

## به نام خداوند جان و خرد

آزمون درس : ریاضیات گسسته

دبیرستان غیردولتی باقرالعلوم (ع)

مدت آزمون : ۱۰۰ دقیقه

نوبت امتحان : دی ۹۸

پایه تحصیلی : دوازدهم

رشته تحصیلی : ریاضی

مدرس : هاشم زاده همایونی

بارم	سوالات
۲	<p>۱- جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید .</p> <p>الف) مثال نقض باید در..... صدق کند و ..... را نقض نماید .</p> <p>ب) اگر <math>a b</math> و <math>b c</math> آنگاه ..... و این خاصیت ..... نام دارد .</p> <p>ج) گراف <math>G</math> را ..... گوئیم هرگاه بین هر دو راس آن حداقل یک مسیر وجود داشته باشد .</p> <p>د) معادله سیاله <math>ax + by = c</math> در <math>Z</math> دارای جواب است هرگاه .....</p>
۱	۲- اگر $k$ حاصلضرب دو عدد طبیعی متوالی باشد ثابت کنید $4k + 1$ مربع کامل است .
۱	۳- به روش بازگشتی ثابت کنید : $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + ac + bc$
۱	۴- اگر $\alpha$ و $\beta$ دو عدد گنگ باشند ولی $\alpha + \beta$ گویا باشد ثابت کنید $\alpha + 2\beta$ گنگ است . (برهان خلف)
۱	۵- اگر $a b$ و $c d$ ثابت کنید : $ac bd$
۱/۵	۶- طرف دوم تساویهای زیر را کامل کنید :
	الف) $(a, [a, b]) =$ ب) $[(4a^2b^3, 6a^4b), 8a] =$ ج) $(5k + 2, 5k + 3) =$
۱/۵	۷- به ازای چند عدد طبیعی و دو رقمی $n$ ، دو عدد $5n - 2$ و $7n + 3$ نسبت به هم غیر اولند .
۱/۵	۸- معادله هم نهشتی $15 \equiv x(1! + 2! + 3! + \dots + 10!) \pmod{12}$ را در $Z$ حل کنید .
۱/۵	۹- معادله $1400 = 70x + 40y$ را در $N$ حل کنید و تعداد جوابها را مشخص نمایید .
۱/۵	۱۰- اگر دو عدد $8a + 5$ و $5a - 3$ رقم یکسان داشته باشند آنگاه رقم یکان عدد $7a - 3$ را بیابید .
۱/۵	۱۱- چند عدد به صورت $\overline{aaabbb}$ وجود دارد که بر ۳۶ بخش پذیراند .
۱	۱۲- باقیمانده تقسیم $3 - (23 + 36k)^{59}$ بر ۱۲ را بدست آورید .
۱	۱۳- گراف $G$ دارای ۲۴ راس است. اگر تعداد یالهای $G$ پنج برابر تعداد یالهای $\overline{G}$ باشد تعداد یالهای $G$ را مشخص کنید .
۱	۱۴- در گراف $G$ با مجموعه راسهای $V(G) = \{a, b, c, d, e, f\}$ داریم :
	$N_G(a) = \{b, c, d\}$ $N_G(b) = \{a, c\}$ $N_G(c) = \{a, b\}$ $N_G(d) = \{a, f\}$ $N_G(e) = \{\}$ $N_G(f) = \{d\}$
	گراف $G$ را رسم و یک زیرگراف پنج راسی از آن را مشخص کنید .
۱	۱۵- چند یال به گراف $P_p$ باید اضافه کنیم تا $4$ -منتظم گردد .
۱	۱۶- گراف $K_q$ با رئوس $a, b, c, d, e, f, g, h, i$ چند $a - b$ مسیر به طول ۵ دارد که از $c$ می گذرند .

طریقہ تصحیح گنسنہ  
دی ۵۸

الف) فرض - حکم  $a|c$  - تقری (ج)  $(a,b)|c$

$$r_1 \quad \varepsilon_{k+1} = \varepsilon_n(n+1) + 1 = \varepsilon_n^r + \varepsilon_n + 1 = (r_n + 1)^r$$

$$r_2 \quad \frac{x^2}{r} \rightarrow ra^r + rb^r + rc^r \geq rab + rac + rbc$$

$$\Leftrightarrow a^r + a^r + b^r + b^r + c^r + c^r - rab - rac - rbc \geq 0 \Leftrightarrow (a-b)^r + (a-c)^r + (b-c)^r \geq 0$$

$$e_1 \quad \begin{cases} \alpha, \beta \in Q' \\ \alpha + \beta \in Q \end{cases} \Rightarrow \alpha + 2\beta \in Q'$$

یہاں خلف: فرض کنید  $\alpha + 2\beta$  تو ایسا نہ بنا رہا ہے:

$$(2\beta) - (\alpha + 2\beta) \in Q \Rightarrow 2\beta - \alpha \in Q \Rightarrow \beta \in Q$$

یہ فرض خلف، بالکل الٹ، حکم صحیح الٹ۔

$$d_1 \quad \begin{aligned} a|b &\rightarrow b = aq \\ c|d &\rightarrow d = cq' \end{aligned} \Rightarrow bd = acq q' \Rightarrow bd = acq'' \Rightarrow ac|bd$$

$$r_3 \quad \text{الف) } |a| \quad \text{ب) } [ra^r b^r, na] = na^r b^r \quad \text{ج) } 1$$

$$v_1 \quad (vn+r, \Delta n-r) = d+1 \Rightarrow \begin{cases} d|vn+r \xrightarrow{\times \omega} \\ d|\Delta n-r \xrightarrow{\times (-r)} \end{cases} \Rightarrow d|r\omega \Rightarrow d=r\omega$$

$$r\omega|\Delta n-r \Rightarrow \Delta n \equiv r \Rightarrow \Delta n \equiv 7 \Rightarrow n \equiv 12 \Rightarrow n = 12, 21, 30, 39$$

$$v_2 \quad (1+2+3+\dots+n) \times 12 \equiv 15 \Rightarrow 9x \equiv 15 \Rightarrow 3x \equiv 5$$

$$\Rightarrow 3x \equiv 9 \Rightarrow x \equiv 3 \Rightarrow x = \varepsilon k + 3$$

$$q_1 \quad vx + \varepsilon y = 140 \Rightarrow vx \equiv 140 \Rightarrow x \equiv 0 \Rightarrow \boxed{x = \varepsilon k}$$

$$v(\varepsilon k) + \varepsilon y = 140 \Rightarrow \boxed{y = 35 - vk}$$

$$x > 0 \Rightarrow \varepsilon k > 0 \Rightarrow k > 0 \Rightarrow k = 1, 2, 3, 4$$

$$y > 0 \Rightarrow 35 - vk > 0 \Rightarrow k < 5$$

$$10/ \quad \wedge a + \omega \equiv \omega a - \omega \Rightarrow \omega a \equiv -\omega \Rightarrow \omega a \equiv 1\omega \Rightarrow a \equiv \varepsilon$$

$$\forall a - \omega \equiv \omega(\varepsilon) - \omega \equiv \omega$$

$$11/ \quad \overline{1aabb} \equiv \varepsilon \Rightarrow b + \omega b \equiv \varepsilon \Rightarrow \omega b \equiv \varepsilon \Rightarrow b \equiv \varepsilon, \omega, \wedge$$

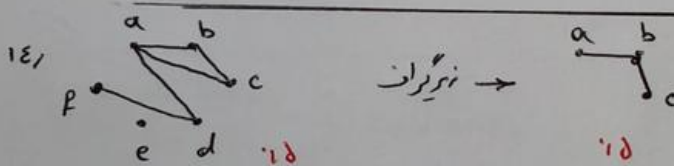
$$\overline{1aabb} \equiv \omega \Rightarrow \omega a + \omega b + \omega \equiv \omega$$

$b = \varepsilon$	$\omega b \equiv \omega \Rightarrow a \equiv \varepsilon \Rightarrow a = \varepsilon$
$b = \omega$	$\omega a + \omega \equiv \omega \Rightarrow a \equiv \varepsilon \Rightarrow a = \varepsilon$
$b = \wedge$	$\omega a + \omega \wedge \equiv \omega \Rightarrow a \equiv \omega \Rightarrow a = \omega$

$$12/ \quad \omega \omega k \equiv \omega \Rightarrow \omega k \equiv -\omega \Rightarrow (\omega k + \omega) - \omega \equiv (\omega - \omega) - \omega \equiv -\omega \equiv \omega$$

$$13/ \quad q = \omega \bar{q} \quad q + \bar{q} = \frac{P(P-1)}{2} \Rightarrow 2\bar{q} = \frac{2\varepsilon \times 2\varepsilon}{2} \Rightarrow \bar{q} = \varepsilon^2$$

$\Rightarrow q = \omega(\varepsilon^2) = \omega\varepsilon$



$$15/ \quad P = \begin{cases} P = \varepsilon \\ q = \omega \end{cases} \quad Pr = \omega q \Rightarrow \varepsilon(\varepsilon) = \omega q \Rightarrow q = \omega$$

تعداد بالای لازم =  $\varepsilon - \omega = \omega$

17/ ~~a, b, d, e, f, g, h, i~~

$$a \underbrace{\omega \omega \omega \omega \omega}_{c} b \Rightarrow \text{جواب} = \binom{\omega}{\omega} \times \varepsilon! = \omega \times \omega\varepsilon = \omega^2\varepsilon$$