

وقت آزمون: ...

تاریخ: ...

بنام او

آزمون تستی حسابان ۲ (مبحث مثلثات)

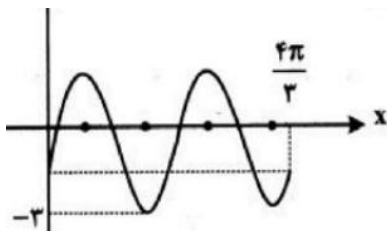
دبیرستان: ...

نام و نام خانوادگی:

شعبه کلاس:

۱- نمودار تابع $y = \left| \cos\left(\frac{9\pi}{2} - ax\right) \right|$ در فاصله $[0, \pi]$ ، بار خط $y = 1$ را قطع می کند. حداقل مقدار مثبت a کدام است؟

- الف) $\frac{3}{5}$ ب) $\frac{5}{7}$ ج) $\frac{7}{6}$ د) $\frac{6}{5}$

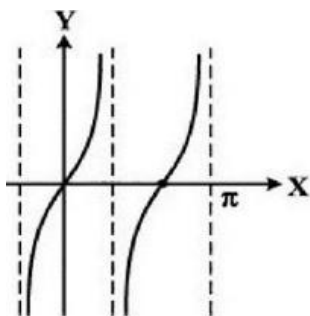


۲- شکل زیر نمودار تابع $y = -1 + a \sin bx$ است. $b+a$ کدام است؟

- الف) ۳ ب) ۴ ج) ۵ د) ۶

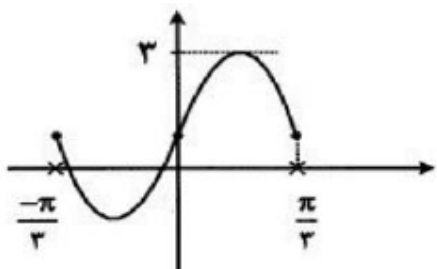
۳- شکل روبرو قسمتی از نمودار تابع $y = \tan bx$ است. b کدام است؟

- الف) $\frac{1}{2}$ ب) $\frac{3}{2}$ ج) $\frac{2}{3}$ د) ۲



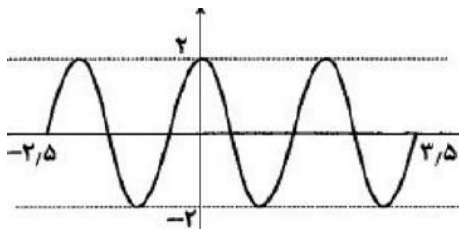
۴- شکل مقابل نمودار تابع $y = a \sin bx + 1$ است. $a+b$ کدام است؟

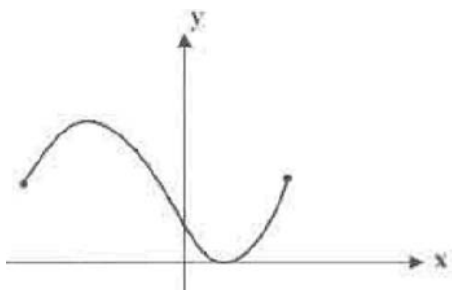
- الف) ۲ ب) ۳ ج) ۴ د) ۵



۵- شکل روبرو قسمتی از نمودار تابع $y = a \sin \pi\left(\frac{1}{2} + bx\right)$ است. ab کدام است؟

- الف) ۲ ب) ۳ ج) $\frac{2}{5}$ د) $\frac{3}{5}$

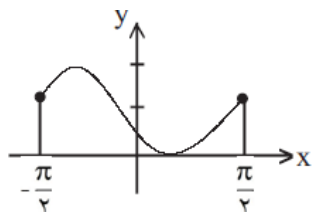




۶- شکل مقابل نمودار کدام تابع در بازه $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ است؟

الف) $y = 1 - \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ (ب) $y = 1 + \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$

ج) $y = 1 - \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$ (د) $y = 1 + \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$



۷- شکل روبرو نمودار کدام تابع در یک دوره تناوب است؟

الف) $y = 1 - \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$ (ب) $y = 1 + \sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)$

ج) $y = 1 - \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ (د) $y = 1 + \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$

۸- دوره تناوب اصلی تابع $f(x) = \tan x - \cot x$ کدام است؟

الف) $\frac{\pi}{2}$ (ب) $\frac{\pi}{4}$ (ج) π (د) 2π

۹- دوره تناوب اصلی تابع با ضابطه $f(x) = \tan^3 x - \cot^3 x$ کدام است؟

الف) π (ب) $\frac{\pi}{2}$ (ج) $\frac{\pi}{3}$ (د) $\frac{\pi}{6}$

۱۰- دوره تناوب اصلی ، تابع با ضابطه $f(x) = \tan^3 x - \cot^3 x$ کدام است؟

الف) $\frac{\pi}{6}$ (ب) $\frac{\pi}{2}$ (ج) $\frac{\pi}{3}$ (د) π

۱۱- دوره تناوب تابع با ضابطه $f(x) = (-1)^{[x]}(x - [x])$ کدام است؟

الف) ۱ (ب) ۲ (ج) ۳ (د) ۴

۱۲- اگر دوره تناوب اصلی تابع $f(x) = ax - [4x]$ برابر $\frac{1}{4}$ باشد کدام است؟

الف) ۱ (ب) ۲ (ج) ۳ (د) ۴

۱۳- دوره تناوب اصلی تابع $f(x) = (-1)^{\left[\frac{x}{\pi}\right]}$ کدام است؟

الف) ۱ (ب) ۲ (ج) 2π (د) π

وقت آزمون: ...

تاریخ: ...

بنام او

آزمون تستی حسابان ۲ (مبحث مثلثات)

دبیرستان: ...

نام و نام خانوادگی:

شعبه کلاس:

۱۴- اگر نمودار تابع $y = 2 - a \sin(2x)$ ، فقط از نواحی سوم و چهارم عبور نکند، کدام گزینه درست است؟
 الف) $|a| \leq 2$ ب) $|a| \geq 2$ ج) $|a| \leq 4$ د) $|a| \geq 4$

۱۵- در یک تابع مثلثاتی با دوره تناوب 4π ماکزیمم برابر ۱ و مینیمم برابر -7 است. ضابطه ی این تابع، کدام می تواند باشد؟

الف) $y = -3 - 4 \sin 2x$ ب) $y = -3 + 4 \cos \frac{1}{2}x$

ج) $y = -4 + 3 \sin \frac{1}{2}x$ د) $y = -4 - 3 \cos 2x$

۱۶- مجموع جوابهای معادله های مثلثاتی $4 \sin x \sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = 1$ ، در بازه ی $[0, 2\pi]$ کدام است؟

الف) $\frac{5\pi}{2}$ ب) 3π ج) 4π د) 5π

۱۷- جواب کلی معادله مثلثاتی $\cos^2 x + 2 \cos^2 x = 0$ کدام است؟

الف) $2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ ب) $2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}$ ج) $k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ د) $k\pi \pm \frac{\pi}{6}$

۱۸- مجموع تمام جوابهای معادله مثلثاتی $\sin^4 x - \cos^4 x = \sin^4 x - \cos^4 x$ در بازه برابر $[0, 2\pi]$ کدام است؟

الف) $\frac{7\pi}{4}$ ب) $\frac{9\pi}{4}$ ج) $\frac{5\pi}{2}$ د) $\frac{11\pi}{3}$

۱۹- جواب کلی معادله ی $\sin^4 x - \cos^4 x = \sin^2\left(\frac{5\pi}{4}\right)$ مثلثاتی به کدام صورت است؟

الف) $2k\pi \pm \frac{\pi}{6}$ ب) $2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ ج) $k\pi \pm \frac{\pi}{6}$ د) $k\pi \pm \frac{\pi}{3}$

۲۰- از تساوی $\sin(30^\circ + x) = \cos 2x$ کدام مقادیر، قسمتی از جواب x است؟

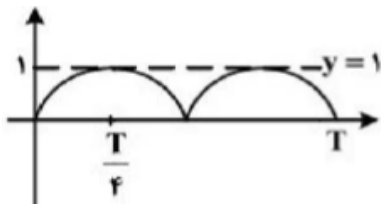
الف) $k\pi \pm \frac{\pi}{9}$ ب) $k\pi \pm \frac{2\pi}{9}$ ج) $2k\pi \pm \frac{\pi}{9}$ د) $2k\pi \pm \frac{2\pi}{9}$

پیروز باشید

طراح :

۱- گزینه د

$$y = \left| \cos\left(\frac{9\pi}{2} - ax\right) \right| = |\sin ax|$$



می بایست π به اندازه $T + \frac{T}{4}$ باشد، تا خط $y = 1$ را در γ نقطه

قطع کند چون $T = \frac{2\pi}{a}$ ($a > 0$) پس داریم:

$$\frac{6\pi}{a} + \frac{\pi}{2a} = \pi \Rightarrow \frac{13\pi}{2a} = \pi \Rightarrow a = \frac{13}{2} = 6.5$$

۲- گزینه ج بازه $\left[\frac{4\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}\right]$ دو برابر دوره تناوب پس $T = \frac{2\pi}{b} = \frac{2\pi}{3}$ در نتیجه $b = 3$ و می نیمم تابع برابر ۳- است

پس می نیمم $a \sin bx$ برابر ۲- است در نتیجه $a = 2$ پس $a + b = 5$

۳- گزینه ب نمودار تابع در بازه دو برابر دوره تناوب آن رسم شده است. اگر دوره تناوب T فرض شود داریم

$$T = \frac{\pi}{b} \text{ و } \frac{1}{2}T + T = \pi \text{ پس } T = \frac{2\pi}{3} \text{ در نتیجه } \frac{\pi}{b} = \frac{2\pi}{3} \text{ یا } b = \frac{3}{2}$$

۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به شکل $3 \leq a \sin bx + 1 \leq 3$ پس $a = 2$ بازه تناوب به صورت $\left[-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}\right]$ است در نتیجه

$$\frac{2\pi}{b} = \frac{2\pi}{3} \text{ پس } b = 3 \text{ در نتیجه } a + b = 5$$

۵- گزینه الف شکل در ۳ دوره تناوب رسم شده است. پس $T = \frac{3/5 - (-2/5)}{3} = 2$ از طرفی $T = \frac{2\pi}{b\pi} = 2$ لذا

$$b = 1 \text{ به ازای } x = 0 \text{ داریم } a = 2 \text{ پس } ab = 2$$

۶- گزینه ج دوره تناوب تابع π است. پس ضریب x عدد ۲ می باشد. در نقطه ای از بازه $\left(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ مقدار تابع

$$\text{صفر است. پس معادله آن به صورت } y = 1 - \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) \text{ است.}$$

۷- گزینه الف چون دوره تناوب π است. ضریب x عدد ۲ می باشد. در یک نقطه از بازه $\left(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ مقدار $y = 0$ است

$$\text{یعنی } \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = 1 \text{ پس } 2x + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} \text{ یا } x = \frac{\pi}{6} \text{ پس تابع } y = 1 - \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) \text{ تابع مورد قبول است.}$$

۸- گزینه ی الف می دانیم $\cot x = \frac{1}{\tan x}$ پس داریم:

$$f(x) = \tan x - \frac{1}{\tan x} = \frac{\tan^2 x - 1}{\tan x} = -2 \left(\frac{1 - \tan^2 x}{2 \tan x} \right) = -\frac{1}{2} \cot 2x$$

دوره تناوب تابع حاصل $\frac{\pi}{2}$ است.

۹- گزینه د

$$f(x) = \frac{\sin 3x}{\cos 3x} - \frac{\cos 3x}{\sin 3x} = \frac{\sin^2 3x - \cos^2 3x}{\sin 3x \cos 3x} = -\frac{\cos 6x}{\sin 6x} = -\cot 6x \rightarrow T = \frac{\pi}{6}$$

$$f(x) = \tan 3x - \cot 3x = -2 \cot 6x \rightarrow T = \frac{\pi}{6}$$

۱۰- گزینه الف

۱۱- گزینه ب می دانیم دوره تناوب کوچکترین عدد مثبت T است به طوری که $f(x+T) = f(x)$ باشد تابع

$x - [x]$ متناوب با دوره تناوب ۱ می باشد. ولی $(-1)^{[x]}$ متناوب با دوره تناوب ۲ می باشد. لذا دوره تناوب اصلی تابع مفروض ۲ می باشد.

۱۲- گزینه د می دانیم که تابع $f(x) = ax - [ax]$ متناوب بوده، دوره تناوب اصلی آن $\frac{1}{a}$ است پس $a = 4$

۱۳- گزینه ج

$$f(x+T) = f(x) \Rightarrow (-1)^{\left[\frac{x+T}{\pi}\right]} = (-1)^{\left[\frac{x}{\pi}\right]} \Rightarrow (-1)^{\left[\frac{x}{\pi} + \frac{T}{\pi}\right]} = (-1)^{\left[\frac{x}{\pi}\right]}$$

۱۴- گزینه الف توابع $y = a \cos bx + c$, $y = a \sin bx + c$ دارای مقدار ماکزیمم $|a| + c$ و مقدار مینیمم

$-|a| + c$ و دوره تناوب $\frac{2\pi}{|b|}$ هستند.

برای آن که نمودار از نواحی سوم و چهارم عبور نکند باید مینیمم تابع نامنفی باشد.

با توجه به نکته، ماکزیمم این تابع $|a| + 2$ و مینیمم آن $-|a| + 2$ است، پس داریم: $-|a| + 2 \geq 0 \rightarrow |a| \leq 2$

۱۵- گزینه ب توابع $y = a \cos(bx) + c$, $y = a \sin(bx) + c$ دارای مقادیر ماکزیمم $|a| + c$ و مینیمم

$-|a| + c$ و دوره تناوب $\frac{2\pi}{|b|}$ است. با توجه به صورت سوال و نکته می توان نوشت:

$$\begin{cases} |a| + c = 1 \\ -|a| + c = -7 \\ \frac{2\pi}{|b|} = 4\pi \end{cases}$$

از جمع دو رابطه ی اول $c = -3$ ، از تفاضل آنها $|a| = 4$ و از رابطه ی سوم $|b| = \frac{1}{2}$ است.

پس $y = 4 \cos\left(\frac{1}{2}x\right) - 3$ یکی از جوابهای مسئله است

۱۶- گزینه د

$$4 \sin x \sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = 1 \rightarrow 4 \sin x (-\cos x) =$$

$$1 \rightarrow -2(2 \sin x \cos x) = 1 \rightarrow -2 \sin 2x = 1$$

$$\rightarrow \sin 2x = \left(-\frac{1}{2}\right) \rightarrow \sin(2x) = \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)$$

k	۰	۱	۲
x_1	\times	$\pi - \frac{\pi}{12}$	$2\pi - \frac{\pi}{12}$
x_2	$\frac{7\pi}{12}$	$\pi + \frac{7\pi}{12}$	\times

$$\text{مجموع} = \pi - \frac{\pi}{12} + 2\pi - \frac{\pi}{12} + \frac{7\pi}{12} + \pi + \frac{7\pi}{12} = 4\pi + \pi = 5\pi$$

۱۷- گزینه ج

$$\cos 2x + 2 \cos^2 x = 0$$

$$2 \cos^2 x - 1 + 2 \cos^2 x = 0 \rightarrow 4 \cos^2 x - 1 = 0 \rightarrow \cos^2 x = \frac{1}{4} \rightarrow \cos x = \pm \frac{1}{2} \rightarrow x = k\pi \pm \frac{\pi}{3}$$

۱۸- گزینه ج

$$\sin 4x = \sin^4 x - \cos^4 x \rightarrow \sin 4x = \left(\underbrace{\sin^2 x + \cos^2 x}_1\right) \left(\underbrace{\sin^2 x - \cos^2 x}_{-\cos 2x}\right)$$

$$\Rightarrow 2 \sin 2x \cos 2x = -\cos 2x \Rightarrow 2 \sin 2x \cos 2x + \cos 2x = 0 \Rightarrow \cos 2x (2 \sin x + 1) = 0$$

$$\text{مجموع جوابها} = \frac{\pi}{4} + \frac{3\pi}{4} + \frac{11\pi}{12} + \frac{7\pi}{12} = \frac{30\pi}{12} = \frac{5\pi}{2}$$

۱۹- گزینه د

$$\sin^4 x - \cos^4 x = \sin^2\left(\frac{5\pi}{2}\right) \Rightarrow (\sin^2 x - \cos^2 x)(\sin^2 x + \cos^2 x) = \left(\frac{-\sqrt{2}}{2}\right)^2$$

$$\Rightarrow -\cos 2x = \frac{1}{2} \cos 2x = -\frac{1}{2} = \cos \frac{2\pi}{3} \Rightarrow 2x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \Rightarrow x = k\pi \pm \frac{\pi}{3}$$

۲۰- گزینه ج

ابتدا کوچکترین زاویه x را تعیین می کنیم ممکن است دو کمان متمم باشند.

$$(x + 30) + (2x) = 90^\circ \Rightarrow x = 20^\circ = \frac{\pi}{9}$$

مضارب زوج π را می توان اضافه کرد $2k\pi \pm \frac{\pi}{9}$