

ساعت شروع: ۸ صبح	تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۳/۰۷	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه ۳
تعداد صفحه: ۲	نام و نام خانوادگی: رشته: ریاضی- فیزیک		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش <a href="http://aee.medu.gov.ir">http://aee.medu.gov.ir</a>			دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۲

ردیف	سوالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی و رادیکال) مجاز است.

## سوالات فصل اول

۱	ماتریس‌های $A = \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 8 & 3 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} x+1 & y+2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ باشد، آنگاه مقادیر $x$ و $y$ را به دست آورید.	۰/۵
۲	ماتریس $A = \begin{bmatrix} a_{ij} \end{bmatrix}_{3 \times 3}$ به صورت $a_{ij} = \begin{cases} 1 & i=j \\ 0 & i \neq j \end{cases}$ معرفی شده است، مقدار $k$ را طوری پیدا کنید که رابطه $k kA  = 625$ برقرار باشد.	۱/۲۵
۳	در تساوی ماتریسی $\begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 3 \end{bmatrix} A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ ، ماتریس $A$ را به دست آورید.	۱/۲۵
۴	اگر $A = \begin{bmatrix}  A  & 0 & 1 \\ 1 &  A  & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ باشد، مقدار $ A $ را بیابید.	۱

## سوالات فصل دوم

۵	الف) مکان هندسی نقاطی که از دو ضلع یک زاویه به یک فاصله‌اند، ..... آن زاویه است. ب) <u>بیضی</u> مکان هندسی نقاطی از یک صفحه است که از یک خط ثابت در آن صفحه و از یک نقطه ثابت غیر واقع بر آن خط در آن صفحه به یک فاصله باشد. (درست - نادرست)	۰/۵
۶	معادله دایره‌ای را بنویسید که مرکز آن بوده و بر خط $-3x - y = 0$ مماس باشد.	۰/۷۵
۷	مقدار $C$ را چنان بیابید که دایره $(x+1)^2 + (y-1)^2 = 2$ بر دایره $x^2 + 2y + C = 0$ مماس باشد.	۱/۷۵
۸	در شکل روبرو دو نقطه $A$ و $B$ روی بیضی با کانون‌های $F'$ و $F$ قرار دارند. اگر $AF' = BF$ و همچنین $AF = BF$ یکدیگر را درون بیضی در نقطه‌ای مانند $M$ قطع کنند، نشان دهید: مثلث $FMF'$ متساوی الساقین است و $M$ روی قطر کوچک بیضی قرار دارد.	۱/۵
۹	در شکل روبرو نقطه $M$ روی بیضی با کانون‌های $F$ و $F'$ قرار دارد، به طوری که $MF = 8$ و $MF' = 6$ . اگر خروج از مرکز بیضی $\frac{1}{7}$ باشد، اندازه <u>نصف قطر کوچک</u> بیضی را به دست آورید.	۱/۲۵
	ادامه سوالات در صفحه دوم	

ساعت شروع: ۸ صبح	تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۳/۰۷	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه ۳
تعداد صفحه: ۲	نام و نام خانوادگی: رشته: ریاضی- فیزیک	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش <a href="http://aee.medu.gov.ir">http://aee.medu.gov.ir</a>		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۲	
ردیف	سوالات (پاسخ نامه دارد)	سوالات	نمره
۱۰	سهمی با رأس A و کانون F(۱,۲) مفروض است. معادله سهمی و خط هادی آن را بنویسید.	۱/۵	
۱۱	اگر اندازه گودی(عمق) یک دیش مخابرایی دو برابر شود، فاصله کانونی این دیش چه تغییری می کند؟ (با ارائه راه حل)	۰/۷۵	
سوالات فصل سوم			
۱۲	شکل کلی (نمودار) مربوط به روابط $y^1 + x \leq 0$ , $x > -2$ را در فضای دو بعدی رسم کنید.	۰/۷۵	
۱۳	الف) در فضای سه بعدی، نمودار مربوط به معادلات $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$ خطی موازی محور ..... است. ب) حاصل عبارت $(\vec{i} \times \vec{j}) \cdot \vec{i}$ برابر صفر است. (درست - نادرست) پ) زاویه بین بردارهای غیر صفر $\vec{a}$ و $\vec{b}$ ، برابر $\theta$ است. در کدامیک از موارد زیر حاصل ضرب داخلی آنها بیشترین مقدار را دارد. $\theta = \frac{\pi}{3}$ $\theta = \frac{\pi}{2}$ $\theta = \frac{2\pi}{3}$ $\theta = 0$ ت) کدامیک از بردارهای زیر، بر راستای دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ عمود نیست. $\vec{b} \times \frac{\sqrt{2}}{5} \vec{a}$ (۴) $2\vec{a} + 3\vec{b}$ (۳) $\vec{a} \times \vec{b}$ (۲) $\sqrt{3}\vec{a} \times (-\frac{\sqrt{3}}{3} \vec{b})$ (۱)	۱/۵	
۱۴	نقطه A به ارتفاع ۳ روی محور Z ها و نقطه B(۱,۰,۰) در فضای مفروض اند. فاصله مختصات وسط AB تا مبدأ مختصات را حساب کنید.	۰/۷۵	
۱۵	نشان دهید: تصویر قائم بردار $\vec{a}$ روی بردار $\vec{b}$ برابر $\vec{a}' = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{ \vec{b} ^2} \vec{b}$ است.	۱/۲۵	
۱۶	بردارهای $\vec{b} = (\vec{i} + \vec{j})$ و $\vec{c} = \vec{i} + \vec{k}$ بر سه یال یک متوازی السطوح منطبق هستند. اگر قاعده این متوازی السطوح توسط بردارهای $\vec{b}$ و $\vec{c}$ تولید شود، اندازه ارتفاع وارد بر این وجه را محاسبه کنید.	۱/۲۵	
۱۷	زاویه بین دو بردار $\vec{a} = (2, -1, 2)$ و $\vec{b} = (1, 0, -1)$ را به دست آورید.	۱/۲۵	
۱۸	بردار $\vec{a} = (4, -4, 2)$ مفروض است. بردار $\vec{b}$ غیرهمجهت با $\vec{a}$ و به طول ۱۲ را طوری بیابید که $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{0}$ باشد.	۱/۲۵	
	موفق و سر بلند باشید	۲۰	جمع نمره

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه ۳
تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۳/۰۷		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داولطلبان آزاد سراسر کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۲	
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره	
۱	$x = 2 \quad (0 / 25) , \quad y = -1 \quad (0 / 25)$	۰/۵	ص ۱۳
۲	$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (0 / 25) \Rightarrow  A  = 1 \quad (0 / 25)$ $k kA  = k \underbrace{(k^3  A )}_{(0/25)} = k^4 \times 1 = 625 \Rightarrow k = \pm 5 \quad (0 / 25)$	۱/۲۵	ص ۳۱
۳	$\begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 3 \end{bmatrix} A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow$ $A = \underbrace{\begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 3 \end{bmatrix}^{-1}}_{(0/25)} \underbrace{\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}}_{(0/5)} = \frac{1}{15-14} \underbrace{\begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -7 & 5 \end{bmatrix}}_{(0/5)} \underbrace{\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}}_{(0/5)} = \begin{bmatrix} -7 & 4 \\ 17 & -9 \end{bmatrix} \quad (0 / 5)$	۱/۲۵	ص ۲۵
۴	$ A  =  A ( A -2)+1(2) \Rightarrow  A ^3 - 3 A  + 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases}  A =1 \quad (0 / 5) \\  A =2 \quad (0 / 5) \end{cases}$	۱	ص ۳۰ و ۲۸
۵	الف) نیمساز $(0 / 25)$ ب) نادرست $(0 / 25)$ ص ۵۱      ص ۳۹	۰/۵	
۶	روش اول: $OH = \frac{ 1+3 }{\sqrt{1^2 + 0^2}} = 4 \quad (0 / 25) , \quad OH = R \quad (0 / 25) , \quad (x-1)^2 + y^2 = 16 \quad (0 / 25)$ روش دوم: با استفاده از رسم شکل و پیدا کردن شعاع (۵ نمره) و نوشتن معادله دایره (۰/۲۵)	۰/۷۵	ص ۴۳
۷	$(x+1)^2 + (y-1)^2 = 2 \Rightarrow O'(-1,1) , \quad r' = \sqrt{2} \quad (0 / 5)$ $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 2 - c \Rightarrow O(1,-1) , \quad r = \sqrt{2-c} \quad (0 / 5)$ $OO' = 2\sqrt{2} \quad (0 / 25)$ $OO' = r + r' \xrightarrow{(0/25)} 2\sqrt{2} = \sqrt{2} + \sqrt{2-c} \Rightarrow c = 0 \quad (0 / 25)$	۱/۷۵	ص ۴۳
« ادامه در صفحه دوم »			

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه ۳
تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۳/۰۷		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داولطلبان آزاد سراسر کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۲	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۸	<p>نقاط A و B روی بیضی قرار دارد، با توجه به تعریف بیضی:</p> $\underbrace{AF + AF'}_{(۰/۲۵)} = ۲a = \underbrace{BF + BF'}_{(۰/۲۵)} \xrightarrow{AF=BF} AF = BF' \quad (۰/۲۵)$ <p>دو مثلث <math>AFF'</math> و <math>BFF'</math> بنا به حالت <math>(AF=BF', AF'=BF, FF'=FF')</math> برابری سه ضلع همنهشت هستند <math>(۰/۵)</math>، نتیجه دو زاویه <math>\hat{AFF}' = \hat{BFF}'</math> متساوی الساقین است و <math>MF = MF'</math> یعنی M روی عمود منصف پاره خط <math>AFF'</math> (قطر کوچک بیضی) است. <math>(۰/۲۵)</math></p>	۱/۵
۹	<p>نقطه M روی بیضی قرار دارد، بنا به تعریف بیضی:</p> $MF + MF' = ۲a = ۱۴ \Rightarrow a = ۷ \quad (۰/۵)$ $\frac{c}{a} = \frac{۱}{۷} \xrightarrow{a=۷} c = ۱ \quad (۰/۲۵)$ $a' = b' + c' \xrightarrow{(۰/۲۵)} b = ۴\sqrt{۳} \quad (۰/۲۵)$	۱/۲۵
۱۰	<p>با توجه به جایگاه کانون و معادله خط هادی، سهمی قائم و دهانه آن به سمت پایین می‌باشد. <math>(۰/۲۵)</math></p> <p>فاصله کانونی سهمی برابر با <math>a = AF = ۴</math> است. <math>(۰/۲۵)</math></p> <p>معادله آن برابر است با: <math>(x - ۱)^2 = -۱۶(y - ۲)</math> <math>(۰/۵)</math></p> <p>معادله خط هادی سهمی <math>y = ۶</math> است <math>(۰/۵)</math></p>	۱/۵
۱۱	<p>نصف می‌شود <math>(۰/۲۵)</math> ص ۵۹</p> $\frac{a'}{a} = \frac{\frac{b'}{4(2h)}}{\frac{b'}{4h}} = \frac{1}{2} \quad (۰/۵)$	۰/۷۵
۱۲	<p>رسم نمودار سهمی <math>(۰/۰)</math>، رسم خط چین <math>(۰/۲۵)</math>، مشخص کردن ناحیه محصور <math>(۰/۲۵)</math></p> <p>ص ۶۳</p>	۰/۷۵

«ادامه در صفحه سوم»

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه ۳
تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۳/۰۷		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داولطلبان آزاد سراسر کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۲	
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره	
۱۳	الف) Z ها (۰/۵) ص ۶۷ ب) درست (۰/۵) ص ۸۱ پ) گزینه ۱ (۰/۲۵) ص ۸۰ و ۸۱ ت) گزینه ۳ (۰/۲۵) ص ۸۲ و ۸۱	۱/۵	
۱۴	مختصات نقطه $M\left(\frac{1}{2}, 0, 2\right)$ و فاصله تا مبدأ مختصات $A(0, 0, 3)$ برابر با $\sqrt{17}/2$ است . ص ۶۶	۰/۷۵	
۱۵	روش اول: بردار $\vec{a}'$ با بردار $\vec{b}$ موازی است، $\vec{a}' = k\vec{b}$ $(\vec{a} - \vec{a}').\vec{b} = 0 \Rightarrow (\vec{a} - k\vec{b}).\vec{b} = 0 \Rightarrow k = \frac{\vec{a}.\vec{b}}{ \vec{b} ^2} \Rightarrow \vec{a}' = k\vec{b} = \frac{\vec{a}.\vec{b}}{ \vec{b} ^2}\vec{b}$ روش دوم: در مثلث قائم الزاویه، زاویه بین دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ را $\theta$ می‌نامیم ، $\cos\theta = \frac{ \vec{a}' }{ \vec{a} } \Rightarrow  \vec{a}'  =  \vec{a} \cos\theta$ $\vec{a}' = k\vec{b} \Rightarrow  \vec{a}'  = k \vec{b}  \Rightarrow k = \frac{ \vec{a}' }{ \vec{b} } = \frac{ \vec{a} \cos\theta}{ \vec{b} } = \frac{ \vec{b}  \vec{a} \cos\theta}{ \vec{b} ^2} = \frac{\vec{a}.\vec{b}}{ \vec{b} ^2} \Rightarrow \vec{a}' = \frac{\vec{a}.\vec{b}}{ \vec{b} ^2}\vec{b}$	۱/۲۵	
۱۶	حجم متوازی السطوح برابر با حاصل ضرب ارتفاع در مساحت قاعده است (۰/۲۵) حجم متوازی السطوح برابر $ \vec{a}.(\vec{b} \times \vec{c})  =  (1, 1, 0).(1, 1, -1)  = 2$ است (۰/۵) مساحت قاعده این متوازی السطوح که توسط بردارهای $\vec{b}$ و $\vec{c}$ تولید می شود برابر با: $ \vec{b} \times \vec{c}  = \sqrt{3}$ است (۰/۲۵) در نتیجه: $h = \frac{ \vec{a}.(\vec{b} \times \vec{c}) }{ \vec{b} \times \vec{c} } = \frac{2}{\sqrt{3}}$ (۰/۲۵)	۱/۲۵	
«ادامه در صفحه چهارم»			

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه ۳
تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۳/۰۷		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش <a href="http://aee.medu.gov.ir">http://aee.medu.gov.ir</a>		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داولطلبان آزاد سراسر کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۲	
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره	
۱۷	$\vec{a} \cdot \vec{b} =  \vec{a}   \vec{b}  \cos \theta \xrightarrow{(۰/۲۵)} ۳ = ۳\sqrt{۳} \cos \theta \xrightarrow{(۰/۵)} \cos \theta = \frac{۱}{\sqrt{۳}} \xrightarrow{(۰/۲۵)} \theta = ۴۵^\circ (۰/۲۵)$	۱/۲۵	۷۸ ص
۱۸	$\vec{a} \times \vec{b} = \vec{0} \Rightarrow \vec{b} \parallel \vec{a} \xrightarrow{(۰/۲۵)} \vec{b} = (4k, -4k, 2k) (۰/۲۵)$ $ \vec{b}  = 6  k  = 12 \xrightarrow{(۰/۲۵)} k = \pm 2 \xrightarrow{(۰/۲۵)} k = -2 \Rightarrow \vec{b} = (-8, 8, -4) (۰/۲۵)$	۱/۲۵	۸۲ ص
	"پیروز باشید"	۲۰	