

نام و نام خانوادگی:
 مقطع و رشته: دوازدهم ریاضی
 نام پدر:
 شماره داوطلب:
 تعداد صفحه سؤال: ۱ صفحه

جمهوری اسلامی ایران
 اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران
 اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۴ تهران
 دبیرستان غیردولتی دخترانه سرای دانش واحد رسالت
 آزمون پایان ترم نوبت اول سال تحصیلی ۹۹-۱۳۹۸

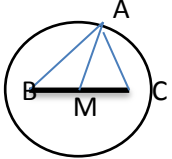
نام درس: هندسه ۳
 ساعت امتحان: ۰۰ : ۰۸ : ۰۰ صبح / عصر
 مدت امتحان: ۱۰۰ دقیقه

نمره تجدید نظر به عدد:		نمره به عدد:		نمره به حروف:	
نام دبیر:		نام دبیر:		نام دبیر:	
تاریخ و امضاء:		تاریخ و امضاء:		تاریخ و امضاء:	
محل مهر و امضاء مدیر		نمره به حروف:		نمره به عدد:	
ردیف	سؤالات	ردیف	سؤالات	ردیف	سؤالات
۱	مفاهیم زیر را تعریف کنید الف) ماتریس عددی (اسکالر) ب) مکان هندسی	۱		۱	
۱/۵	ماتریس $A = [a_{ij}]_{2 \times 3}$ با ضابطه $a_{ij} = \begin{cases} i^2 + j - 1 & i + j = 4k \\ i + j^2 - 1 & i + j \neq 4k \end{cases}$ مفروض است ماتریس را مشخص کنید.	۲		۱/۵	
۱/۵	ماتریس های $A = \begin{bmatrix} 1 & x \\ 2 & y \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} a & 3 \\ b & 2 \end{bmatrix}$ مفروضند و $2A - 3I = B$ می باشد حاصل $xy - ab$ را بیابید	۳		۱/۵	
۱/۵	اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 \\ -2 & 0 & 4 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$ باشد ماتریس ABA را بیابید	۴		۱/۵	
۱/۵	اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ باشد ماتریس A^{10} را بیابید	۵		۱/۵	
۱/۵	اگر $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & a \\ 3 & -1 & 2 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} a & 2 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = 5$ باشد a را بیابید	۶		۱/۵	
۱/۵	دستگاه $\begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ 3x - y = 7 \end{cases}$ را به روش ماتریس وارون حل کنید	۷		۱/۵	
۱	از مثلث ABC ضلع BC و میانه AM ثابت است. مکان هندسی راس A را مشخص کنید.	۸		۱	
۱/۵	معادله دایره ای را بنویسید که مرکزش $O(1, -3)$ بوده و برخط $2x - y = 1$ مماس باشد	۹		۱/۵	
۱/۵	دایره $ax^2 + 2y^2 - bx + cy + d = 0$ به مرکز $O(2, -1)$ و شعاع $R = 3$ می باشد. مقادیر a, b, c, d را مشخص نمایید	۱۰		۱/۵	
۱/۵	دایره های $2x^2 + 2y^2 - 4x + 6y = a$ و $(1 - 2x)^2 + 4(y + 2)^2 = 1$ مماس بیرون هستند. a را بیابید.	۱۱		۱/۵	
۱/۵	شعاع دایره هایی را مشخص کنید که بر هر دو محور مختصات مماس باشند و از نقطه $A(1, 4)$ بگذرند	۱۲		۱/۵	
۱/۵	مقادیر a, b را طوری بیابید که خط $ax + by = 1$ در نقطه $A(3, 1)$ بر دایره $x^2 + y^2 - 4x + 2 = 0$ مماس باشد.	۱۳		۱/۵	
۱/۵	خط $y = 2x$ از دایره $x^2 + y^2 - 2x + 2y = m$ وترى به طول $\sqrt{5}$ جدا می کند. m را بدست آورید.	۱۴		۱/۵	

صفحه ۱ از ۱

جمع بارم : ۲۰ نمره



ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضاء مدیر
۱	الف) ماتریس عددی (اسکالر): ماتریسی مربع است که اعضا غیر از قطر اصلی صفر و اعضا روی قطر اصلی برابرند ب) مکان هندسی: مجموعه نقاطی از صفحه یا فضا هستند که یک ویژگی مشترک دارند	
۲	$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 2 & 5 & 10 \\ 9 & 6 & 11 \end{bmatrix}$	
۳	$\begin{bmatrix} 2 & 2x \\ 4 & 2y \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & 3 \\ b & 2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ x = \frac{3}{2} \\ b = 4 \\ y = -\frac{1}{2} \end{cases} \rightarrow -\frac{1}{4} + 4 = \frac{15}{4}$	
۴	$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 \\ -2 & 0 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 \\ -2 & 0 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & -7 \\ 0 & -10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 \\ -2 & 0 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 22 & -8 & -4 \\ 20 & 0 & -40 \end{bmatrix}$	
۵	$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ $A^4 = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ $A^{10} = \begin{bmatrix} 32 & 0 & 0 \\ 0 & 32 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	
۶	$1(2+a) - 2(4-3a) + 3(-5) - (3a-2) = 5 \rightarrow a = 6$	
۷	$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} \rightarrow A^{-1} = \frac{1}{-11} \begin{bmatrix} -1 & -3 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} \rightarrow X = \frac{-1}{11} \begin{bmatrix} -1 & -3 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$	
۸	مکان هندسی مطلوب نقاط روی دایره ای به مرکز نقطه M پای میانه AM و شعاع AM می باشد 	
۹	$R = \frac{ 2+3-1 }{\sqrt{4+1}} = \frac{4}{\sqrt{5}}$ $(x-1)^2 + (y+3)^2 = \frac{16}{5}$	
۱۰	$a = 2$ $2x^2 + 2y^2 - bx + cy + d = 0 \rightarrow x^2 + y^2 - \frac{b}{2}x + \frac{c}{2}y + \frac{d}{2} = 0$ $\frac{b}{4} = 2 \rightarrow b = 8$ $-\frac{c}{4} = -1 \rightarrow c = 4$ $3 = \sqrt{4+1 - \frac{d}{2}} \rightarrow 9 = 5 - \frac{d}{2} \rightarrow d = -8$	

$O\left(1, -\frac{3}{2}\right), R = \sqrt{1 + \frac{9}{4} + \frac{a}{2}}$ $O'\left(\frac{1}{2}, -2\right), R' = \frac{3}{2}$ $d = R + R' \rightarrow \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{4}} = \sqrt{1 + \frac{9}{4} + \frac{a}{2} + \frac{3}{2}} \rightarrow a = -\frac{5 + \sqrt{2}}{2}$	۱۱
$(x - R)^2 + (y - R)^2 = R^2 \rightarrow (1 - R)^2 + (4 - R)^2 = R^2 \rightarrow R = 5 \pm 2\sqrt{2}$	۱۲
$O(2,0), R = \sqrt{4 - 2} = \sqrt{2}$ $m_{OA} = \frac{1 - 0}{3 - 2} = 1 \rightarrow -\frac{a}{b} = -1 \rightarrow a = b$ $3a + b = 1 \rightarrow b = a = \frac{1}{4}$	۱۳
$O(1, -1), R = \sqrt{2 + m}$ $OH = \frac{ -1 - 2 }{\sqrt{1 + 4}} = \frac{3}{\sqrt{5}}$ $\frac{9}{5} + \frac{5}{4} = m + 2 \rightarrow m = \frac{21}{20}$	۱۴
امضاء:	نام و نام خانوادگی مصحح:

جمع بارم : ۲۰ نمره