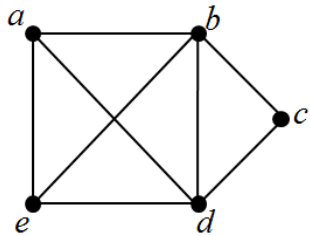


نام و نام خانوادگی: .....  
 مقطع و رشته: دوازدهم ریاضی  
 نام پدر: .....  
 شماره داوطلب: .....  
 تعداد صفحه سؤال: ۱ صفحه

جمهوری اسلامی ایران  
 اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران  
 اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۳ تهران  
 دبیرستان غیردولتی پسرانه سرای دانش واحد سیدخندان  
 آزمون پایان ترم نوبت اول سال تمصیلی ۹۸-۱۳۹۷

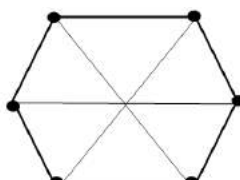
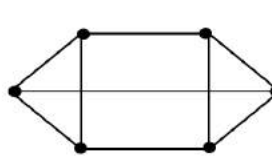
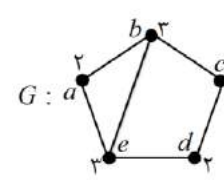
نام درس: ریاضیات گسسته  
 نام دبیر: آقای محسنی  
 تاریخ امتحان: ۱۷ / ۱۰ / ۱۳۹۷  
 ساعت امتحان: ۰۸ : ۰۰ صبح / عصر  
 مدت امتحان: ۹۰ دقیقه

محل مهر و امضا: مدیر	نمره به عدد:	نمره به حروف:	نمره به عدد:	نمره به حروف:	
	نام دبیر:	تاریخ و امضا:	نام دبیر:	تاریخ و امضا:	
ردیف	سوالات				نمره
۱/۵	با روش اثبات مستقیم نشان دهید که ضرب ۳ عدد زوج متوالی مضرب ۴۸ است.				۱
۱/۵	اگر $a_1$ و $a_2$ و $a_3$ اعداد صحیح و $b_1$ و $b_2$ و $b_3$ همان اعداد صحیح ولی به ترتیب دیگری که قرار گرفته‌اند باشند، ثابت کنید $(a_1 - b_1)(a_2 - b_2)(a_3 - b_3)$ عددی زوج است.				۲
۱/۵	اگر $x$ و $y$ دو عدد حقیقی باشند با استفاده از اثبات بازگشتی ثابت کنید $x^2 + y^2 + 1 \geq xy + x + y$				۳
۲	الف) ثابت کنید: $a b, b \neq 0 \Rightarrow  a  \leq  b $ ب) منحنی تابع $y = \frac{x^2 - 7x + 4}{2x + 1}$ از چند نقطه با مختصات صحیح عبور می‌کند؟				۴
۲	اگر $a$ عددی صحیح و فرد و $b   a + 2$ در این صورت باقیمانده تقسیم $a^2 + b^2 + 3$ را بر ۸ بیابید.				۵
۲	به ازای چند عدد طبیعی دو رقمی $n$ ، دو عدد به صورت‌های $5n - 2$ و $7n + 3$ نسبت به هم غیر اولند؟				۶
۱/۵	ثابت کنید $13^{51} - 11^{51} - 13^{51}$ بر عدد ۱۳۲ بخش پذیر است.				۷
۱	رقم یکان $1398^{2019} + 1388^{88}$ را به دست آورید.				۸
۲	معادله $14x + 15y = 1050$ چند جواب طبیعی دارد؟				۹
۲		با توجه به گراف مقابل به سئوالات زیر پاسخ دهید: الف) بین رئوس $a$ و $c$ چند مسیر وجود دارد؟ ب) چند دور به طول ۴ دارد؟ ج) چند یال به این گراف اضافه کنیم تا کامل گردد. د) مجموعه همسایگی باز رأس $a$ و مجموعه همسایگی بسته رأس $c$ را بنویسید.			۱۰
۱,۵	یک گراف ۳-منتظم با افزودن ۶ یال کامل می‌شود. مقادیر $p$ و $q$ این گراف منتظم را بدست آورید و آن را رسم کنید.				۱۱
۱,۵	درجه رئوس گراف $G$ به صورت ۲ و ۲ و ۲ و ۳ و ۳ است. مکمل این گراف را رسم کنید و مجموع درجات رئوس $\bar{G}$ را بدست آورید.				۱۲
موفق و مؤید باشید محسنی					
صفحه ی ۱ از ۱					

جمع بارم : ۲۰ نمره



ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضاء مدیر
۱	$2k, 2k - 2, 2k + 2 \Rightarrow A = (2k - 2)(2k)(2k + 2) = 8(k - 1)k(k + 1)$ <p style="text-align: center;">↓</p> $\Rightarrow A = 48k$ <p style="text-align: center;">ضرب ۳ عدد متوالی مضرب ۶</p>	
۲	<p>فرض می‌کنیم <math>(a_1 - b_1)(a_2 - b_2)(a_3 - b_3)</math> عددی فرد است (فرض خلف) پس <math>(a_1 - b_1)</math> و <math>(a_2 - b_2)</math> و <math>(a_3 - b_3)</math> هر سه فردند لذا داریم:</p> $(a_1 - b_1) + (a_2 - b_2) + (a_3 - b_3) = (a_1 + a_2 + a_3) - (b_1 + b_2 + b_3) = 0$ <p style="text-align: center;">برابری که این تناقض است چون جمع سه عدد فرد باید فرد شود نه زوج.</p>	
۳	$x^2 + y^2 + 1 \geq xy + x + y \xrightarrow{-x^2} 2x^2 + 2y^2 + 2 \geq 2xy + 2x + 2y$ $\Leftrightarrow (x^2 - 2x + 1) + (y^2 - 2y + 1) + (x^2 - 2xy + y^2) \geq 0 \Leftrightarrow$ $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (x - y)^2 \geq 0$ <p>این عبارت همواره صحیح است و تمام مراحل برگشت پذیر نیز است.</p>	
۴	<p>الف:</p> $a   b \rightarrow b = aq \xrightarrow{  }  b  =  a  q  \rightarrow  q  \geq 1 \xrightarrow{-xa}  a  q  \geq  a  \rightarrow  b  \geq  a $ <p style="text-align: center;"><math>b \neq 0</math></p> <p>ب:</p> $\begin{cases} 2x + 1   x^2 - 7x + 4 \xrightarrow{-x^2} 2x + 1   2x^2 - 14x + 8 \rightarrow \begin{cases} 2x + 1   15x - 8 \\ 2x + 1   2x + 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x + 1   30x - 16 \\ 2x + 1   30x + 15 \end{cases} \\ 2x + 1   2x + 1 \xrightarrow{-xx} 2x + 1   2x^2 + x \end{cases}$ $\rightarrow 2x + 1   31 \begin{cases} x = 0 \\ 2x + 1 = \pm 1 \begin{cases} x = -1 \\ 2x + 1 = \pm 31 \begin{cases} x = -16 \\ x = 15 \end{cases} \end{cases} \end{cases}$	
۵	$b   a + 2 \xrightarrow{ab} b   a + 2 \Rightarrow \begin{cases} a = 2k + 1 \\ b = 2k' + 1 \end{cases}$ <p>می‌دانیم مربع هر عدد فرد، مضرب ۸ به علاوه ۱ می‌باشد. پس:</p> $a^2 + b^2 + 3 = (2k + 1)^2 + (2k' + 1)^2 + 3 = 4k^2 + 4k + 1 + 4k'^2 + 4k' + 1 + 3 = 4k^2 + 4k' + 4k'^2 + 4k + 5 = 4q'' + 5 \rightarrow r = 5$	
۶	$29   5n - 2 \Rightarrow d = 29 \Rightarrow 29   5n - 2$ $(\Delta n - 2, \gamma n + 3) = d \rightarrow \begin{cases} d   \Delta n - 2 \xrightarrow{-\gamma n} d   35n - 14 \\ d   \gamma n + 3 \xrightarrow{-\Delta n} d   35n + 15 \end{cases} \rightarrow d   29 \rightarrow d = 29$ $\Delta n - 2 \equiv 0 \xrightarrow{29} \Delta n \equiv 2 \xrightarrow{29} 2(29) \equiv 60 \xrightarrow{-5} n \equiv 12$ $\rightarrow n = 29k + 12 \rightarrow 10 \leq 29k + 12 \leq 99 \Rightarrow 0 \leq k \leq 3 \rightarrow 4 \text{ تا}$	
۷	$(a + b)^n \equiv a^n + b^n \Rightarrow (11 + 12)^{11 \times 12} \equiv 11^{11} + 12^{11}$ $(11 + 12)^{11} - (11^{11} + 12^{11}) \equiv 0 \Rightarrow r = 0$ <p>پس این عدد بر ۱۳۲ بخش پذیر است.</p>	

$\begin{array}{r} 2019 \overline{) 4} \\ \underline{3} \phantom{0} \\ 1 \phantom{0} \end{array}$	$\begin{array}{r} 88 \overline{) 4} \\ \underline{0} \phantom{0} \\ 4 \phantom{0} \end{array} \Rightarrow 8^3 + 8^4 \equiv 512 + (64 \times 64)$ $\Rightarrow \equiv 2 + 6 \equiv 8 \text{ رقم یکان:}$	۸
	$\begin{array}{r} 14x \downarrow 15y \downarrow 1050 \downarrow y \equiv 0 \rightarrow y = 14k \\ \cdot \phantom{0} \\ \cdot \phantom{0} \end{array}$ $14x + 15(14k) = 1050 \xrightarrow{-14} x + 15k = 75 \rightarrow x = 75 - 15k$ $\begin{cases} x = 75 - 15k \geq 1 \\ y = 14k \geq 1 \end{cases} \rightarrow \frac{1}{14} \leq k \leq \frac{74}{15} \Rightarrow 1 \leq k \leq 4$ <p>پس ۴ جواب طبیعی دارد.</p>	۹
	<p>الف) <math>abc / abdc / abedc / adc / adebc / aedc / aebc / aebdc</math></p> <p>ب) <math>abcd a / abdea / adbea / ebcde / abeda /</math></p> <p>ج) <math>p = 5 \rightarrow k : q = \binom{5}{2} = \frac{5 \times 4}{2} = 10</math></p> <p>گراف مسئله ۸ یال دارد پس برای کامل شدن ۲ یال نیاز دارد.</p> <p>د- <math>N_G(a) = \{b, d, e\}, N_G^c = \{c, b, d\}</math></p>	۱۰
$k = 3 \rightarrow kp = 2q \rightarrow 3 \times p = 2q \rightarrow q = \frac{3p}{2} \xrightarrow{+6} \frac{3p}{2} + 6 =$ $\frac{p(p-1)}{2} \xrightarrow{\times 2} 3p + 12 = p^2 - p \rightarrow p^2 - 4p - 12 = 0 \rightarrow (p-6)(p+2) = 0$	$\begin{cases} p = 6 \checkmark \\ p = -2 \times \end{cases} \Rightarrow q = \frac{3 \times 6}{2} = 9$ <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;">   </div>	۱۱
	$\Rightarrow \bar{G}: \begin{array}{c} b \\   \\ a \text{ --- } c \\   \quad   \\ e \text{ --- } d \end{array} \Rightarrow \text{مجموع درجات} = 2q = 2(4) = 8$	۱۲
امضاء:	نام و نام خانوادگی مصحح : محسن محسنی	جمع بارم : ۲۰ نمره