

۱- اگر  $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{x+3}{x^2+ax+b} = -\infty$  حاصل  $a+b$  کدام است؟

$x \rightarrow -5$   
۲۵ (۲)

۲۰ (۱)

۴۰ (۳)

۳۵ (۴)

آزمونهای گزینه ۲ <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۲- اگر  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax+4}{x^2-2x+1} = +\infty$ ، مجموعه‌ی مقادیر قابل قبول برای  $a$  کدام است؟

$x \rightarrow 1$   
{-۴} (۲)

{۴} (۱)

(-۴, +∞) (۳)

(-∞, ۴) (۴)

آزمونهای گزینه ۲ <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۳- اگر نمودار  $f$  و  $g$  در اطراف نقطه به طول ۲، به شکل زیر باشد،

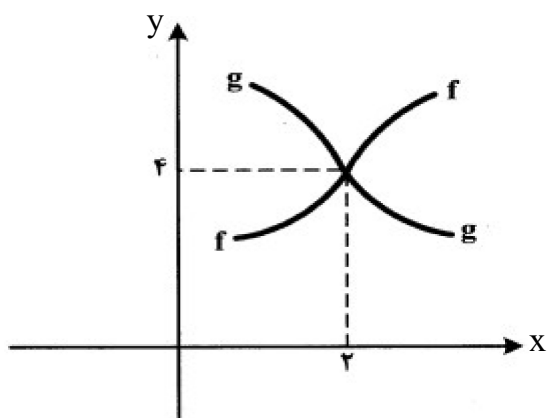
حاصل  $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{[f(x)] - [g(x)]}{f(x) - g(x)}$  کدام است؟ ( [ ] نماد جزء صحیح است.)

(۱) ۰

(۲)  $+\infty$

(۳)  $-\infty$

(۴) ۱



آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۴- حد تابع  $f(x) = \frac{1}{x - |x|}$  در همسایگی محذوف  $x = 0$  چگونه است؟

$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = +\infty$  (۲)

$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -\infty$  (۱)

$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$  (۴)

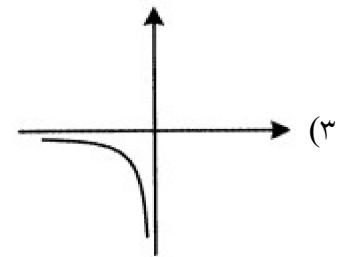
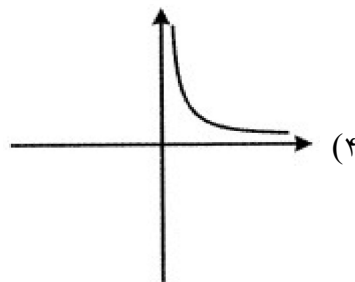
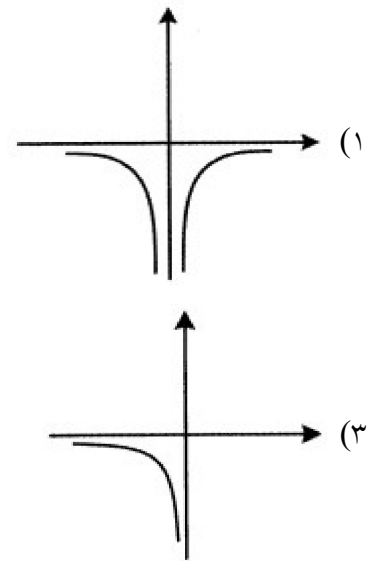
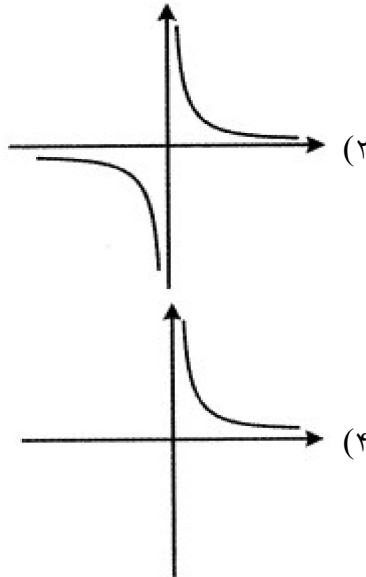
$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$  (۳)

$x \rightarrow 0^+$

$x \rightarrow 0^+$

آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۵- نمودار تابع  $f(x) = \frac{1}{x - |x|}$  در مجاورت مجانب قائم خود چگونه است؟



آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۶- معادله مجانب قائم نمودار تابع  $f(x) = \frac{x^2 + 7x + 6}{2x^2 + 5x + 3}$  کدام است؟

- (۴)  $x = -\frac{3}{2}, -1$  (۳)  $x = -1$  (۲)  $x = \frac{-3}{2}$  (۱)

آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

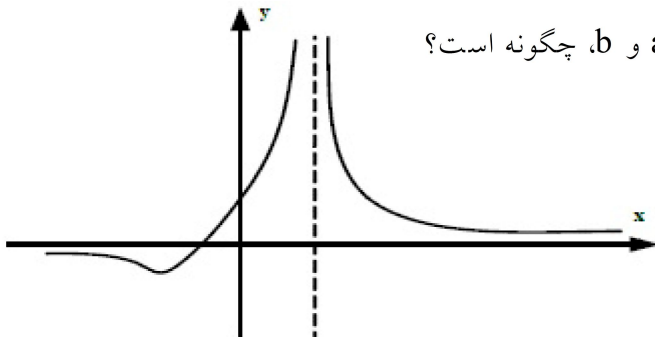
۷- حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1 - \cos x}{x^3}$  کدام است؟

- $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۴)  $+\infty$  (۳)  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۲)  $-\infty$  (۱)

آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۸- شکل مقابل نمودار تابع  $y = \frac{x+a}{x^2+bx+4}$  است. مقادیر  $a$  و  $b$  چگونه است؟

- $b = -4, a < 0$  (۲)  $b = 4, a < 0$  (۱)  
 $b = -4, a > 0$  (۴)  $b = 4, a > 0$  (۳)



سراسری <= تجربی <= ۹۳ (سراسری - آزاد)

۹- حاصل  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3}{2x^2 + 5x + 2} - \frac{4}{x^2 - 4}$  ، کدام است؟

(۱)  $-\frac{7}{12}$  (۲)  $-\frac{5}{12}$  (۳)  $\frac{5}{12}$  (۴)  $\frac{7}{12}$

سراسری <= تجربی <= ۹۳ (سراسری - آزاد)

۱۰- حد عبارت  $\frac{\cos x}{1 + \sin 3x}$  وقتی  $x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+$  کدام است؟

(۱)  $-\infty$  (۲)  $+\infty$  (۳)  $\frac{1}{3}$  (۴)  $-\frac{1}{3}$

آزمایشی سنجش <= آزمونهای سال سوم <= سال تحصیلی ۹۳-۹۴

۱۱- اگر  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{x^2 + ax + b} = +\infty$  ، آن گاه  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{x^2 + ax + b}$  کدام است؟

(۱)  $0/25$  (۲)  $0/5$  (۳)  $0/75$  (۴)  $1/25$

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= ۸۸

۱۲- خط به معادله  $y = \frac{a \cos x - 1}{2 \cos x + a}$  در بی نهایت دور بر منحنی  $y = \frac{a \cos x - 1}{2 \cos x + a}$  مماس است، معادله یکی از مجانبهای آن کدام است؟

(۱)  $y = \frac{1}{2}$  (۲)  $y = 2$  (۳)  $x = \frac{4\pi}{3}$  (۴)  $x = \frac{5\pi}{3}$

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= ۸۲

۱۳- اگر  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{a}{x^2 - 3x} - \frac{x - 1}{x^2 + 4x} \right) = b$  مقدار  $ab$  کدام است؟ ( $a, b \in \mathbb{R}$ )

(۱)  $-\frac{17}{2}$  (۲)  $-17$  (۳)  $\frac{6}{7}$  (۴)  $-\frac{17}{12}$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۵ - ۹۶

۱۴- در تابع  $y = \log \frac{x - 2}{2x - 1}$  حد راست در  $x = 2$  و حد چپ در  $x = \frac{1}{2}$  به ترتیب ، کدام است؟

(۱)  $+\infty$  و  $+\infty$  (۲)  $+\infty$  و  $-\infty$  (۳)  $-\infty$  و  $-\infty$  (۴)  $-\infty$  و  $+\infty$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۵ - ۹۶

۱۵- حدود  $a$  کدام باشد تا  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{a + [-x]}{x^2 - 1}$  برابر  $-\infty$  شود؟ ( [ ] نماد جزء صحیح است.)

(۱)  $a > 2$  (۲)  $a < -1$  (۳)  $1 < a < 2$  (۴)  $a$  یافت نمی‌شود.

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۵ - ۹۶

۱۶- اگر  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x^2 + x} - \frac{a}{x^2 + 2x} \right) = b$  باشد، مقدار  $ab$  کدام است؟

(۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) -۲

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۳ - ۹۴

۱۷- اگر حد تابع  $f(x) = \frac{1}{x^2 + ax + b}$  وقتی  $x \rightarrow 1$  برابر  $+\infty$  شود، مقدار  $ab$  کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) -۱ (۴) -۲

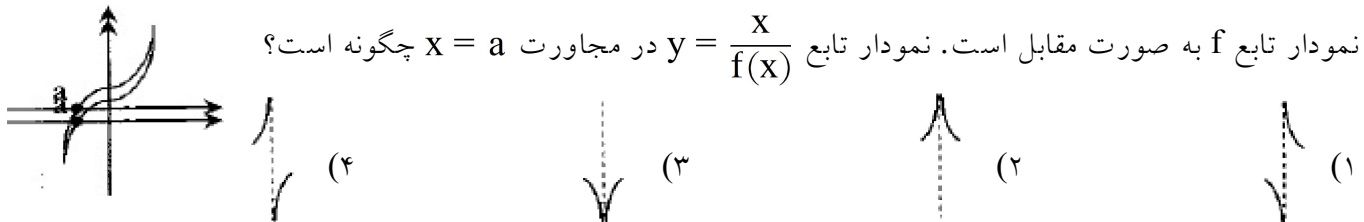
آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۲ - ۹۳

۱۸- منحنی  $y = \frac{-x}{\sqrt{x-1}}$  در اطراف خط  $x=1$  چگونه شکلی دارد؟



آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= سال تحصیلی ۸۸ - ۸۹

۱۹- نمودار تابع  $f$  به صورت مقابل است. نمودار تابع  $y = \frac{x}{f(x)}$  در مجاورت  $x = a$  چگونه است؟



آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۲ - ۹۳

۲۰- مجموعه‌ی همهی مقادیر ممکن برای  $a$  به طوری که  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{a + (-1)^{[x]}}{x^2 - 4} = +\infty$  باشد، کدام است؟

(۱)  $-1 < a < 1$  (۲)  $-2 < a < 2$  (۳)  $|a| > 1$  (۴)  $\emptyset$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۲ - ۹۳

$$x = 2$$



۲۱- نمودار تابع  $f(x) = \frac{x-3}{2x^2+ax+b}$  در مجاورت  $x=2$  به صورت مقابل است.  $a-b$  کدام است؟

- (۱) -۱۶  
(۲) ۱۶  
(۳) ۸  
(۴) -۸

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۴ - ۹۳

۲۲- مجانب قائم تابع  $y = \frac{1}{x^3+x-1}$  در کدام بازه است؟

- (۱)  $(0, \frac{1}{4})$       (۲)  $(\frac{1}{4}, \frac{1}{2})$       (۳)  $(\frac{1}{2}, \frac{3}{4})$       (۴)  $(\frac{3}{4}, 1)$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۱ - ۹۰

در مجاورت مجانب قائم آن به کدام صورت است؟

۲۳- نمودار تابع



آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۰ - ۸۹

۲۴- اگر  $x = -1$  مجانب قائم تابع  $y = \frac{x^3 - 4x^2 + x + 2}{mx^2 - 2x + 1}$  باشد، عرض از مبدأ مجانب مایل آن چقدر است؟


- (۱)  $-\frac{14}{9}$       (۲)  $\frac{14}{9}$       (۳)  $-\frac{10}{3}$       (۴)  $\frac{10}{3}$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۰ - ۸۹

۲۵- نمودار منحنی  $y = \frac{-x}{\sqrt{x-1}}$  در اطراف خط  $x = 1$  چگونه است؟



آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= سال تحصیلی ۸۹ - ۸۸

۲۶- حدود  $m$  را چنان تعیین کنید که تابع  $f(x) = \frac{m - 2}{\cos x - 1}$  در همسایگی مجانب قائم خود به صورت  باشد؟

- (۱)  $m > -2$  (۲)  $m < -2$  (۳)  $m > 2$  (۴)  $m < 2$
- آزمونهای گزینه ۲ = ریاضی = ۸۶

۲۷- حد زیر را حساب کنید.

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 + \cos x}{1 - \sin x}$$

$$x \rightarrow \frac{\pi}{2}$$

مسائل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی = سال سوم = حسابان

۲۸- حد زیر را حساب کنید.

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \cot(x)$$

$$x \rightarrow 0^-$$

مسائل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی = سال سوم = حسابان

۲۹- حد زیر را حساب کنید.

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \cot(x)$$

$$x \rightarrow 0^+$$

مسائل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی = سال سوم = حسابان

۳۰- حد زیر را حساب کنید.

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \tan(x)$$

$$x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+$$

مسائل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی = سال سوم = حسابان

۳۱- حد زیر را حساب کنید.

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \tan(x)$$

$$x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-$$

مسائل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی = سال سوم = حسابان

۳۲- حد زیر را حساب کنید.

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{[x] - 3}{x - 3}$$

$$x \rightarrow 3^-$$

مسائل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی = سال سوم = حسابان

۳۳- حد زیر را حساب کنید.

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x^2 - x}}{x - x^2}$$

مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی <= سال سوم <= حسابان

۳۴- حد زیر را حساب کنید.

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{\sqrt{x^2 - 9}}{x - 3}$$

مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی <= سال سوم <= حسابان

۳۵- حد زیر را حساب کنید.

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - 4}{|x - 2|}$$

مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی <= سال سوم <= حسابان

۳۶- حد زیر را حساب کنید.

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x + 3}{x^2 + x - 2}$$

مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی <= سال سوم <= حسابان

۳۷- حد زیر را حساب کنید.

$$\lim_{x \rightarrow (-a)^+} \frac{x - a}{x^2 - a^2}$$

مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی <= سال سوم <= حسابان

۳۸- تعداد مجانبهای قائم تابع  $y = \operatorname{tg} x$  را در فاصله  $[-2\pi, 2\pi]$  به دست آورید.

سوالات و مطالب تالیفی <= ۸۵ <= سوال تستی و تشریحی

۳۹- چنانچه داشته باشیم:

حاصل  $a + b$  چطور است؟

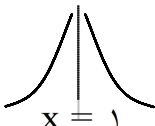
$\frac{-16}{3}$  (۴)

$\frac{-8}{3}$  (۳)

$\frac{16}{3}$  (۲)

$\frac{8}{3}$  (۱)

سوالات و مطالب تالیفی <= ریاضی. <= ۸۰-۸۱. و سوالات و مطالب تالیفی <= تجربی. <= ۸۰-۸۱.

۴۰- اگر نمودار تابع  $y = \frac{2x - 1}{ax^2 + bx + c}$  در اطراف  $x = 1$  به صورت  باشد و  $|a| = 1$ ، حاصل  $a + b + c$  چیست؟

۰ (۴)

-۲ (۳)

۴ (۲)

۱ (۱)

سنجش علمی آزمون یار <= ۸۱-۸۲ <= متوسطه

۴۱- اگر  $f(x) = 2x + \sqrt{4x^2 + x}$  باشد، حاصل  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  کدام است؟

صفر (۴)

$-\frac{1}{4}$  (۳)

$-\frac{1}{2}$  (۲)

-۱ (۱)

سراسری <= تجربی <= ۹۸

۴۲- حاصل  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (2x - \sqrt{4x^2 + x - 1})$ ، کدام است؟

$\frac{1}{2}$  (۴)

$-\frac{1}{4}$  (۳)

$-\frac{1}{2}$  (۲)

-۱ (۱)

آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۴۳- فاصله نقطه تلاقی مجانب‌های منحنی به معادله  $y = \frac{3x - 1}{x - \sqrt{x + 2}}$  از نیمساز ربع اول کدام است؟

۲ (۴)

$\sqrt{5}$  (۳)

$\sqrt{2}$  (۲)

$\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۱)

آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۴۴- حاصل  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(x - 1)(x - 2)(x - 3)(x - 4) - x^4}{x^3 - \sqrt{x^6 + 9x^3 + 2}}$  کدام است؟

$-\infty$  (۴)

$\frac{10}{3}$  (۳)

۰ (۲)

-۵ (۱)

آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸



۴۵- حاصل  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( x - \sqrt{x^2 + 2x} \right)$  کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) ۲

آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۴۶- اگر  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x f(x) = 4$  باشد، حاصل  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \left( \sqrt{9 + f(x)} - 3 \right)$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{2}{3}$  (۲) صفر (۳)  $\frac{3}{4}$  (۴) ۹

آزمایشی سنجش <= آزمونهای سال سوم <= سال تحصیلی ۹۴-۹۵

۴۷- اگر  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{mx^n + 3x^2 - 1}{3x^n - 2x^2 + 3} = 4$  باشد، کدام نمی‌تواند مقدار  $m + n$  باشد؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۳ (۳) ۱۵ (۴) ۲۱

آزمایشی سنجش <= آزمونهای سال سوم <= سال تحصیلی ۹۴-۹۵

۴۸- حد عبارت  $x + \sqrt[3]{x^2 - x^3}$  وقتی  $x \rightarrow -\infty$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{3}$  (۲)  $-\frac{1}{3}$  (۳)  $\frac{1}{6}$  (۴)  $-\frac{1}{6}$

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۴-۹۵

۴۹- عرض از مبدا خط مجانب مایل نمودار تابع  $y = \frac{x^2 - \sqrt{x^2 - 4x}}{x + 2}$  وقتی  $x \rightarrow +\infty$  کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) -۳ (۳) ۱ (۴) ۲

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۲-۹۳

۵۰- حاصل  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( x - \sqrt{x^2 - 4x} \right)$  کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) -۲ (۴) ۲

آزمایشی سنجش <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۳-۹۴

۵۱- اگر  $f(x) = \frac{2^x - 2^{-x}}{2^x + 2^{-x}}$  حاصل  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) بی‌معنی

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۲-۹۳

۵۲- حاصل  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 - x\sqrt{x}}{\sqrt{x^3 - 5x^2}}$  ، کدام است؟

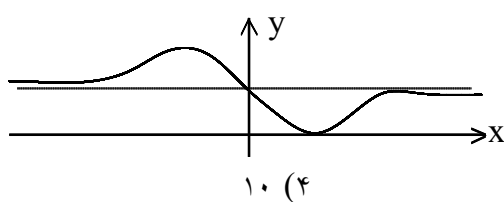
- (۱) -۱      (۲) ۲      (۳)  $\frac{1}{5}$       (۴)  $-\frac{2}{5}$

آزمایشی سنجش => آزمونهای سال سوم => سال تحصیلی ۹۳-۹۴

۵۳- نمودار تابع  $y = \frac{2x^2 + ax + b}{x^2 + x + 1}$  مجانب خود را روی محور عرضها قطع می کند و ماکسیمم آن در ناحیه ی اول است. مقادیر  $a, b$  چگونه اند؟

- (۱)  $a > 2, b = 2$       (۲)  $a = 2, b > 2$       (۳)  $a > 2, b = -2$       (۴)  $a < 2, b = 2$

آزمایشی سنجش => ریاضی => سال تحصیلی ۹۳-۹۴



۵۴- شکل روبه رو، نمودار تابع با ضابطه ی  $f(x) = \frac{ax^2 + bx + 8}{x^2 + 4}$  است.

$a + b$  کدام است؟

- (۱) -۷      (۲) -۶      (۳) ۹      (۴) ۱۰

سراسری => تجربی => ۹۴

۵۵- در تابع با ضابطه ی  $f(x) = \frac{ax^n + 15}{3x - \sqrt{4x^2 + 15x}}$  ، اگر  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$  باشد، آنگاه  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$  کدام است؟

- (۱) -۶      (۲) -۴      (۳) ۳      (۴) ۵

سراسری => تجربی => ۹۴

۵۶- اگر  $a + b$  باشد، کدام است؟

- (۱)  $\frac{3}{2}$       (۲)  $\frac{5}{2}$       (۳)  $\frac{9}{4}$       (۴)  $\frac{7}{4}$

آزمایشی سنجش => ریاضی => ۹۰

۵۷- در تابع با ضابطه  $f(x) = \frac{3 - \sqrt{x^2 + 5}}{ax^n + 4}$ ، اگر  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \frac{1}{3}$  باشد، آنگاه  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$  کدام است؟

(۱)  $\frac{1}{3}$  (۲)  $\frac{2}{3}$  (۳)  $\frac{3}{4}$  (۴)  $\frac{3}{2}$

سراسری <= تجربی <= ۹۰

۵۸- حاصل  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( x \sqrt{\frac{x-1}{x+1}} - x \right)$  کدام است؟

(۱) -۱ (۲) صفر (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴) ۱

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= ۸۹

۵۹- اگر  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^n + x^2 - 4}{3x^2 - 2x^3 + x} = 2$  باشد،  $a + n$  کدام است؟

(۱) -۱ (۲) -۲ (۳) ۱ (۴) ۲

آزمایشی سنجش <= تجربی <= ۸۹

۶۰- مجانب‌های نمودار تابع  $f(x) = \frac{4x^2 - 2}{x^3 - 2x^2 + x}$  در نقطه  $(-2, 4)$  متقاطع‌اند. این منحنی محور  $x$ ها را با کدام طول قطع می‌کند؟

(۱) -۳ (۲) -۲ (۳) ۲ (۴) ۳

آزمایشی سنجش <= تجربی <= ۸۸

۶۱- اگر  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(a-1)x^3 - 4x - 2}{ax - x^3} = 2$ ، آنگاه حد کسر مفروض در  $x=0$  کدام است؟

(۱) ۲ (۲)  $\frac{2}{3}$  (۳) -۱ (۴)  $-\frac{4}{3}$

آزمایشی سنجش <= تجربی <= ۸۷

۶۲- اگر  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax + 9}{1 - x + \sqrt{x+1}} = 3$  باشد، آنگاه حد این کسر وقتی  $x \rightarrow 3$  کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۵

سراسری <= تجربی <= ۹۲ (سراسری - آزاد)

۶۳- در تابع  $f(x) = \frac{ax^2 - \sqrt{25x + 14}}{3x^n - 4x - 4}$  اگر  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \frac{2}{3}$  باشد.  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{75}{64}$  (۲)  $\frac{93}{64}$  (۳)  $\frac{103}{128}$  (۴)  $\frac{105}{128}$

آزمایشی سنجش => ریاضی => سال تحصیلی ۹۱-۹۲ و آزمایشی سنجش => آزمونهای سال سوم => سال تحصیلی ۹۱-۹۲

۶۴- نمودار تابع  $y = \frac{x - \sqrt{x^2 + x}}{2x - 1}$  چند خط مجانب دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

آزمایشی سنجش => تجربی => سال تحصیلی ۹۰-۹۱

۶۵- اگر  $f(x) = \frac{x+3}{2x+1}$  و  $g(x) = \frac{2x-1}{x+2}$  باشند، نقطه تلاقی مجانبهای تابع fog کدام است؟

- (۱) (-۱, ۱) (۲) (-۱, ۰) (۳) (-۲, ۲) (۴) (۰, ۱)

سراسری => تجربی => ۹۱

۶۶- نمودار تابع با ضابطه  $f(x) = \frac{ax+1 + \sqrt{4x^2+9}}{3x-2}$  از نقطه‌ی (۲, ۱) می‌گذرد،  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{1}{3}$  (۲) ۱ (۳)  $\frac{2}{3}$  (۴)  $\frac{1}{3}$

سراسری => تجربی => ۹۱

۶۷- منحنی به معادله  $y\sqrt{x^2+1} = 2x-1$  از نظر مجانب کدام وضع را دارد؟

- (۱) دو مجانب متقاطع (۲) دو مجانب موازی (۳) یک مجانب (۴) فاقد مجانب

آزمایشی سنجش => تجربی => ۸۶

۶۸- اگر  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(a-1)x^n - 2x^3}{2x^2 - 3x^4} = -2$  مقدار  $a-n$  کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

آزمایشی سنجش => تجربی => ۸۶

۶۹- حد عبارت  $\frac{x^2 \sin \frac{1}{x}}{x+5}$  وقتی  $x \rightarrow \infty$  کدام است؟

- (۱) ۰ (۲) ۱ (۳)  $\infty$  (۴) حد ندارد  
 آزمایشی سنجش = <= تجربی <= ۸۶

۷۰- حاصل  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x - \sqrt{x^2 - x}}{x - \sqrt{2 - x}}$  کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳  
 آزمایشی سنجش = <= تجربی <= ۸۶

۷۱- حد کسر  $\frac{x^{m+3} + nx + m}{mx^{n-2} - mx + n-1}$  با شرط  $n > 3$ ، وقتی  $x \rightarrow \infty$  برابر -۲ است  $m + n$  کدام است؟

- (۱) ۳/۵ (۲) ۴ (۳) ۴/۵ (۴) ۵  
 سراسری = <= تجربی <= ۸۴

۷۲- حاصل  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt[3]{8x^3 + 2x^2} - 2x)$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{4}$  (۲)  $\frac{1}{3}$  (۳)  $\frac{1}{4}$  (۴)  $\frac{1}{6}$   
 سراسری = <= ریاضی <= ۸۴

۷۳- خط به معادله  $y = \frac{3}{4}$  موازی افقی نمودار تابع  $f$  با ضابطه  $f(x) = \frac{Ax^3 + 1}{(A-1)x^3 + 16}$  است موازی قائم

- نمودار تابع  $f$  کدام است؟  
 (۱)  $x = -4$  (۲)  $x = -2$  (۳)  $x = 2$  (۴)  $x = 4$   
 سراسری = <= ریاضی <= ۸۲

۷۴- اگر  $f(x) = 2^x + 2^{-x}$  و  $g(x) = 2^x - 2^{-x}$ ، آنگاه  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{f}{g}\right)(x)$  کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) ۰ (۳) ۱ (۴)  $\infty$   
 آزمایشی سنجش = <= ریاضی <= ۸۲

۷۵- حد کسر  $\frac{3x - x^2}{x^2 + \sqrt{x^4 - x^3}}$  وقتی  $x \rightarrow \pm\infty$  کدام است؟

- (۱) -۱      (۲)  $-\frac{1}{2}$       (۳) ۰      (۴)  $\frac{1}{2}$

آزمایشی سنجش => تجربی => ۸۲

۷۶-  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x - \sqrt{x^2 + 4}}{x + \sqrt{2 - x}}$  کدام است؟

- (۱) -۲      (۲) ۰      (۳) ۱      (۴) ۲

آزمایشی سنجش => تجربی => ۸۲

۷۷- حد عبارت  $\frac{x - \sqrt{x^2 + 4x}}{3x - 2}$  وقتی  $x \rightarrow -\infty$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{2}{3}$       (۲) ۰      (۳)  $\frac{1}{3}$       (۴)  $\frac{2}{3}$

آزمایشی سنجش => ریاضی => ۸۲

۷۸- نقطه تلاقی مجانب‌های منحنی به معادله  $xy - 2x + 3y = 1$  کدام است؟

- (۱)  $(-3, 2)$       (۲)  $(2, -3)$       (۳)  $(3, -2)$       (۴)  $(-2, 3)$

آزمایشی سنجش => ریاضی => ۸۱

۷۹- حد عبارت  $\frac{3x - \sqrt{x^2 + x}}{x + \sqrt{1 - 4x}}$  وقتی  $x \rightarrow -\infty$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{2}{3}$       (۲)  $\frac{4}{3}$       (۳) ۲      (۴) ۴

آزمایشی سنجش => ریاضی => ۸۰

۸۰- اگر در تابع  $f(x) = \frac{ax^3 + bx^2 - bx + 4}{2x^3 - 2}$  داشته باشیم،  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2$ ، حاصل  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  کدام است؟

- (۱) -۱      (۲) -۴      (۳) -۲      (۴) -۸

آزمونهای گزینه ۲ => تجربی => سال تحصیلی ۹۵ - ۹۴

۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

نکته: فرض کنیم  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L \neq 0$  و  $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$ . در این صورت اگر  $L < 0$  و تابع  $g(x)$  در

همسایگی محذوفی از  $a$  مثبت باشد، آنگاه:  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)}$

ابتدا توجه کنید که  $\lim_{x \rightarrow -5} (x + 3) = -2$ ، بنابراین برای اینکه حد کسر برابر  $-\infty$  شود، با توجه به نکته‌ی بالا

باید وقتی  $x \rightarrow -5$ ، عبارت  $x^2 + ax + b$  با مقادیر مثبت به صفر میل کند، پس باید عدد  $-5$  ریشه‌ی مضاعف مخرج باشد، به عبارت دیگر باید داشته باشیم:

$$x^2 + ax + b = (x + 5)^2 = x^2 + 10x + 25 \Rightarrow \begin{cases} a = 10 \\ b = 25 \end{cases} \Rightarrow a + b = 35$$

۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

نکته: فرض کنیم  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L \neq 0$  و  $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$ . در این صورت اگر  $L > 0$  و تابع  $g(x)$  در

همسایگی محذوفی از  $a$  باشد، آنگاه:  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = +\infty$

ابتدا دقت کنید که وقتی  $x \rightarrow 1$ ، عبارت  $x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2$  با مقادیر مثبت به صفر میل می‌کند، پس برای

آنکه داشته باشیم  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax + 4}{(x - 1)^2}$  باید مقدار صورت به‌ازای  $x = 1$  مثبت باشد، بنابراین:

$$a(1) + 4 > 0 \Rightarrow a + 4 > 0 \Rightarrow a > -4$$

۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$x \rightarrow 2^- \Rightarrow \begin{cases} g(x) > f(x) \Rightarrow f(x) - g(x) \rightarrow 0^- \\ 3 < f(x) < 4 \text{ و } 4 < g(x) < 5 \Rightarrow [f(x)] = 3 \text{ و } [g(x)] = 4 \end{cases}$$

۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. دامنه تابع بازه  $(0, +\infty)$  است یعنی فقط اعداد حقیقی منفی است.

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{2x} = -\infty$$

۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$f(x) \begin{cases} \frac{1}{x} & x \geq 0 \text{ بی معنی} \\ \frac{1}{2x} & x < 0 \end{cases} \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \frac{1}{0^-} = -\infty$$

۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$2x^2 + 5x + 3 = 0 \Rightarrow x = -1, -\frac{3}{2}$$

پس خط  $x = -\frac{3}{2}$  مجانب قائم است.

۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1 - \cos^2 x}{x^3 (1 + \cos x)} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin^2 x}{x^3 (2)} = \frac{\text{مثبت کراندار}}{0^-} = -\infty$$

$$f(0) > 0 \Rightarrow \frac{a}{4} > 0 \Rightarrow a > 0$$

۸- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

تابع دارای مجانب قائم مضاعف است پس:

$$\Delta = 0 \Rightarrow b^2 - 16 = 0 \Rightarrow$$

۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -2} \left( \frac{3}{2x^2 + 5x + 2} - \frac{4}{x^2 - 4} \right) &= \lim_{x \rightarrow -2} \frac{3}{(x+2)(2x+1)} - \frac{4}{(x+2)(x-2)} = \\ &= \lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x - 6 - 4x - 4}{(x+2)(2x+1)(x-2)} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{-5(x+2)}{(x+2)(2x+1)(x-2)} = \frac{-5}{(-3)(-4)} = \frac{-5}{12} \end{aligned}$$



۱۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با انتخاب  $x = \frac{\pi}{2} + t$  خواهیم داشت:

$$= \lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{-t(2)}{(3t)^2} = \lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{-2}{(9t)^2} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi^+}{2}} \frac{\cos x}{1 + \sin 3x} \xrightarrow{\text{HOP}} \lim_{x \rightarrow \frac{\pi^+}{2}} \frac{-\sin x}{3 \cos 3x} = \frac{-1}{0^+} = -\infty$$

روش دوم:

۱۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x}{x^2 + ax + b} = +\infty \Rightarrow x^2 + ax + b = (x - 5)^2 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x}{(x - 5)^2} = \frac{5}{4} = 1.25$$

۱۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$x = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow 2 \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) + a = 0 \Rightarrow a = 1$$

$$2 \cos x + 1 = 0 \Rightarrow \cos x = -\frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{4\pi}{3}$$

۱۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{ax + 4a - x^2 + 11x - 24}{x(x-3)(x+4)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-x^2 + (11+a)x + 4a - 24}{-12x} = b \quad (*)$$

حد مخرج صفر است، ولی حاصل عددی حقیقی است، پس باید حد صورت هم صفر باشد.

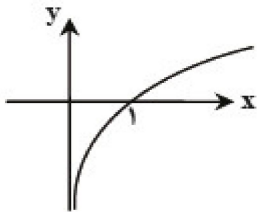
$$\lim_{x \rightarrow 0} (-x^2 + (11+a)x + 4a - 24) = 0 \Rightarrow 4a - 24 = 0 \Rightarrow a = 6$$

با جایگذاری در (\*) داریم:

$$b = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-x^2 + 17x}{-12x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-x + 17}{-12} = -\frac{17}{12}$$

$$ab = -\frac{17}{2} \quad \text{بنابراین:}$$

۱۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. نکته: نمودار تابع  $\log_a x$  به ازای  $a > 1$  به صورت روبه‌رو است:



$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \log \frac{x-2}{2x-1} = \log \frac{0^+}{3} = -\infty$$

$$x \rightarrow 2^+$$

$$\lim_{x \rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^-} \log \frac{x-2}{2x-1} = \log \frac{-\frac{3}{2}}{-1} = \log +\infty = +\infty$$

$$x \rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^-$$

۱۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\left\{ \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{a + [-x]}{x^2 - 1} = \frac{a - 2}{0^+} = -\infty \Rightarrow a - 2 < 0 \Rightarrow a < 2 \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{a + [-x]}{x^2 - 1} = \frac{a - 1}{0^-} = -\infty \Rightarrow a - 1 > 0 \Rightarrow a > 1 \end{array} \right. \Rightarrow 1 < a < 2$$

۱۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا عبارت را با مخرج مشترک گیری ساده می کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x-2) - a(x+1)}{x(x+1)(x+2)} = b \quad (*)$$

$x \rightarrow 0$

چون حد مخرج کسر صفر است، باید حد صورت هم صفر باشد، (زیرا در غیر این صورت حاصل حد، عدد حقیقی نمی شود):

$$\lim_{x \rightarrow 0} (x+2) - a(x+1) = 0 \Rightarrow 2 - a = 0 \Rightarrow a = 2$$

با جای گذاری در (\*) داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x+2 - 2x - 2}{x(x+1)(x+2)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-x}{x(x+1)(x+2)} = -\frac{1}{2} \Rightarrow b = -\frac{1}{2}$$

در نتیجه:  $a \cdot b = -1$

۱۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. حد این تابع هم در  $1^-$  و هم در  $1^+$  برابر  $+\infty$  شده است.

پس مخرج در  $x = 1$  تغییر علامت نمی دهد و باید به صورت  $(x-1)^2$  باشد:

$$x^2 + ax + b = (x-1)^2 \Rightarrow a = -2, b = 1 \Rightarrow ab = -2 \times 1 = -2$$

۱۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. دامنه ی تابع  $x > 1$  می باشد پس در این تابع فقط حد راست در  $x_0 = 1$  قابل بررسی است.

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{-x}{\sqrt{x-1}} = \frac{-1}{0^+} = -\infty$$

۱۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در نقطه ی  $x = a$ ، حد تابع  $f(x)$  برابر صفر است و چون  $a < 0$ ، پس:

$$\lim_{x \rightarrow a^+} \frac{x}{f(x)} = \frac{a}{0^+} = -\infty \quad \lim_{x \rightarrow a^-} \frac{x}{f(x)} = \frac{a}{0^-} = +\infty$$

$x \rightarrow a^+$

$x \rightarrow a^-$

۲۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{a + (-1)^{[x]}}{x^2 - 4} = \frac{a+1}{0^+} = +\infty \Rightarrow a+1 > 0 \Rightarrow a > -1$$

$x \rightarrow 2^+$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{a + (-1)^{[x]}}{x^2 - 4} = \frac{a-1}{0^-} = +\infty \Rightarrow a-1 < 0 \Rightarrow a < 1$$

$x \rightarrow 2^-$

۲۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اولاً  $X = 4$  مجانب قائم تابع است. ثانیاً  $X = 2$  ریشه مضاعف مخرج است، زیرا حد چپ و راست تابع در  $X = 2$  با هم برابر هستند، پس:

$$3x^2 + ax + b = 2(x - 2)^2 = 2(x^2 - 4x + 4) = 2x^2 - 8x + 8 \Rightarrow \begin{cases} a = -8 \\ b = 8 \end{cases} \Rightarrow a - b = -16$$

۲۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$g(x) = x^3 + x - 1$   
 $g(x)$  یک تابع پیوسته است و علاوه بر آن  $g(0)g(1) < 0$  و  $g$  یک تابع صعودی اکید است. پس  $g(x) = 0$  دقیقاً یک ریشه در بازه  $(0, 1)$  دارد. از طرفی:

پس ریشه‌ی مخرج در بازه  $(\frac{1}{2}, \frac{3}{4})$  است، پس مجانب قائم تابع یکتاست و در بازه  $(\frac{1}{2}, \frac{3}{4})$  است.


۲۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = \frac{\sin 2x}{x(x-3)} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{x(x-3)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2}{x-3} = \frac{-2}{3}$$

پس  $X = 0$  مجانب قائم تابع نمی‌باشد اما  $X = 3$  مجانب قائم تابع است.

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{\sin 2x}{x(x-3)} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{\sin \epsilon}{\epsilon} = -\infty$$

می‌دانیم  $0 < \sin \epsilon < \epsilon$  زیرا  $\epsilon$  رادیان یک زاویه در ناحیه چهارم است.  $(\frac{3\pi}{2} < \epsilon < 2\pi)$

به همین ترتیب  $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = +\infty$  پس نمودار  $f$  در همسایگی مجانب قائم آن به صورت  می‌باشد.

۲۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.  $X = -1$  ریشه مخرج است پس:

$$m + 2 + 1 = 0 \Rightarrow m = -3$$

$$x^2 - 4x^2 \quad | \quad -3x^2 - 2x$$

$$-x^2 - \frac{2}{3}x^2 \quad | \quad -\frac{1}{3}x + \frac{14}{9} \quad = +\frac{14}{9} \text{ عرض از مبدا مجانب مایل}$$

$$-\frac{14}{3}x^2$$

۲۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. دامنه‌ی تابع  $X > 1$  می‌باشد. پس در این تابع فقط حد راست در  $X = 1$  قابل بررسی

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{-x}{\sqrt{x-1}} = \frac{-1}{0^+} = -\infty$$

است.

$$x \rightarrow 1^+$$

$$f(x) = \frac{m - 2}{\cos x - 1} \quad \text{گزینه ۴ پاسخ صحیح است.}$$

مجانبات قائم:  $\begin{cases} x \rightarrow a \\ y \rightarrow \infty \end{cases} \Rightarrow x = a$

مجانبات قائم  $\cos x - 1 = 0 \Rightarrow \cos x = 1 \Rightarrow x = 2k\pi (k \in \mathbb{Z})$

$$\lim_{x \rightarrow 2k\pi} f(x) = +\infty \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2k\pi} \frac{m - 2}{\cos x - 1} = +\infty \Rightarrow \frac{m - 2}{-} = +\infty \Rightarrow m - 2 < 0 \Rightarrow m < 2$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 + \cos x}{1 - \sin x} = \frac{1}{+} = +\infty \quad -27$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \cot(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{1}{-} = -\infty \quad -28$$

توجه داشته باشید وقتی X از مقادیر کمتر از صفر به صفر نزدیک می‌شود، X در ناحیه‌ی چهارم است پس:  $\sin x < 0$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \cot(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{1}{+} = +\infty \quad -29$$

توجه داشته باشید وقتی X از مقادیر بیشتر از صفر، به صفر نزدیک می‌شود، X در ناحیه‌ی اول است، پس:  $\sin x > 0$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \tan x = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{1}{-} = -\infty \quad -30$$

توجه داشته باشید وقتی X از مقادیر بیشتر از  $\frac{\pi}{2}$ ، به  $\frac{\pi}{2}$  نزدیک می‌شود، X در ناحیه‌ی دوم است، پس:  $\cos x < 0$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \tan x = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{1}{+} = +\infty \quad -31$$

توجه داشته باشید وقتی X از مقادیر کمتر از  $\frac{\pi}{2}$ ، به  $\frac{\pi}{2}$  نزدیک می‌شود، X در ناحیه‌ی اول است، پس:  $\cos x > 0$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{[x] - 3}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{2 - 3}{x - 3} = \frac{-1}{-} = +\infty \quad -32$$

-۳۳

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{\sqrt{x^2 - 9}}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{\sqrt{x-3} \times \sqrt{x+3}}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{\sqrt{x+3}}{\sqrt{x-3}} = \frac{\sqrt{6}}{0^+} = +\infty$$

-۳۴

-۳۵

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x + 3}{(x^2 + x - 2)} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x + 3}{(x-1)(x+2)} = \frac{5}{(0^+)(3)} = +\infty$$

-۳۶

$$\lim_{x \rightarrow (-a)^+} \frac{x - a}{x^2 - a^2} = \lim_{x \rightarrow -a^+} \frac{1}{x + a} = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

-۳۷

$$y = \frac{\sin \Delta x}{\cos \Delta x}$$

-۳۸

$$-2\pi \leq (2k+1)\frac{\pi}{1} \leq 2\pi \Rightarrow -2 \leq 2k+1 \leq 2 \Rightarrow \frac{-2}{2} \leq k \leq \frac{2}{2} \Rightarrow -1 \leq k \leq 1 \Rightarrow \text{تعداد جواب ها} = 2$$

-۳۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\frac{3}{-x^2 + 3ax - b} = \frac{3}{-(x+2)^2} \Rightarrow -x^2 + 3ax - b = -x^2 - 4x - 4 \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{-4}{3} \Rightarrow a + b = \frac{8}{3} \\ b = 4 \end{cases}$$

۴۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. چون در  $x = 1$  تابع به  $+\infty$  رفته است، باید مخرج کسر ریشه مضاعف در  $x = 1$  داشته باشد.

$$y = \frac{2x-1}{(x-1)^2} : \lim_{x \rightarrow 1} y = +\infty \quad \text{یا} \quad y = \frac{2x-1}{-(x-1)^2} : \lim_{x \rightarrow 1} y = -\infty$$

بنابراین تابع سمت چپ قابل قبول است یعنی  $a = 1, b = -2, c = 1$  لذا  $a + b + c = 0$  می‌باشد.

۴۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. روش اول:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( 2x + \sqrt{4x^2 + x} \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(2x)^2 - 4x^2 - x}{2x - \sqrt{4x^2 + x}} = \frac{-x}{2x - \sqrt{4x^2}} = \frac{-x}{2x - (-2x)} = -\frac{1}{4}$$

روش دوم (با هم‌ارزی بی‌نهایت):

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( 2x + \sqrt{4x^2 + x} \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( 2x + \sqrt{4 \left| x + \frac{1}{4} \right|} \right) = 2x - 2x - \frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$$

۴۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

۴۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

مجانِب قائم مخرج کسر را صفر می‌کند.  $x - \sqrt{x+2} = 0 \Rightarrow x = 2$  .  $x \rightarrow \infty$  وقتی  $y$  حدّ افقی  $x$  -  $\sqrt{x+2}$  مجانب افقی  $y$  وقتی  $x \rightarrow \infty$

$$y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x-1}{x-\sqrt{x+2}} = 3$$

نقطه تلاقی مجانب‌ها  $A(2,3)$  است  $d = \frac{3-2}{\sqrt{1+1}}$

۴۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(-1-2-3-4)x^3 + \dots}{x^3 - |x^3|} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-10x^3}{2x^3} = -5$$

۴۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۴۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. داریم:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{9 + f(x)} - 3) &= \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{9 + f(x)} - 3) \times \frac{\sqrt{9 + f(x)} + 3}{\sqrt{9 + f(x)} + 3} \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x(\sqrt{9 + f(x)} - 3)}{\sqrt{9 + f(x)} + 3} \Rightarrow \frac{\lim_{x \rightarrow +\infty} x f(x)}{\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{9 + f(x)} + 3} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \end{aligned}$$

۴۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اگر  $n > 2$  باشد، حد برابر  $\frac{m}{3}$  است. لذا:

$$\frac{m}{3} = 4 \Rightarrow m = 12 \quad \text{و} \quad n = 3, 4, 5, \dots \Rightarrow m + n > 15$$

در حالت  $n = 2$  داریم  $\frac{(m+3)x^2}{x^2}$  در نتیجه:

$$m + 3 = 4 \Rightarrow m = 1 \Rightarrow m + n = 3$$

۴۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( x + \sqrt[3]{x^2 - x^3} \right) &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( x - \sqrt[3]{x^3 - x^2} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 - x^3 + x^2}{x^2 + \left( x \sqrt[3]{x^3 - x^2} + \sqrt[3]{x^3 - x^2} \right)^2} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2}{x^2 \left[ 1 + \sqrt[3]{1 - \frac{1}{x}} + \sqrt[3]{\left(1 - \frac{1}{x}\right)^2} \right]} = \frac{1}{1+1+1} = \frac{1}{3} \end{aligned}$$



۴۹- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است. مجانب مایل نمودار تابع  $y = \frac{x^2 - \sqrt{x^2 - 4x}}{x + 2}$  به صورت  $y = \frac{x^2 - |x - 2|}{x + 2}$  است. وقتی

$x \rightarrow +\infty$  از تقسیم صورت بر منخرج کسر  $y = \frac{x^2 - x + 2}{x + 2}$  حاصل می شود. معادله مجانب مایل آن به صورت  $y = x - 3$  است که عرض از مبدا آن  $-3$  است.

۵۰- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( x - 2\sqrt{(x-2)^2 - 4} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x - |x - 2|) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x - x + 2)$$

۵۱- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است. تابع با ضابطه  $f(x) = \frac{2^x - 2^{-x}}{2^x + 2^{-x}}$  به صورت  $f(x) = \frac{4^x - 1}{4^x + 1}$  خلاصه می شود. با

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1 \quad \text{خواهیم داشت} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} 4^x = 0 \quad \text{در نظر گرفتن}$$

۵۲- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است. در کسرها وقتی  $x \rightarrow \infty$  کافی است که در صورت و منخرج آن جمله ای با توان

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 - x\sqrt{x}}{\sqrt{x^3 - 5x^2}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2}{-5x^2} = -\frac{2}{5}$$

بیش تر مورد نظر باشد.

$$y = \frac{2x^2 + ax + b}{x^2 + x + 1} = 2 + \frac{(a-2)x}{x^2 + x + 1}$$

۵۳- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است. معادله ی مجانب منحنی منخرج کسر همواره مثبت است و منحنی همواره پیوسته است الزاماً مقدار ماکسیمم بزرگ تر از ۲ است.

۵۴- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا دقت کنید که مجانب افقی تابع، منحنی را در  $X=0$  قطع کرده است پس عرض مجانب افقی و عرض تابع در  $X=0$  باهم برابر است. بنابراین:

$$\Rightarrow a=2$$

از طرفی منحنی  $f$  در سمت راست محور  $y$ ها ( $X > 0$ ) بر محور  $X$ ها مماس است. پس معادله‌ی تلاقی منحنی با خط  $y=0$ ، ریشه‌ی مضاعف دارد.

$$\frac{ax^2 + bx + 8}{x^2 + 4} = 0 \Rightarrow ax^2 + bx + 8 = 0 \xrightarrow{a=2} 2x^2 + bx + 8 = 0$$

معادله‌ی حاصل باید ریشه‌ی مضاعف داشته باشد بنابراین:

$$\Delta = 0 \Rightarrow b^2 - 4(2)(8) = 0 \Rightarrow b^2 = 64 \quad b = \pm 8$$

اما به‌ازای  $b=8$  ریشه منفی است، درحالی‌که باید مثبت باشد:

$$2x^2 + 8x + 8 = 0 \Rightarrow 2(x^2 + 4x + 4) = 0 \Rightarrow 2(x+2)^2 = 0 \Rightarrow x = -2$$

$$a + b = 2 - 8 = -6$$

پس  $b = -8$  قابل قبول است در نتیجه:

۵۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax^n + 15}{3x - \sqrt{4x^2 + 15x}} = \frac{\infty}{\infty}$$

پس از هم‌ارزی جمله‌ی بزرگ‌تر برای رفع ابهام استفاده می‌کنیم.

چون مقدار حد، عددی مشخص است پس باید توان  $x$  در صورت و مخرج یکسان باشد یعنی  $n = 1$  و در نتیجه:

$$\frac{a}{5} = -1 \Rightarrow a = -5$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{-5x + 15}{3x - \sqrt{4x^2 + 15x}} = \frac{0}{0}$$

از هوییتال کمک می‌گیریم:

$$\text{Hop} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{-5}{3 - \frac{18x + 15}{2\sqrt{4x^2 + 15x}}} = \frac{-5}{3 - \frac{24 + 15}{2\sqrt{36 + 45}}} = \frac{-5}{3 - \frac{39}{18}} = \frac{-5}{\frac{54 - 39}{18}} = \frac{-5}{\frac{15}{18}} = -6$$

۵۶- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \left| 2x - \frac{1}{4} \right| + ax + b \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( -2x + \frac{1}{4} + ax + b \right) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -\frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow a + b = \frac{7}{4}$$

۵۷- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3-x}{ax^n} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x}{ax^n} = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} n = 1 \\ a = -2 \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3 - \sqrt{x^2 + 5}}{-2x + 4} \xrightarrow{H} \frac{-2x}{-2} = \frac{-4}{-2} = \frac{1}{3}$$

۵۸- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

۵۹- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^n + x^2 - 4}{3x^2 - 2x^3 + x} = 2 \Rightarrow n = 3, \frac{a}{-2} = 2 \Rightarrow \begin{cases} n = 3 \\ a = -4 \end{cases} \Rightarrow a + n = -1$$

۶۰- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$y = \frac{mx + n}{n - 2x} \quad \left( \frac{n}{2}, \frac{-m}{2} \right) = (4, -2) \rightarrow \begin{cases} n = 8 \\ m = 4 \end{cases}, y = \frac{4x + 8}{8 - 2x}$$

۶۱- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$\frac{a - 1}{-1} = -2 \rightarrow a = +3 \rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^3 - 4x}{3x - x^3} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^2 - 4}{3 - x^2} = -\frac{4}{3}$$

۶۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{-3}{-1 + \frac{1}{2\sqrt{x+1}}} = 4$$

۶۳- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است. در تابع مفروض  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \frac{2}{3}$  لذا صورت و مخرج کسر هم درجه است پس

$n = 2$  و  $a = 2$  پس خواهیم داشت:

۶۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$y = \frac{x - \sqrt{\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}}}{2x - 1}$$

$$y = \frac{x - \sqrt{x^2 + x}}{2x - 1}$$

در تابع  $y = \frac{x - \sqrt{x^2 + x}}{2x - 1}$  می توان نوشت:

معادله مجانب قائم آن  $2x - 1 = 0$  یا  $x = \frac{1}{2}$  است. در بینهایت تابع مانند تابع  $y = \frac{x - \left|x + \frac{1}{2}\right|}{2x - 1}$  یا

پس دارای ۳ مجانب است.  $y = \frac{x \pm \left(x + \frac{1}{2}\right)}{2x - 1}$  یا  $y = \frac{2x + \frac{1}{2}}{2x - 1}$ ,  $y = \frac{-\frac{1}{2}}{2x - 1}$  است. لذا تابع دو مجانب افقی  $y = 1$  و نیز دارد.

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = \frac{\frac{2x-1}{x+2} + 3}{\frac{4x-2}{x+2} + 1} = \frac{2x-1+3x+6}{4x-2+x+2} = \frac{5x+5}{5x} = \frac{x+1}{x}$$

۶۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} x=0 & \text{مجانب قائم} \\ y=1 & \text{مجانب افقی} \end{cases}$$

۶۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$f(2) = 1 \Rightarrow \frac{2a+1+5}{4} = 1 \Rightarrow 2a+6=4 \Rightarrow a=-1$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x+1+\sqrt{4x^2+9}}{3x-2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x+|2x|}{3x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x+2x}{3x} = \frac{1}{3}$$

۶۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$y = \frac{2x-1}{\sqrt{x^2+1}} \rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x}{|x|} \Rightarrow \begin{cases} y=2 \\ y=-2 \end{cases}$$

۶۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(a-1)x^n - 2x^3}{2x^2 - 3x^4} = -2 \Rightarrow \frac{a-1}{-3} = -2 \Rightarrow a=7 \Rightarrow a-n=3$$

$n=4$

۶۹- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 \sin \frac{1}{x}}{x+5} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 \left(\frac{1}{x}\right)}{x+5} = 1$$

۷۰- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

۷۱- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow \pm \infty} \frac{x^{m+3} + nx + m}{mx^{n-2} - mx + n - 1} = -2 \Rightarrow m + 3 = n - 2 \text{ و } \frac{1}{m} = -2$$

$$x \rightarrow \pm \infty \Rightarrow m = \frac{-1}{2} \text{ و } n = \frac{9}{2}$$

$$\Rightarrow m + n = 4$$

۷۲- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است. داریم :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[m]{ax^m + bx^{m-1} + cx^{m-2} + \dots} \approx \sqrt[m]{a} \left(x + \frac{b}{m \cdot a}\right) \text{ و } m \text{ فرد}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{8x^3 + 2x^2} \approx \sqrt[3]{8} \left(x + \frac{2}{24}\right)$$

بنابراین :

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \sqrt[3]{8x^3 + 2x^2} - 2x \right) = \lim_{x \rightarrow \infty} 2x + \frac{1}{6} - 2x = \frac{1}{6}$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm \infty} y = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{A}{A-1} = \frac{3}{2} \Rightarrow A = 3$$

۷۳- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$x \rightarrow \pm \infty$$

$$\text{مجانب قائم : } 2x^3 + 16 = 0 \Rightarrow x^3 = -8 \Rightarrow x = -2$$

۷۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x - x^2}{x^2 + \sqrt{x^4 - x^3}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\cancel{x} \left( \frac{3}{x} - 1 \right)}{\cancel{x} \left( 1 + \sqrt{1 - \frac{1}{x}} \right)} = \frac{-1}{2}$$

۷۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x - \sqrt{x^2 + 4}}{x + \sqrt{2 - x}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\cancel{x} \left( 1 + \sqrt{1 + \frac{4}{x^2}} \right)}{\cancel{x} \left( 1 + \sqrt{\frac{2 - x}{x}} \right)} = \frac{1 + 1}{1 + 0} = 2$$

۷۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x - \sqrt{x^2 + 4x}}{3x - 2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x - |x| \sqrt{1 + \frac{4}{x}}}{x \left( 3 - \frac{2}{x} \right)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x + x \sqrt{1 + \frac{4}{x}}}{x \left( 3 - \frac{2}{x} \right)} =$$

۷۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 + \sqrt{1 + \frac{4}{x}}}{3 - \frac{2}{x}} = \frac{2}{3}$$

۷۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$y(x + 3) = 2x + 1 \Rightarrow y = \frac{2x + 1}{x + 3} \Rightarrow \begin{cases} x = -3 & \text{مجانِب قائم} \\ y = 2 & \text{مجانِب افقی} \end{cases} \Rightarrow A \left| \begin{matrix} -3 \\ 2 \end{matrix} \right. \text{ نقطه تلاقی}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x - \left(-x - \frac{1}{2}\right)}{x + \sqrt{1 - 4x}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x + \frac{1}{2}}{x + \sqrt{1 - 4x}} \xrightarrow[\text{تقسیم بر } x]{\text{صورت و مخرج}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4 + \frac{1}{2x}}{\sqrt{1 - 4x} + \frac{1}{x}} = \frac{4 + 0}{1 + 0} = 4$$

بنابراین گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۸۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^n + bx^{n-1} + \dots + c}{a'x^m + b'x^{m-1} + \dots + c'} = \begin{cases} \infty & n > m \\ \frac{a}{a'} & n = m \\ 0 & n < m \end{cases}$$

نکته (قاعده ی پرتوان)

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax^3 + bx^2 - bx + 4}{2x^3 - 2} = 2$$

$$x \rightarrow 1$$

حد مخرج برابر صفر است، ولی حاصل حد عددی حقیقی است؛ پس باید حد صورت هم صفر باشد:

$$\lim_{x \rightarrow 1} (ax^3 + bx^2 - bx + 4) = 0 \Rightarrow a + b - b + 4 = 0 \Rightarrow a = -4$$

$$x \rightarrow 1$$

حال با استفاده از قاعده ی پرتوان داریم:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-4x^3 + bx^2 - bx + 4}{2x^3 - 2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-4x^3}{2x^3} = -2$$

$$x \rightarrow -\infty$$

$$x \rightarrow -\infty$$

دقت کنید در این سؤال نیازی به محاسبه ی مقدار  $b$  نیست، ولی می توان آنرا به صورت زیر به دست آورد:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{-4x^3 + bx^2 - bx + 4}{2x^3 - 2} = 2 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-4(x^3 - 1) + bx(x - 1)}{2(x^3 - 1)} = 2$$

$$x \rightarrow 1$$

$$x \rightarrow 1$$