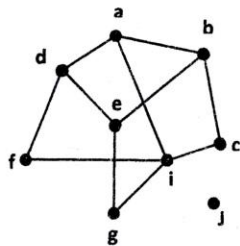


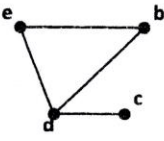
	دوره دوم دبیرستان ماندگار البرز 99-98 امتحانات نوبت دوم - سال تحصیلی تاریخ: 11	نام:
		نام خانوادگی:
دقیقه: 90	کلاس:	درسنامه دبیر: آقای/خانم:
بارم: 90	ریاضیات تست ریاضیات تست	صفحه:
توجه: پاسخ سوالات را با دقت، کامل و خوش خط و خوانا با خودکار آبی یا مشکی بنویسید. در همه حال و همه جا یاد و نکر خداوند متعال را فراموش نکنید.		

بارم	ردیف	توجه: آزمون دارای 4 صفحه است
1	1	<p>جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.</p> <p>الف- اعداد 24 و 36 دارای مقسوم علیه طبیعی مشترک هستند.</p> <p>ب- شرط لازم و کافی برای آن که معادله سیاله $ax+by=c$ دارای جواب باشد آن است که</p> <p>پ- گرافی که تمام رأس‌های آن تنها باشد را گراف می‌نامند.</p> <p>ت- گرافی که تنها از یک دور 7 رأسی تشکیل شده باشد را با نمایش می‌دهیم.</p>
1/5	2	<p>گزاره درست را ثابت کرده و برای گزاره نادرست مثال نقض بیاورید.</p> <p>الف- اگر a و b دو عدد صحیح باشند و ab عددی فرد باشد آن‌گاه $a^2 + b^2$ عددی زوج است.</p> <p>ب- اگر a عددی گویا و b عددی گنگ باشد آن‌گاه $a \times b$ عددی گنگ است.</p>
1	3	<p>اگر تابع f در $x=a$ پیوسته ولی g در $x=a$ ناپیوسته باشد ثابت کنید $f+g$ در $x=a$ ناپیوسته است.</p>
1	4	<p>اگر a و b دو عدد حقیقی دلخواه باشند ثابت کنید $a < b \Leftrightarrow a^3 < b^3$</p>

	با توجه به تعریف ک.م.م ثابت کنید اگر $a b$ آن گاه $[a, b] = b $	
۱		۵
۱/۵	اگر n عددی صحیح و دلخواه باشد ثابت کنید همواره یکی از اعداد صحیح a یا $a+۲$ یا $a+۴$ بر ۳ بخش پذیر است.	۶
۱/۲۵	اگر دو عدد $۷n-۲$ و $۱۱n+۳$ نسبت به هم اول نباشند کوچک ترین عدد ۳ رقمی را که می توان به جای n قرار داد بیابید.	۷
۱/۲۵	اگر باقیمانده تقسیم اعداد m و n بر ۱۷ به ترتیب ۵ و ۳ باشد در این صورت باقیمانده تقسیم عدد $۲m-۵n$ بر ۱۷ را بیابید.	۸
۱	ثابت کنید اگر $a \equiv b \pmod{m}$ آن گاه $a - c \equiv b - c \pmod{m}$	۹
۱	عدد n رقمی $A = \overline{a_{n-1}a_{n-2} \dots a_2a_1a_0}$ را در نظر بگیرید قاعده تقسیم عدد ۵ را نوشته و آن را ثابت کنید.	۱۰

۱	<p>اگر ۱۵ خرداد چهارشنبه باشد ۲۲ بهمن همان سال چه روزی از هفته است.</p>	۱۱
۱/۵	<p>باقیمانده تقسیم عدد $A = (3^{25} - 7) \times 5$ را بر ۱۳ بیابید..</p>	۱۲
۱/۵	<p>به چند طریق می توان یک کیسه ۱۹ کیلویی را با وزنه های ۳ و ۴ کیلویی وزن کرد.</p>	۱۳
۲	<p>نمودار گراف G را در نظر بگیرید و به سوالات زیر پاسخ دهید.</p> <p>الف - $\delta(G), \Delta(G)$ را بنویسید.</p> <p>ب- مجموعه همسایگی باز رأس e و همسایگی بسته رأس g را بنویسید.</p> <p>پ- دو $a-i$ مسیر به طول ۴ بنویسید.</p> <p>ت) دو دور به طول ۵ شامل یال ge بنویسید.</p>	۱۴



۱	<p>نمودار گراف G را در نظر بگیرید و به سوالات زیر پاسخ دهید.</p> <p>الف- یک زیر گراف از G بنویسید به طوری که رأس C تنها نباشد.</p>  <p>ب- مکمل گراف G را رسم کنید.</p>	۱۵
۱/۵	<p>در یک گراف ۳- منتظم از مرتبه P و اندازه q رابطه $q=6-2P$ برقرار است</p> <p>الف- p و q را بیابید.</p> <p>ب- یک گراف همبند و یک گراف ناهمبند با شرایط مسئله رسم کنید.</p>	۱۶

با آرزوی موفقیت و سربلندی شما

الف) ۶ ب) $(a, b) \in \mathbb{C}$ ج) \mathbb{R} د) \mathbb{C}

۲) $a, b \in \mathbb{R}$ عددی غیر صفر است که حاصل یکی از دو عدد a یا b زوج باشد و $a \times b$ عددی زوج خواهد بود بنابراین باید هر

دو عدد a و b فرد باشند

$$\begin{cases} a = 2k+1 \\ b = 2k'+1 \end{cases} \Rightarrow a^2 + b^2 = 4k^2 + 4k + 1 + 4k'^2 + 4k' + 1$$

$$= 4k^2 + 4k + 4k'^2 + 4k' + 2 = 2(2k^2 + 2k + 2k'^2 + 2k' + 1) = 2q$$

ب) مثال نقض: اگر a عدد گویای صحیح در این صورت $a \times b = 0 \times b = 0 \in \mathbb{Q}$

۳) طبق قضیه جاوان ای دانیم تفاضل دو تابع پیوسته تابعی پیوسته است.

فرض کنیم f و g در $x=a$ پیوسته باشند در این صورت با توجه به پیوسته بودن تابع f در $x=a$

نتیجه می شود که $(f+g)$ نیز در $x=a$ پیوسته است پس g در $x=a$ پیوسته می شود این متناقض

فرض می بود و فرض خلف باطل است

۴) می دانیم اگر $a \neq b$ در این صورت $a^2 + ab + b^2 > 0$ بنابراین به کمک اثبات بازگشتی داریم.

$$a < b \Leftrightarrow a - b < 0 \Leftrightarrow (a-b)(a^2 + ab + b^2) < 0 \Leftrightarrow a^3 - b^3 < 0 \Leftrightarrow a^3 < b^3$$

۵) اثبات ثابت می کنیم $|a|$ ضرب مستقیم a و b است

$$|a|b, |a|-b \Rightarrow |a||b|$$

$$|b|a, |b|-a \Rightarrow |b||a|$$

حال ثابت می کنیم $|a|$ کوچکترین ضرب مستقیم a و b است اگر c به ضرب مستقیم a و b باشد

$$\frac{a|c}{|b|c} \xrightarrow{\text{طبق قضیه}} \frac{c|c|}{|c|} \Rightarrow |a| \leq |c|$$

پس $|a|$ کوچکترین عدد a و b است.

- 1 -

اراد بنابرین $a = rk+r \leq a = r(k+1) \leq a = r(k+2)$

$$\begin{cases} a = rk \Rightarrow a(a+r)(a+r) = r \cdot k \cdot (rk+r) \cdot (rk+r) = r^3 q \\ a = r(k+1) \Rightarrow a(a+r)(a+r) = (r(k+1)) \cdot (r(k+1)+r) \cdot (r(k+1)+r) = r^3 q' \\ a = r(k+r) \Rightarrow a(a+r)(a+r) = (r(k+r)) \cdot (r(k+r)+r) \cdot (r(k+r)+r) = r^3 q'' \end{cases}$$

$$(vn-r, 11n+r) = d \xrightarrow{d \neq 1} \begin{cases} d | vn-r \xrightarrow{x1} d | vvn-2r \\ d | 11n+r \xrightarrow{x2} d | v11n+21 \end{cases} \Rightarrow d | 4r \Rightarrow d = 4r$$

$$vn-r \equiv 0 \pmod{4r} \Rightarrow vn \equiv r \pmod{4r} \Rightarrow vn \equiv -3r \pmod{4r} \xrightarrow{(v,4r)=1} n \equiv -3 \pmod{4} \Rightarrow n = 4k-3$$

$k=3 \Rightarrow n = 4 \times 3 - 3 = 9$ *درجه برین متناهی*

$$\begin{cases} m = 17q + 5 \xrightarrow{x2} 2m = 34q + 10 \\ n = 17q' + 3 \xrightarrow{x5} 5n = 85q' + 15 \end{cases} \Rightarrow 2m - 5n = 17(2q - 5q') + (10 - 15) = 2m - 5n = 17(2q - 5q' - 1) + (-5 + 17) \Rightarrow r = 12$$

$$a \equiv b \pmod{m} \Rightarrow m | a-b \Rightarrow m | (a-c) - (b-c) \Rightarrow a-c \equiv b-c \pmod{m}$$

1. کافی است رقم a_0 را برده تقسیم نم.

$$A = a_0 + 10^1 a_1 + 10^2 a_2 + \dots + 10^{n-1} a_{n-1}$$

$$10 \equiv 0 \pmod{10} \Rightarrow 10^n \equiv 0 \pmod{10} \Rightarrow A \equiv a_0 + 0 \times a_1 + 0 \times a_2 + \dots + 0 \times a_{n-1} \equiv a_0 \pmod{10}$$

فرزاد $19 + 3 \times 3 + 4 \times 3 + 2 \times 3 \equiv 10 \equiv 0 \pmod{10}$ *بین مرتب داری*

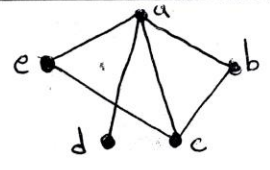
س	ک	ش	ع	پ	ج
5	4	3	2	1	0

بنابرین ۲۲ بن روز شنبه خواهد بود

$$\begin{aligned} 3^3 \equiv 1 \pmod{13} &\Rightarrow 3^{12} \equiv 1 \pmod{13} \xrightarrow{\times 2} 3^{24} \equiv 1 \pmod{13} \Rightarrow 3^{24} - 1 \equiv 0 \pmod{13} \\ x \equiv 24 \pmod{13} &\Rightarrow (3^{24} - 1) x \equiv -2 \pmod{13} \Rightarrow 2x \equiv -2 \pmod{13} \Rightarrow x \equiv -1 \pmod{13} \end{aligned}$$

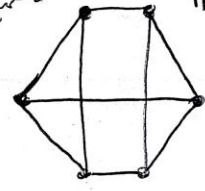
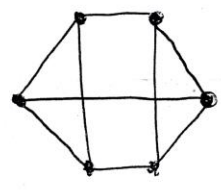
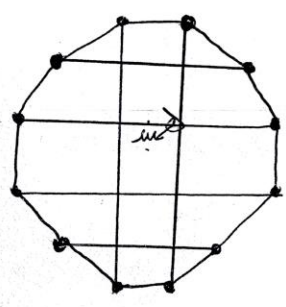
$$\begin{aligned} x \xrightarrow{\text{تعداد } 3} &\Rightarrow 3x \\ y \xrightarrow{\text{تعداد } 3} &\Rightarrow 3y \\ 3x + 3y = 19 &\Rightarrow 3y \equiv 19 \pmod{3} \Rightarrow y \equiv 1 \pmod{3} \Rightarrow y = 3k + 1 \\ 3x + 3(3k + 1) = 19 &\Rightarrow x = 5 - 3k \\ \begin{cases} x \geq 0 \Rightarrow 5 - 3k \geq 0 \Rightarrow k \leq \frac{5}{3} \\ y \geq 0 \Rightarrow 3k + 1 \geq 0 \Rightarrow k \geq -\frac{1}{3} \end{cases} &\Rightarrow k = 0, 1 \Rightarrow \begin{cases} k=0 \Rightarrow x=5, y=1 \\ k=1 \Rightarrow x=2, y=4 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \{e, b, c, i, g, e\} \cup \{a, d, e, g, i\} &= \{a, b, c, d, e, g, i\} \\ \{e, d, f, i, g, e\} \cup \{a, b, e, g, i\} &= \{a, b, c, d, e, g, i\} \\ N_G(e) = \{b, d, g\} &\quad N_G(g) = \{g, e, i\} \\ \Delta = 4 &\quad \delta = 0 \end{aligned}$$



الف) کتب زیر کراف شامل یال dc (ب)

$$\begin{aligned} k=2 \Rightarrow 2P=2q &\Rightarrow 2P-2q=12 \Rightarrow P=12 \\ 2P-q=4 \Rightarrow 2P-2q=12 &\Rightarrow q = \frac{4}{2}P \Rightarrow q=18 \end{aligned}$$



ب) 3 ستون مرتبه 12 نهضت