

مدت امتحان: 120 دقیقه	ساعات شروع: ۱۶ عصر به افق تهران	رشته ی: تجربی	سوالات امتحان نهایی درس: ریاضی ۲
تاریخ امتحان: ۳۳ / ۳ / ۱۳۹۹	پایه: دوازدهم		
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی		دانش آموزان روزانه براه دور و داوطلبان آزاد خارج از کشور در ماه خرداد سال ۱۳۹۹	
نمره	سوالات		

ردیف	سوالات	نمره
۱	درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. الف) دامنه تابع با ضابطه $y = -kf\left(\frac{x}{p}\right)$ همان دامنه تابع $y = -kf(x)$ می باشد. ✓ ب) تابع $y = 2x^5 - 4x^2 + \sqrt{7}x^2$ یک تابع چند جمله ای نیست. پ) منظور از احتمال $P(A B)$ این است که احتمال وقوع پیشامد A به شرط آن که بدانیم پیشامد B رخ داده است.	-۱۷۵
۲	اگر $(fog)(x) = 3x^2 - 6x + 14$ و $f(x) = 3x - 4$ ضابطه تابع $g(x)$ را بدست آورید.	۱
۳	نشان دهید توابع $f(x) = \frac{-8x+2}{2}$ و $g(x) = \frac{2-2x}{8}$ وارون یکدیگرند.	۱/۲۵
۴	در جاهای خالی عبارات مناسب قرار دهید. الف) تابعی که در یک بازه هم صعودی و هم نزولی تعریف می شود تابع ..... گفته می شود. ب) تابع تنازانت در هر بازه که در آن تعریف شده باشد ..... است. پ) وقتی یک سطح مخروطی توسط یک صفحه به طور عمودی برش داده می شود سطح مقطع یک ..... است.	-۱۷۵
۵	دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و می نیمم تابع مقابل را به دست آورید. $y = 3 \sin(2x) - 2$	۱/۲۵
۶	الف) جواب های معادله $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ را به دست آورید. ب) مقدار $\sin 15^\circ$ را به دست آورید.	۱/۵
۷	حد توابع زیر را در صورت وجود به دست آورید. الف) $\lim_{x \rightarrow \frac{-1}{2}} \frac{[x]}{ 2x+1 }$ ب) $\lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{2x}{x-5}$ پ) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(9 + \frac{7}{x^2}\right)$	۲
۸	اگر $f(x) = 3x^2 - 2x + 1$ باشد، $f'(2)$ را به دست آورید و معادله خط مماس بر منحنی تابع f را در نقطه ای به طول ۲ واقع بر آن بنویسید.	۱
۹	مشتق توابع زیر را به دست آورید. ( ساده کردن الزامی نیست) الف) $f(x) = \left(\frac{-2x-1}{x^2+5}\right)^8$ ب) $f(x) = \sqrt{5x+3}$	۱/۷۵
۱۰	مشتق پذیری تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2 & x \geq 1 \\ 2x & x < 1 \end{cases}$ را در نقطه $x=1$ بررسی کنید.	۱/۲۵
ادامه سوالات در صفحه دوم		

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس : ریاضی ۲	رشته ی : تجربی	ساعت شروع : ۱۶ عصر به افق تهران	مدت امتحان : 120 دقیقه
پایه : دوازدهم		تاریخ امتحان : ۲۴ / 3 / 1399	
دانش آموزان روزانه ، براه دور و داوطلبان آزاد		خارج از کشور در ماه خرداد سال 1399	

ردیف	سؤالات	نمره
------	--------	------

۱۱	یک توده باکتری پس از $t$ ساعت دارای جرم $m(t) = \sqrt{t} + 2t^2$ گرم است. آهنگ رشد جرم این توده باکتری در لحظه $t=1$ چقدر است؟	۱
۱۲	مقادیر ماکزیمم و می نیمم مطلق تابع $f(x) = x^2 + 2x - 5$ را در بازه $[-2, 1]$ در صورت وجود به دست آورید.	۱/۷۵
۱۳	ابعاد مستطیلی با بیشترین مساحت را تعیین کنید که دو راس آن روی محور $X$ ها و دو راس دیگرش بالای محور $X$ ها و روی سهمی به معادله $y = 12 - x^2$ باشند.	۱/۲۵
۱۴	در یک بیضی افقی طول قطر بزرگ ۶ و طول قطر کوچک ۴ واحد است. اگر مختصات مرکز آن $O \left( \frac{4}{5} \right)$ باشد. الف) فاصله کانونی بیضی را پیدا کنید. ب) مختصات دو سر قطر بزرگ آن را بنویسید.	۱/۵
۱۵	وضعیت دایره به معادله $x^2 + y^2 = 2$ و خط $y = -x - 2$ را نسبت به هم مشخص کنید.	۱/۵
۱۶	اگر احتمال انتقال نوعی بیماری خاص به نوزاد پسر ۰/۰۸ و به دختر ۰/۰۳ باشد و خانواده ای قصد بچه دار شدن را داشته باشند؛ با چه احتمالی نوزاد آن ها به بیماری خاص مبتلا خواهد شد؟	۱/۵
موفق باشید		جمع نمرات


[t.me/safazelianmath](https://t.me/safazelianmath)

Link

Mathematics education from high school to university

ID: @safazelian

## باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی ۳	رشته ی: تجربی	ساعت شروع: ۱۶ عصر به افق تهران	مدت امتحان: 120 دقیقه
پایه: دوازدهم		تاریخ امتحان: ۲۴ / ۳ / 1399	
دانش آموزان روزانه، راه دور و داوطلبان آزاد خارج از کشور در ماه خرداد سال 1399		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی	
ردیف	سؤالات		نمره

۰/۲۵	ردیف	۱
	<p>درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) دامنه تابع با ضابطه <math>y = -kf\left(\frac{x}{p}\right)</math> همان دامنه تابع <math>y = -kf(x)</math> می باشد.</p> <p>ب) تابع <math>y = 2x^5 - 4x^2 + \sqrt{7}x^2</math> یک تابع چند جمله ای نیست.</p> <p>پ) منظور از احتمال <math>P(A B)</math> این است که احتمال وقوع پیشامد A به شرط آن که بدانیم پیشامد B رخ داده است.</p>	

الف) نادرست

ب) نادرست

پ) درست



$$(f \circ g)(x) = \frac{-\lambda \left( \frac{\tau - \lambda x}{\lambda} \right) + \tau}{\tau} = \frac{-\tau + \lambda x + \tau}{\tau} = \frac{\lambda x}{\tau} = x$$

$$(g \circ f)(x) = \frac{\tau - \lambda \left( \frac{-\lambda x + \tau}{\tau} \right)}{\lambda} = \frac{\tau + \lambda x - \tau}{\lambda} = \frac{\lambda x}{\lambda} = x$$

۱۷۵-	<p>۴ در جاهای خالی عبارات مناسب قرار دهید.</p> <p>الف) تابعی که در یک بازه هم صعودی و هم نزولی تعریف می شود تابع ..... گفته می شود.</p> <p>ب) تابع تنازانت در هر بازه که در آن تعریف شده باشد ..... است.</p> <p>پ) وقتی یک سطح مخروطی توسط یک صفحه به طور عمودی برش داده می شود سطح مقطع یک ..... است.</p>
------	--

الف) تابع

ب) صعودی

پ) دایره

۱/۲۵	$y = r \sin(rx) - r$ <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-top: 10px;"> <div style="text-align: center;">↓ a</div> <div style="text-align: center;">↓ b</div> <div style="text-align: center;">↓ c</div> </div>	دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و می نیمم تابع مقابل را به دست آورید.	۵
------	---	---	---

$$T = \frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{2} = \pi$$

$$y_{\max} = |a| + c = 2 - 2 = 0$$

$$y_{\min} = -|a| + c = -2 - 2 = -4$$

۱/۵	الف) جواب های معادله $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ را به دست آورید. ب) مقدار $\sin 15^\circ$ را به دست آورید.	۶
-----	--	---

الف)  $\cos \alpha = \cos \frac{\pi}{4} \rightarrow \alpha = 2k\pi \pm \frac{\pi}{4}$

ب)  $\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2} \Rightarrow \sin^2 15^\circ = \frac{1 - \cos 30^\circ}{2} = \frac{1 - \frac{\sqrt{3}}{2}}{2} = \frac{2 - \sqrt{3}}{2}$

$$= \frac{2 - \sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow \sin 15^\circ = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{3}}}{2}$$

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow \frac{-1}{3}} \frac{[x]}{|3x+1|}$$

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{2x}{x-5}$$

$$\text{پ) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( 9 + \frac{4}{x^2} \right)$$

$$\text{الف) } \frac{\left[-\frac{1}{3}\right]}{\left|3x\left(-\frac{1}{3}\right)+1\right|} = \frac{-1}{0^+} = -\infty$$

$$\text{ب) } \frac{2x \infty}{5^- - 5} = \frac{10}{0^-} = -\infty$$

$$\text{پ) } 9 + \frac{4}{\infty} = 9 + 0 = 9$$

اگر  $f(x) = 3x^2 - 2x + 1$  باشد،  $f'(2)$  را به دست آورید و معادله خط مماس بر منحنی تابع  $f$  را در نقطه ای به طول ۲ واقع بر آن بنویسید.

$$x=2 \rightarrow f(2) = 3x^2 - 2x + 1 = 12 - 4 + 1 = 9 \rightarrow A(2, 9)$$

$$f'(x) = 6x - 2 \rightarrow m = f'(2) = 6 \times 2 - 2 = 12 - 2 = 10$$

$$y = 10(x - 2) + 9 \rightarrow y = 10x - 20 + 9 \rightarrow y = 10x - 11$$

۱/۷۵

الف)  $f(x) = \left(\frac{-2x-1}{x^2+5}\right)^4$

ب)  $f(x) = \sqrt{5x+3}$

الف)  $f'(x) = 4 \left(\frac{-2x-1}{x^2+5}\right)^3 \times \left(\frac{-2(x^2+5) - 2x(-2x-1)}{(x^2+5)^2}\right)$

ب)  $f'(x) = \frac{5}{2\sqrt{5x+3}}$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} x^2 + 3 = 1^2 + 3 = 4$$

$\Rightarrow$  تابع در  $x=1$  صد برابر می شود.

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} 2x = 2$$

پس مشتق پذیر نیست.

یک توده باکتری پس از  $t$  ساعت دارای جرم  $m(t) = \sqrt{t} + 2t^2$  گرم است. آهنگ رشد جرم این توده

باکتری در لحظه  $t=1$  چقدر است؟

$$m'(t) = \frac{1}{2\sqrt{t}} + 4t$$

$$m'(1) = \frac{1}{2\sqrt{1}} + 4 \times 1 = \frac{1}{2} + 4 = \frac{9}{2}$$

مقادیر ماکزیمم و می نیمم مطلق تابع  $f(x) = x^2 + 2x - 5$  را در بازه  $[-2, 1]$  در صورت وجود به دست آورید.

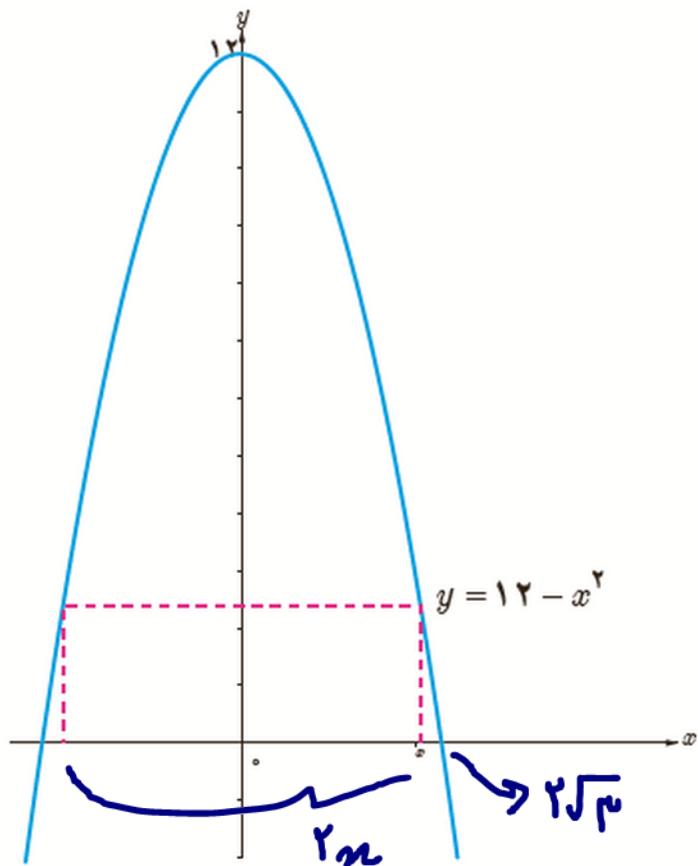
۱۲

$$f'(x) = 2x + 2 = 0 \rightarrow 2x = -2 \rightarrow \text{معادله جواب ندارد}$$

$$f(-2) = (-2)^2 + 2(-2) - 5 = 4 - 4 - 5 = -5 \rightarrow \text{مقدار min مطلق}$$

$$f(1) = 1^2 + 2(1) - 5 = 1 + 2 - 5 = -2 \rightarrow \text{مقدار max مطلق}$$

ابعاد مستطیلی با بیشترین مساحت را تعیین کنید که دو راس آن روی محور  $x$ ها و دو راس دیگرش بالای محور  $x$ ها و روی سهمی به معادله  $y = 12 - x^2$  باشند.



$$S = 2a \times y$$

$$S = 2a(12 - a^2) = -2a^3 + 24a \quad ; \quad a \in [0, 2\sqrt{3}]$$

$$S' = -6a^2 + 24 = 0 \rightarrow -6a^2 = -24$$

$$\rightarrow a^2 = 4$$

$$\left. \begin{array}{l} a = 2 \checkmark \\ a = -2 \notin [0, 2\sqrt{3}] \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} a = 2 \checkmark \\ a = -2 \notin [0, 2\sqrt{3}] \end{array} \right\}$$

$$\text{طول: } 2a = 2 \times 2 = 4$$

$$\text{عرض: } y = 12 - a^2 = 12 - 4 = 8$$

در یک بیضی افقی طول قطر بزرگ ۶ و طول قطر کوچک ۴ واحد است. اگر مختصات مرکز آن  $O$  باشد. (الف) فاصله کانونی بیضی را پیدا کنید. (ب) مختصات دو سر قطر بزرگ آن را بنویسید.

۱۴

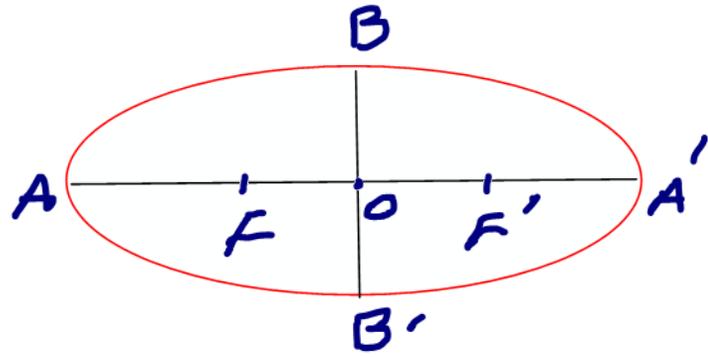
$$AA' = 2a = 6 \rightarrow a = 3$$

$$BB' = 2b = 4 \rightarrow b = 2$$

$$a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow 9 = 4 + c^2 \rightarrow c = \sqrt{5}$$

$$FF' = 2c = 2\sqrt{5}$$

(الف)



$$A(\alpha - a, \beta) \Rightarrow A(4 - 3, 0) \Rightarrow A(1, 0)$$

$$A'(\alpha + a, \beta) \Rightarrow A'(4 + 3, 0) \Rightarrow A'(7, 0)$$

(ب)

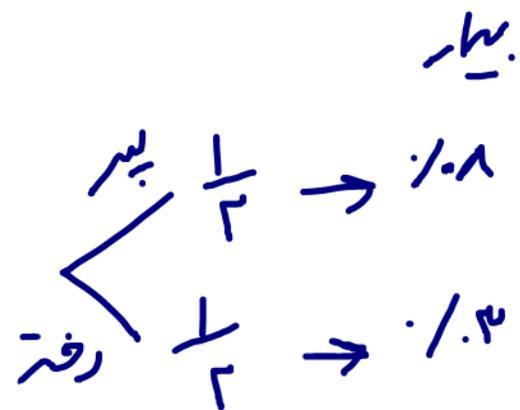
$O(0, 0)$       $r = \sqrt{2}$

خط  $x + y + 2 = 0$

فاصله مرکز دایره تا خط  $d = \frac{|0 \times 1 + 0 \times 1 + 2|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{2 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$

$d = r = \sqrt{2} \Rightarrow$  خط مماس بر دایره است

اگر احتمال انتقال نوعی بیماری خاص به نوزاد پسر  $0/08$  و به دختر  $0/03$  باشد و خانواده ای قصد بچه دار شدن را داشته باشند؛ با چه احتمالی نوزاد آن ها به بیماری خاص مبتلا خواهد شد؟



$$\rightarrow P(A) = \frac{1}{2} \times 0/08 + \frac{1}{2} \times 0/03 = 0/04 + 0/015 = 0/055$$