

پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	نام و نام خانوادگی :	تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۶/۲۳	ساعت شروع: ۸ صبح
سؤالات امتحان نهایی درس : هندسه ۳	رشته : ریاضی فیزیک	تعداد صفحه: ۲	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه
دانش آموزان روزانه بزرگسال و داوطلبان آزادسرا سرکشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۴۰۱			مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>
سؤالات (پاسخ نامه دارد)			ردیف

استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی و رادیکال) مجاز است.

### سوالات فصل اول

۱	الف) اگر دو ماتریس $B = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$ و $A = \begin{bmatrix} 2x-1 & 3 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$ مساوی باشند، آنگاه مقدار $x$ برابر با ..... است.	۲
	ب) اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & m+1 \\ 2n+4 & 5 \end{bmatrix}$ یک ماتریس قطری باشد، با محاسبه $n \times m$ ماتریس $I + A$ را بیابید. (I ماتریس همانی مرتبه دو است).	
۱	اگر دو ماتریس مربعی $A$ و $B$ به صورت $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ و $A = [3i - 2j]_{3 \times 3}$ باشند، الف) ماتریس $A$ را به صورت آرایش مستطیلی بنویسید. ب) ماتریس $B^T$ را محاسبه کنید.	۲
۱	اگر $A$ و $B$ دو ماتریس مربعی مرتبه ۳ و تعویض پذیر باشند، ثابت کنید:	۳
۱	اگر ماتریس $A = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ باشد، وارون ماتریس $I - 2A$ را بیابید. (I ماتریس همانی مرتبه دو است).	۴
۱	الف) در دستگاه $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$ آنگاه دستگاه بی شمار جواب دارد. (درست-نادرست) ب) اگر $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ باشد، حاصل $ A $ را بیابید.	۵

### سوالات فصل دوم

۶	الف) اگر صفحه $P$ بر محور سطح مخروطی عمود نباشد و با مولد موازی نباشد و فقط یکی از دو نیمه سطح مخروطی را قطع کند، در این صورت فصل مشترک صفحه $P$ و سطح مخروطی یک ..... است. ب) سه‌می، مکان هندسی نقاطی از یک صفحه است که از یک خط ثابت در آن صفحه و یک نقطه ثابت غیر واقع بر آن خط در آن صفحه به یک فاصله باشد. (درست-نادرست)	۰/۵
۷	دونقطه $A$ و $B$ و خط $d$ که شامل هیچ یک نیست در صفحه مفروض اند. نقطه ای بیابید که از $A$ و $B$ به یک فاصله بوده و از خط $d$ به فاصله ۳ سانتی متر باشد.	۱/۵
ادامه سوالات در صفحه دوم		



ساعت شروع: ۸ صبح	تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۶/۲۳	نام و نام خانوادگی:	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه
تعداد صفحه: ۲	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	رشته: ریاضی فیزیک	سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه ۳
دانش آموزان روزانه بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۴۰۱ <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>			

ردیف	سوالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
۸	الف) حدود $a$ را طوری به دست آورید که $x^2 + y^2 - 4x + 6y + a = 0$ معادله یک دایره باشد. ب) وضعیت خط $x + y = 1$ و دایره $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 2 = 0$ را نسبت به هم مشخص کنید.	۲
۹	اگر $M$ نقطه‌ای بیرون بیضی باشد، ثابت کنید مجموع فواصل نقطه $M$ از کانونهای $F'$ و $F$ بزرگتر از طول قطر بزرگ بیضی است.	۱/۲۵
۱۰	اگر در یک بیضی طول $AA'$ (قطر بزرگ) برابر با ۱۶ و خروج از مرکز $\frac{3}{4}$ باشد، فاصله راس $A$ تا نزدیکترین کانون را به دست آورید.	۰/۷۵
۱۱	الف) معادله سهمی را بنویسید که $(A, 3)$ راس آن بوده و معادله خط هادی آن $x = 3$ باشد. ب) مختصات کانون سهمی را بیابید. پ) مختصات نقطه برخورد سهمی با محور طولها را حساب کنید.	۲
سوالات فصل سوم		
۱۲	الف) در فضای سه بعدی، نمودار مربوط به معادلات $\begin{cases} x = 0 \\ z = 0 \end{cases}$ ، معادله محور ..... است. ب) اگر $\vec{a}$ و $\vec{b}$ دو بردار دلخواه، $r$ عدد حقیقی و $\vec{b} = r\vec{a}$ آنگاه $ r  \vec{a}  =  \vec{b} $ (درست - نادرست) پ) شکل کلی (نمودار) مربوط به رابطه $y = x^2$ ، $-1 < x \leq 2$ را در فضای دو بعدی رسم کنید. ت) طول بردار $(0, -3, 4) = \vec{a}$ را به دست آورید.	۱/۷۵
۱۳	مقدار $m$ را چنان بیابید که دو بردار $(1, m, -1) = \vec{a}$ و $(m+1, 3, 2) = \vec{b}$ بر هم عمود باشند.	۱
۱۴	اگر $3 =  \vec{a} $ و $5 =  \vec{b} $ و حاصل ضرب داخلی دو بردار $10$ باشد، مساحت مثلثی که توسط دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ تولید می شود چقدر است؟	۲
۱۵	حجم متوازی السطوحی را به دست آورید که توسط سه بردار $(1, 0, -1) = \vec{a}$ و $(0, 2, 2) = \vec{b}$ و $(2, -3, 0) = \vec{c}$ تولید می شود.	۱/۲۵
	موفق و سر بلند باشید	جمع نمره



مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه ۳
تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۰۶/۲۳		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir		دانش آموزان روزانه بزرگسالان و داوطلبان آزاد سراسر شهریور ماه سال ۱۴۰۱	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	$\text{الف) } x = \frac{3}{2} \quad (0/25)$ $\text{ب) } A + I = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}}_{(0/25)} = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 6 \end{bmatrix} \quad (0/25)$ $\text{ص ۱۳} \quad 2x - 1 = 5 \xrightarrow{(0/25)} x = \frac{3}{2}$ $\begin{cases} m+1=0 \\ 2n+4=0 \end{cases} \xrightarrow{(0/5)} \begin{cases} m=-1 \\ n=-2 \end{cases} \quad (0/5)$	۲
۲	$\text{الف) } A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -3 \\ 4 & 2 & 0 \\ 7 & 5 & 3 \end{bmatrix} \quad (0/5)$ $\text{ب) } B^T = B \times B = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 6 \\ -3 & 7 & 6 \\ -2 & 2 & 7 \end{bmatrix} \quad (0/5)$ $\text{ص ۲۱}$	۱
۳	$(A - B)^T = \underbrace{(A - B)(A - B)}_{(0/25)} = \underbrace{A^T - AB - BA + B^T}_{(0/25)} \xrightarrow{AB=BA} A^T - 2AB + B^T \quad (0/25)$ $\text{ص ۲۱}$	۱
۴	$\text{الف) }  A - 2I  = 2 \quad (0/25)$ $\text{ب) } (A - 2I)^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \quad (0/5)$ $A - 2I = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (0/25)$ $\text{ص ۲۳}$	۱
۵	$\text{الف) نادرست (0/25)}$ $\text{ب) }  A  = 2 \quad (0/25)$ $\ A\ _A = \underbrace{ A ^T  A }_{(0/25)} =  A ^4 = 16 \quad (0/25)$ $\text{ص ۲۹ و ۳۱}$	۱
۶	$\text{الف) بیضی (0/25)}$ $\text{ب) درست (0/25)}$ $\text{ص ۳۵}$	۰/۵
۷	<p>مکان هندسی نقاطی که از دو نقطه <math>A</math> و <math>B</math> به یک فاصله اند عمودمنصف پاره خط <math>AB</math> است این خط را رسم می کنیم و <math>d</math> می نامیم. (۰/۲۵) مکان هندسی نقاطی که از خط <math>d</math> به فاصله ۳ سانتی متر هستند دو خط <math>d'</math>, <math>d''</math> می باشند که موازی <math>d</math> هستند. (۰/۰۵) محل برخورد دو خط <math>d'</math>, <math>d''</math> با خط <math>I</math> جواب مساله است.</p> <p>الف- اگر خط <math>I</math> دو خط <math>d'</math>, <math>d''</math> را قطع کند مسله دو جواب دارد (۰/۰۵)</p> <p>ب- اگر خط <math>I</math> بر یکی از دو خط <math>d'</math> یا <math>d''</math> منطبق باشد مسله بی شمار جواب دارد (۰/۰۵)</p> <p>پ- اگر خط <math>I</math> هیچ یک از دو خط <math>d'</math>, <math>d''</math> را قطع نکند مسله جواب ندارد. (۰/۰۵)</p> <p>رسم یک مورد شکل برای مساله الزامی است (۰/۰۵)</p>	۱/۵
	«ادامه در صفحه دوم»	

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه ۳
تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۰۶/۲۳		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir		دانش آموزان روزانه بزرگسالان و داوطلبان آزاد سراسر شهریور ماه سال ۱۴۰۱	

ردیف	ردیف	راهنمای تصحیح	ردیف
۲	۸	$a^2 + b^2 > 4c \xrightarrow{(\cdot/25)} 16 + 36 > 4a \longrightarrow a < 13 \quad (\cdot/25)$ $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 4, O=(1,1), r=2(\cdot/5), d = \frac{ 1+1-1 }{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} (\cdot/5)$ $d < r \quad (\cdot/25)$ <p style="text-align: right;">خط و دایره در دو نقطه متقاطع هستند. (\cdot/25)</p>	
۱/۲۵	۹	<p>از نقطه <math>M</math> به کانونهای بیضی وصل می کنیم تا بیضی را در نقطه <math>D</math> قطع کند، نقطه <math>D</math> روی بیضی قرار دارد بنا بر تعریف بیضی: <math>DF + DF' = 2a \quad (\cdot/25)</math></p> <p>با بر نامساوی مثلثی در مثلث <math>MDF'</math> داریم:</p> $\underbrace{MD + MF'}_{(\cdot/25)} > DF' \xrightarrow{+DF}$ $DF + MD + MF' > DF + DF' \xrightarrow{(\cdot/25)}$ $\underbrace{MF + MF'}_{(\cdot/25)} > 2a$	
۰/۷۵	۱۰	$\frac{c}{a} = \frac{3}{4} \quad (\cdot/25) \xrightarrow{a=8} c=6 \xrightarrow{(\cdot/25)} AF = a - c = 2 \quad (\cdot/25)$	
۲	۱۱	<p>(الف) با توجه به جایگاه راس و معادله خط هادی، سهمی افقی ودهانه آن به سمت چپ می باشد. (\cdot/25)</p> <p>در این سهمی <math>a = 1 \quad (\cdot/25)</math> و معادله آن برابر است با: <math>(y-3)^2 = -4(x-2) \quad (\cdot/5)</math></p> <p>(ب) مختصات کانون سهمی <math>F(-a+h, k) = (-1+2, 3) = (1, 3) \quad (\cdot/25)</math></p> <p>(پ) مختصات محل برخورد با محور طول ها برابر است با: <math>y=0 \longrightarrow x = \frac{-1}{4} \quad (\cdot/25), \left(\frac{-1}{4}, 0\right) \quad (\cdot/25)</math></p>	
		«ادامه در صفحه سوم»	

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه ۳
تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۰۶/۲۳	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>	دانش آموزان روزانه بزرگسالان و داوطلبان آزاد سراسر کشور شهریور ماه سال ۱۴۰۱		

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۲	الف) عرض ها یا محور لها (۰/۲۵) ص ۶۷ ب- درست (۰/۲۵) ص ۷۵ پ) رسم نمودار (به طوری که نقطه توپر و توخالی مشخص باشد) (۰/۷۵) ص ۶۳ ت) $ \vec{a}  = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = 5 \quad (0/25)$	۱/۷۵
۱۳	$\vec{a} \perp \vec{b} \rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \rightarrow 2(m+1) + 3m - 2 = 0 \rightarrow m = 0 \quad (0/25)$	۱
۱۴	$\vec{a} \cdot \vec{b} =  \vec{a}   \vec{b}  \cos\theta \rightarrow 10 = 3 \times 5 \cos\theta \rightarrow \cos\theta = \frac{2}{3}, \sin\theta = \frac{\sqrt{5}}{3} \quad (0/25)$ $ \vec{a} \times \vec{b}  =  \vec{a}   \vec{b}  \sin\theta = 5\sqrt{5} \quad (0/25) \rightarrow S_{\Delta} = \frac{1}{2}  \vec{a} \times \vec{b}  = \frac{5\sqrt{5}}{2} \quad (0/25)$	۲
	اگر دانش آموز با استفاده از اتحاد لاگرانژ هم مساله را حل کند در صورت درست بودن راه حل نمره کامل داده شود.	
۱۵	$(\vec{b} \times \vec{c}) = (6, 4, -4) \quad (0/5)$ $v =  \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})  =  (1, 0, 1) \cdot (6, 4, -4)  = 10 \quad (0/25)$ اگر دانش آموز به صورت زیر حل کند نمره کامل داده شود: $v =  \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})  = \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 2 \\ 2 & -3 & 0 \end{vmatrix} = 10 \quad (0/75)$	۱/۲۵
۲۰	"مصحح گرامی، به راه حل های درست و منطبق بر کتاب درسی بارم به تناسب منظور شود"	