

۱- اگر $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+3}{x^2 + ax + b}$ کدام است؟

۳۵ (۴)

۴۰ (۳)

$x \rightarrow -\infty$

۲۰ (۱)

آزمونهای گزینه ۲ <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۲- اگر $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax+4}{x^2 - 2x + 1}$ مجموعه مقادیر قابل قبول برای a کدام است؟

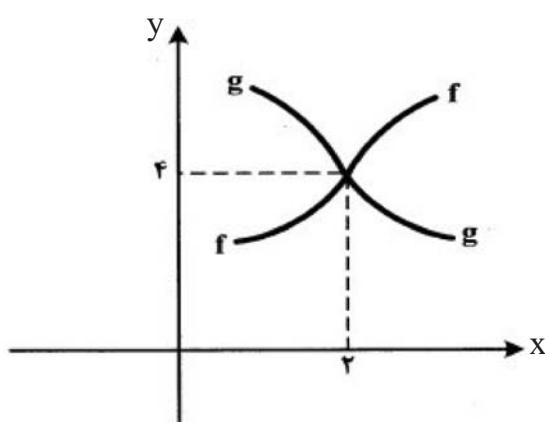
($-\infty, 4$) (۴)

($-4, +\infty$) (۳)

$x \rightarrow 1$

{۴} (۱)

آزمونهای گزینه ۲ <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸



۳- اگر نمودار f و g در اطراف نقطه به طول ۲، به شکل زیر باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{[f(x)] - [g(x)]}{f(x) - g(x)}$ کدام است؟ () نماد جزء صحیح است.

۱ (۱)

$+\infty$ (۲)

$-\infty$ (۳)

۱ (۴)

آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۴- حد تابع $f(x) = \frac{1}{x - |x|}$ در همسایگی محدود $x = 0$ چگونه است؟

$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ (۲)

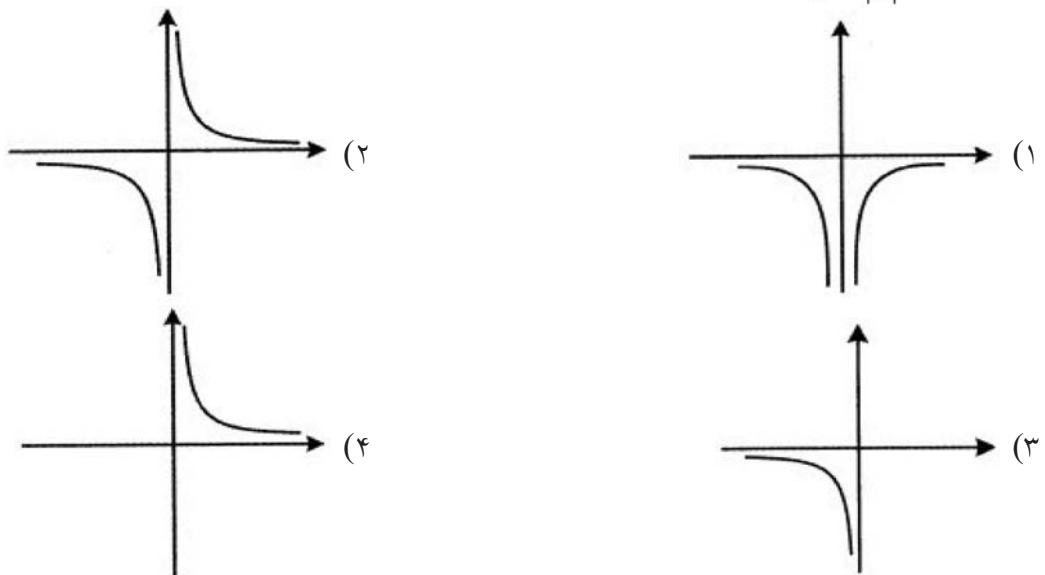
$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -\infty$ (۱)

$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ (۴)

$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -\infty$ (۳)

آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۵- نمودار تابع $f(x) = \frac{1}{x - |x|}$ در مجاورت مجانب قائم خود چگونه است؟



آزمایشی سنجش <=> دوازدهم سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۶- معادله مجانب قائم نمودار تابع $f(x) = \frac{x^2 + 7x + 6}{2x^2 + 5x + 3}$ کدام است؟

$$(4) \quad x = -\frac{3}{2}, -1 \quad (3) \quad x = -1 \quad (2) \quad x = \frac{-3}{2} \quad (1)$$

آزمایشی سنجش <=> دوازدهم سال تحصیلی ۹۷-۹۸

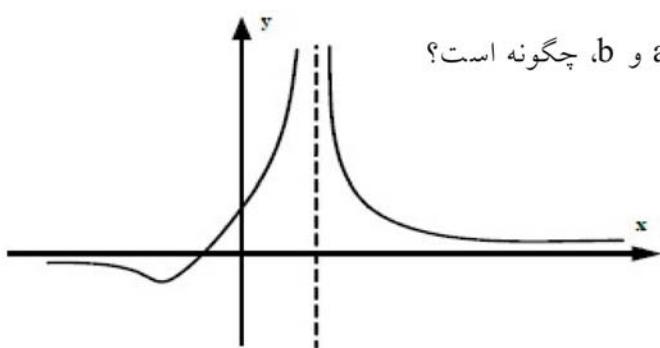
۷- حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 - \cos x}{x}$ کدام است؟

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (4) \quad +\infty \quad (3) \quad -\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (2) \quad -\infty \quad (1)$$

آزمایشی سنجش <=> دوازدهم سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۸- شکل مقابل نمودار تابع $y = \frac{x + a}{x^2 + bx + c}$ است. مقادیر a و b، چگونه است؟

$$b = -4, a < 0 \quad (2) \quad b = 4, a < 0 \quad (1) \\ b = -4, a > 0 \quad (4) \quad b = 4, a > 0 \quad (3)$$



سراسری = تجربی <=> ۹۳ (سراسری - آزاد)

۹- حاصل $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{3}{2x^2 + 5x + 2} - \frac{4}{x^2 - 4}$ کدام است؟

$$\frac{7}{12}(4)$$

$$\frac{5}{12}(3)$$

$$-\frac{5}{12}(2)$$

$$-\frac{7}{12}(1)$$

سراسری = تجربی <= ۹۳ (سراسری - آزاد)

۱۰- حد عبارت $x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+$ وقتی $\frac{\cos x}{1 + \sin 2x}$ کدام است؟

$$-\frac{1}{3}(4)$$

$$\frac{1}{3}(3)$$

$$+\infty(2)$$

$$-\infty(1)$$

آزمایشی سنجش = آزمونهای سال سوم <= سال تحصیلی ۹۳-۹۴

۱۱- اگر $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x}{x^2 + ax + b}$ کدام است؟ $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x}{x^2 + ax + b} = +\infty$

$$1/25(4)$$

$$0/75(3)$$

$$0/5(2)$$

$$0/25(1)$$

آزمایشی سنجش = ریاضی <= ۸۸

۱۲- خط به معادله‌ی $y = \frac{a \cos x - 1}{2 \cos x + a}$ در بینهایت دور بر منحنی مماس است، معادله‌ی یکی از مجانب‌های آن کدام است؟

$$x = \frac{5\pi}{3}(4)$$

$$x = \frac{4\pi}{3}(3)$$

$$y = 2(2)$$

$$y = \frac{1}{2}(1)$$

آزمایشی سنجش = ریاضی <= ۸۲

۱۳- اگر $(a, b \in \mathbb{R})$ مقدار ab کدام است؟ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{a}{x^2 - 3x} - \frac{x - a}{x^2 + 4x} \right) = b$

$$-\frac{17}{12}(4)$$

$$\frac{6}{7}(3)$$

$$-17(2)$$

$$-\frac{17}{2}(1)$$

آزمونهای گزینه ۲ = ریاضی <= سال تحصیلی ۹۵ - ۹۶

۱۴- در تابع $y = \log \frac{x-2}{2x-1}$ حد راست در $x = 2$ و حد چپ در $x = \frac{1}{2}$ به ترتیب، کدام است؟

$$+\infty(-\infty)(4)$$

$$-\infty(-\infty)(3)$$

$$-\infty(+\infty)(2)$$

$$+\infty(+\infty)(1)$$

آزمونهای گزینه ۲ = ریاضی <= سال تحصیلی ۹۵ - ۹۶

۱۵- حدود a کدام باشد تا $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{a + [-x]}{x^2 - 1}$ برابر $-\infty$ شود؟ ([نماد جزء صحیح است.)

$a < 2$ (۴) یافت نمی‌شود.

$1 < a < 2$ (۳)

$x \rightarrow 1$
 $a < -1$ (۲)

$a > 2$ (۱)

آزمونهای گزینه ۲ = < ریاضی = < سال تحصیلی ۹۶ - ۹۵

۱۶- اگر $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{x+x} - \frac{a}{x^2+2x} \right) = b$ باشد، مقدار ab کدام است؟

-2 (۴)

2 (۳)

-1 (۲)

1 (۱)

آزمونهای گزینه ۲ = < ریاضی = < سال تحصیلی ۹۴ - ۹۳

۱۷- اگر حد تابع $f(x) = \frac{1}{x^2 + ax + b}$ وقتی $x \rightarrow 1$ برابر $+\infty$ شود، مقدار ab کدام است؟

-2 (۴)

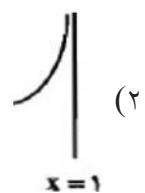
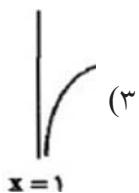
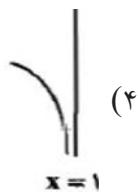
-1 (۳)

2 (۲)

1 (۱)

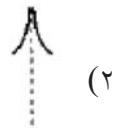
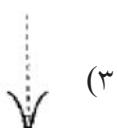
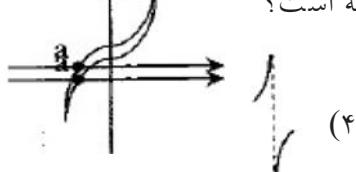
آزمونهای گزینه ۲ = < تجربی = < سال تحصیلی ۹۳ - ۹۲

۱۸- منحنی $y = \frac{-x}{\sqrt{x-1}}$ در اطراف خط $x=1$ چگونه شکلی دارد؟



آزمونهای گزینه ۲ = < تجربی = < سال تحصیلی ۸۹ - ۸۸

۱۹- نمودار تابع f به صورت مقابل است. نمودار تابع $y = \frac{x}{f(x)}$ در مجاورت $x = a$ چگونه است؟



آزمونهای گزینه ۲ = < ریاضی = < سال تحصیلی ۹۳ - ۹۲

۲۰- مجموعه‌ی همه‌ی مقادیر ممکن برای a به طوری که طوری کدام است؟

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{a + (-1)^{[x]}}{x - 4} = +\infty$$

\emptyset (۴) $x \rightarrow 2$

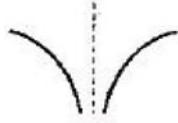
$|a| > 1$ (۳)

$-2 < a < 2$ (۲)

$-1 < a < 1$ (۱)

آزمونهای گزینه ۲ = < ریاضی = < سال تحصیلی ۹۳ - ۹۲

۲۱- نمودار تابع $f(x) = \frac{x-3}{2x^2+ax+b}$ در مجاورت $x=2$ به صورت مقابل است. $a-b$ کدام است؟



- ۱۶ (۱)
- ۱۶ (۲)
- ۸ (۳)
- ۸ (۴)

آزمونهای گزینه ۲ => ریاضی => سال تحصیلی ۹۴ - ۹۳

۲۲- مجانب قائم تابع $y = \frac{1}{x^3+x-1}$ در کدام بازه است؟

- $\left(\frac{3}{4}, 1\right)$ (۴)
- $\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{4}\right)$ (۳)
- $\left(\frac{1}{4}, \frac{1}{2}\right)$ (۲)
- $\left(0, \frac{1}{4}\right)$ (۱)

آزمونهای گزینه ۲ => ریاضی => سال تحصیلی ۹۱ - ۹۰

۲۳- نمودار تابع در مجاورت مجانب قائم آن به کدام صورت است؟



آزمونهای گزینه ۲ => ریاضی => سال تحصیلی ۹۰ - ۸۹

۲۴- اگر $x = 1$ مجانب قائم تابع $y = \frac{x^3 - 4x^2 + x + 2}{mx^2 - 2x + 1}$ باشد، عرض از مبدأ مجانب مایل آن چقدر است؟

- $\frac{10}{3}$ (۴)
- $-\frac{10}{3}$ (۳)
- $\frac{14}{9}$ (۲)
- $-\frac{14}{9}$ (۱)

آزمونهای گزینه ۲ => ریاضی => سال تحصیلی ۹۰ - ۸۹

۲۵- نمودار منحنی $y = \frac{-x}{\sqrt{x-1}}$ در اطراف خط $x=1$ چگونه است؟



آزمونهای گزینه ۲ => تجربی => سال تحصیلی ۸۹ - ۸۸

۲۶- حدود m را چنان تعیین کنید که تابع $f(x) = \frac{m - 2}{\cos x - 1}$ در همسایگی مجانب قائم خود به صورت  باشد؟

$m < 2$ (۴) $m > 2$ (۳) $m < -2$ (۲) $m > -2$ (۱)

آزمونهای گزینه ۲ = < ریاضی < ۸۶

۲۷- حد زیر را حساب کنید.

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 + \cos x}{1 - \sin x}$$

مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی =< سال سوم =< حسابان

۲۸- حد زیر را حساب کنید.

$$\lim_{x \rightarrow -} \cot(x)$$

مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی =< سال سوم =< حسابان

۲۹- حد زیر را حساب کنید.

$$\lim_{x \rightarrow +} \cot(x)$$

مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی =< سال سوم =< حسابان

۳۰- حد زیر را حساب کنید.

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \tan(x)$$

مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی =< سال سوم =< حسابان

۳۱- حد زیر را حساب کنید.

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \tan(x)$$

مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی =< سال سوم =< حسابان

۳۲- حد زیر را حساب کنید.

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{[x] - 3}{x - 3}$$

مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی =< سال سوم =< حسابان

-۳۳- حد زیر را حساب کنید.

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 1^+}} \frac{\sqrt{x^2 - x}}{x - x^2}$$

مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی =< سال سوم =< حسابان

-۳۴- حد زیر را حساب کنید.

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 3^+}} \frac{\sqrt{x^2 - 9}}{x - 3^2}$$

مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی =< سال سوم =< حسابان

-۳۵- حد زیر را حساب کنید.

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 2^+}} \frac{x^2 - 4}{|x - 2|}$$

مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی =< سال سوم =< حسابان

-۳۶- حد زیر را حساب کنید.

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 1^+}} \frac{2x + 3}{x^2 + x - 2}$$

مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی =< سال سوم =< حسابان

-۳۷- حد زیر را حساب کنید.

$$\lim_{\substack{x \rightarrow (-a)^+}} \frac{x - a}{x^2 - a^2}$$

مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی =< سال سوم =< حسابان

-۳۸- تعداد مجانب‌های قائم تابع $y = \operatorname{tg} 5x$ را در فاصله‌ی $[-2\pi, 2\pi]$ به دست آورید.
سوالات و مطالب تالیفی =< ۸۵ =< سوال تستی و تشریحی

۳۹- چنانچه داشته باشیم:

حاصل $a + b$ چطور است؟

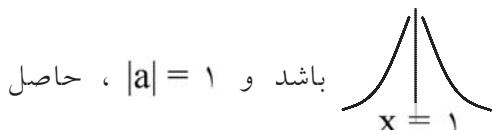
$$\frac{-16}{3} (4)$$

$$\frac{-8}{3} (3)$$

$$\frac{16}{3} (2)$$

$$\frac{8}{3} (1)$$

سوالات و مطالب تاليفی = رياضي. ۸۰-۸۱ <= و سوالات و مطالب تاليفی = تجربی. ۸۱-۸۰ <= .



باشد و $|a| = 1$ ، حاصل

۴۰- اگر نمودار تابع $y = \frac{2x - 1}{ax^2 + bx + c}$ در اطراف $x = 1$ به صورت

$$+ (4)$$

$$-2 (3)$$

$$+2 (2)$$

$$1 (1)$$

سنجه علمي آزمون يار = ۸۱-۸۲ <= متوسطه

$$0 (4)$$

$$-\frac{1}{4} (3)$$

$$-\frac{1}{2} (2)$$

$$-1 (1)$$

سراسري = تجربی <= ۹۸

۴۱- اگر $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2x + \sqrt{4x^2 + x}$ کدام است؟

$$\frac{1}{2} (4)$$

$$-\frac{1}{4} (3)$$

$$-\frac{1}{2} (2)$$

$$-1 (1)$$

آزمایشی سنجه = دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۴۲- حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(2x - \sqrt{4x^2 + x - 1} \right)$ کدام است؟

$$2 (4)$$

$$\sqrt{5} (3)$$

$$\sqrt{2} (2)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} (1)$$

آزمایشی سنجه = دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۴۳- فاصله نقطه تلاقی مجانب های منحنی به معادله $y = \frac{3x - 1}{x - \sqrt{x + 2}}$ از نیمساز ربع اول کدام است؟

$$2 (4)$$

$$\sqrt{5} (3)$$

$$\sqrt{2} (2)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} (1)$$

آزمایشی سنجه = دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۴۴- حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(x - 1)(x - 2)(x - 3)(x - 4) - x^4}{x^3 - \sqrt{x^6 + 9x^3 + 2}}$ کدام است؟

$$-\infty (4)$$

$$\frac{10}{3} (3)$$

$$0 (2)$$

$$-5 (1)$$

آزمایشی سنجه = دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x - \sqrt{x^2 + 2x} \right)$$

-۴۵ حاصل کدام است؟

۲ (۴)

۱ (۳)

-۱ (۲)

-۲ (۱)

آزمایشی سنجش => دوازدهم = سال تحصیلی ۹۷-۹۸

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(\sqrt{9 + f(x)} - 3 \right)$$

-۴۶ اگر ۰ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} x f(x) = 4$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ کدام است؟

۹ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲) صفر

۲ (۱)

آزمایشی سنجش => آزمونهای سال سوم = سال تحصیلی ۹۴-۹۵

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{mx^n + 3x^2 - 1}{3x^n - 2x^2 + 3}$$

-۴۷ اگر ۴ باشد، کدام نمی‌تواند مقدار $m + n$ باشد؟

۲۱ (۴)

۱۵ (۳)

۳ (۲)

۱۲ (۱)

آزمایشی سنجش => آزمونهای سال سوم = سال تحصیلی ۹۴-۹۵

$$x + \sqrt[3]{x^2 - x^3}$$

-۴۸ حد عبارت $x \rightarrow -\infty$ وقتی کدام است؟

$-\frac{1}{6}$ (۴)

$\frac{1}{6}$ (۳)

$-\frac{1}{3}$ (۲)

$\frac{1}{3}$ (۱)

آزمایشی سنجش => ریاضی = سال تحصیلی ۹۴-۹۵

$$y = \frac{x^2 - \sqrt{x^2 - 4x}}{x+2}$$

-۴۹ عرض از مبدأ خط مجانب مایل نمودار تابع $x \rightarrow +\infty$ وقتی کدام است؟

۲ (۴)

۱ (۳)

-۳ (۲)

-۱ (۱)

آزمایشی سنجش => ریاضی = سال تحصیلی ۹۲-۹۳

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x - \sqrt{x^2 - 4x} \right)$$

-۵۰ حاصل کدام است؟

۲ (۴)

-۲ (۳)

۱ (۲)

۱ (۱) صفر

آزمایشی سنجش => تجربی = سال تحصیلی ۹۳-۹۴

(۴) بی معنی

-۱ (۳)

۱ (۲)

۱ (۱) صفر

آزمایشی سنجش => ریاضی = سال تحصیلی ۹۲-۹۳

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \frac{2^x - 2^{-x}}{2^x + 2^{-x}}$$

-۵۱ اگر $f(x) = \frac{2^x - 2^{-x}}{2^x + 2^{-x}}$ حاصل کدام است؟

-۱ (۳)

۱ (۲)

۱ (۱) صفر

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 - x\sqrt{x}}{\sqrt{x^3 - 5x^2}}$$

۵۲- حاصل کدام است؟

$$-\frac{2}{5}$$

$$\frac{1}{5}$$

$$2(2)$$

$$-1(1)$$

آزمایشی سنجش =< آزمونهای سال سوم => سال تحصیلی ۹۳-۹۴

$$y = \frac{2x^2 + ax + b}{x^2 + x + 1}$$

۵۳- نمودار تابع $y = \frac{2x^2 + ax + b}{x^2 + x + 1}$ مجانب خود را روی محور عرضها قطع می‌کند و ماکسیمم آن در ناحیه اول است. مقادیر a, b چگونه‌اند؟

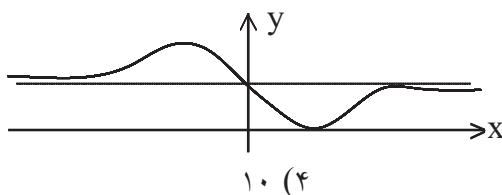
$$a < 2, b = 2$$

$$a > 2, b = -2$$

$$a = 2, b > 2$$

$$a > 2, b = 2$$

آزمایشی سنجش =< ریاضی => سال تحصیلی ۹۳-۹۴



۹۴ =< تجربی =>

$$f(x) = \frac{ax^4 + bx^3 + c}{x^2 + 4}$$

۵۴- شکل رو به رو، نمودار تابع با ضابطه $f(x) = \frac{ax^4 + bx^3 + c}{x^2 + 4}$ است.

$$a+b$$

$$-6(2)$$

$$-7(1)$$

۹۴ =< تجربی =>

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = -1, \text{ اگر } f(x) = \frac{ax^n + 15}{3x - \sqrt{4x^2 + 15x}}$$

۵۵- در تابع با ضابطه $f(x) = \frac{ax^n + 15}{3x - \sqrt{4x^2 + 15x}}$ کدام است؟

$$5(4)$$

$$3(3)$$

$$-4(2)$$

$$-6(1)$$

۹۴ =< تجربی =>

باشد، $a+b$ کدام است؟

۵۶- اگر

$$\frac{7}{4}$$

$$\frac{9}{4}$$

$$\frac{5}{2}$$

$$\frac{3}{2}$$

آزمایشی سنجش =< ریاضی =>

۵۷- در تابع با ضابطه $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \frac{1}{2}$ ، اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \frac{x^2 + 5}{ax^n + 4}$ کدام است؟

$\frac{3}{2}(4)$ $\frac{3}{4}(3)$ $\frac{2}{3}(2)$ $\frac{1}{3}(1)$

۹۰ <= تجربی سراسری

۵۸- حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x \sqrt{\frac{x-1}{x+1}} - x \right)$ کدام است؟

$1(4)$ $\frac{1}{2}(3)$ (2) صفر $-1(1)$

۸۹ <= ریاضی سنجش آزمایشی

۵۹- اگر $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^n + x^2 - 4}{3x^2 - 2x^3 + x} = 2$ باشد، $a + n$ کدام است؟

$2(4)$ $1(3)$ $-2(2)$ $-1(1)$

۸۹ <= تجربی سنجش آزمایشی

۶۰- مجاذب‌های نمودار تابع در نقطه $(-2, 4)$ متقطع‌اند. این منحنی محور x را با کدام طول قطع

می‌کند؟

$3(4)$ $2(3)$ $-2(2)$ $-3(1)$

۸۸ <= تجربی سنجش آزمایشی

۶۱- اگر $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(a-1)x^3 - 4x - 2}{ax - x^3} = 2$ کدام است؟

$\frac{-4}{3}(4)$ $-1(3)$ $\frac{2}{3}(2)$ $2(1)$

۸۷ <= تجربی سنجش آزمایشی

۶۲- اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax + 9}{1 - x + \sqrt{x+1}} = 3$ باشد، آنگاه حد این کسر وقتی $x \rightarrow 3$ کدام است؟

$5(4)$ $4(3)$ $2(2)$ $1(1)$

۹۲ <= تجربی سراسری - آزاد (سراسری = سراسری)

۶۳- در تابع $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \frac{ax^2 - \sqrt{25x + 14}}{3x^n - 4x - 4}$ کدام است؟

$$\frac{105}{128}(4)$$

$$\frac{103}{128}(3)$$

$$\frac{93}{64}(2)$$

$$\frac{75}{64}(1)$$

آزمایشی سنجش => ریاضی => سال تحصیلی ۹۱-۹۲ و آزمایشی سنجش => آزمونهای سال سوم => سال تحصیلی ۹۱-۹۲

۶۴- نمودار تابع $y = \frac{x - \sqrt{x^2 + x}}{2x - 1}$ چند خط مجانب دارد؟

$$4(4)$$

$$3(3)$$

$$2(2)$$

$$1(1)$$

آزمایشی سنجش => تجربی => سال تحصیلی ۹۰-۹۱

۶۵- اگر $f(x) = \frac{x+3}{2x+1}$ و $g(x) = \frac{2x-1}{x+2}$ باشند، نقطه تلاقی مجانب‌های تابع fog کدام است؟

$$(0, 1)(4)$$

$$(-2, 2)(3)$$

$$(-1, 0)(2)$$

$$(-1, 1)(1)$$

سراسری => تجربی

۶۶- نمودار تابع با ضابطه $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \frac{ax+1+\sqrt{4x^2+9}}{3x-2}$ کدام است؟

$$\frac{1}{3}(4)$$

$$\frac{2}{3}(3)$$

$$1(2)$$

$$-\frac{1}{3}(1)$$

سراسری => تجربی

۶۷- منحنی به معادله $y = \sqrt{x^2 + 1} - 2x$ از نظر مجانب کدام وضع را دارد؟

$$4(\text{فاقد مجانب})$$

$$3(\text{یک مجانب})$$

$$2(\text{دو مجانب متقاطع})$$

آزمایشی سنجش => تجربی

۶۸- اگر $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(a-1)x^n - 2x^3}{2x^2 - 3x^4} = -2$ مقدار $a - n$ کدام است؟

$$5(4)$$

$$4(3)$$

$$3(2)$$

$$2(1)$$

آزمایشی سنجش => تجربی

$$69 - \text{حد عبارت } \frac{x^2 \sin \frac{1}{x}}{x+5} \text{ وقتی } x \rightarrow \infty \text{ کدام است؟}$$

- ۱) ۲ ∞ (۳) ∞ (۴) حد ندارد
۲) ۱ آزمایشی سنجش = تجربی = ۸۶

$$70 - \text{حاصل} \lim_{x \rightarrow \sqrt{2}-x} \frac{2x - \sqrt{x^2 - x}}{x - \sqrt{2-x}}$$

- ۱) ۲ $x \rightarrow -\infty$ 2 (۳) 2 (۴) آزمایشی سنجش = تجربی = ۸۶

$$71 - \text{حد کسر} \frac{x^{m+3} + nx + m}{mx^{n-2} - mx + n-1} \text{ با شرط } n > 3, \text{ وقتی } x \rightarrow \infty \text{ برابر ۲- است } m+n \text{ کدام است؟}$$

- ۱) ۲ m (۴) $4/5$ (۳) $4/2$ (۲) $3/5$ (۱) سراسری = تجربی = ۸۶

$$72 - \text{حاصل} \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt[3]{8x^3 + 2x^2} - 2x \right)$$

- $\frac{1}{6}$ (۴) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۱) سراسری = ریاضی = ۸۶

$$73 - \text{خط به معادله } y = \frac{Ax^3 + 1}{(A-1)x^3 + 16} \text{ مجانب افقی نمودار تابع } f \text{ با ضابطه } f \text{ است معادله مجانب قائم}$$

- نمدار تابع f کدام است؟
۱) $x = -4$ (۴) $x = 2$ (۳) $x = -2$ (۲) $x = -4$ (۱) سراسری = ریاضی = ۸۲

$$74 - \text{اگر} f(x) = 2^x + 2^{-x} \text{ و } g(x) = 2^x - 2^{-x} \text{ ، آنگاه } \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{f}{g} \right)(x) \text{ کدام است؟}$$

- ۱) ۲ ∞ (۴) 1 (۳) 0 (۲) -1 (۱) آزمایشی سنجش = ریاضی = ۸۲

۷۵- حد کسر وقتی $x \rightarrow \pm\infty$ کدام است؟

$$\frac{3x - x^2}{x^2 + \sqrt{x^4 - x^3}}$$

۱ (۴)

۰ (۳)

$-\frac{1}{2}$ (۲)

-۱ (۱)

۸۲ آزمایشی سنجش = تجربی

۷۶- $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x - \sqrt{x^2 + 4}}{x + \sqrt{2 - x}}$ کدام است؟

۲ (۴)

۱ (۳)

۰ (۲)

-۲ (۱)

۸۲ آزمایشی سنجش = تجربی

۷۷- حد عبارت وقتی $x \rightarrow -\infty$ کدام است؟

$$\frac{x - \sqrt{x^2 + 4x}}{3x - 2}$$

$-\frac{2}{3}$ (۴)

$\frac{1}{3}$ (۳)

۰ (۲)

$-\frac{2}{3}$ (۱)

۸۲ آزمایشی سنجش = ریاضی

۷۸- نقطه تلاقی مجانب‌های منحنی به معادله $xy - 2x + 3y = 1$ کدام است؟

(۳, -۲) (۳)

(۲, -۳) (۲)

(-۳, ۲) (۱)

۸۱ آزمایشی سنجش = ریاضی

۷۹- حد عبارت وقتی $x \rightarrow -\infty$ کدام است؟

$$\frac{3x - \sqrt{x^2 + x}}{x + \sqrt{1 - 4x}}$$

۴ (۴)

۲ (۳)

$-\frac{4}{3}$ (۲)

$-\frac{2}{3}$ (۱)

۸۰ آزمایشی سنجش = ریاضی

۸۰- اگر در تابع $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = ۲$, $\lim_{x \rightarrow ۱} f(x) = ۲$, حاصل $f(x) = \frac{ax^3 + bx^2 - bx + ۴}{2x^3 - ۲}$ داشته باشیم، کدام است؟

-۸ (۴)

-۲ (۳)

-۴ (۲)

-۱ (۱)

۹۴ آزمونهای گزینه ۲ = تجربی \Rightarrow سال تحصیلی ۹۵ - ۹۶

- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

نکته: فرض کنیم $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = L \neq 0$ و $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L \neq 0$. در این صورت اگر $L < 0$ و تابع $g(x)$ در

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} \text{ محدودیتی از } a \text{ مثبت باشد، آنگاه:}$$

ابتدا توجه کنید که $\lim_{x \rightarrow -5} (x + 3) = -2$ ، بنابراین برای اینکه حد کسر برابر $-\infty$ شود، با توجه به نکته بالا

باید وقتی $x \rightarrow -5$ ، عبارت $x^2 + ax + b$ با مقادیر مثبت به صفر میل کند، پس باید عدد -5 - ریشه‌ی مضاعف خروج باشد، به عبارت دیگر باید داشته باشیم:

$$x^2 + ax + b = (x + 5)^2 = x^2 + 10x + 25 \Rightarrow \begin{cases} a = 10 \\ b = 25 \end{cases} \Rightarrow a + b = 35$$

- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

نکته: فرض کنیم $L \neq 0$. در این صورت اگر $L > 0$ و تابع $g(x)$ در

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = +\infty \text{ باشد، آنگاه:}$$

ابتدا دقت کنید که وقتی $x \rightarrow 1$ ، عبارت $x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2$ با مقادیر مثبت به صفر میل می‌کند، پس برای

آنکه داشته باشیم $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax + 4}{(x - 1)^2}$ باید مقدار صورت به‌ازای $x = 1$ ، مثبت باشد، بنابراین:

$$a(1) + 4 > 0 \Rightarrow a + 4 > 0 \Rightarrow a > -4$$

- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$x \rightarrow 2^- \Rightarrow \begin{cases} g(x) > f(x) \Rightarrow f(x) - g(x) \rightarrow 0^- \\ 3 < f(x) < 4 \quad 4 < g(x) < 5 \Rightarrow [f(x)] = 3 \quad [g(x)] = 4 \end{cases}$$

- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. دامنه تابع بازه $(0, -\infty)$ است یعنی فقط اعداد حقیقی منفی است.

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{2x} = -\infty$$

- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & x \geq 0 \\ \frac{1}{2x} & x < 0 \end{cases} \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \frac{1}{0^+} = -\infty$$

۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$2x^3 + 5x + 3 = 0 \Rightarrow x = -1, \frac{3}{2}$$

پس خط $x = -\frac{3}{2}$ مجانب قائم است.

۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 - \cos x}{x(1 + \cos x)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sin x}{x(2)} = \frac{\text{مثبت کردن از}}{-\infty} = -\infty$$

۸- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

تابع دارای مجانب قائم مضاعف است پس:

$$\Delta = 0 \Rightarrow b^2 - 16 = 0 \Rightarrow$$

۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -2} \left(\frac{3}{2x^2 + 5x + 2} - \frac{4}{x^2 - 4} \right) &= \lim_{x \rightarrow -2} \frac{3}{(x+2)(2x+1)} - \frac{4}{(x+2)(x-2)} = \\ &= \lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x - 6 - 8x - 4}{(x+2)(2x+1)(x-2)} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{-5(x+2)}{(x+2)(2x+1)(x-2)} = \frac{-5}{(-3)(-4)} = \frac{-5}{12} \end{aligned}$$

۱۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با انتخاب $t = \frac{\pi}{2} + x$ خواهیم داشت:

$$= \lim_{t \rightarrow \cdot^+} \frac{-t(\cdot)}{(\cdot t)^2} = \lim_{t \rightarrow \cdot^+} \frac{-\cdot}{(t)^2} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi^+}{2}} \frac{\cos x}{1 + \sin^2 x} \xrightarrow{\text{HOP}} \lim_{x \rightarrow \frac{\pi^+}{2}} \frac{-\sin x}{2 \cos^2 x} = \frac{-1}{\cdot^+} = -\infty$$

روش دوم:

۱۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x}{x^2 + ax + b} = +\infty \Rightarrow x^2 + ax + b = (x - 5)^2 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x}{(x - 5)^2} = \frac{1}{4} = +\infty$$

$$x = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow 2 \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) + a = 0 \Rightarrow a = 1$$

$$2 \cos x + 1 = 0 \Rightarrow \cos x = -\frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{4\pi}{3}$$

۱۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

۱۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax + 4a - x^2 + 11x - 24}{x(x-3)(x+4)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x^2 + (11+a)x + 4a - 24}{-12x} = b \quad (*)$$

حد مخرج صفر است، ولی حاصل عددی حقیقی است، پس باید حد صورت هم صفر باشد.

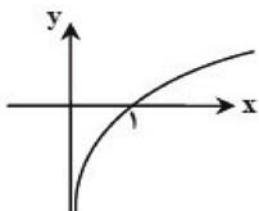
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (-x^2 + (11+a)x + 4a - 24) = 0 \Rightarrow 4a - 24 = 0 \Rightarrow a = 6$$

با جایگذاری در (*) داریم:

$$b = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x^2 + 17x}{-12x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x + 17}{-12} = -\frac{17}{12}$$

$$ab = -\frac{17}{2}$$

۱۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. نکته: نمودار تابع $\log_a x$ به ازای $a > 1$ به صورت روبرو است:



$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \log \frac{x-2}{2x-1} = \log +\infty = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \log \frac{x-2}{2x-1} = \log \frac{-\frac{1}{2}}{-} = \log +\infty = +\infty$$

۱۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\left\{ \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{a + [-x]}{x^2 - 1} = \frac{a - 2}{+} = -\infty \Rightarrow a - 2 < 0 \Rightarrow a < 2 \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{a + [-x]}{x^2 - 1} = \frac{a - 1}{-} = -\infty \Rightarrow a - 1 > 0 \Rightarrow a > 1 \end{array} \right. \Rightarrow 1 < a < 2$$

۱۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا عبارت را با مخرج مشترک گیری ساده می کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x-2) - a(x+1)}{x(x+1)(x+2)} = b \quad (*)$$

چون حد مخرج کسر صفر است، باید حد صورت هم صفر باشد، (زیرا در غیر این صورت حاصل حد، عدد حقیقی نمی شود):

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (x-2) - a(x+1) = 0 \Rightarrow 2 - a = 0 \Rightarrow a = 2$$

با جایگذاری در (*) داریم:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+2 - 2x - 2}{x(x+1)(x+2)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x}{x(x+1)(x+2)} = -\frac{1}{2} \Rightarrow b = -\frac{1}{2}$$

در نتیجه: $a \cdot b = -1$

۱۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. حد این تابع هم در $x=1$ و هم در $x=2$ برابر ∞ شده است.

پس مخرج در $x=1$ تغییر علامت نمی دهد و باید به صورت $(x-1)^2$ باشد:

$$x^2 + ax + b = (x-1)^2 \Rightarrow a = -2, b = 1 \Rightarrow ab = -2 \times 1 = -2$$

۱۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. دامنه تابع $f(x)$ می باشد پس در این تابع فقط حد راست در $x=1$ قابل بررسی است.

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{-x}{\sqrt{x-1}} = \frac{-1}{0^+} = -\infty$$

۱۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در نقطه $x=a$ ، حد تابع $f(x)$ برابر صفر است و چون $a < 0$ ، پس:

$$\lim_{x \rightarrow a^+} \frac{x}{f(x)} = \frac{a}{0^+} = -\infty \quad \lim_{x \rightarrow a^-} \frac{x}{f(x)} = \frac{a}{0^-} = +\infty$$

۲۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{a + (-1)^{\lceil x \rceil}}{x^2 - 4} &= \frac{a + 1}{0^+} = +\infty \Rightarrow a + 1 > 0 \Rightarrow a > -1 \\ \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{a + (-1)^{\lceil x \rceil}}{x^2 - 4} &= \frac{a - 1}{0^-} = +\infty \Rightarrow a - 1 < 0 \Rightarrow a < 1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow -1 < a < 1$$

-۲۱- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. اولاً $x = 2$ مجانب قائم تابع است. ثانیاً $x = 2$ ریشه مضاعف مخرج است، زیرا حد چپ و راست تابع در $x = 2$ با هم برابر هستند، پس:

$$3x^2 + ax + b = 2(x - 2)^2 = 2(x^2 - 4x + 4) = 2x^2 - 8x + 8 \Rightarrow \begin{cases} a = -8 \\ b = 8 \end{cases} \Rightarrow a - b = -16$$

-۲۲- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. $g(x) = x^3 + x - 1$ یک تابع پیوسته است و علاوه بر آن $g(0) < g(1)$ و $g(x)$ یک تابع صعودی اکید است. پس $0 < x < 1$ دقتاً یک ریشه در بازه‌ی $(0, 1)$ دارد. از طرفی:

پس ریشه‌ی مخرج در بازه‌ی $\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{4}\right)$ است، پس مجانب قائم تابع یکتاست و در بازه‌ی $\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{4}\right)$ است.

-۲۳- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = \frac{\sin 2x}{x(x-3)} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{x(x-3)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2}{x-3} = -\frac{2}{3}$$

پس $x = 0$ مجانب قائم تابع نمی‌باشد اما $x = 3$ مجانب قائم تابع است.

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{\sin 2x}{x(x-3)} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{\sin 6}{x} = +\infty$$

می‌دانیم $0 < 6 < 2\pi$ زیرا 6 رادیان یک زاویه در ناحیه چهارم است.

به همین ترتیب $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = +\infty$ پس نمودار f در همسایگی مجانب قائم آن به صورت  می‌باشد.

-۲۴- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. $x = 1$ ریشه مخرج است پس:

$$\begin{array}{r} m + 2 + 1 = 0 \Rightarrow m = -3 \\ x^2 - 4x^2 \quad | -3x^2 - 2x \\ -x^2 - \frac{2}{3}x^2 \quad -\frac{1}{3}x + \frac{14}{9} \quad +\frac{14}{9} \\ \hline -\frac{14}{3}x^2 \end{array}$$

عرض از مبدا مجانب مایل

-۲۵- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. دامنه‌ی تابع $x > 1$ می‌باشد. پس در این تابع فقط حد راست در $x = 1$ قابل بررسی است.

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{-x}{\sqrt{x-1}} = \frac{-1}{\sqrt{0^+}} = -\infty$$

$$f(x) = \frac{m - 2}{\cos x - 1} \quad -26$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} x \rightarrow a \\ y \rightarrow \infty \end{cases} \Rightarrow x = a$$

مجانبهای قائم

$$\text{Graph} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2k\pi} f(x) = +\infty \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2k\pi} \frac{m - 2}{\cos x - 1} = +\infty \Rightarrow \frac{m - 2}{-} = +\infty \Rightarrow m - 2 < 0 \Rightarrow m < 2$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 + \cos x}{1 - \sin x} = \frac{1}{+} = +\infty \quad -27$$

$$\lim_{x \rightarrow \cdot^-} \cot(x) = \lim_{x \rightarrow \cdot^-} \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{1}{-} = -\infty \quad -28$$

توجه داشته باشید وقتی x از مقادیر کمتر از صفر به صفر نزدیک می‌شود، x در ناحیه‌ی چهارم است پس:

$$\lim_{x \rightarrow \cdot^+} \cot(x) = \lim_{x \rightarrow \cdot^+} \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{1}{+} = +\infty \quad -29$$

توجه داشته باشید وقتی x از مقادیر بیشتر از صفر، به صفر نزدیک می‌شود، x در ناحیه‌ی اول است، پس:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \tan x = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{1}{-} = -\infty \quad -30$$

توجه داشته باشید وقتی x از مقادیر بیشتر از $\frac{\pi}{2}$ ، به $\frac{\pi}{2}$ نزدیک می‌شود، x در ناحیه‌ی دوم است، پس:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \tan x = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{1}{+} = +\infty \quad -31$$

توجه داشته باشید وقتی x از مقادیر کمتر از $\frac{\pi}{2}$ ، به $\frac{\pi}{2}$ نزدیک می‌شود، x در ناحیه اول است، پس:

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{[x] - 3}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{2 - 3}{x - 3} = \frac{-1}{-} = +\infty \quad -32$$

-۳۳

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{\sqrt{x^2 - 9}}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{\sqrt{x-3} \times \sqrt{x+3}}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{\sqrt{x+3}}{\sqrt{x-3}} = \frac{\sqrt{6}}{0^+} = +\infty$$

-۳۴

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x+3}{(x^2+x-2)} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x+3}{(x-1)(x+2)} = \frac{5}{(+)(3)} = +\infty$$

-۳۵

$$\lim_{\substack{x \rightarrow (-a)^+ \\ x \rightarrow a^-}} \frac{x-a}{x^2 - a^2} = \lim_{x \rightarrow -a^+} \frac{1}{x+a} = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

-۳۶

$$y = \frac{\sin \omega x}{\cos \omega x}$$

-۳۷

$$-2\pi \leq (2k+1)\frac{\pi}{1} \leq 2\pi \Rightarrow -20 \leq 2k+1 \leq 20 \Rightarrow -\frac{21}{2} \leq k \leq \frac{19}{2} \Rightarrow -10 \leq k \leq 9 \Rightarrow 20 = \text{تعداد جواب ها}$$

-۳۸

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\frac{3}{-x^2 + 3ax - b} = \frac{3}{-(x+2)^2} \Rightarrow -x^2 + 3ax - b = -x^2 - 4x - 4 \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{-4}{3} \\ b = 4 \end{cases} \Rightarrow a+b = \frac{8}{3}$$

۴۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. چون در $x = 1$ تابع به $+\infty$ رفته است، باید مخرج کسر ریشه مضاعف در $x = 1$ داشته باشد.

$$y = \frac{2x - 1}{(x - 1)^2} : \lim_{x \rightarrow 1} y = +\infty \quad \text{یا} \quad y = \frac{2x - 1}{-(x - 1)^2} : \lim_{x \rightarrow 1} y = -\infty$$

بنابراین تابع سمت چپ قابل قبول است یعنی $a + b + c = 0$ لذا $a = 1$, $b = -2$, $c = 1$ می‌باشد.

۴۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. روش اول:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(2x + \sqrt{4x^2 + x} \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(2x)^2 - 4x^2 - x}{2x - \sqrt{4x^2 + x}} = \frac{-x}{2x - \sqrt{4x^2}} = \frac{-x}{2x - (-2x)} = -\frac{1}{4}$$

روش دوم (با همارزی بی نهایت):

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(2x + \sqrt{4x^2 + x} \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(2x + \sqrt{4 \left| x + \frac{1}{8} \right|} \right) = 2x - 2x - \frac{1}{8} = -\frac{1}{8}$$

۴۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

۴۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

مجاذب قائم مخرج کسر را صفر می‌کند. $x = 2$ وقتی $y \rightarrow \infty$

$$y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x - 1}{x - \sqrt{x+2}} = 3$$

$$d = \frac{3 - 2}{\sqrt{1+1}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

نقطه تلاقی مجاذبها $A(2, 3)$ است

۴۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(-1-2-3-4)x^3 + \dots}{x^3 - |x^3|} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-10x^3}{2x^3} = -5$$

- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. داریم:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(\sqrt[4]{4 + f(x)} - 3 \right) &= \lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(\sqrt[4]{4 + f(x)} - 3 \right) \times \frac{\sqrt[4]{4 + f(x)} + 3}{\sqrt[4]{4 + f(x)} + 3} \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x(\sqrt[4]{4 + f(x)} + 3)}{\sqrt[4]{4 + f(x)} + 3} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x f(x)}{\sqrt[4]{4 + f(x)} + 3} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \end{aligned}$$

- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اگر $n > 2$ باشد، حد برابر $\frac{m}{n}$ است. لذا:

$$\frac{m}{n} = \frac{4}{3} \Rightarrow m = 12 \quad \text{و} \quad n = 3, 4, 5, \dots \Rightarrow m + n > 15$$

در حالت ۲ $n = 2$ داریم $\frac{(m+3)x^2}{x}$. در نتیجه:

$$m + 3 = 4 \Rightarrow m = 1 \Rightarrow m + n = 3$$

- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(x + \sqrt[3]{x^2 - x^3} \right) &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(x - \sqrt[3]{x^3 - x^2} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 - x^2 + x}{x^2 + \left(x \sqrt[3]{x^3 - x^2} + \sqrt[3]{x^3 - x^2} \right)^2} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{x^2 \left[1 + \sqrt[3]{1 - \frac{1}{x}} + \sqrt[3]{\left(1 - \frac{1}{x} \right)^2} \right]} = \frac{1}{1 + 1 + 1} = \frac{1}{3} \end{aligned}$$

-۴۹- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. مجانب مایل نمودار تابع $y = \frac{x^2 - |x - 2|}{x + 2}$ به صورت $y = \frac{x^2 - \sqrt{x^2 - 4x}}{x + 2}$ است. وقتی

$\rightarrow x$ از تقسیم صورت بر مخرج کسر $y = \frac{x^2 - x + 2}{x + 2}$ حاصل می‌شود. معادله مجانب مایل آن به صورت $y = x - 3$ است که عرض از مبدأ آن ۳ است.

-۵۰- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x - 2\sqrt{(x-2)^2 - 4} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x - |x-2|) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x - x + 2)$$

-۵۱- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. تابع با ضابطه $f(x) = \frac{4^x - 1}{4^x + 1}$ خلاصه می‌شود. با

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1 \quad \text{خواهیم داشت} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} 4^x = 0$$

-۵۲- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. در کسرها وقتی $\rightarrow \infty$ کافی است که در صورت و مخرج آن جمله‌ای با توان

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 - x\sqrt{x}}{\sqrt{x^3 - 5x^2}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2}{-5x^2} = -\frac{2}{5}$$

بیشتر مورد نظر باشد.

-۵۳- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. معادله مجانب منحنی $y = \frac{2x^2 + ax + b}{x^2 + x + 1} = 2 + \frac{(a-2)x}{x^2 + x + 1}$ مخرج کسر همواره مثبت است و منحنی همواره پیوسته است الزاماً مقدار ماکسیمم بزرگ‌تر از ۲ است.

۵۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا دقت کنید که مجانب افقی تابع، منحنی را در $x = 0$ قطع کرده است پس عرض مجانب افقی و عرض تابع در $x = 0$ باهم برابر است. بنابراین:

$$\Rightarrow a = 2$$

از طرفی منحنی f در سمت راست محور y ها ($x > 0$) بر محور x ها مماس است. پس معادله تلاقي منحنی با خط $y = 0$ ، ریشه‌ی مضاعف دارد.

$$\frac{ax^2 + bx + c}{x^2 + 4} = 0 \Rightarrow ax^2 + bx + c = 0 \xrightarrow{a=2} 2x^2 + bx + c = 0$$

معادله حاصل باید ریشه‌ی مضاعف داشته باشد بنابراین:

$$\Delta = 0 \Rightarrow b^2 - 4(2)(c) = 0 \Rightarrow b^2 = 64 \quad b = \pm 8$$

اما بازای $b = 8$ ریشه منفی است، درحالی که باید مثبت باشد:

$$2x^2 + 8x + c = 0 \Rightarrow 2(x^2 + 4x + 4) = 0 \Rightarrow 2(x + 2)^2 = 0 \Rightarrow x = -2$$

پس $b = -8$ قابل قبول است در نتیجه:

-۵۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax^n + 15}{3x - \sqrt{4x^2 + 15x}} = \frac{\infty}{\infty}$$

پس از همارزی جمله‌ی بزرگ‌تر برای رفع ابهام استفاده می‌کنیم.

چون مقدار حد، عددی مشخص است پس باید توان x در صورت و مخرج یکسان باشد یعنی $n=1$ و در نتیجه:

$$\frac{a}{5} = -1 \Rightarrow a = -5$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-5x + 15}{3x - \sqrt{4x^2 + 15x}} = \frac{\cdot}{\cdot}$$

از هوپیتال کمک می‌گیریم:

$$\text{Hop} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-5}{3 - \frac{5x + 15}{2\sqrt{4x^2 + 15x}}} = \frac{-5}{3 - \frac{24 + 15}{2\sqrt{36 + 45}}} = \frac{-5}{3 - \frac{39}{18}} = \frac{-5}{\frac{54 - 39}{18}} = \frac{-5}{\frac{15}{18}} = -6$$

$x \rightarrow -\infty$

-۵۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\left| 2x - \frac{1}{4} \right| + ax + b \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(-2x + \frac{1}{4} + ax + b \right) = \cdot \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -\frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow a + b = \frac{7}{4}$$

-۵۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^n - x}{ax^n} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x}{ax^n} = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} n = 1 \\ a = -2 \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3 - \sqrt{x^2 + 5}}{-2x + 4} \xrightarrow{H} \frac{\frac{-2x}{2\sqrt{x^2 + 5}}}{-2} = \frac{\frac{-4}{6}}{-2} = \frac{1}{3}$$

-۵۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

۵۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^n + x^2 - 4}{3x^2 - 2x^3 + x} = 2 \Rightarrow n = 3, \frac{a}{-2} = 2 \Rightarrow \begin{cases} n = 3 \\ a = -4 \end{cases} \Rightarrow a + n = -1$$

۶۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$y = \frac{mx + n}{n - 2x} \quad \left(\frac{n}{2}, \frac{-m}{2} \right) = (4, -2) \quad \rightarrow n = 8, \quad m = 4, \quad y = \frac{4x + 8}{8 - 2x}$$

۶۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\frac{a-1}{-1} = -2 \rightarrow a = +3 \rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3 - 4x}{3x^2 - x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 - 4}{3 - x} = -\frac{4}{3}$$

۶۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\xrightarrow[\text{hop}]{x \rightarrow 3} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{-3}{-1 + \frac{1}{2\sqrt{x+1}}} = 4$$

۶۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. در تابع مفروض $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \frac{2}{n}$ لذا صورت و مخرج کسر هم درجه است پس $a = 2$ و $n = 2$ پس خواهیم داشت:

- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$y = \frac{x - \sqrt{\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}}}{2x - 1}$$

$$y = \frac{x - \left|x + \frac{1}{2}\right|}{2x - 1}$$

معادله مجانب قائم آن $x = \frac{1}{2}$ است. در بینهایت تابع مانند تابع $y = \frac{-\frac{1}{2}}{2x - 1}$ ، $y = \frac{2x + \frac{1}{2}}{2x - 1}$ یا $y = \frac{x \pm \left(x + \frac{1}{2}\right)}{2x - 1}$ نیز دارد. لذا تابع دو مجانب افقی $y = 1$ و $y = -1$ دارد. پس دارای ۳ مجانب است.

$$\text{در تابع } y = \frac{x^2 + x}{2x - 1} \text{ می‌توان نوشت:}$$

$$(fog)(x) = f(g(x)) = \frac{\frac{2x-1}{x+2} + 3}{\frac{4x-2}{x+2} + 1} = \frac{2x-1+3x+6}{4x-2+x+2} = \frac{5x+5}{5x} = \frac{x+1}{x}$$

$$\begin{cases} x=0 & \text{مجانب قائم} \\ y=1 & \text{مجانب افقی} \end{cases}$$

- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$f(2) = 1 \Rightarrow \frac{2a+1+5}{4} = 1 \Rightarrow 2a+6=4 \Rightarrow a=-1$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x+1+\sqrt{4x^2+9}}{3x-2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x+|2x|}{3x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x+2x}{3x} = \frac{1}{3}$$

$$y = \frac{2x-1}{\sqrt{x^2+1}} \rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x}{|x|} \Rightarrow \begin{cases} y=2 & \\ y=-2 & \end{cases}$$

- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(a-1)x^n - 2x^3}{2x^2 - 3x^4} = -2 \Rightarrow \frac{a-1}{-3} = -2 \Rightarrow a = 5 \Rightarrow a - n = 3$$

- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۶۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{\substack{x \rightarrow \infty \\ x \rightarrow -\infty}} \frac{x^2 \sin \frac{1}{x}}{x+5} = \lim_{\substack{x \rightarrow \infty \\ x \rightarrow -\infty}} \frac{x^2 \left(\frac{1}{x}\right)}{x+5} = 1$$

۷۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۷۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^{m+2} + nx + m}{mx^{n-2} - mx + n - 1} = -2 \Rightarrow m + 2 = n - 2 \quad \text{و} \quad \frac{1}{m} = -2$$

$$\begin{aligned} x \rightarrow \pm\infty \quad & \Rightarrow m = -\frac{1}{2} \quad \text{و} \quad n = \frac{9}{2} \\ & \Rightarrow m + n = 4 \end{aligned}$$

۷۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. داریم :

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \sqrt[m]{ax^m + bx^{m-1} + cx^{m-2} + \dots} \approx \sqrt[m]{a} \left(x + \frac{b}{m \cdot a} \right) \quad \text{فرد} \quad \text{و} \quad m$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{ax^3 + 2x^2} \approx \sqrt[3]{a} \left(x + \frac{2}{3a} \right) \quad \text{بنابراین:}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt[3]{ax^3 + 2x^2} - 2x \right) = \lim_{x \rightarrow \infty} 2x + \frac{1}{6} - 2x = \frac{1}{6}$$

۷۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{A}{A-1} = \frac{3}{2} \Rightarrow A = 3$$

$2x^3 + 16 = 0 \Rightarrow x^3 = -8 \Rightarrow x = -2$: مجانب قائم

- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3x - x^2}{x^2 + \sqrt{x^4 - x^3}} \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\cancel{x}\left(\frac{3}{x} - 1\right)}{\cancel{x}\left(1 + \sqrt{1 - \frac{1}{x}}\right)} = \frac{-1}{2}$$

- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x - \sqrt{x^2 + 4}}{x + \sqrt{2 - x}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\cancel{x}\left(1 + \sqrt{1 + \frac{4}{x}}\right)}{\cancel{x}\left(1 + \sqrt{\frac{2-x}{x}}\right)} = \frac{1+1}{1+0} = 2$$

- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x - \sqrt{x^2 + 4x}}{3x - 2} &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x - |x| \sqrt{1 + \frac{4}{x}}}{x \left(3 - \frac{2}{x}\right)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x + x \sqrt{1 + \frac{4}{x}}}{x \left(3 - \frac{2}{x}\right)} = \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 + \sqrt{1 + \frac{4}{x}}}{3 - \frac{2}{x}} = \frac{2}{3} \end{aligned}$$

- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$y(x+3) = 2x + 1 \Rightarrow y = \frac{2x+1}{x+3} \Rightarrow \begin{cases} x = -3 & \text{مجاذب قائم} \\ y = 2 & \text{مجاذب افقی} \end{cases} \Rightarrow A \Big|_{\substack{-3 \\ 2}}$$

- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned}
 &= \lim_{\substack{x \rightarrow -\infty \\ x \rightarrow -\infty}} \frac{3x - \left(-x - \frac{1}{2}\right)}{x + \sqrt{1 - 4x}} = \lim_{\substack{x \rightarrow -\infty \\ x \rightarrow -\infty}} \frac{4x + \frac{1}{2}}{x + \sqrt{1 - 4x}} \xrightarrow{\substack{\text{صورت و مخرج} \\ \text{تقسیم بر } x}} = \lim_{\substack{x \rightarrow -\infty \\ x \rightarrow -\infty}} \frac{4 + \frac{1}{2x}}{1 + \frac{\sqrt{1 - 4x}}{x}} = \frac{4 + 0}{1 + 0} = 4
 \end{aligned}$$

بنابراین گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

-۸۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^n + bx^{n-1} + \dots + c}{a'x^m + b'x^{m-1} + \dots + c'} = \begin{cases} \infty & n > m \\ \frac{a}{a'} & n = m \\ \cdot & n < m \end{cases}$$

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x \rightarrow 1}} \frac{ax^3 + bx^2 - bx + 4}{2x^3 - 2} = 2$$

حد مخرج برابر صفر است، ولی حاصل حد عددی حقیقی است؛ پس باید حد صورت هم صفر باشد:

$$\lim_{x \rightarrow 1} (ax^3 + bx^2 - bx + 4) = 0 \Rightarrow a + b - b + 4 = 0 \Rightarrow a = -4$$

حال با استفاده از قاعده پرتوان داریم:

$$\lim_{\substack{x \rightarrow -\infty \\ x \rightarrow -\infty}} \frac{-4x^3 + bx^2 - bx + 4}{2x^3 - 2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-4x^3}{2x^3} = -2$$

دقیقت کنید در این سؤال نیازی به محاسبه مقدار b نیست، ولی می‌توان آنرا به صورت زیر به دست آوردن:

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x \rightarrow 1}} \frac{-4x^3 + bx^2 - bx + 4}{2x^3 - 2} = 2 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-4(x^3 - 1) + bx(x - 1)}{2(x^3 - 1)} = 2$$

۴	۳	۲	۱	- ۴۳	۴	۳	۲	۱	- ۱
۰	۰	۰	۰	- ۴۴	۰	۰	۰	۰	- ۲
۰	۰	۰	۰	- ۴۵	۰	۰	۰	۰	- ۳
۰	۰	۰	۰	- ۴۶	۰	۰	۰	۰	- ۴
۰	۰	۰	۰	- ۴۷	۰	۰	۰	۰	- ۵
۰	۰	۰	۰	- ۴۸	۰	۰	۰	۰	- ۶
۰	۰	۰	۰	- ۴۹	۰	۰	۰	۰	- ۷
۰	۰	۰	۰	- ۵۰	۰	۰	۰	۰	- ۸
۰	۰	۰	۰	- ۵۱	۰	۰	۰	۰	- ۹
۰	۰	۰	۰	- ۵۲	۰	۰	۰	۰	- ۱۰
۰	۰	۰	۰	- ۵۳	۰	۰	۰	۰	- ۱۱
۰	۰	۰	۰	- ۵۴	۰	۰	۰	۰	- ۱۲
۰	۰	۰	۰	- ۵۵	۰	۰	۰	۰	- ۱۳
۰	۰	۰	۰	- ۵۶	۰	۰	۰	۰	- ۱۴
۰	۰	۰	۰	- ۵۷	۰	۰	۰	۰	- ۱۵
۰	۰	۰	۰	- ۵۸	۰	۰	۰	۰	- ۱۶
۰	۰	۰	۰	- ۵۹	۰	۰	۰	۰	- ۱۷
۰	۰	۰	۰	- ۶۰	۰	۰	۰	۰	- ۱۸
۰	۰	۰	۰	- ۶۱	۰	۰	۰	۰	- ۱۹
۰	۰	۰	۰	- ۶۲	۰	۰	۰	۰	- ۲۰
۰	۰	۰	۰	- ۶۳	۰	۰	۰	۰	- ۲۱
۰	۰	۰	۰	- ۶۴	۰	۰	۰	۰	- ۲۲
۰	۰	۰	۰	- ۶۵	۰	۰	۰	۰	- ۲۳
۰	۰	۰	۰	- ۶۶	۰	۰	۰	۰	- ۲۴
۰	۰	۰	۰	- ۶۷	۰	۰	۰	۰	- ۲۵
۰	۰	۰	۰	- ۶۸	۰	۰	۰	۰	- ۲۶
۰	۰	۰	۰	- ۶۹	۰	۰	۰	۰	- ۲۷
۰	۰	۰	۰	- ۷۰	۰	۰	۰	۰	- ۲۸
۰	۰	۰	۰	- ۷۱	۰	۰	۰	۰	- ۲۹
۰	۰	۰	۰	- ۷۲	۰	۰	۰	۰	- ۳۰
۰	۰	۰	۰	- ۷۳	۰	۰	۰	۰	- ۳۱
۰	۰	۰	۰	- ۷۴	۰	۰	۰	۰	- ۳۲
۰	۰	۰	۰	- ۷۵	۰	۰	۰	۰	- ۳۳
۰	۰	۰	۰	- ۷۶	۰	۰	۰	۰	- ۳۴
۰	۰	۰	۰	- ۷۷	۰	۰	۰	۰	- ۳۵
۰	۰	۰	۰	- ۷۸	۰	۰	۰	۰	- ۳۶
۰	۰	۰	۰	- ۷۹	۰	۰	۰	۰	- ۳۷
۰	۰	۰	۰	- ۸۰	۰	۰	۰	۰	- ۳۸
					۰	۰	۰	۰	- ۳۹
					۰	۰	۰	۰	- ۴۰
					۰	۰	۰	۰	- ۴۱
					۰	۰	۰	۰	- ۴۲