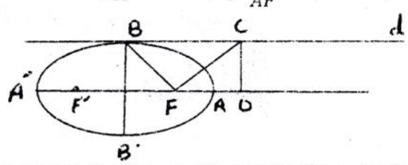
نام :	تولید ملی دبیرستان ماندگار البرز امتحانات نوبت اول - سال تحصیلی 99-98 تاریخ : ۹۸/۱۰/۱۴	۹۰ دقیقه
نام خانوادگی :	دوره دوم	
کلاس :	درس: هندسه ۳ — نام دبیر: آقابا	
صفحه : ۱		

رشته ریاضی

سؤال	بارم
۱-عبارت های صحیح و غلط را مشخص کنید. الف)اگر A و B دو ماتریس مربع هم مرتبه باشند آنگاه : AB=BA ب)برای هر ماتریس مربع A ماتریس مربع و هم مرتبه ی آن مانند B وجود دارد که : AB=BA=I ج)در هر بیضی همواره نامساوی $a > b \geq c$ برقرار می باشد. د)اگر صفحه ی P هر دو تکه ی بالا و پایین رویه ی مخروطی را قطع کند ، فصل مشترک صفحه و رویه ی مخروطی یک هذلولی است.	۱
۲-دو ماتریس $A = [i^{۲} - j]_{۲\times۲}$ و $B = [b_{ij}]_{۲\times۲}$ به طوری که : $b_{ij} = \begin{cases} ۱ & i < j \\ ۰ & i = j \\ -۱ & i > j \end{cases}$ مفروض است: الف)ماتریس های A و B را به صورت درایه بنویسید. ب) حاصل $A^{۲} + B^{۲}$ را به دست آورید. ج)حاصل $(A + B)^{۱۰}$ را به دست آورید.	۳
۳-اگر A و B دو ماتریس مربع وارون پذیر باشند ثابت کنید : $(AB)^{-۱} = B^{-۱}A^{-۱}$	
۴-دستگاه مقابل را به روش ماتریس معکوس حل کنید. $\begin{cases} x + y = ۲ \\ ۲x - y = ۱ \end{cases}$	۱
۵-ماتریس $A = \begin{bmatrix} ۱ & ۰ & -۱ \\ ۲ & ۱ & ۳ \\ ۱ & ۲ & ۱ \end{bmatrix}$ مفروض است: الف)دترمینان A را به روش بسط نسبت به سطر اول به دست آورید. ب)دترمینان $A^{-۱}$ را به دست آورید.	۱/۵

۶-اگر $A=\begin{bmatrix} \cdot & -\tan x \\ \tan x & \cdot \end{bmatrix}$ و I ماتریس همانی از مرتبه ی ۲ باشد حاصل ماتریس زیر را به دست آورید. $(I-A)^{-1}(I+A)=?$	۱/۵
۷-دو ماتریس $A_{۳\times۳}\neq O$ و $B_{۳\times۳}\neq O$ را طوری بنویسید که AB=O باشد.	۱
۸-ثابت کنید نیمساز هر زاویه مکان هندسی نقاطی از صفحه است که از هر دو ضلع زاویه به یک فاصله است.	۱/۵
۹-معادله ی دایره ای را بنویسید که O(۰,۱) مرکز آن بوده و روی خط X+Y=۲ وتری به طول $۲\sqrt{۲}$ جدا کند.	۱
۱۰-معادله ی خط مماس بر دایره ی : $x^۲+y^۲-۲x-۲y=۳$ در نقطه ی A(۲,۳) را بنویسید.	۱/۵
۱۱-معادله ی دایره ی محیطی مثلث ABC با راس های A(-۱,-۱) و B(۱,۱) و C(۱,-۲) را بنویسید.	۱/۵
۱۲-حدود m را طوری تعیین کنید که نقطه ی A(m , m+۱) داخل دایره ی $x^۲+(y-۱)^۲=۴$ قرار داشته باشد.	
۱۳-وضعیت دو دایره ی $x^۲+y^۲=۹$ و $x^۲+y^۲-۲x+۲y+۱=۰$ را نسبت به هم مشخص کنید.	۱
۱۴-در بیضی شکل زیر BB' و AA' دوقطربیضی و خط d در نقطه ی B بر بیضی مماس است، پاره خط BF را رسم کرده ایم و در نقطه ی F عمودی بر BF رسم می کنیم تا خط d را در نقطه ی c قطع کند و از c عمودی بر امتداد AA' رسم می کنیم تا آن را درD قطع کند اگر زاویه ی $\hat{BCF}=۴۵$ باشد نسبت $\frac{AD}{AF}$ را به دست آورید. 	۱/۵
۱۵-دو نقطه ی A و B روی بضی و F و F' کانون های بیضی اند ،A به F' و B به F نزدیکتر است اگر AF'=BF باشد در حالتی که دو پاره خط AF و BF' یکدیگر را درون بیضی قطع نکنند، ثابت کنید با هم موازیند.	۱/۵

رشته - ریاضی

پاسخنامه درس هندسه ترم اول — دبیرستان ماندگار البرز

۱- الف: غلط ب: غلط ج: غلط د: غلط ۱ نمره

۲- الف: ۰/۵ نمره

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

ب: ۱/۲۵ نمره

$$A^2 = A \times A = \begin{bmatrix} -3 & -2 \\ 6 & 1 \end{bmatrix} \quad , \quad B^2 = B \times B = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$A^2 + B^2 = \begin{bmatrix} -4 & -2 \\ 6 & 0 \end{bmatrix}$$

ج)

$$A + B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \quad , \quad (A+B)^2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 4 & 4 \end{bmatrix} \quad , \quad (A+B)^3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 8 & 8 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A^{10} = (A^3)^3 A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 2^{10} & 2^{10} \end{bmatrix}$$

۳- ۱ نمره

$$A \times A^{-1} = I \quad , \quad B \times B^{-1} = I$$

$$(AB)(B^{-1}A^{-1}) = A(BB^{-1})A^{-1} = AIA^{-1} = AA^{-1} = I \Rightarrow (AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$$

۴- ۱ نمره

$$\begin{cases} x + y = 2 \\ 2x - y = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} \quad , \quad AX = B$$

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} A^* = \frac{1}{-3} \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} \end{bmatrix}$$

$$X = A^{-1}B = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow x = 1 \text{ و } y = 1$$

۵- ۱/۵ نمره

$$|A| = a_{11}A_{11} + a_{12}A_{12} + a_{13}A_{13} = 1(-5) + 0 + (-1)(3) = -8$$

$$|A^{-1}| = \frac{1}{|A|} = -\frac{1}{8}$$

۶- ۱/۵ نمره

$$(I-A)^{-1} = \begin{bmatrix}1 & \tan x\\ -\tan x & 1\end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{1+\tan^2 x}\begin{bmatrix}1 & -\tan x\\ \tan x & 1\end{bmatrix}$$

$$(I-A)^{-1}(A+I) = \cos^2 x\begin{bmatrix}1 & -\tan x\\ \tan x & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & -\tan x\\ \tan x & 1\end{bmatrix} =$$

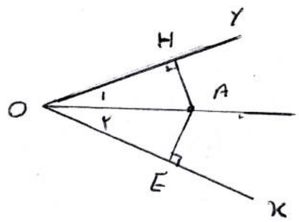
$$= \cos^2 x\begin{bmatrix}1-\tan^2 x & -2\tan x\\ 2\tan x & 1-\tan^2 x\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\cos^2 x-\sin^2 x & -2\sin x\cos x\\ 2\sin x\cos x & \cos^2 x-\sin^2 x\end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix}\cos 2x & -\sin 2x\\ \sin 2x & \cos 2x\end{bmatrix}$$

۷- به عنوان مثال: $A = \begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 5 & 0 & 0\\ 7 & 0 & 0\end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix}0 & 0 & 0\\ -1 & 2 & 7\\ 3 & 5 & -4\end{bmatrix}$ ، $AB = 0$

۱ نمره

۸- فرض کنیم OZ نیمساز زاویه‌ی $x\hat{O}y$:



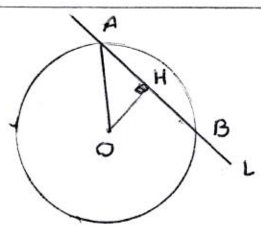
$OA = OA$
$\hat{O}_1 = \hat{O}_1$
$\hat{H} = \hat{E} = 90$
$\Rightarrow O\hat{A}H \cong O\hat{A}E \Rightarrow AH = AE$

فرض کنیم A نقطه‌ای باشد که $AH=AE$ نقطه‌ی A را به O وصل می‌کنیم داریم:

$OA = OA$
$AH = AE$
$\hat{H} = \hat{E} = 90$
$\Rightarrow O\hat{A}H \cong O\hat{A}E \Rightarrow \hat{O}_1 = \hat{O}_2$ ، A روی نیمساز $x\hat{O}y$

۱/۵ نمره

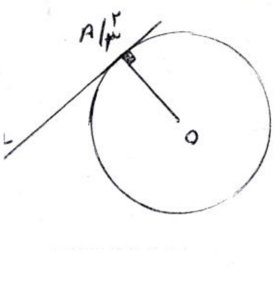
۹- ۱ نمره



$O(0,1)$ ، $L: x+y=2 \Rightarrow OH = \frac{|0+1-2|}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$O\hat{A}H: \ R = \sqrt{\frac{1}{2}+2} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$ ، $x^2+(y-1)^2 = \frac{5}{2}$

۱۰- ۱/۵ نمره



$(x-1)^2+(y-1)^2 = 5$ ، $O(1,1)$ ، $A(2,3)$

$m_L = \frac{-1}{m_{OA}} = \frac{-1}{\frac{2}{1}} = -\frac{1}{2}$

$L: y-3 = -\frac{1}{2}(x-2)$

ترم اول   پاسخنامه تشریحی درس هندسه   دبیرستان [illegible] ماندگار البرز

رشته - ریاضی

۱۱- ۱/۵ نمره

$x^2+y^2+ax+by+c=0$

$(1)\ \xrightarrow{A(-1,-1)} -a-b+c=-2$

$(2)\ \xrightarrow{B(1,1)} a+b+c=-2$

$(3)\ \xrightarrow{C(1,-2)} a-2b+c=-5$

$\xrightarrow{1,2} c=-2\ ,\ \begin{cases} a+b=0 \\ a-2b=-3 \end{cases} \Rightarrow a=-1,\ b=1$

دایره: $x^2+y^2-x+y-2=0$

۱۲- ۰/۷۵ نمره

شرط اینکه A داخل دایره باشد: $C(m,m+1)<0 \Rightarrow m^2+m^2-4<0$

$\Rightarrow 2m^2<4 \Rightarrow m^2<2 \Rightarrow -\sqrt2<m<\sqrt2$

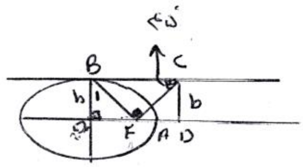
۱۳- ۱ نمره

$C_1: x^2+y^2=9\ ,\ O_1(0,0)\ ,\ R_1=3$

$C_2: (x-1)^2+(y+1)^2=1\ ,\ O_2(1,-1)\ ,\ R_2=1$

$d=O_1O_2=\sqrt2\ ,\quad d<R_1-R_2$ دو دایره متداخل هستند

۱۴- ۱/۵ نمره



مثلث $B\hat{F}C$: $\hat C=45° \Rightarrow \hat B=45° \Rightarrow BF=FC=a$

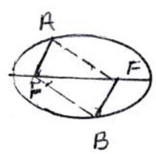
مثلث $O\hat{B}F$: $\hat B_1=45°\ ,\ \hat O=90° \Rightarrow \hat F=45° \Rightarrow OB=OF \Rightarrow$

$\Rightarrow b=c\ ,\quad a^2=b^2+c^2 \Rightarrow a=c\sqrt2 \quad (1)$

مثلث $F\hat{C}D$: $FD=\sqrt{FC^2-CD^2}=\sqrt{a^2-b^2}=c$

$$\frac{AD}{AF}=\frac{FD-AF}{AF}=\frac{c-(a-c)}{a-c}\overset{(1)}{=}\frac{2c-\sqrt2 c}{\sqrt2 c-c}=\frac{2-\sqrt2}{\sqrt2-1}=\sqrt2$$

۱۵- با توجه به اینکه A و B روی بیضی قرار دارند:



$AF+AF'=2a$

$BF+BF'=2a \quad \Rightarrow AF=BF'$

فرض: $AF'=BF$

در چهارضلعی $AFBF'$ اضلاع متقابل هم دو به دو مساویند پس چهارضلعی متوازی الاضلاع است پس: $AF \parallel BF'$

۱/۵ نمره