


t.me/safazelianmath

Link

Mathematics education from high school to university

ID: @safazelian

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس : ریاضی ۳	رشته ی : تجربی	ساعت شروع : ۱۶ عصر به افق تهران	مدت امتحان : 120 دقیقه
پایه : دوازدهم		تاریخ امتحان : ۲۴ / 3 / 1399	
دانش آموزان روزانه ، راه دور و داوطلبان آزاد		خارج از کشور در ماه خرداد سال 1399	
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی			
ردیف	سؤالات		نمره

۰/۲۵	ردیف	۱
	<p>درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) دامنه تابع با ضابطه $y = -kf\left(\frac{x}{p}\right)$ همان دامنه تابع $y = -kf(x)$ می باشد.</p> <p>ب) تابع $y = 2x^5 - 4x^2 + \sqrt{7}x^2$ یک تابع چند جمله ای نیست.</p> <p>پ) منظور از احتمال $P(A B)$ این است که احتمال وقوع پیشامد A به شرط آن که بدانیم پیشامد B رخ داده است.</p>	

الف) نادرست

ب) نادرست

پ) درست

۲ اگر $(f \circ g)(x) = 3x^2 - 6x + 14$ و $f(x) = 3x - 4$ ضابطه تابع $g(x)$ را بدست آورید.

$$f(g(x)) = 3x^2 - 7x + 14 \quad (1)$$

$$f(x) = 3x - 4 \implies f(g(x)) = 3g(x) - 4 \quad (2)$$

$$(1), (2) \implies 3g(x) - 4 = 3x^2 - 7x + 14 \implies 3g(x) = 3x^2 - 7x + 18$$

$$\stackrel{:3}{\implies} g(x) = x^2 - 7x + 6$$

$$(f \circ g)(x) = \frac{-\lambda \left(\frac{\tau - \lambda x}{\lambda} \right) + \tau}{\tau} = \frac{-\tau + \lambda x + \tau}{\tau} = \frac{\lambda x}{\tau} = x$$

$$(g \circ f)(x) = \frac{\tau - \lambda \left(\frac{-\lambda x + \tau}{\tau} \right)}{\lambda} = \frac{\tau + \lambda x - \tau}{\lambda} = \frac{\lambda x}{\lambda} = x$$

۱۷۵-	<p>۴ در جاهای خالی عبارات مناسب قرار دهید.</p> <p>الف) تابعی که در یک بازه هم صعودی و هم نزولی تعریف می شود تابع گفته می شود.</p> <p>ب) تابع تنازانت در هر بازه که در آن تعریف شده باشد است.</p> <p>پ) وقتی یک سطح مخروطی توسط یک صفحه به طور عمودی برش داده می شود سطح مقطع یک است.</p>
------	--

الف) تابع

ب) صعودی

پ) دایره

۱/۲۵	$y = r \sin(rx) - r$ <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-top: 10px;"> <div style="text-align: center;">↓ a</div> <div style="text-align: center;">↓ b</div> <div style="text-align: center;">↓ c</div> </div>	دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و می نیمم تابع مقابل را به دست آورید.	۵
------	---	---	---

$$T = \frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{r} = \pi$$

$$y_{\max} = |a| + c = r - r = 0$$

$$y_{\min} = -|a| + c = -r - r = -2r$$

۱/۵	الف) جواب های معادله $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ را به دست آورید. ب) مقدار $\sin 15^\circ$ را به دست آورید.	۶
-----	--	---

الف) $\cos \alpha = \cos \frac{\pi}{4} \rightarrow \alpha = 2k\pi \pm \frac{\pi}{4}$

ب) $\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2} \Rightarrow \sin^2 15 = \frac{1 - \cos 30}{2} = \frac{1 - \frac{\sqrt{3}}{2}}{2} = \frac{2 - \sqrt{3}}{2}$

$= \frac{2 - \sqrt{3}}{2}$

$\Rightarrow \sin 15 = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{3}}}{2}$

الف) $\lim_{x \rightarrow \frac{-1}{3}} \frac{[x]}{|3x+1|}$

ب) $\lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{2x}{x-5}$

پ) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (9 + \frac{7}{x^2})$

الف) $\frac{[-\frac{1}{3}]}{|3x(-\frac{1}{3})+1|} = \frac{-1}{0^+} = -\infty$

ب) $\frac{2x \infty}{5^- - 5} = \frac{10}{0^-} = -\infty$

پ) $9 + \frac{7}{\infty} = 9 + 0 = 9$

۱	اگر $f(x) = 3x^2 - 2x + 1$ باشد، $f'(2)$ را به دست آورید و معادله خط مماس بر منحنی تابع f را در نقطه ای به طول ۲ واقع بر آن بنویسید.	۸
---	--	---

$$x=2 \rightarrow f(2) = 3x^2 - 2x + 1 = 12 - 4 + 1 = 9 \rightarrow A(2, 9)$$

$$f'(x) = 6x - 2 \rightarrow m = f'(2) = 6 \times 2 - 2 = 12 - 2 = 10$$

$$y = 10(x - 2) + 9 \rightarrow y = 10x - 20 + 9 \rightarrow y = 10x - 11$$

۱/۷۵

الف) $f(x) = \left(\frac{-2x-1}{x^2+5}\right)^4$

ب) $f(x) = \sqrt{5x+2}$

الف) $f'(x) = 4 \left(\frac{-2x-1}{x^2+5}\right)^3 \times \left(\frac{-2(x^2+5) - 2x(-2x-1)}{(x^2+5)^2}\right)$

ب) $f'(x) = \frac{5}{2\sqrt{5x+2}}$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} x^2 + 3 = 1^2 + 3 = 4$$

\Rightarrow تابع در $x=1$ صد برابر می شود.

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} 2x = 2$$

پس مشتق پذیر نیست.

یک توده باکتری پس از t ساعت دارای جرم $m(t) = \sqrt{t} + 2t^2$ گرم است. آهنگ رشد جرم این توده باکتری در لحظه $t=1$ چقدر است؟

$$m'(t) = \frac{1}{2\sqrt{t}} + 4t$$

$$m'(1) = \frac{1}{2\sqrt{1}} + 4 \times 1 = \frac{1}{2} + 4 = \frac{9}{2}$$

مقادیر ماکزیمم و می نیمم مطلق تابع $f(x) = x^2 + 2x - 5$ را در بازه $[-2, 1]$ در صورت وجود به دست آورید.

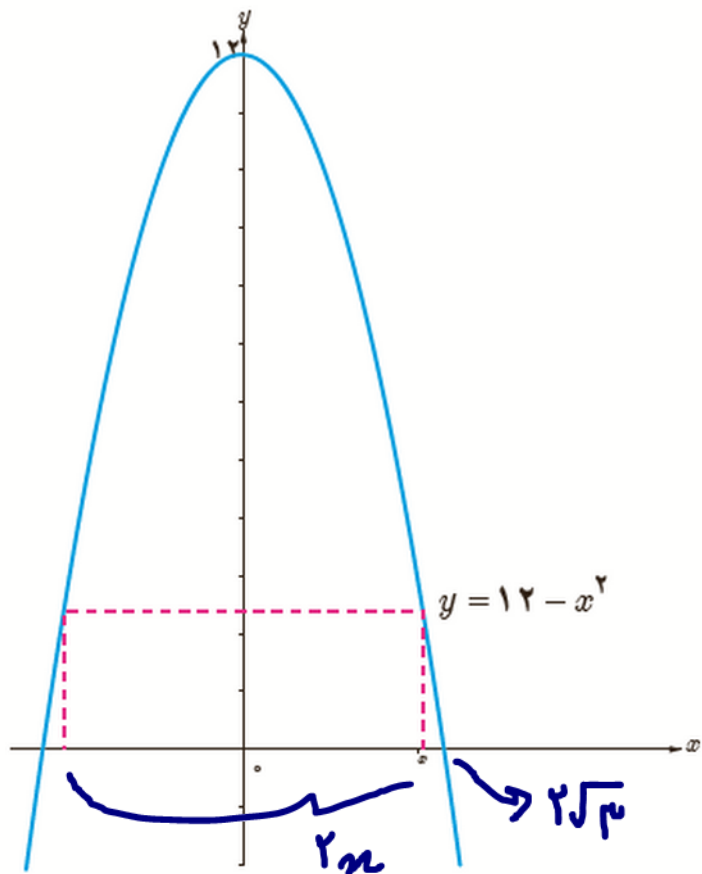
۱۲

$$f'(x) = 2x + 2 = 0 \rightarrow 2x = -2 \rightarrow \text{معادله جواب ندارد}$$

$$f(-2) = (-2)^2 + 2(-2) - 5 = 4 - 4 - 5 = -5 \rightarrow \text{مقدار min مطلق}$$

$$f(1) = 1^2 + 2(1) - 5 = 1 + 2 - 5 = -2 \rightarrow \text{مقدار max مطلق}$$

ابعاد مستطیلی با بیشترین مساحت را تعیین کنید که دو راس آن روی محور x ها و دو راس دیگرش بالای محور x ها و روی سهمی به معادله $y = 12 - x^2$ باشند.



$$S = 2a \times y$$

$$S = 2a(12 - a^2) = -2a^3 + 24a \quad ; \quad a \in [0, 2\sqrt{3}]$$

$$S' = -6a^2 + 24 = 0 \rightarrow -6a^2 = -24$$

$$\rightarrow a^2 = 4$$

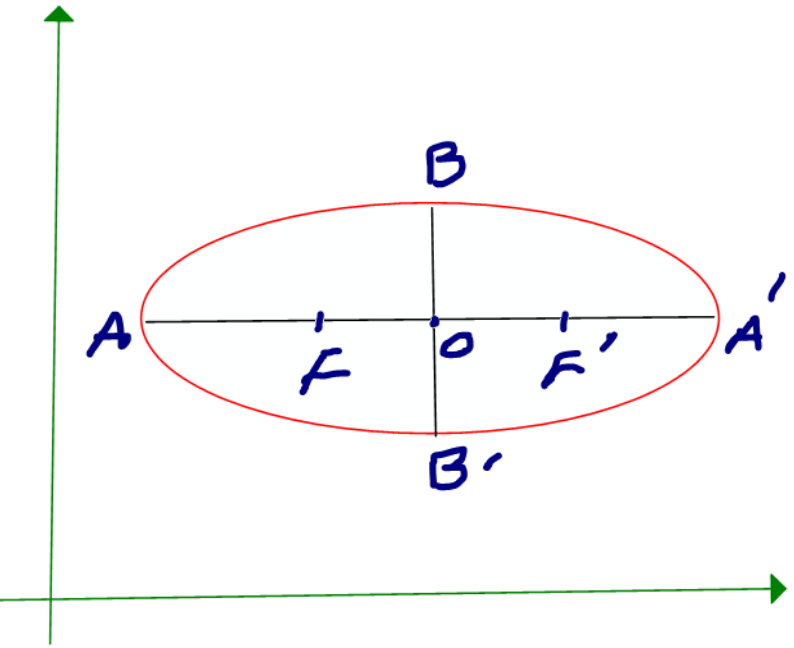
$$\left. \begin{array}{l} a = 2 \checkmark \\ a = -2 \notin [0, 2\sqrt{3}] \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} a = 2 \checkmark \\ a = -2 \notin [0, 2\sqrt{3}] \end{array} \right\}$$

$$\text{طول: } 2a = 2 \times 2 = 4$$

$$\text{عرض: } y = 12 - a^2 = 12 - 4 = 8$$

در یک بیضی افقی طول قطر بزرگ ۶ و طول قطر کوچک ۴ واحد است. اگر مختصات مرکز آن O باشد. (الف) فاصله کانونی بیضی را پیدا کنید. (ب) مختصات دو سر قطر بزرگ آن را بنویسید.



$$AA' = 2a = 6 \rightarrow a = 3$$

$$BB' = 2b = 4 \rightarrow b = 2$$

$$a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow 9 = 4 + c^2 \rightarrow c = \sqrt{5}$$

$$FF' = 2c = 2\sqrt{5}$$

(الف)

$$A(\alpha - a, \beta) \Rightarrow A(3 - 3, 0) \Rightarrow A(0, 0)$$

$$A'(\alpha + a, \beta) \Rightarrow A'(3 + 3, 0) \Rightarrow A'(6, 0)$$

(ب)

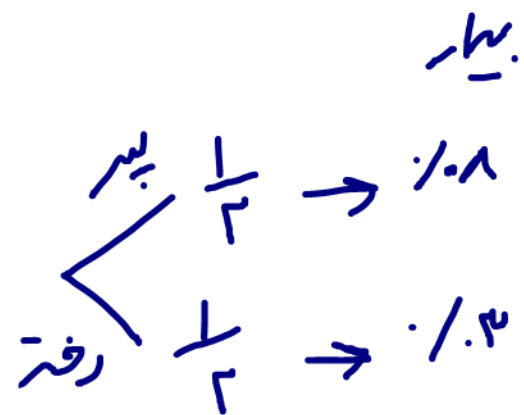
$O(0, 0)$ $r = \sqrt{2}$

خط $x + y + 2 = 0$

فاصله مرکز دایره تا خط $d = \frac{|0 \times 1 + 0 \times 1 + 2|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{2 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$

$d = r = \sqrt{2} \Rightarrow$ فاصله مرکز دایره تا خط مساوی است

اگر احتمال انتقال نوعی بیماری خاص به نوزاد پسر $0/08$ و به دختر $0/03$ باشد و خانواده ای قصد بچه دار شدن را داشته باشند؛ با چه احتمالی نوزاد آن ها به بیماری خاص مبتلا خواهد شد؟



$$\rightarrow P(A) = \frac{1}{2} \times 0/08 + \frac{1}{2} \times 0/03 = 0/04 + 0/015 = 0/055$$