

ساعت شروع : ۱۰ صبح به افق تهران	مدت امتحان : ۱۲۰ دققه	رشته‌ی : تجربى
تاریخ امتحان : ۱۳۹۹ / ۳ / ۲۴		پايه : دوازدهم
مرکز سنجش و پايش كيفيت آموزشی	۱۳۹۹	دانش آموزان روزانه، راه دور و داوطلبان آزاد خارج از کشور در ماه خرداد سال

ردیف	سؤالات	نمره
۱	<p>درستی يا نادرستی عبارات زير را مشخص کنيد.</p> <p>(الف) اگر <math>f(x) = \sqrt{\sin x}</math> و <math>g(x) = \sin x</math> باشند، آنگاه <math>(gof)(x)</math> خواهد بود.</p> <p>(ب) تابع <math> x </math> در تمام دامنه اش صعودی است.</p> <p>(پ) مقدار می نیمم تابع <math>y = 3\sin(2x) - 5</math> برابر <math>-5</math> است.</p> <p>(ت) تابع <math>f(x) = \sqrt[3]{x}</math> در نقطه <math>x = 0</math> مماس قائم دارد.</p> <p>(ث) اگر تابع <math>f</math> پيوسته باشد لزوما مشتق پذير است.</p> <p>(ج) دو پيشامد <math>A</math> و <math>B</math> را ناسازگار می گويم هرگاه <math>A</math> و <math>B</math> با هم رخ ندهند.</p>	۱/۵
۲	<p>در جاي خالي عبارات مناسب قرار دهيد.</p> <p>(الف) اگر برد تابع <math>f</math> برابر <math>[4, 1]</math> باشد آنگاه برد تابع <math>(x) = 2f(x) - 2</math> با <math>y</math> برابر با ..... است.</p> <p>(ب) اگر <math>5 = f(7)</math> و <math>7 = g(4)</math> باشد، آنگاه <math>(fog)(4) =</math> .....</p> <p>(پ) دوره تناوب اصلی <math>y = \tan \alpha</math> برابر ..... می باشد.</p> <p>(ت) باقی مانده تقسيم <math>1 + 5x - 2x^3</math> بر <math>x - 3</math> برابر با ..... است.</p> <p>(ث) شكل حاصل از دوران يك نيم دایره حول شعاع عمود بر قطر آن يك ..... است.</p>	۱/۲۵
۳	<p>اگر <math>5 = x^2</math> و <math>f(x) = \sqrt{x+6}</math> باشد، دامنه <math>fog</math> را به دست آوريد.</p>	۰/۷۵
۴	<p>(الف) وارون تابع <math>y = \sqrt{x+2}</math> را به دست آوريد.</p> <p>(ب) با محدود کردن دامنه تابع <math>y = x^3 - 4x + 5</math> يك تابع يك به يك به دست آوريد.</p>	۱/۲۵
۵	<p>معادله مثلثاتي مقابل را حل کنيد.</p>	۱
۶	<p>اگر <math>\cos \alpha = \frac{5}{13}</math> و <math>\alpha</math> زاويه حاده باشد؛ <math>\cos 2\alpha</math> را به دست آوريد.</p>	۰/۵
۷	<p>اگر در يك تابع مثلثاتي دوره تناوب <math>4\pi</math> و مقدار ماکزيم <math>1</math> و مقدار می نیمم <math>-7</math> باشد؛ تابع سينوسی آن را بنويسيد.</p>	۱
۸	<p>حد های زير را محاسبه کنيد.</p> <p>(الف) <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{2x-3}</math></p> <p>(ب) <math>\lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{-3x}{x^2-4}</math></p> <p>(پ) <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-1}{2x-1}</math></p> <p>(ت) <math>\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-9}{2-\sqrt{x+1}}</math></p>	۱/۷۵
	ادامه سوالات در صفحه دوم	

با سمه تعالي

ساعت شروع : ۱۰ صبح به افق تهران	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه	رشته‌ی : تجربی	سؤالات امتحان نهایی درس : ریاضی ۳
تاریخ امتحان : ۲۴ / ۳ / ۱۳۹۹		پایه : دوازدهم	
دانش آموزان روزانه، راه دور و داوطلبان آزاد خارج از کشور در ماه خرداد سال ۱۳۹۹			مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی

ردیف	سؤالات	نمره
۹	مشتق توابع زیر را بدست آورید. ( ساده کردن الزامی نیست)  الف) $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 1}{-2x + 1}$  ب) $f(x) = (x^2 + 1)^3(5x - 1)$	۲/۲۵
۱۰	معادله حرکت متحرکی به صورت $f(t) = t^3 - t + 10$ بر حسب متر در بازه زمانی $[0, 5]$ بر حسب ثانیه داده شده است. در کدام لحظه سرعت لحظه‌ای با سرعت متوسط در بازه زمانی $[0, 5]$ برابر است؟	۱/۵
۱۱	اگر $f(x) = \begin{cases} x^2 & x \leq 0 \\ x & x > 0 \end{cases}$ باشد ، نشان دهید $(f')$ موجود نیست.	۰/۷۵
۱۲	الف) نقطه بحرانی را تعریف کنید.  ب) اگر نقطه $(2, 1)$ نقطه اکسترمم نسبی تابع $f(x) = x^3 + bx^2 + d$ باشد؛ مقادیر $d$ و $b$ را به دست آورید.	۱/۷۵
۱۳	نشان دهید در بین تمام مستطیل‌های با محیط ثابت ۱۴ سانتی متر، مستطیلی بیشترین مساحت را دارد که طول و عرض آن هم اندازه باشد.	۱/۲۵
۱۴	کانون‌های یک بیضی نقاط $(1, 3)$ و $(-1, -5)$ است و اندازه قطر بزرگ ۱۲ می باشد. فاصله کانونی و مختصات مرکز بیضی و خروج از مرکز بیضی را محاسبه کنید.	۱/۲۵
۱۵	معادله دایره‌ای را بنویسید که بر خط $0 = 1 - 4y + 3x + 3m$ بوده و مرکز آن $(1, 2)$ باشد.	۱
۱۶	دو جعبه داریم. درون یکی از آن‌ها ۱۲ لامپ قرار دارد که ۶ تا از آنها معیوب است و درون جعبه دیگر ۹۶ لامپ قرار دارد که ۴ تا از آنها معیوب هستند. به تصادف جعبه‌ای انتخاب کرده، یک لامپ از آن بیرون می آوریم. چقدر احتمال دارد لامپ مورد نظر معیوب باشد؟	۱/۲۵
	مجموع نمرات	۲۰

ساعت شروع : ۱۰ صبح به افق تهران	مدت امتحان : ۱۲۰ دققه	رشته‌ی : تجربى
تاریخ امتحان : ۱۳۹۹ / ۳ / ۲۴		پایه : دوازدهم
مرکز سنجش و پايش كيفيت آموزشی	۱۳۹۹	دانش آموزان روزانه، راه دور و داوطلبان آزاد خارج از کشور در ماه خرداد سال

ردیف	سؤالات	نمره
۱	<p>درستی يا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنيد.</p> <p>(الف) اگر <math>f(x) = \sqrt{\sin x}</math> و <math>g(x) = \sin x</math> باشند، آنگاه <math>(gof)(x)</math> خواهد بود.</p> <p>(ب) تابع <math> x </math> در تمام دامنه اش صعودی است.</p> <p>(پ) مقدار می نیمم تابع <math>y = 3\sin(2x) - 5</math> برابر <math>-5</math> است.</p> <p>(ت) تابع <math>f(x) = \sqrt[3]{x}</math> در نقطه <math>x = 0</math> مماس قائم دارد.</p> <p>(ث) اگر تابع <math>f</math> پیوسته باشد لزوما مشتق پذیر است.</p> <p>(ج) دو پیشامد <math>A</math> و <math>B</math> را ناسازگار می گوییم هرگاه <math>A</math> و <math>B</math> با هم رخ ندهند.</p>	۱/۵
۲	<p>در جای خالي عبارات مناسب قرار دهيد.</p> <p>(الف) اگر برد تابع <math>f</math> برابر <math>[4, 1]</math> باشد آنگاه برد تابع <math>(x) = 2f(x) - 2</math> با <math>y</math> برابر با ..... است.</p> <p>(ب) اگر <math>5 = f(7)</math> و <math>7 = g(4)</math> باشد، آنگاه <math>(fog)(4) =</math> .....</p> <p>(پ) دوره تناوب اصلی <math>y = \tan \alpha</math> برابر ..... می باشد.</p> <p>(ت) باقی مانده تقسیم <math>1 + 5x - 2x^3</math> بر <math>x - 3</math> برابر با ..... است.</p> <p>(ث) شکل حاصل از دوران يك نيم دایره حول شعاع عمود بر قطر آن يك ..... است.</p>	۱/۲۵
۳	<p>اگر <math>5 = f(x) = x^2</math> و <math>g(x) = \sqrt{x+6}</math> باشد، دامنه <math>fog</math> را به دست آوريد.</p>	۰/۷۵
۴	<p>(الف) وارون تابع <math>y = \sqrt{x+2}</math> را به دست آوريد.</p> <p>(ب) با محدود کردن دامنه تابع <math>y = x^3 - 4x + 5</math> يك تابع يك به يك به دست آوريد.</p>	۱/۲۵
۵	<p>معادله مثلثاتی مقابل را حل کنيد.</p>	۱
۶	<p>اگر <math>\cos \alpha = \frac{5}{13}</math> و <math>\alpha</math> زاويه حاده باشد؛ <math>\cos 2\alpha</math> را به دست آوريد.</p>	۰/۵
۷	<p>اگر در يك تابع مثلثاتي دوره تناوب <math>4\pi</math> و مقدار ماکزیمم <math>1</math> و مقدار می نیمم <math>-7</math> باشد؛ تابع سینوسی آن را بنویسید.</p>	۱
۸	<p>حد های زیر را محاسبه کنيد.</p> <p>(الف) <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{2x-3}</math></p> <p>(ب) <math>\lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{-3x}{x^2-4}</math></p> <p>(پ) <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-1}{2x-1}</math></p> <p>(ت) <math>\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-9}{2-\sqrt{x+1}}</math></p>	۱/۷۵
	ادامه سوالات در صفحه دوم	

با سمه تعالي

ساعت شروع : ۱۰ صبح به افق تهران	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه	رشته‌ی : تجربی	سؤالات امتحان نهایی درس : ریاضی ۳
تاریخ امتحان : ۲۴ / ۳ / ۱۳۹۹		پایه : دوازدهم	
دانش آموزان روزانه، راه دور و داوطلبان آزاد خارج از کشور در ماه خرداد سال ۱۳۹۹			مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی

ردیف	سؤالات	نمره
۹	مشتق توابع زیر را بدست آورید. ( ساده کردن الزامی نیست)  الف) $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 1}{-2x + 1}$  ب) $f(x) = (x^2 + 1)^3(5x - 1)$	۲/۲۵
۱۰	معادله حرکت متحرکی به صورت $f(t) = t^3 - t + 10$ بر حسب متر در بازه زمانی $[0, 5]$ بر حسب ثانیه داده شده است. در کدام لحظه سرعت لحظه‌ای با سرعت متوسط در بازه زمانی $[0, 5]$ برابر است؟	۱/۵
۱۱	اگر $f(x) = \begin{cases} x^2 & x \leq 0 \\ x & x > 0 \end{cases}$ باشد ، نشان دهید $(f')$ موجود نیست.	۰/۷۵
۱۲	الف) نقطه بحرانی را تعریف کنید.  ب) اگر نقطه $(2, 1)$ نقطه اکسترمم نسبی تابع $f(x) = x^3 + bx^2 + d$ باشد؛ مقادیر $d$ و $b$ را به دست آورید.	۱/۷۵
۱۳	نشان دهید در بین تمام مستطیل‌های با محیط ثابت ۱۴ سانتی متر، مستطیلی بیشترین مساحت را دارد که طول و عرض آن هم اندازه باشد.	۱/۲۵
۱۴	کانون‌های یک بیضی نقاط $(1, 3)$ و $(-1, -5)$ است و اندازه قطر بزرگ ۱۲ می باشد. فاصله کانونی و مختصات مرکز بیضی و خروج از مرکز بیضی را محاسبه کنید.	۱/۲۵
۱۵	معادله دایره‌ای را بنویسید که بر خط $0 = 1 - 4y + 3x + 3m$ بوده و مرکز آن $(1, 2)$ باشد.	۱
۱۶	دو جعبه داریم. درون یکی از آن‌ها ۱۲ لامپ قرار دارد که ۶ تا از آنها معیوب است و درون جعبه دیگر ۹۶ لامپ قرار دارد که ۴ تا از آنها معیوب هستند. به تصادف جعبه‌ای انتخاب کرده، یک لامپ از آن بیرون می آوریم. چقدر احتمال دارد لامپ مورد نظر معیوب باشد؟	۱/۲۵
	مجموع نمرات	۲۰



[t.me/safazelianmath](https://t.me/safazelianmath)  
Link

Mathematics education from high school to  
university  
ID: [@safazelian](https://t.me/safazelian)

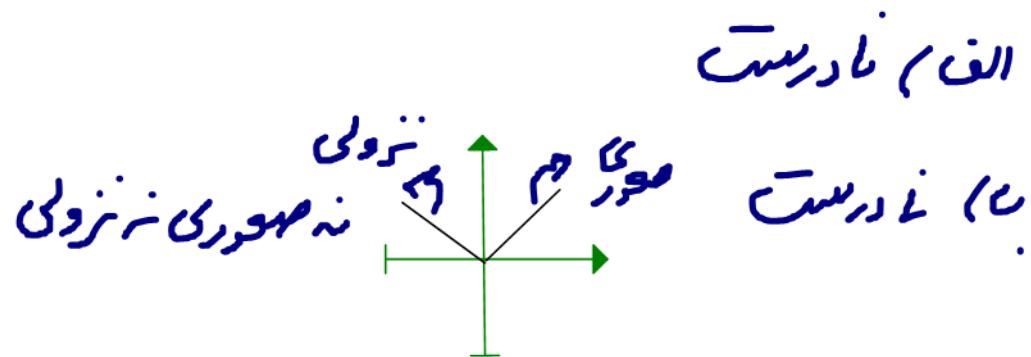
### باسمہ تعالیٰ

ساعت شروع : ۱۰ صبح به افق تهران	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه	رشته‌ی تجربی	سوالات امتحان نهایی درس : ریاضی ۳
تاریخ امتحان : ۲۴ / ۳ / ۱۳۹۹		پایه : دوازدهم	
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی	دانش آموزان روزانه، راه دور و داوطلبان آزاد	خارج از کشور در ماه خرداد سال ۱۳۹۹	
نمره	سوالات		ردیف

درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

- الف) اگر  $g(x) = \sin x$  و  $f(x) = \sqrt{x}$  باشند، آنگاه  $(gof)(x) = \sqrt{\sin x}$  خواهد بود.
- ب) تابع  $|x|$  در تمام دامنه اش صعودی است.
- پ) مقدار می نیمم تابع  $y = 3\sin(2x) - 2$  برابر ۵ است.
- ت) تابع  $f(x) = \sqrt[3]{x}$  در نقطه  $x = 0$  مماس قائم دارد.
- ث) اگر تابع  $f$  پیوسته باشد لزوماً مشتق پذیر است.
- ج) دو پیشامد  $A$  و  $B$  را ناسازگار می گوییم هرگاه  $A$  و  $B$  با هم رخ ندهند.

$$(gof)(x) = g(f(|x|)) = \sin \sqrt{|x|}$$



$$y_{\min} = -|a| + c = -3 - 5 = -8$$

ت) درست لصون. آنکه ب

ث) نادرست (بر عکس درست نست)

ج) درست (۲. رسم نسبتی)

۱/۲۵	<p>در جای خالی عبارات مناسب قرار دهید.</p> <p>الف) اگر برد تابع <math>f</math> برابر <math>[4, -1]</math> باشد آنگاه برد تابع <math>(x) = 2f(x)</math> برابر با <math>y</math> است.</p> <p>ب) اگر <math>5 = f(7)</math> و <math>g(4) = 7</math> باشد، آنگاه <math>(f \circ g)(4) =</math> ..... است.</p> <p>پ) دوره تناوب اصلی <math>y = \tan \alpha</math> برابر ..... می باشد.</p> <p>ت) باقی مانده تقسیم <math>1</math> بر <math>x^3 - 5x + 3</math> برابر با ..... است.</p> <p>ث) شکل حاصل از دوران یک نیم دایره حول شعاع عمود بر قطر آن یک ..... است.</p>	۲
------	--	---

[۲-۲] (الف)

$$f(g(4)) = f(17) = 5 \quad (b)$$

پ:

$$\pi \approx 3.14 \rightarrow x=3 \rightarrow f(3)=2(3^2)-8 \times 3+1=18-24+1=5 \quad (c)$$

ث) نمکره (۲۰ درصد احتیاجی)

۰/۷۵

اگر  $f(x) = x^r - ۵$  و  $g(x) = \sqrt{x+۶}$  باشد، دامنه  $fog$  را به دست آورید.

۳

$$D_f = \mathbb{R} \quad , \quad D_g : x+۷ \geq ۰ \rightarrow x > -۷ \rightarrow D_g = [-۷, +\infty)$$

$$D_{fog} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{x > -۷ \mid \sqrt{x+۷} \in \mathbb{R}\} = [-۷, +\infty)$$

۱/۲۵

الف) وارون تابع  $y = \sqrt{x+۲}$  را به دست آورید.

۴

ب) با محدود کردن دامنه تابع  $f(x) = x^r - ۴x + ۵$  یک تابع یک به یک به دست آورید.

لطفاً  $y = \sqrt{x+۲} \Rightarrow y^2 = |x+۲| \xrightarrow{x > -۲} y^2 = x+۲ \rightarrow y^2 - ۲ = x \rightarrow f^{-1}(x) = x^2 - ۲$   
 $(x \rightarrow f^{-1}, y \rightarrow x)$

ب) راسخی  $x = -\frac{b}{۲a} = -\frac{-۴}{۲} = ۲$

$D_f = (-\infty, ۲] \subseteq [۲, +\infty)$  تجزیه شود

۱

$$2 \sin 3x - \sqrt{2} = 0$$

معادله مثلثاتی مقابله را حل کنید.

۵

$$\sin n = \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow \sin n = \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow \sin n = \sin \frac{\pi}{4}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} n = k\pi + \frac{\pi}{4} \\ n = k\pi + \pi - \frac{\pi}{4} \end{array} \right. \rightarrow n = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} n = k\pi + \frac{\pi}{4} \\ n = k\pi + \pi - \frac{\pi}{4} \end{array} \right. \rightarrow n = \frac{k\pi}{2} + \frac{3\pi}{4}$$

۰/۵

اگر  $\cos \alpha = \frac{5}{13}$  و زاویه حاده باشد؛  $\cos 2\alpha$  را به دست آورید.

۶

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - 1 = \cos^2 \left( \frac{5}{13} \right) - 1 = 2 \times \frac{25}{169} - 1 = \frac{50}{169} - 1 = \frac{50 - 169}{169}$$

$$= -\frac{119}{169}$$

اگر در یک تابع مثلثاتی دوره تناوب  $4\pi$  و مقدار ماکزیمم ۷- باشد؛ تابع سینوسی آن را بنویسید.

$$T = \frac{2\pi}{|b|} \rightarrow \frac{2\pi}{|b|} = \frac{4\pi}{|b|} \rightarrow |b| = 2 \rightarrow |b| = \frac{1}{r} \rightarrow b = \pm \frac{1}{r}$$

$$|a| = \frac{y_{\max} - y_{\min}}{2} = \frac{-1 - (-7)}{2} = \frac{-1 + 7}{2} = 3 \rightarrow a = \pm 3$$

$$c = \frac{y_{\max} + y_{\min}}{2} = \frac{-1 + 7}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

پس از توانی:  $y = 3 \sin \frac{1}{r}x - 3$

$$\therefore y = 3 \sin \left(-\frac{1}{r}x\right) - 3 \quad \therefore y = -3 \sin \left(-\frac{1}{r}x\right) - 3$$

حد های زیر را محاسبه کنید.

۸

۱/۷۵

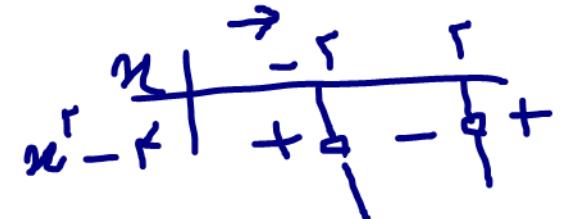
$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{2x-3} = \frac{1}{-\infty} = 0$$

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{-3x}{x^2-4} = \frac{7}{0+} = +\infty$$

$$\text{پ) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-1}{3x-1} = \frac{2}{3}$$

$$\text{ت) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-9}{2-\sqrt{x+1}} \times \frac{2+\sqrt{x+1}}{2+\sqrt{x+1}} = \lim_{n \rightarrow 3} \frac{(n-3)(n+3)(2+\sqrt{n+1})}{(2-(x+1))} \rightarrow +\infty - n - 1 = -n + 3$$

$$= \lim_{n \rightarrow 3} \frac{(n-3)(n+3)(2+\sqrt{n+1})}{-(n-3)} = \frac{7(4+2)}{-1} = -48$$



۲/۲۵

مشتق توابع زیر را بدست آورید. (ساده کردن الزامی نیست)

$$\text{الف) } f(x) = \frac{x^2-3x+1}{-2x+1} \rightarrow f'(x) = \frac{(2x-3)(-2x+1) - (-3)(x^2-3x+1)}{(-2x+1)^2}$$

$$\text{ب) } f(x) = (x^2+1)^3(5x-1)$$

۹

$$\text{ب) } f'(x) = 3(x^2+1)^2(2x) \left( \frac{5x-1}{\text{خود ری}} \right) + \omega \left( x^2+1 \right)^2 \text{مشتق رومی خود ری}$$

۱/۵	معادله حرکت متحرکی به صورت $f(t) = t^2 - t + 10$ بر حسب ثانیه داده شده است. در کدام لحظه سرعت لحظه‌ای با سرعت متوسط در بازه زمانی $[5, 10]$ برابر است؟	۱۰
-----	---	----

$$\frac{f(\omega) - f(5)}{\omega - 5} = \frac{(25 - 5 + 10) - (25 - 5 + 10)}{\omega} = \frac{10}{\omega}$$

سرعت متوسط

$$f'(x) = 2x - 1 \rightarrow f'(c) = 2c - 1 = 4 \rightarrow 2c = 5 \\ c = \frac{5}{2} = 2.5$$

۰/۷۵	نشان دهید $f(x) = \begin{cases} x^2 & x \leq 0 \\ x & x > 0 \end{cases}$ باشد، $f'(0)$ موجود نیست.	۱۱
------	--	----

$$f'(x) = \begin{cases} 2x & x < 0 \\ 1 & x > 0 \end{cases} \rightarrow f'_+(0) = 1 \quad \text{و} \quad f'_-(0) = 2x_0 = 0$$

$f'_+(0) \neq f'_-(0)$

۱۲

الف) نقطه بحرانی را تعریف کنید.

آورید.

ب) اگر نقطه (۲, ۱) نقطه اکسترمم نسبی تابع  $f(x) = x^3 + bx^2 + d$  باشد؛ مقادیر  $d$  و  $b$  را به دست

۱/۷۵

تعريف : نقطه به طول  $c$  از دامنه تابع  $f$  را یک نقطه بحرانی برای این تابع می‌نامیم هرگاه  $f'(c)$  برابر صفر باشد یا  $f'(c)$  موجود نباشد.

(الف)

$$f'(x) = 0$$

$$\textcircled{1} \quad f'(x) = 3x^2 + 2bx \rightarrow f'(2) = 0 \rightarrow 3(2)^2 + 2b(2) = 0 \rightarrow 12 + 4b = 0 \quad (b)$$

$$\textcircled{2} \quad \begin{array}{l} \text{نقطه نصیحتی در رجوع مردمی کرد} \\ f(2) = 1 \rightarrow 2^3 + b(2)^2 + d = 1 \rightarrow 8 + 4b + d = 1 \rightarrow 8 - 12 + d = 1 \end{array}$$

$$\underline{d = \omega}$$

۱۳

نشان دهید در بین تمام مستطیل های با محیط ثابت ۱۴ سانتی متر، مستطیلی بیشترین مساحت را دارد که طول و عرض آن هم اندازه باشد.

۱/۲۵

$$P = ۲x + ۲y = ۱۴ \Rightarrow x + y = ۷ \rightarrow y = ۷ - x$$

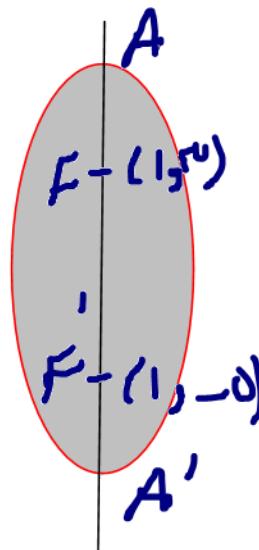
$$S = f(x) = xy = x(7 - x) = -x^2 + 7x$$

$$f'(x) = -2x + 7 = 0 \rightarrow -2x = -7 \rightarrow x = 3.5 \rightarrow y = 7 - 3.5 = 3.5$$

$$x = y = 3.5$$

۱۴

کانون های یک بیضی نقاط (۱,۳) و (-۵, ۱) است و اندازه قطر بزرگ ۱۲ می باشد. فاصله کانونی و مختصات مرکز بیضی و خروج از مرکز بیضی را محاسبه کنید.



$$AA' = 2a = 12 \rightarrow a = 6$$

$$\textcircled{1} \quad FF' = 3 - (-5) = 8 \leftarrow \text{فاصله نویس} \rightarrow 2c = 8 \rightarrow c = 4$$

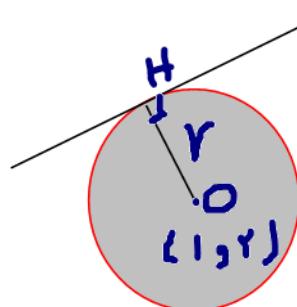
$$\textcircled{2} \quad O(\alpha, \beta) = \left( \frac{1+(-5)}{2}, \frac{3+1}{2} \right) = (-1, 2)$$

دسته FF'

$$\textcircled{3} \quad e = \frac{c}{a} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

۱

معادله دایره ای را بنویسید که بر خط  $3x + 4y - 1 = 0$  مماس بوده و مرکز آن (۱, ۲) باشد.



$$n_x + m_y - 1 = 0 \quad r = OH = \sqrt{\frac{|1 \cdot 3 + 2 \cdot 2 - 1|}{\sqrt{9 + 16}}} = \frac{|3 + 4 - 1|}{\sqrt{25}} = 2$$

$$(x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$$

(از راه رسم انتشاری)

۱۶	دو جعبه داریم. درون یکی از آن ها ۱۲ لامپ قرار دارد که ۶ تا از آنها معیوب است و درون جعبه دیگر ۹۶ لامپ قرار دارد که ۴ تا از آنها معیوب هستند. به تصادف جعبه ای انتخاب کرده، یک لامپ از آن بیرون می آوریم. چقدر احتمال دارد لامپ مورد نظر معیوب باشد؟	۱/۲۵
۲۰	جمع نمرات موفق باشید	جمع نمرات

(از ۲ روش احتمالی)

$$\xrightarrow{\text{جعبه اول}} \frac{1}{2} \rightarrow \frac{7}{12} = \frac{1}{2}$$

$$\xrightarrow{\text{جعبه دوم}} \frac{1}{2} \rightarrow \frac{3}{97} = \frac{1}{97}$$

$$\begin{aligned}
 P(A) &= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{97} \\
 &= \frac{1}{4} + \frac{1}{194} = \frac{12+1}{194} = \frac{13}{194}
 \end{aligned}$$