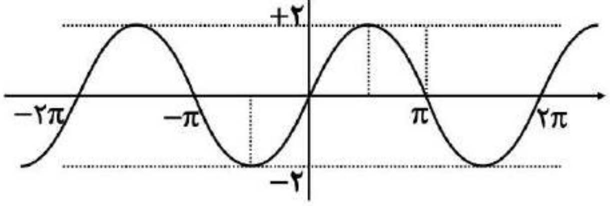
سوالات مربوط به دوره تناوب، ماکزیمم، مینیمم و تانژانت

فصل دوم

۱- در نمودارهای زیر مقدار ماکزیمم، مینیمم و دوره تناوب را مشخص کنید:

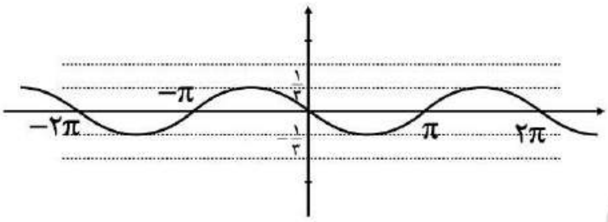
$y = 2\sin x$



$\max = 2 \qquad \min = -2$

$T = 2\pi$

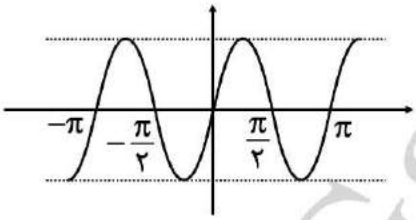
$y = -\frac{1}{3}\sin x$



$\max = \frac{1}{3} \qquad \min = -\frac{1}{3}$

$T = 2\pi$

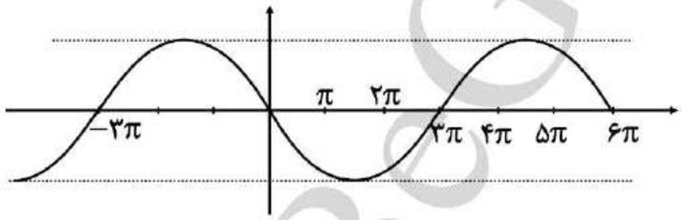
$y = \sin(2x)$



$\max = 1 \qquad \min = -1$

$T = \pi$

$y = \sin(-\frac{x}{3})$



$\max = 1 \qquad \min = -1$

$T = 6\pi$

۲- دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم هر یک از توابع زیر را مشخص کنید:

الف) $y = 3\sin(2x) - 2$

$\max = |3| - 2 = 1 \qquad \min = -|3| - 2 = -5 \qquad T = \frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{2} = \pi$

ب) $y = -\frac{1}{4}\cos(\pi x)$

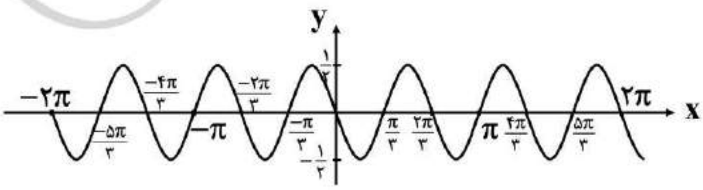
$\max = |-\frac{1}{4}| = \frac{1}{4} \qquad \min = -|-\frac{1}{4}| = -\frac{1}{4} \qquad T = \frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{\pi} = 2$

پ) $y = \pi\sin(-x) + 1$

$\max = |\pi| + 1 = \pi + 1 \qquad \min = -|\pi| + 1 = 1 - \pi \qquad T = \frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{|-1|} = 2\pi$

۳- هر یک از نمودارهای داده شده در زیر مربوط به تابعی با ضابطه‌ای $f(x) = a\sin bx + c$ یا $f(x) = a\cos bx + c$ است. مقدار ماکزیمم و مینیمم و دوره تناوب و ضابطه‌ی تابع را مشخص کنید.

الف)

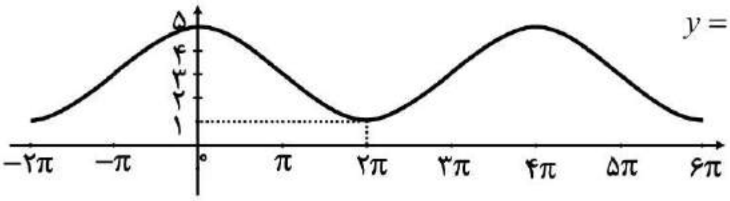


با توجه به نمودار ضابطه‌ی تابع به صورت زیر است:

$y=a\sin bx+c$

و با توجه به مقادیر ماکزیمم و مینیمم و دوره تناوب از روی نمودار، $c=0$ و $|a|=\frac{1}{2}$ و $|b|=3$ بدست می‌آید که در آن علامت a منفی و علامت b مثبت است. بنابراین داریم: $y=-\frac{1}{2}\sin 3x$

ب)



با توجه به نمودار، ضابطه‌ی تابع مورد نظر می‌تواند به صورت $y=a\cos bx+c$ باشد و ماکزیمم و مینیمم آن برابر ۵ و ۱ و طول دوره‌ی تناوب برابر 4π است. بنابراین $c=3$ و $|b|=\frac{1}{2}$ و $|a|=2$. لذا $a=2$ و $b=\frac{1}{2}$ و بنابراین داریم: $y=2\cos(\frac{x}{2})+3$.

۴- دوره‌ی تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم هریک از توابع زیر را بدست آورید:

الف) $y=1+2\sin 7x$

$$\xrightarrow[\max=|a|+c,\min=-|a|+c]{y=a\sin bx+c\quad T=\frac{2\pi}{|b|}} T=\frac{2\pi}{|7|}=\frac{2\pi}{7}\qquad \max=|2|+1=3\qquad \min=-|2|+1=-1$$

ب) $\sqrt{3}-\cos\frac{\pi}{2}x$

$$\xrightarrow[\max=|a|+c,\min=-|a|+c]{y=a\cos bx+c\quad T=\frac{2\pi}{|b|}} T=\frac{2\pi}{|\frac{\pi}{2}|}=4\qquad \max=|-1|+\sqrt{3}=1+\sqrt{3}\qquad \min=-|-1|+\sqrt{3}=-1+\sqrt{3}$$

پ) $-\pi\sin(\frac{x}{2})-2$

$$\xrightarrow[\max=|a|+c,\min=-|a|+c]{y=a\sin bx+c\quad T=\frac{2\pi}{|b|}} T=\frac{2\pi}{|\frac{1}{2}|}=4\pi\qquad \max=|-\pi|-2=\pi-2\qquad \min=-|-\pi|-2=-\pi-2$$

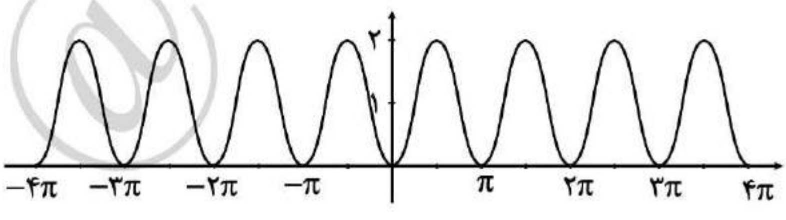
ت) $-\frac{3}{4}\cos 3x$

$$\xrightarrow[\max=|a|+c,\min=-|a|+c]{y=a\cos bx+c\quad T=\frac{2\pi}{|b|}} T=\frac{2\pi}{|3|}=\frac{2}{3}\pi\qquad \max=|-\frac{3}{4}|=\frac{3}{4}\qquad \min=-|-\frac{3}{4}|=-\frac{3}{4}$$

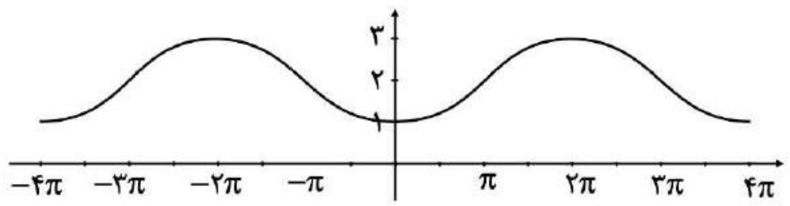
۵- هر یک از توابع داده شده را با نمودارهای زیر نظیر کنید.

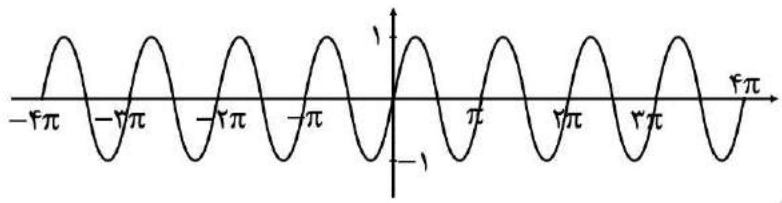
الف) $y=\sin\pi x$ ب) $y=2-\cos\frac{1}{2}x$ پ) $y=\sin 2x$ ت) $y=1-\cos 2x$

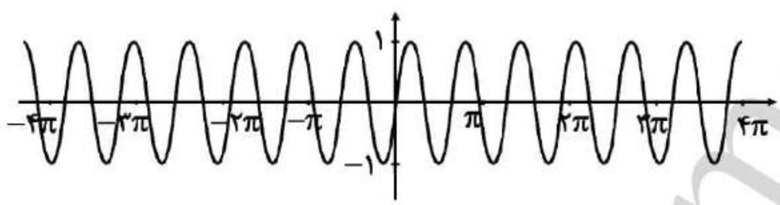
۱)



ت

۲)  ب

۳)  الف

۴)  ث

۶- در هر مورد ضابطه‌ی تابع مثلثاتی با دوره‌ی تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم داده شده بنویسید:

الف) $T = \pi, \max = ۳, \min = -۳$

$y = a\sin bx + c \;, \max = |a| + c, \min = -|a| + c$

$a = \frac{۳-(-۳)}{۲} = ۳ \qquad c = \frac{۳+(-۳)}{۲} = ۰ \qquad \pi = \frac{۲\pi}{|b|} \Rightarrow b = ۲ \Rightarrow y = ۳\sin ۲x$

ب) $T = ۳, \max = ۹, \min = ۳$

$y = a\sin bx + c \;, \max = |a| + c, \min = -|a| + c$

$a = \frac{۹-۳}{۲} = ۳ \qquad c = \frac{۹+۳}{۲} = ۶ \qquad ۳ = \frac{۲\pi}{|b|} \Rightarrow b = \frac{۲}{۳}\pi \Rightarrow y = ۳\sin\frac{۲\pi}{۳}x + ۶$

پ) $T = ۴\pi, \max = -۱, \min = -۷$

$y = a\sin bx + c \;, \max = |a| + c, \min = -|a| + c$

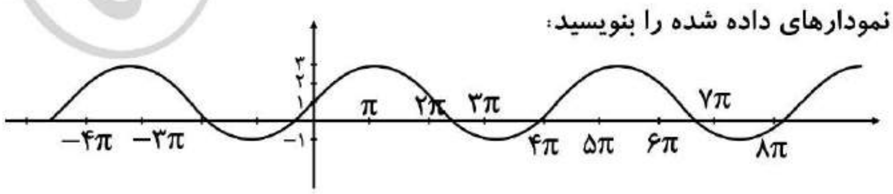
$a = \frac{-۱-(-۷)}{۲} = ۳ \qquad c = \frac{-۱+(-۷)}{۲} = -۴ \qquad ۴\pi = \frac{۲\pi}{|b|} \Rightarrow b = \frac{۱}{۲} \Rightarrow y = ۳\sin(\frac{۱}{۲}x) - ۴$

ت) $T = \frac{\pi}{۲}, \max = ۱, \min = -۱$

$y = a\sin bx + c \;, \max = |a| + c, \min = -|a| + c$

$a = \frac{۱-(-۱)}{۲} = ۱ \qquad c = \frac{۱+(-۱)}{۲} = ۰ \qquad \frac{\pi}{۲} = \frac{۲\pi}{|b|} \Rightarrow b = ۴ \Rightarrow y = \sin(۴x)$

۷- ضابطه‌ی مربوط به هر یک از نمودارهای داده شده را بنویسید:

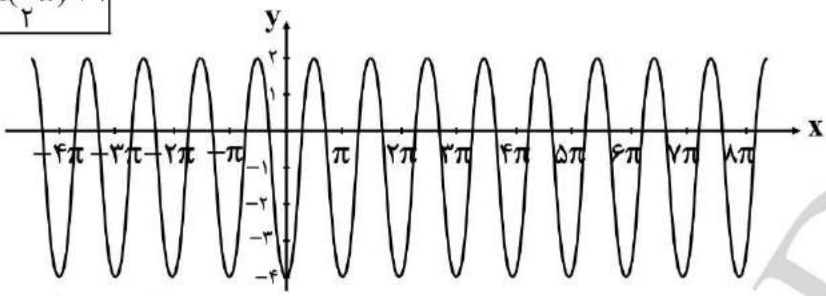
الف) 

$\max = ۳, \min = -۱, T = ۴\pi$

$C = \frac{۳+(-۱)}{۲} = ۱, a = \frac{۳-(-۱)}{۲} = ۲, |b| = \frac{۲\pi}{T} = \frac{۲\pi}{T} = \frac{۲\pi}{۴\pi} = \frac{۱}{۲}$

$\boxed{y = \sin(\frac{۱}{۲}x) + ۱}$

ب)

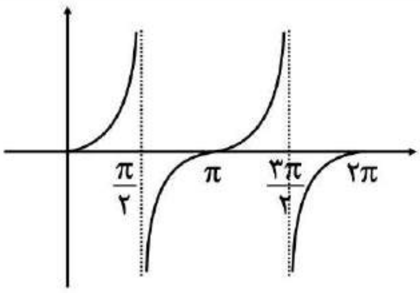


$\max = ۲, \min = -۴, T = \pi$

$C = \frac{۲+(-۴)}{۲} = -۱, a = \frac{۲-(-۴)}{۲} = ۳, |b| = \frac{۲\pi}{T} = \frac{۲\pi}{\pi} = ۲$

$\boxed{y = ۳\cos(۲x) - ۱}$

۸- صعودی یا نزولی بودن تابع $y = \tan x$ را در بازه‌ی $[۰, ۲\pi]$ بررسی کنید.



تابع در دامنه‌ی خود همواره صعودی است.

۹- کدام یک از جملات زیر درست و کدام نادرست است؟

الف) تابع تانژانت در دامنه‌اش صعودی است. *نادرست*

ب) می‌توان بازه‌ای یافت که تابع تانژانت در آن نزولی باشد. *نادرست*

پ) می‌توان بازه‌ای یافت که تابع تانژانت در آن غیر صعودی باشد. *نادرست*

ت) تابع تانژانت در هر بازه که در آن تعریف شده باشد، صعودی است. *درست*

۱۰- با توجه به محورهای سینوس و تانژانت، در موارد زیر مقادیر $\sin\alpha$ و $\tan\alpha$ را باهم مقایسه کنید.

الف) $۰ < \alpha < \frac{\pi}{۲}$

در ربع اول هم سینوس و هم تانژانت صعودی است.

	۰		$\frac{\pi}{۶}$		$\frac{\pi}{۴}$		$\frac{\pi}{۳}$		$\frac{\pi}{۲}$
sin	۰	$\nearrow$	$\frac{۱}{۲}$	$\nearrow$	$\frac{\sqrt{۲}}{۲}$	$\nearrow$	$\frac{\sqrt{۳}}{۲}$	$\nearrow$	۱
tan	۰	$\nearrow$	$\frac{\sqrt{۳}}{۲}$	$\nearrow$	۱	$\nearrow$	$\sqrt{۳}$	$\nearrow$	$+\infty$ ت.ن

ب) $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$

در ربع چهارم هم سینوس و هم تانژانت صعودی است.

	$\frac{3\pi}{2}$		$\frac{5\pi}{3}$		$\frac{7\pi}{4}$		$\frac{11\pi}{6}$		2π
sin	-1	$\nearrow$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\nearrow$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\nearrow$	$-\frac{1}{2}$	$\nearrow$	0
tan	ت.ن	$\nearrow$	$-\sqrt{3}$	$\nearrow$	-1	$\nearrow$	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\nearrow$	0

سوالات مربوط به نسبت‌های مثلثاتی 2α

۱- مقدار $\sin 15°, \cos 15°$ را بیابید.

$$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha$$

$$\cos 30 = 1 - 2\sin^2 15 \to \frac{\sqrt{3}}{2} = 1 - 2\sin^2 15 \to \sin^2 15 = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} - 1}{-2} = \frac{2-\sqrt{3}}{4} \Rightarrow \sin 15 = \frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}$$

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha . \cos\alpha \Rightarrow \sin 30 = 2\sin 15 \times \cos 15$$

$$\frac{1}{2} = 2 \times \frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2} \times \cos\alpha \to \cos 15 = \frac{1}{2\sqrt{2-\sqrt{3}}}$$

۲- فرض کنید $\cos\alpha = \frac{5}{13}$ و α زاویه‌ای حاده باشد. حاصل عبارت زیر را بدست آورید.

الف) $\cos 2\alpha$

$$\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$$

$$\cos 2\alpha = 2 \times (\frac{5}{13})^2 - 1 = 2 \times \frac{25}{169} - 1 = \frac{50}{169} - 1 = \frac{-119}{169}$$

ب) $\sin 2\alpha$

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1 \to \sin^2\alpha = 1 - \cos^2\alpha = 1 - (\frac{5}{13})^2$$

$$\Rightarrow \sin^2\alpha = \frac{144}{169} \xrightarrow{\text{در ناحیه اول } \alpha} \sin\alpha = \frac{12}{13} \Rightarrow \sin 2\alpha = 2\sin\alpha - \cos\alpha = 2 \times \frac{12}{13} \times \frac{5}{13} = \frac{120}{169}$$

۳- نسبت‌های مثلثاتی سینوس و کسینوس را برای زاویه $22/5°$ بدست آورید.

$$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha \Rightarrow \cos 45 = 1 - 2\sin^2(22/5) \Rightarrow \sin^2(22/5) = \frac{1-\cos 45}{2}$$

$$\Rightarrow \sin^2(22/5) = \frac{1-\frac{\sqrt{2}}{2}}{2} = \frac{2-\sqrt{2}}{4} \to \sin(22/5) = \frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$$

$$\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1 \to \cos 45 = 2\cos^2(22/5) - 1$$

$$\to \cos^2(22/5) = \frac{1+\cos 45}{2} = \frac{1+\frac{\sqrt{2}}{2}}{2} = \frac{2+\sqrt{2}}{4} \to \cos(22/5) = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$$

سوالات مربوط به معادلات مثلثاتی

تیپ اول سینوس‌ها:

۱- معادله $\sin x = -\frac{۱}{۲}$ را حل کنید.

$$\sin x = -\frac{۱}{۲} \Rightarrow \sin x = \sin(-\frac{\pi}{۶})$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = ۲k\pi + (-\frac{\pi}{۶}) = ۲k\pi - \frac{\pi}{۶}, k \in \mathbb{Z} \\ x = ۲k\pi + (\pi + \frac{\pi}{۶}) = ۲k\pi + \frac{۷\pi}{۶}, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

۲- معادلات زیر را حل کنید.

الف) $۲\sin x - \sqrt{۳} = ۰$

$$۲\sin x - \sqrt{۳} = ۰ \rightarrow \sin x = \frac{\sqrt{۳}}{۲} \Rightarrow \sin x = \sin(\frac{\pi}{۳})$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = ۲k\pi + \frac{\pi}{۳}, k \in \mathbb{Z} \\ x = ۲k\pi + (\pi - \frac{\pi}{۳}) = ۲k\pi + \frac{۲\pi}{۳}, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

ب) $۴\sin x + \sqrt{۸} = ۰$

$$۴\sin x + \sqrt{۸} = ۰ \rightarrow \sin x = \frac{-\sqrt{۸}}{۴} = \frac{-۲\sqrt{۲}}{۴} = \frac{-\sqrt{۲}}{۲} \rightarrow \sin x = \sin(\frac{-\pi}{۴})$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = ۲k\pi + (-\frac{\pi}{۴}) = ۲k\pi - \frac{\pi}{۴}, k \in \mathbb{Z} \\ x = ۲k\pi + (\pi - (-\frac{\pi}{۴})) = ۲k\pi + \pi + \frac{\pi}{۴}, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

۳- معادله $\sin ۲x = \sin ۳x$ را حل کنید.

$$\sin ۲x = \sin ۳x$$

$$\begin{cases} ۲x = ۲k\pi + ۳x \Rightarrow x = ۲k\pi, k \in \mathbb{Z} \\ ۲x = (۲k+۱)\pi - ۳x \rightarrow x = \frac{(۲k+۱)\pi}{۵}, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

۴- معادله $۲\sin ۳x - \sqrt{۲} = ۰$ را حل کنید.

$$۲\sin ۳x - \sqrt{۲} = ۰ \rightarrow \sin ۳x = \frac{\sqrt{۲}}{۲} \rightarrow \sin ۳x = \sin(\frac{\pi}{۴})$$

$$\Rightarrow \begin{cases} ۳x = ۲k\pi + \frac{\pi}{۴} \rightarrow x = \frac{۲k\pi}{۳} + \frac{\pi}{۱۲}, k \in \mathbb{Z} \\ ۳x = (۲k+۱)\pi - \frac{\pi}{۴} \rightarrow x = \frac{(۲k+۱)\pi}{۳} - \frac{\pi}{۱۲} \end{cases}$$

۵- جواب معادله $\sin x.\cos x=\frac{\sqrt{۳}}{۴}$ را بدست آورید.

ابتدا طرفین معادله را در عدد ۲ ضرب می‌کنیم:

$$۲\sin x.\cos x=۲\times\frac{\sqrt{۳}}{۴}\rightarrow ۲\sin x.\cos x=\frac{\sqrt{۳}}{۲}\rightarrow \sin ۲x=\frac{\sqrt{۳}}{۲}\rightarrow \sin ۲x=\sin(\frac{\pi}{۳})$$

$$\Rightarrow\begin{cases}۲x=۲k\pi+\frac{\pi}{۳}\rightarrow x=k\pi+\frac{\pi}{۶},k\in\mathbb{Z}\\ ۲x=(۲k+۱)\pi-\frac{\pi}{۳}\rightarrow x=\frac{(۲k+۱)\pi}{۲}-\frac{\pi}{۶},k=\mathbb{Z}\end{cases}$$

۶- معادلات زیر را حل کنید.

الف) $\sin\frac{\pi}{۲}=\sin ۳x$

$$۳x=۲k\pi+\frac{\pi}{۲}\rightarrow x=\frac{۲k\pi}{۳}+\frac{\pi}{۶}\quad k\in\mathbb{Z}$$

ب) $\cos ۲x-\sin x+۱=۱$

$$۱-۲\sin^۲ x-\sin x=۰\Rightarrow ۲\sin^۲ x+\sin x-۱=۰\xrightarrow{\sin x=t}۲t^۲+t-۱=۰\xrightarrow{b=a+c}\begin{cases}t=-۱\\ t=\frac{۱}{۲}\end{cases}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}\sin x=-۱\rightarrow \sin x=\sin(\frac{-\pi}{۲})\Rightarrow x=۲k\pi+\frac{-\pi}{۲},k\in\mathbb{Z}\\ \sin x=\frac{۱}{۲}\rightarrow \sin x=\sin(\frac{\pi}{۶})\Rightarrow\begin{cases}x=۲k\pi+\frac{\pi}{۶}\\ x=۲k\pi+\pi-\frac{\pi}{۶}\end{cases}\end{cases}$$

پ) $۲\sin^۲ x+\sin x-۱=۰$

$$\xrightarrow{\sin x=t}۲t^۲+t-۱=۰\xrightarrow{b=a+c}\begin{cases}t=-۱\\ t=+\frac{۱}{۲}\end{cases}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}\sin x=-۱\rightarrow \sin x=\sin\frac{-\pi}{۲}\rightarrow x=۲k\pi+\frac{-\pi}{۲}\\ \sin x=\frac{۱}{۲}\rightarrow \sin x=\sin(\frac{\pi}{۶})\rightarrow\begin{cases}x=۲k\pi+\frac{\pi}{۶}\\ x=۲k\pi+(\pi-\frac{\pi}{۶})\end{cases}\end{cases}$$

ت) $\cos^۲ x-\sin x=\frac{۱}{۴}$

$$۱-\sin^۲ x-\sin x=\frac{۱}{۴}\rightarrow \sin^۲ x+\sin x-\frac{۳}{۴}=۰\xrightarrow{\sin x=t}$$

$$t^{2}+t-\frac{3}{4}=0 \Rightarrow \Delta=b^{2}-4ac=(1)^{2}-4(1)(-\frac{3}{4})=4 \Rightarrow \begin{cases} t_1=\frac{-1+2}{2}=\frac{1}{2} \\ t_2=\frac{-1-2}{2}=-\frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin x=\frac{1}{2} \Rightarrow \sin x=\sin\frac{\pi}{6} \Rightarrow \begin{cases} x=2k\pi+\frac{\pi}{6}, k\in\mathbb{Z} \\ x=2k\pi+\frac{5\pi}{6}, k\in\mathbb{Z} \end{cases} \\ \sin x=\frac{-3}{2} \quad \text{غیر ممکن} \end{cases}$$

ث) $\sin x-\cos 2x=0$

$$\sin x-(1-2\sin^{2}x)=0 \rightarrow 2\sin^{2}x+\sin x-1=0 \rightarrow (\sin x+1)(2\sin x-1)=0$$

$$\begin{cases} \sin x+1=0 \rightarrow \sin x=-1 \rightarrow x=2k\pi+\frac{3\pi}{2} \quad k\in\mathbb{Z} \\ 2\sin x-1=0 \rightarrow \sin x=\frac{1}{2} \rightarrow \begin{cases} x=2k\pi+\frac{\pi}{6} \quad k\in\mathbb{Z} \\ x=2k\pi+\pi-\frac{\pi}{6} \quad k\in\mathbb{Z} \end{cases} \end{cases}$$

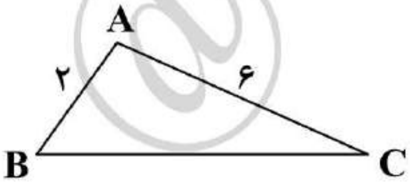
۷- یک بازیکن هندبال توپ را با سرعت $16\frac{m}{s}$ برای هم تیمی خود که در ۱۲/۸ متری او قرار دارد پرتاب می‌کند. اگر رابطه بین سرعت توپ V (برحسب ثانیه)، مسافت طی شده افقی d (برحسب متر) و زاویه پرتاب θ به صورت زیر باشد. آنگاه زاویه پرتاب توپ چقدر بوده است؟

$$d=\frac{V^{2}\sin 2\theta}{10}$$

$$12/8=\frac{(16)^{2}\sin 2\theta}{10} \rightarrow \sin 2\theta=\frac{12/8\times 10}{256}=\frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} 2\theta=2k\pi+\frac{\pi}{6} \\ 2\theta=(2k+1)\pi-\frac{\pi}{6} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \theta=k\pi+\frac{\pi}{12} \\ \theta=\frac{(2k+1)\pi}{2}-\frac{\pi}{12} \end{cases}$$

۸- مثلثی با مساحت ۳ سانتی‌مترمربع مفروض است. اگر اندازه دو ضلع آن به ترتیب ۲ و ۶ سانتی‌متر باشند، آنگاه چند مثلث با این خاصیت‌ها می‌توان ساخت؟



$$S=\frac{1}{2}\times AB\times AC\times\sin\widehat{A}$$

$$3=\frac{1}{2}\times 2\times 6\times\sin\widehat{A} \rightarrow \sin\widehat{A}=\frac{1}{2} \rightarrow \sin\widehat{A}=\sin\frac{\pi}{6}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \widehat{A} = ۲k\pi + \frac{\pi}{۶} & k \in \mathbb{Z} \\ \widehat{A} = ۲k\pi + \pi - \frac{\pi}{۶} & k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

فقط می‌توان $A = \frac{\pi}{۲}$ و $\widehat{A} = \frac{۵\pi}{۶}$ را در نظر گرفت پس دو مثلث می‌توان ساخت.

تیپ دوم کسینوس‌ها:

۱- معادله $\cos x(۲\cos x - ۹) = ۵$ را حل کنید:

$$\cos x.(۲\cos x - ۹) = ۵ \to ۲\cos^۲ x - ۹\cos x - ۵ = ۰ \xrightarrow{\cos x = t}$$

$$۲t^۲ - ۹t - ۵ = ۰ \to (۲t-۱)(t+۵) = ۰ \to \begin{cases} t = -\frac{۱}{۲} \\ t = -۵ \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos x = -\frac{۱}{۲} \to \cos x = \cos\frac{۲\pi}{۳} \to x = ۲k\pi \pm \frac{۲x}{۳}, k \in \mathbb{Z} \\ \cos x = -۵ \Rightarrow \text{غیر قابل قبول} \end{cases}$$

۲- معادله $\sin x + \cos x = ۱$ را در بازه $۰ \le x \le ۲\pi$ حل کنید. (ویژه ریاضی)

$$\sin x + \cos x = ۱ \to \sin x = ۱ - \cos x \xrightarrow{\text{توان ۲}} \sin^۲ x = (۱ - \cos x)^۲$$

$$\to \sin^۲ x = ۱ - ۲\cos x + \cos^۲ x \xrightarrow{\sin^۲ x = ۱ - \cos^۲ x} ۱ - \cos^۲ x = ۱ - ۲\cos x + \cos^۲ x \to ۲\cos^۲ x - ۲\cos x = ۰$$

$$\to ۲\cos x(\cos x - ۱) = ۰ \to \begin{cases} ۲\cos x = ۰ \to \cos x = ۰ \to x = \frac{\pi}{۲}, \frac{۳\pi}{۲} \\ \cos x - ۱ = ۰ \to \cos x = ۱ \to x = ۰, ۲\pi \end{cases}$$

۳- معادلات زیر را حل کنید:

الف) $\cos ۲x - \cos x + ۱ = ۰$

$$\Rightarrow ۲\cos^۲ x - ۱ - \cos x + ۱ = ۰ \Rightarrow ۲\cos^۲ x - \cos x = ۰ \Rightarrow \cos x(۲\cos x - ۱) = ۰$$

$$\begin{cases} \cos x = ۰ \to \cos x = \cos(\frac{\pi}{۲}) \to x = ۲k\pi + \frac{\pi}{۲} & k \in \mathbb{Z} \\ \cos x = \frac{۱}{۲} \to \cos x = \cos\frac{\pi}{۳} \to x = ۲k\pi \pm \frac{\pi}{۳} & k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

ب) $\cos x = \cos ۲x$

$$\Rightarrow x = ۲k\pi \pm ۲x$$

$$\begin{cases} x = ۲k\pi + ۲x \to x = -۲k\pi \\ x = ۲k\pi - ۲x \to x = \frac{۲k\pi}{۳} \end{cases}$$

تیپ سوم تانژانت (ویژه رشته ریاضی)

۱- معادله $\tan x = \tan ۵x$ را حل کنید:

$$x = k\pi + ۵x \rightarrow x = \frac{k\pi}{۴} \quad k \in \mathbb{Z}$$

۲- معادلات زیر را حل کنید:

الف) $\tan(۲x - ۱) = ۰$

$$\tan(۲x-۱) = \tan(۰) \Rightarrow ۲x - ۱ = k\pi \rightarrow x = \frac{k\pi + ۱}{۲}$$

ب) $\tan ۳x = \tan \pi x$

$$۳x = k\pi + \pi x \Rightarrow ۳x - \pi x = k\pi \rightarrow (۳-\pi)x = k\pi \rightarrow x = \frac{k\pi}{۳-\pi}$$