

امضا		نمره به عدد :	باسمه تعالی اداره آموزش و پرورش تبادکان دبیرستان امام رضا (ع)	نام : نام خانوادگی : نام پدر : شماره کلاس : شماره صندلی :
۲	تاریخ آزمون: ۹۸/۱۰/۲۰ مدت آزمون: ۸۰ دقیقه تعداد صفحات: ۲ صفحه		درس: هندسه پایه: دوازدهم	
۲		۱	اگر ماتریس $A = [i^2 - 2j]_{3 \times 3}$ باشد: الف) ماتریس A را با نوشتن درایه ها مشخص کنید. ب) اثر ماتریس $3A - 2I$ را مشخص کنید.	
۲		۲	با فرض اینکه $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$ باشد، ماتریس $A^7 - A^4$ را به دست آورید.	
۲		۳	اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ و $ A + B = 5$ مقدار a را به دست آورید.	
۲		۴	اگر به تمام درایه های واقع در سطر دوم دترمینان $\begin{vmatrix} 3 & 2 & a \\ 4 & -2 & 7 \\ 0 & 5 & 6 \end{vmatrix}$ عدد یک اضافه شود، به حاصل دترمینان ۶ واحد اضافه می شود، مقدار a را به دست آورید.	
۲		۵	با توجه به رابطه ماتریسی $\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} A \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ ماتریس A را به دست آورید.	
۲		۶	دستگاه مقابل را به روش ماتریس وارون حل کنید: $\begin{cases} 3x - 4y = 1 \\ -x + 2y = 1 \end{cases}$	

۲	<p>نقطه A و خط d در صفحه مفروض اند ، نقطه ای بیابید که از A به فاصله ۲ سانتی متر و از d به فاصله ۳ سانتی متر باشد. (بحث کنید)</p>	۷
۲	<p>معادله دایره ای را بنویسید که $O(0,1)$ مرکز آن بوده و روی خط به معادله $x + y - 2 = 0$ و تری به طول $2\sqrt{2}$ جدا کند.</p>	۸
۲	<p>کدام رابطه زیر می تواند معادله یک دایره باشد؟ مختصات مرکز و شعاع دایره را تعیین کنید و آن را رسم کنید:</p> <p>الف) $x^2 + y^2 - 2x - 6y - 1 = 0$</p> <p>ب) $x^2 + y^2 + 2x + 3y + 4 = 0$</p>	۹
۲	<p>معادله دایره ای را بنویسید که مرکز آن نقطه $O(-1,1)$ بوده و بر دایره به معادله $x^2 + y^2 - 2x + 2y = 0$ مماس بیرون باشد.</p>	۱۰

نام :		باسمه تعالی	
نام خانوادگی :		اداره آموزش و پرورش تبادکان	
نام پدر :		دبیرستان امام رضا (ع)	
شماره کلاس :		پایه : دوازدهم	
شماره صندلی :		درس : هندسه	
امضا		نمره به عدد :	
مدت آزمون : ۸۰ دقیقه		تعداد صفحات : ۲ صفحه	
۲	<p>اگر ماتریس $A = [i^x - 2j]_{3 \times 3}$ باشد:</p> <p>الف) ماتریس A را با نوشتن درایه ها مشخص کنید.</p> <p>ب) اثر ماتریس $3A - 2I$ را مشخص کنید.</p> $A = \begin{bmatrix} -1 & -1^6 & -5 \\ 2 & 0 & -2 \\ 7 & 5 & 3 \end{bmatrix}$ $3A - 2I = \begin{bmatrix} -5 & -9 & -10 \\ 4 & -2 & -4 \\ 21 & 15 & 7 \end{bmatrix} \Rightarrow \det(3A - 2I) = 0$	۱	
۲	<p>با فرض اینکه $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$ باشد، ماتریس $A^7 - A^6$ را به دست آورید.</p> $A^2 = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^3 = A^2 \cdot A = I \cdot A = A$ $? = A^7 - A^6 = A - I = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & -3 \end{bmatrix}$	۲	
۲	<p>اگر $A = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ مقدار a را به دست آورید.</p> $ A+B = \begin{vmatrix} a+1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{vmatrix} = 5 \Rightarrow (a+1)(2) - 3(2) + 1(-1) = 5 \Rightarrow a = 5$	۳	
۲	<p>اگر به تمام درایه های واقع در سطر دوم دترمینان $\begin{vmatrix} 3 & 2 & a \\ 4 & -2 & 7 \\ 0 & 5 & 6 \end{vmatrix}$ عدد یک اضافه شود، به حاصل دترمینان ۶ واحد اضافه می شود، مقدار a را به دست آورید.</p> $\begin{vmatrix} 3 & 2 & a \\ 4+1 & -2+1 & 7+1 \\ 0 & 5 & 6 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & 2 & a \\ 4 & -2 & 7 \\ 0 & 5 & 6 \end{vmatrix} + 6$ $\Rightarrow \begin{vmatrix} 3 & 2 & a \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 5 & 6 \end{vmatrix} = 6 \Rightarrow 2(1) - 1(12 - 5a) = 6 \Rightarrow a = 3$	۴	
۲	<p>با توجه به رابطه ماتریسی $\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} A \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ را به دست آورید.</p> $A = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \Rightarrow A = \frac{1}{-2} \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ -2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 14 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \frac{1}{-1} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 5 \end{bmatrix}$ $\Rightarrow A = \begin{bmatrix} 12 & -21 \\ -17 & 30 \end{bmatrix}$	۵	

$$\begin{cases} 2x - 4y = 1 \\ -x + 2y = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

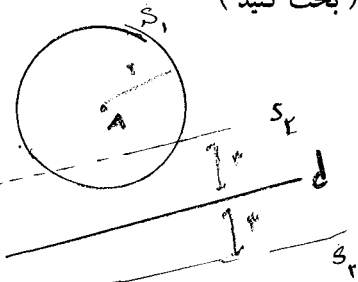
دستگاه مقابل را به روش ماتریس وارون حل کنید:

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases}$$

6

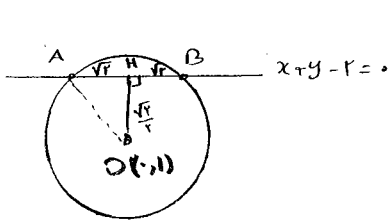
نقطه A و خط d در صفحه مفروض اند، نقطه ای بیابید که از A به فاصله 2 سانتی متر و از d به فاصله 3 سانتی متر باشد.

(بحث کنید)
 مکان هندسی نقطه که از A به فاصله 2 سانتی متر باشد دایره S_1 است. (شکل 1)
 مکان هندسی نقطه که از خط d به فاصله 3 سانتی متر باشد دو خط موازی S_2 و S_3 است. (شکل 2)
 جواب سؤال کلی برقرار S_1 و S_2 می باشد در حالت های زیر می باشد:
 1) اگر S_1 و S_2 بیرون از نقطه A مماس باشند
 2) اگر S_1 با یکی از خطوط S_2 برهن شود یک جواب دارد
 3) اگر S_1 یکی از خطوط S_2 را قطع کند سه جواب دارد



7

معادله دایره ای را بنویسید که O(0,1) مرکز آن بوده و روی خط به معادله $x + y - 2 = 0$ و تری به طول $2\sqrt{2}$ جدا کند.



$$OH = \frac{|0+1-2|}{\sqrt{1+1}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$R^2 = OA^2 = OH^2 + AH^2 = \frac{1}{2} + 2 = \frac{5}{2} \Rightarrow R = \sqrt{\frac{5}{2}}$$

$$\text{پاره: } x^2 + (y-1)^2 = \frac{5}{2}$$

8

کدام رابطه زیر می تواند معادله یک دایره باشد؟ مختصات مرکز و شعاع دایره را تعیین کنید و آن را رسم کنید:

الف) $x^2 + y^2 - 2x - 6y - 1 = 0 \Rightarrow a^2 + b^2 - fc = 4 + 9 + 1 = 14 > 0 \Rightarrow \text{دایره}$

$O(1,3)$, $R = \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + b^2 - fc} = \frac{1}{2} \sqrt{14} = \sqrt{3.5}$

ب) $x^2 + y^2 + 2x + 2y + 4 = 0 \Rightarrow a^2 + b^2 - fc = 1 + 1 - 4 = -2 < 0 \Rightarrow \text{نه}$

9

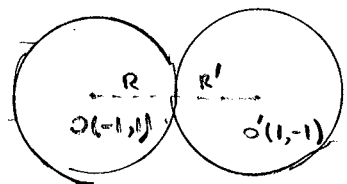
معادله دایره ای را بنویسید که مرکز آن نقطه $O(-1,1)$ بوده و بر دایره به معادله $x^2 + y^2 - 2x + 2y = 0$ مماس بیرون باشد.

$$x^2 + y^2 - 2x + 2y = 0 \Rightarrow O'(1,-1), R' = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$$

$$d = OO' = \sqrt{4+4} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

$$d = R + R' \Rightarrow 2\sqrt{2} = \sqrt{2} + R \Rightarrow R = \sqrt{2}$$

$$\text{پاره: } (x+1)^2 + (y-1)^2 = 2$$



10