

نام و نام خانوادگی: .....  
 مقطع و رشته: دوازدهم ریاضی  
 نام پدر: .....  
 شماره داوطلب: .....  
 تعداد صفحه سؤال: 1 صفحه

جمهوری اسلامی ایران  
 اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران  
 اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه 6 تهران  
 دبیرستان غیردولتی دخترانه سرای دانش واحد فلسطین  
 آزمون پایان ترم نوبت اول سال تحصیلی 1401-1400

نام درس: هندسه تحلیلی  
 نام دبیر: .....  
 تاریخ امتحان: 06 / 10 / 1400  
 ساعت امتحان: 08:00 صبح / عصر  
 مدت امتحان: 90 دقیقه

ردیف	سؤالات	نمره به عدد:	نمره به حروف:	محل مهر و امضا: مدیر	
		نمره به عدد:	نمره به حروف:		
ردیف	سؤالات	نام دبیر:	تاریخ و امضا:	نام دبیر:	تاریخ و امضا:
1	اگر $A = (a_{ij})_{3 \times 3}$ به طوری که $a_{ij} \begin{cases} i + j : i < j \\ i - j : i = j \\ 2i : i > j \end{cases}$ آنگاه ماتریس A را به صورت آرایه مستطیلی بنویسید، (یعنی درایه های ماتریس را پیدا کنید).				
2	اگر $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ و $A^2 = \alpha A + \beta I$ آنگاه $\alpha + \beta$ را بیابید.				
3	اگر $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ آنگاه مجموعه درایه های ماتریس $A^{10}$ را بیابید.				
4	دستگاه معادله زیر را از طریق ماتریس وارون حل کنید $\begin{cases} 3X - Y = 14 \\ X + 2Y = 7 \end{cases}$				
5	دترمینان ماتریس A را از روش بسط به دست آورید. $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$				
6	اگر ماتریس $A^{-1} = 5I - (A + 3I)^{-1}$ آنگاه $A^{-1}$ را به دست آورید.				
7	معادله دایره ی را بنویسید که از 3 نقطه $A(1, 0)$ و $B(0, 3)$ و $C(3, 0)$ عبور می کند.				
8	معادله مماس بر دایره $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 5 = 0$ در نقطه $(0, 1)$ را بنویسید.				
9	خط d و نقطه A به فاصله 3 از آن مفروضند. چند نقطه در صفحه وجود دارد که از خط d به فاصله 1 و از نقطه A به فاصله 4 باشند؟ (توضیح دهید)				
10	مرکز دوایر مماس بر هر دو خط $y = 3x - 1$ و $y = -3 - 6x + 2y$ روی یک خط واقع هستند. معادله این خط را بیابید.				
11	شعاع دوایری را بیابید که بر هر دو محور مماس هستند و از نقطه $(1, 5)$ عبور می کنند.				



اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران

اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۶... تهران

دبیرستان غیر دولتی دخترانه سرای دانش واحد... تمپیلین

کلید سؤالات پایان ترم نوبت اول سال تمپیلی 1400-1401

نام درس: هندسه ۳ پایه دوازدهم

نام دبیر: .....

تاریخ امتحان: ... / ... / 1400

ساعت امتحان: ... .. A... صبح / عصر

مدت امتحان: ... ۴ دقیقه

ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضاء مدیر
1	$A = \begin{bmatrix} i-j & i+j & i+j \\ 2i & i-j & i+j \\ 2i & 2i & i-j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-1 & 1+2 & 1+3 \\ 2 \times 2 & 2-2 & 2+3 \\ 2 \times 3 & 2 \times 3 & 3-3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 4 \\ 4 & 0 & 5 \\ 6 & 6 & 0 \end{bmatrix}$	
2	$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^2 = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 9 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ $A^2 = \alpha A + \beta I \Rightarrow \begin{bmatrix} 7 & 9 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \alpha \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} + \beta \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 7 & 9 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ $\Rightarrow \begin{bmatrix} 7 & 9 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\alpha + \beta & 3\alpha \\ \alpha & \alpha + \beta \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 3 \\ \alpha + \beta = 4 \Rightarrow 3 + \beta = 4 \Rightarrow \beta = 1 \end{cases}$	
3	$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 3 \\ 3 & 3 & 3 \\ 3 & 3 & 3 \end{bmatrix} = 3A$ $\Rightarrow A^3 = 3^2 A = \begin{bmatrix} 3^2 & 3^2 & 3^2 \\ 3^2 & 3^2 & 3^2 \\ 3^2 & 3^2 & 3^2 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{مجموعه } = 9 \times 3^2 = 3^4$	

$$\begin{cases} 3x - y = 14 \\ x + 2y = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 14 \\ 5 \end{bmatrix} = \frac{1}{5} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 14 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{5} \begin{bmatrix} 30 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = 1 \end{cases}$$

4

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{بجای اول سطر دوم} : |A| = 1 \times A_{21} + (-1) \times A_{22}$$

$$|A| = 1 \times (-1)^{2+1} \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} + (-1) \times (-1)^{2+2} \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 2 \end{vmatrix}$$

$$|A| = (-1) \times (-1) + (-1) \times 1 \times (-2) = 1 + 2 = 3$$

5

$$(A + 3I)^{-1} = 5I \Rightarrow A + 3I = (5I)^{-1}$$

$$\Rightarrow A + 3I = \frac{1}{5} I \Rightarrow A = \frac{1}{5} I - 3I = -\frac{14}{5} I$$

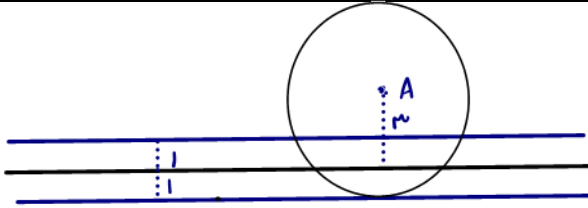
$$\Rightarrow A^{-1} = \left(-\frac{14}{5} I\right)^{-1} = -\frac{5}{14} I$$

6

$$x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$$

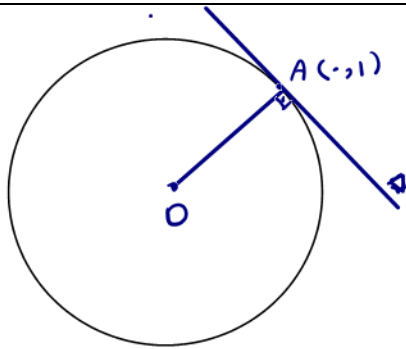
$$\left. \begin{aligned} A(1,0) \in \text{دايره} &\Rightarrow 1 + a + c = 0 \\ B(0,3) \in \text{دايره} &\Rightarrow 9 + 3b + c = 0 \\ C(3,0) \in \text{دايره} &\Rightarrow 9 + 3a + c = 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} 2a + 1 &= 0 \Rightarrow a = -\frac{1}{2} \\ &\Rightarrow c = 3 \\ &\Rightarrow b = -\frac{5}{2} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \text{معادله دایره: } x^2 + y^2 - \frac{1}{2}x - \frac{5}{2}y + 3 = 0$$



مکان هندس نقاطی از صفحه که از خط  $l$  به فاصله ۱ هستند و در خط موازی آن به فاصله ۳ از آن است. مکان هندس

نقاطی که از نقطه  $A$  به فاصله ۳ هستند، محیط دایره‌ای به مرکز  $A$  و به شعاع ۳ است. پس دو مکان را باید با هم تلاقی دهیم. در این مورد ۳ نقطه تلاقی وجود دارد.



$$x^2 + y^2 - 2x + 4y - 5 = 0$$

$$\Rightarrow O = \left( \frac{-(-2)}{2}, \frac{-4}{2} \right) \Rightarrow O = (1, -2)$$

$$m_{OA} = \frac{-2 - 1}{1 - 0} = -3$$

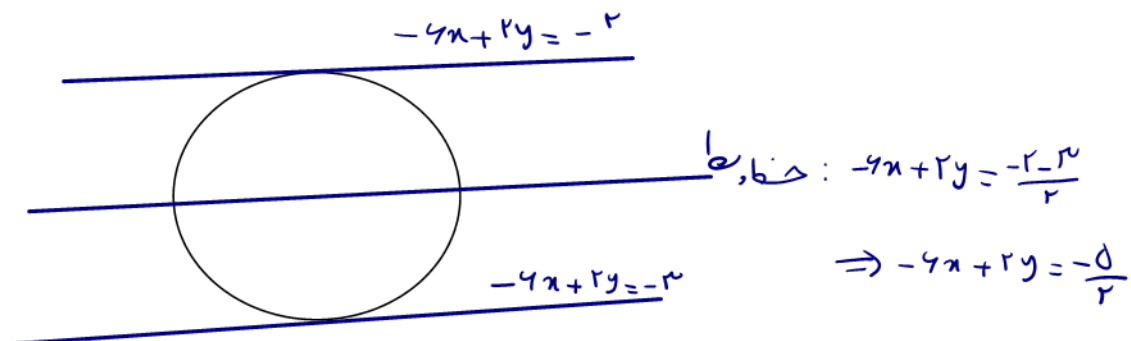
$$m_{\Delta} = \frac{1}{m_{OA}} = \frac{1}{-3}$$

معادله خط مماس:  $y - 1 = \frac{1}{-3}(x - 0) \Rightarrow 3y - 3 = x \Rightarrow x - 3y + 3 = 0$

ابتداءً دو خط موازی را هم می‌نویسیم.

$$y = 3x - 1 \Rightarrow 3x - y = 1 \Rightarrow -4x + 2y = -2$$

$$-4x + 2y = -3$$



خط مماس:  $-4x + 2y = \frac{-2-3}{2}$

$$\Rightarrow -4x + 2y = -\frac{5}{2}$$

چون نقطه دارد، شاره در ناحیه اول است، پس معادله دایره به ما می‌دهد و محور در حالت کلی:

$$(x-R)^2 + (y-R)^2 = R^2$$

صورت زیر است:

$$(1, 5) \in \text{دایره} \Rightarrow (1-R)^2 + (5-R)^2 = R^2$$

$$\Rightarrow R^2 - 2R + 1 + 25 - 10R + R^2 = R^2$$

$$\Rightarrow R^2 - 12R + 26 = 0 \Rightarrow \Delta' = 36 - 26 = 10$$

$$\Rightarrow R = 6 \pm \sqrt{10} \Rightarrow \begin{cases} R_1 = 6 + \sqrt{10} \\ R_2 = 6 - \sqrt{10} \end{cases}$$

11

امضاء:

نام و نام خانوادگی مصحح:

جمع بارم: 20 نمره