$

$$\rightarrow ۳۰ = ۹۰\left(۲^{-۰/۴n}\right) \rightarrow ۲^{-۰/۴n} = \frac{۱}{۳} \rightarrow ۲^{-۰/۴n} = ۳^{-۱}$$

$$\xrightarrow{\text{لگاریتم در مبنای ۲}} \log_2^{2^{-0/4n}} = \log_2^{3^{-1}} \to -0/4n = -1\log_2^3$$

$$\to -0/4n = -1 \times 1/6 \to -0/4n = -1/6 \to n = 4$$

۲۳۵ ۱ ۲ ۳ **۴**

$$f(x) = a + \log_2^{(bx-5)}$$

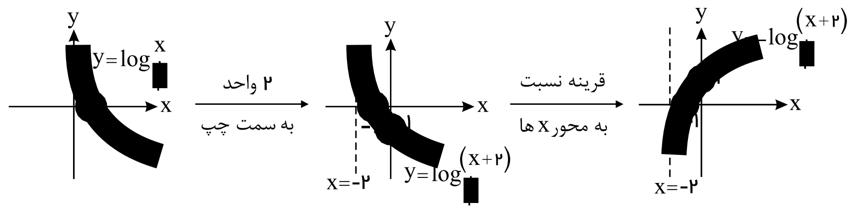
$$\begin{cases} (2,7) \to a + \log_2^{(2b-5)} = 7 \\ (3,9) \to a + \log_2^{(3b-5)} = 9 \end{cases} \to \log_2^{(3b-5)} - \log_2^{(2b-5)} = 9 - 7$$

$$\to \log_2^{\left(\frac{3b-5}{2b-5}\right)} = 2 \to \frac{}{2b-5} = 4 \to 3b - 5 = 8b - 20$$

$$\to 20 - 5 = 8b - 3b \to 15 = 5b \to \boxed{b = 3}$$

$$\to a + \log_2^1 = 7 \to \boxed{a = 7} \to f(7) = 7 + \log_2^{(21-5)} = 7 + \log_2^{2^4} = 7 + 4 = 11$$

۲۳۶ ۱ ۲ ۳ **۴** برای رسم نمودار $y = -\log_{\frac{1}{2}}^{(x+2)}$ به ترتیب زیر عمل می‌کنیم.



۲۳۷ ۱ **۲** ۳ ۴ دامنهٔ تابع f به‌صورت $D_f = (-2, +\infty)$ می‌باشد پس ریشهٔ عبارت $ax+b$ برابر -2 می‌باشد:

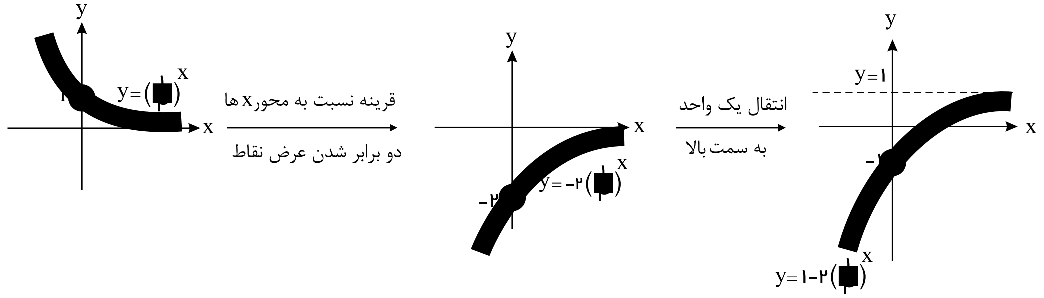
باتوجه به شکل $f(-\frac{3}{2}) = 0 \to \log_4(-\frac{3}{2}a + b) = 0 \to -\frac{3}{2}a + b = 1 \quad (2)$

$$\xrightarrow{(2),(1)} \begin{cases} \\ -\frac{3}{2}a + b = 1 \end{cases} \to -\frac{3}{2}a + 2a = 1 \to \frac{a}{2} = 1 \to \boxed{a = 2} \to \boxed{b = 4}$$

$$\to f(x) = \log_4(2x + 4) \to f(14) = \log_4^{32} = \log_{2^2}^{2^5} = \frac{5}{2}\log_2^2 = \frac{5}{2}$$

۲۳۸ **۱** ۲ ۳ ۴

$$f(x) = 1 - 2^{1-2x} = 1 - (2^1 \times 2^{-2x}) = 1 - 2(\frac{1}{2^2})^x \to f(x) = 1 - 2(\frac{1}{4})^x$$



نمودار تابع از ناحیهٔ دوّم عبور نمی‌کند.

۲۳۹ ۱ ۲ ۳ ۴ اندازهٔ تودهٔ باکتری پس از t ساعت به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$P(t) = ۵۰ \times ۲^{\frac{t}{\frac{۱}{۴}}} \rightarrow P(t) = ۵۰ \times ۲^{۴t}$$

$$۱۲۸۰۰ = ۵۰ \times ۲^{۴t} \rightarrow ۲^{۴t} = \frac{۱۲۸۰۰}{۵۰} \rightarrow ۲^{۴t} = ۲۵۶ \rightarrow ۲^{۴t} = ۲^{۸} \rightarrow ۴t = ۸ \rightarrow t = ۲ \text{ ساعت}$$

۲۴۰ ۱ ۲ ۳ ۴

$$N = B \text{ جمعیت اولیهٔ ویروس} \rightarrow P_B(t) = N \times ۲^{\frac{t}{۴}}$$

$$۹N = A \text{ جمعیت اولیهٔ ویروس} \rightarrow P_A(t) = ۹N \times ۲^{\frac{t}{۵}}$$

$$\rightarrow \frac{P_A(t)}{P_B(t)} = \frac{۹N \times ۲^{\frac{t}{۵}}}{N \times ۲^{\frac{t}{۴}}}$$

$$\rightarrow \frac{P_A(t)}{P_B(t)} = ۹ \times ۲^{\frac{t}{۵} - \frac{t}{۴}} = ۹ \times ۲^{\frac{-t}{۲۰}}$$

$$t = ۱۷ \rightarrow \frac{P_A(۱۷)}{P_B(۱۷)} = ۹ \times ۲^{-\frac{۱۷}{۲۰}} = ۹ \times ۲^{-۰٫۸۵} = \frac{۹}{۲^{۰٫۸۵}} \simeq \frac{۹}{۱٫۸} \simeq ۵$$

پاسخنامه کلیدی

شماره	پاسخ	شماره	پاسخ	شماره	پاسخ	شماره	پاسخ
۱	۱	۳۶	۳	۷۱	۲	۱۰۶	۲
۲	۲	۳۷	۲	۷۲	۳	۱۰۷	۱
۳	۳	۳۸	۲	۷۳	۲	۱۰۸	۳
۴	۱	۳۹	۲	۷۴	۴	۱۰۹	۴
۵	۲	۴۰	۳	۷۵	۴	۱۱۰	۲
۶	۳	۴۱	۳	۷۶	۳	۱۱۱	۲
۷	۱	۴۲	۱	۷۷	۱	۱۱۲	۳
۸	۳	۴۳	۳	۷۸	۲	۱۱۳	۴
۹	۱	۴۴	۲	۷۹	۲	۱۱۴	۲
۱۰	۳	۴۵	۲	۸۰	۱	۱۱۵	۱
۱۱	۴	۴۶	۴	۸۱	۴	۱۱۶	۲
۱۲	۴	۴۷	۳	۸۲	۲	۱۱۷	۳
۱۳	۱	۴۸	۳	۸۳	۳	۱۱۸	۳
۱۴	۳	۴۹	۲	۸۴	۴	۱۱۹	۴
۱۵	۲	۵۰	۱	۸۵	۲	۱۲۰	۲
۱۶	۱	۵۱	۱	۸۶	۴	۱۲۱	۱
۱۷	۱	۵۲	۳	۸۷	۳	۱۲۲	۱
۱۸	۲	۵۳	۴	۸۸	۴	۱۲۳	۲
۱۹	۴	۵۴	۲	۸۹	۴	۱۲۴	۴
۲۰	۲	۵۵	۳	۹۰	۲	۱۲۵	۳
۲۱	۴	۵۶	۴	۹۱	۱	۱۲۶	۲
۲۲	۴	۵۷	۳	۹۲	۱	۱۲۷	۲
۲۳	۱	۵۸	۲	۹۳	۱	۱۲۸	۴
۲۴	۳	۵۹	۱	۹۴	۴	۱۲۹	۲
۲۵	۳	۶۰	۲	۹۵	۲	۱۳۰	۳
۲۶	۲	۶۱	۲	۹۶	۴	۱۳۱	۲
۲۷	۴	۶۲	۱	۹۷	۳	۱۳۲	۴
۲۸	۱	۶۳	۱	۹۸	۲	۱۳۳	۴
۲۹	۲	۶۴	۲	۹۹	۱	۱۳۴	۲
۳۰	۳	۶۵	۱	۱۰۰	۳	۱۳۵	۳
۳۱	۲	۶۶	۱	۱۰۱	۱	۱۳۶	۴
۳۲	۳	۶۷	۴	۱۰۲	۳	۱۳۷	۴
۳۳	۳	۶۸	۳	۱۰۳	۳	۱۳۸	۴
۳۴	۳	۶۹	۱	۱۰۴	۱	۱۳۹	۴
۳۵	۱	۷۰	۱	۱۰۵	۳	۱۴۰	۳

۱۴۱	۴	۱۶۶	۴	۱۹۱	۱	۲۱۶	۳
۱۴۲	۴	۱۶۷	۳	۱۹۲	۲	۲۱۷	۳
۱۴۳	۲	۱۶۸	۴	۱۹۳	۴	۲۱۸	۳
۱۴۴	۳	۱۶۹	۳	۱۹۴	۱	۲۱۹	۳
۱۴۵	۴	۱۷۰	۳	۱۹۵	۳	۲۲۰	۲
۱۴۶	۲	۱۷۱	۲	۱۹۶	۴	۲۲۱	۳
۱۴۷	۳	۱۷۲	۳	۱۹۷	۲	۲۲۲	۲
۱۴۸	۱	۱۷۳	۳	۱۹۸	۳	۲۲۳	۲
۱۴۹	۲	۱۷۴	۳	۱۹۹	۴	۲۲۴	۱
۱۵۰	۱	۱۷۵	۴	۲۰۰	۴	۲۲۵	۲
۱۵۱	۳	۱۷۶	۱	۲۰۱	۳	۲۲۶	۴
۱۵۲	۱	۱۷۷	۳	۲۰۲	۴	۲۲۷	۴
۱۵۳	۲	۱۷۸	۴	۲۰۳	۳	۲۲۸	۳
۱۵۴	۴	۱۷۹	۱	۲۰۴	۳	۲۲۹	۴
۱۵۵	۱	۱۸۰	۳	۲۰۵	۲	۲۳۰	۱
۱۵۶	۳	۱۸۱	۲	۲۰۶	۳	۲۳۱	۳
۱۵۷	۲	۱۸۲	۴	۲۰۷	۱	۲۳۲	۲
۱۵۸	۳	۱۸۳	۱	۲۰۸	۳	۲۳۳	۴
۱۵۹	۱	۱۸۴	۱	۲۰۹	۱	۲۳۴	۱
۱۶۰	۳	۱۸۵	۴	۲۱۰	۳	۲۳۵	۴
۱۶۱	۴	۱۸۶	۴	۲۱۱	۱	۲۳۶	۴
۱۶۲	۲	۱۸۷	۴	۲۱۲	۴	۲۳۷	۲
۱۶۳	۴	۱۸۸	۲	۲۱۳	۱	۲۳۸	۱
۱۶۴	۲	۱۸۹	۲	۲۱۴	۴	۲۳۹	۲
۱۶۵	۲	۱۹۰	۴	۲۱۵	۱	۲۴۰	۴