

نام و نام خانوادگی:
 مقطع و رشته: دوازدهم (ریاضی)
 نام پدر:
 شماره داوطلب:
 تعداد صفحه سؤال: ۲ صفحه

جمهوری اسلامی ایران
 اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران
 اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۲ تهران
 دبیرستان غیردولتی پسرانه سرای دانش واحد سعادت آباد
 آزمون پایان ترم نوبت اول سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰

نام درس: هندسه ۳
 نام دبیر: مسعود مودب
 تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۱۰/۰۶
 ساعت امتحان: ۱۱:۰۰ صبح / عصر
 مدت امتحان: ۹۰ دقیقه

ردیف	سؤالات	نمره به عدد:	نمره به حروف:	نام دبیر:	تاریخ و امضا:
		نمره به عدد:	نمره به حروف:		
		نمره به عدد:	نمره به حروف:	نام دبیر:	تاریخ و امضا:
		نمره به عدد:	نمره به حروف:	نام دبیر:	تاریخ و امضا:
۱/۵	درستی و نادرستی عبارت زیر را با دلیل مشخص کنید. الف) ماتریس $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$ معکوس پذیر است؟ ب) اگر \mathcal{A} یک ماتریس 2×2 و $ A = 3$ باشد، آنگاه $ 2A = 6$				
۱	جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. الف) مکان هندسی نقاطی که از خط L به فاصله 23 سانتی متر باشند برابر ب) شعاع دایره $0 = x^2 + y^2 + 2x - 4y - 4$ برابر است				
۱/۵	اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$ و $AX = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$ ، آنگاه جمع درایه های ماتریس X کدام است؟				
۱	اگر $A = [i - j]_{3 \times 3}$ و $B = [b_{ij}]_{3 \times 3}$ و $b_{ij} = \begin{cases} j - i, & i < j \\ i + j, & i \geq j \end{cases}$ حاصل $A+B$ را بیابید.				
۱/۵	اگر $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}^5$ مقادیر a و b و c و d را بیابید.				
۱/۵	اگر $ A_{3 \times 3} = -2$ حاصل $ (-5A^2)^{-1} $ را بیابید.				
۲	اگر \mathcal{A} ماتریس 2×2 باشد. \mathcal{A} را در معادله ماتریسی زیر بیابید. $\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} A \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$				
۱/۵	به ازای چه مقادیری از \mathcal{K} دستگاه زیر جواب ندارد؟ $\begin{cases} (k-1)x + 3y = k+3 \\ x + (k+1)y = 2k \end{cases}$				

۱/۵	نقاط A و B و C در صفحه مفروضند چند نقطه در صفحه وجود دارد که از A و B به یک فاصله و از C به فاصله ۵ سانتی متر باشند.	۹
۲	اگر خط $y = 2x - 1$ شامل قطری از دایره باشد و دایره از نقاط $A(1, 2)$ و $B(3, 0)$ بگذرد، شعاع و مرکز دایره را بیابید.	۱۰
۱/۵	وضعیت دو دایره زیر را تعیین کنید: $x^2 + y^2 - 2x = 4$ و $x^2 + (y - 1)^2 = 1$	۱۱
۱/۵	معادله دایره ای را بنویسید که مرکز آن $O \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix}$ باشد و به روی خط $3x - 4y = -2$ وترى به طول ۸ جدا کند.	۱۲
۲	معادله خطوط مماسی که از $A \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$ به دایره $x^2 + y^2 - 2x + 4y = 15$ رسم می شوند را بنویسید.	۱۳
صفحه ی ۲ از ۲		

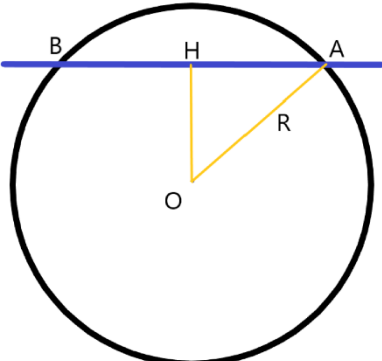
جمع بارم: ۲۰ نمره



اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران
اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۲ تهران
دبیرستان غیر دولتی پسرانه سرای دانش واحد سعادت آباد
کلید سؤالات پایان ترم نوبت اول سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰

نام درس: هندسه ۳
نام دبیر: آقای مودب
تاریخ امتحان: ۰۶ / ۱۰ / ۱۴۰۰
ساعت امتحان: ۱۱:۰۰ صبح / عصر
مدت امتحان: ۹۰ دقیقه

ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضاء مدیر
۱	الف) درست ب) نادرست	
۲	الف) دو خط موازی L و به فاصله ۲۳ سانتی متر از آن ب) ۳	
۳		$X = A^{-1}B = \frac{1}{5-6} \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} -4 & -5 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$
۴		$A + B = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -1 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -2 & -4 \\ 2 & 0 & -2 \\ 4 & 2 & 0 \end{bmatrix}$
۵		$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}^2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}^3 = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 4 \\ 4 & 4 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}^5 = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 4 \\ 4 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 16 & 16 \\ 16 & 16 \end{bmatrix} \rightarrow a = b = c = d = 16$
۶		$ A_{r \times r} = -2 \rightarrow (-5A^r)^{-1} = \left \frac{-1}{5} (A^r)^{-1} \right = \left(\frac{-1}{5} \right)^r A^r ^{-1} = \frac{-1}{125} \times \{(-2)^r\}^{-1} = \frac{-1}{125} \times \frac{1}{4} = \frac{-1}{500}$
۷		$A = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{-2} \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ -2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \times \frac{1}{-1} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 5 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 6 & -6 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 5 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 24 & -42 \\ -28 & 60 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 & -21 \\ -14 & 30 \end{bmatrix}$
۸		$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'} \rightarrow \frac{K-1}{1} = \frac{3}{K+1} \neq \frac{K+3}{2K} \rightarrow K^2 - 1 = 4 \rightarrow \begin{cases} K = 2 \rightarrow \frac{1}{1} = \frac{3}{3} \neq \frac{5}{4} \quad \checkmark \\ K = -2 \rightarrow \frac{-3}{1} = \frac{3}{-1} \neq \frac{1}{-4} \quad \checkmark \end{cases}$
۹		مکان هندسی نقاطی که از A و B به یک فاصله هستند عمود منصف AB و مکان هندسی نقاطی که از نقطه‌ی C به فاصله‌ی ۵ هستند دایره‌ای به مرکز C و شعاع ۵ است. این عمود منصف و دایره حداکثر در ۲ نقطه متقاطعند. پس مسئله حداکثر دو جواب دارد.
۱۰		$O \left \begin{array}{l} \alpha \\ \beta \end{array} \right. \in y = 2x - 1 \rightarrow \beta = 2\alpha - 1 \rightarrow O \left \begin{array}{l} \alpha \\ 2\alpha - 1 \end{array} \right.$ $OA = OB \rightarrow \sqrt{(\alpha - 1)^2 + (2\alpha - 3)^2} = \sqrt{(\alpha - 3)^2 + (2\alpha - 1)^2}$ $\rightarrow \alpha^2 - 2\alpha + 1 + 4\alpha^2 - 12\alpha + 9 = \alpha^2 - 6\alpha + 9 + 4\alpha^2 - 4\alpha + 1$ $\rightarrow \alpha = 0 \rightarrow O \left \begin{array}{l} 0 \\ -1 \end{array} \right., R = OA = \sqrt{10}$
۱۱		$x^2 + (y - 1)^2 = 1, x^2 + y^2 - 2x - 4 = 0 \rightarrow O \left \begin{array}{l} \alpha = -\frac{a}{2} = +1 \\ \beta = -\frac{b}{2} = 0 \end{array} \right., R = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{a^2 + b^2 - 4c} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{4 + 0 + 16} = \sqrt{5}$ $\rightarrow d = OO' = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}, R + R' = 1 + \sqrt{5}, R - R' = 1 - \sqrt{5} \rightarrow R - R' < d < R + R'$ متقاطع

	$L: 3x - 4y + 2 = 0 \quad OH = \frac{ 3(4) - 4(1) + 2 }{\sqrt{3^2 - (-4)^2}} = \frac{10}{5} = 2$ $R^2 = OH^2 + AH^2 = 20$ $(x - \alpha)^2 + (y - \beta)^2 = R^2 \rightarrow (x - 4)^2 + (y - 1)^2 = 20$	۱۲
$O \begin{matrix} 1 \\ -2 \end{matrix} \rightarrow m_{OA} = \frac{2 - (-2)}{3 - 1} = 2 \rightarrow m_d = -\frac{1}{2} \rightarrow y - 2 = -\frac{1}{2}(x - 3)$		۱۳
امضاء:	نام و نام خانوادگی مصحح :	جمع بارم : ۲۰ نمره