

نام و نام خانوادگی:
 مقطع و رشته: دوازدهم ریاضی
 نام پدر:
 شماره داوطلب:
 تعداد صفحه سؤال: ۲ صفحه

جمهوری اسلامی ایران
 اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران
 اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۲ تهران
 دبیرستان غیردولتی پسرانه سرای دانش واحد سعادت آباد
 آزمون پایان ترم نوبت اول سال تحصیلی ۱۴۰۰-۱۳۹۹

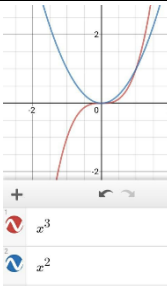
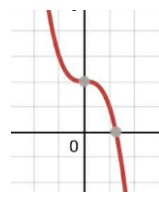
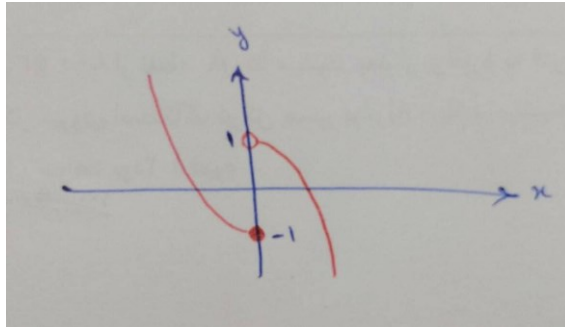
نام درس: حسابان (۲)
 نام دبیر: مهندس وحید امیرکیائی
 تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۱۰/۰۴
 ساعت امتحان: ۰۰:۱۱ صبح / عصر
 مدت امتحان: ۱۰۰ دقیقه

محل مهر و امضا: مدیر	نمره به عدد:	نمره به حروف:
	نمره تجدید نظر به عدد:	نمره به حروف:
نام دبیر:	تاریخ و امضا:	نام دبیر:
تاریخ و امضا:	تاریخ و امضا:	تاریخ و امضا:
ردیف	سؤالات	
۱	<p>جاهای خالی را با کلمات و یا عبارات مناسب کامل کنید. (با راه حل)</p> <p>الف) اگر $f(x) = \frac{1}{3}x - 2$ و $g(x) = x^3$ باشد آنگاه $(g \circ f)^{-1}(7)$ برابر است با</p> <p>ب) دامنه تابع $y = \tan(x)$ برابر است با</p>	
۲	<p>درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. (با ذکر علت)</p> <p>الف) اگر تابع f یک بازه نزولی اکید باشد، در این بازه نزولی نیز هست.</p> <p>ب) نمودار تابع $y = x^3$ در بازه $[0, 1]$ پایین تر از نمودار تابع $y = x^2$ قرار دارد.</p> <p>ج) تابع $y = -x^3 + 2$ در دامنه اش نزولی است.</p> <p>د) دوره تناوب $y = \tan(x)$ برابر با $\frac{\pi}{4}$ است.</p>	
۳	<p>تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & x \leq 0 \\ 1 - x^2 & x > 0 \end{cases}$ را در نظر بگیرید. مطلوبست.</p> <p>الف) رسم تابع f</p> <p>ب) محاسبه $f(f(f(f(0))))$</p> <p>ج) بررسی معکوس پذیری با ذکر علت.</p> <p>د) آیا تابع f در $x=0$ دارای حد است؟ چرا؟</p>	
۴	<p>اگر $f(x) = \sqrt{4 - 2x}$ و $g(x) = x^2 + 2x - 1$</p> <p>الف) دامنه $g \circ f$ را با استفاده از تعریف به دست آورید.</p> <p>ب) حاصل $f(g(2)) - \frac{f}{g}(0)$</p> <p>ج) ضابطه $g \circ f$ را بیابید.</p>	
۵	معادله مثلثاتی $\sin(\Delta x) = \sin(3x)$ را حل کنید.	
۶	ضابطه تابعی به صورت $y = a \sin(bx) + c$ را بیابید که دوره تناوب آن π و مقدار ماکزیمم آن ۵ و مقدار مینیمم آن -۹ باشد.	
۷	مقدار $\sin(22/5)$ و $\cos(15)$ را محاسبه کنید.	
۸	مقدار a و b را طوری محاسبه کنید که چند جمله ای $x^3 + ax^2 + bx + 1$ بر $x-2$ و $x+1$ بخشپذیر باشد.	

	تابع $f(x) = \frac{ax^r - bx^r}{x^r - 2x^r + 2}$ را در نظر بگیرید. اگر $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 5$ و $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -5$ باشد آنگاه حاصل $f(2)$ را بیابید.	۹
	<p>حدود زیر را محاسبه کنید:</p> $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{[x] - 3}{x - 3}$ $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{\sqrt{x+1} - 2}$ $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^r + x}{x}$ $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-3x^y + 5x^r}{2x^r - 8x^y}$	۱۰

جمع بارم : ۲۰ نمره



ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضاء مدیر
۱	الف) ب) $x \neq (2k - 1)\frac{\pi}{2}$	$g^{-1} \circ f^{-1}(7) = g^{-1}(f^{-1}(7)) = g^{-1}(27) = 3$
۲	الف) ص ج) ص د) غ، $T = \pi$	 <p>ب) ص، زیرا مقدار تابع در فاصله $[0, 1]$ با به توان رساندن کم می شود.</p> 
۳	الف) ب)	 <p>ج) هر خط افقی مانند محور X ها نمودار را در بیش از یک نقطه قطع می کند. پس یک به یک نتیجه معکوس پذیر نیست. د) حد راست تابع در نقطه ۰ برابر با ۱ و حد چپ آن برابر با -۱ است. پس تابع حد ندارد.</p>
۴	الف) ب) ج)	$D_f: x \leq 2; D_g = R$ $D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \{x \leq 2 \mid \sqrt{4 - 2x} \in R\} = \{x \mid x \leq 2\}$ $g(f(2)) - \frac{f(0)}{g(0)} = -1 + 2 = 1$ $g(f(x)) = g(\sqrt{4 - 2x}) = (\sqrt{4 - 2x})^2 + 2(\sqrt{4 - 2x}) - 1 = 2\sqrt{4 - 2x} - 2x + 3$
۵		$\sin(5x) = \sin(3x) \rightarrow \begin{cases} 5x = 2k\pi + 3x \\ 5x = (2k - 1)\pi - 3x \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{8} \end{cases}$

$T = \frac{2\pi}{ b } \rightarrow \pi = \frac{2\pi}{ b } \rightarrow b = 2 \rightarrow b = \pm 2$ $\begin{cases} \min = c - a = -9 \\ \max = c + a = 5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} c = -2 \\ b = \pm 2 \\ a = 7 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = 7\sin(2x) - 2 \\ y = -7\sin(2x) - 2 \end{cases}$	۶
$\cos(2x) = 1 - 2\sin^2(x) \xrightarrow{x=22.5} \cos(45) = 1 - 2\sin^2(22.5) \rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = 1 - \sin^2(22.5) \rightarrow \sin(22.5) = \frac{\sqrt{2 + \sqrt{2}}}{2}$ $\cos(2x) = 2\cos^2(x) - 1 \xrightarrow{x=15} \cos(30) = 2\cos^2(15) - 1 \rightarrow \cos(15) = \frac{\sqrt{2 + \sqrt{3}}}{2}$	۷
$p(x) = x^3 + ax^2 + bx + 1$ $\begin{aligned} x + 1 = 0 \rightarrow x = -1 \rightarrow p(-1) = 0 \rightarrow -1 + a - b + 1 = 0 \\ x - 2 = 0 \rightarrow x = 2 \rightarrow p(2) = 0 \rightarrow 8 + 4a + 2b + 1 = 0 \rightarrow a = b = -\frac{3}{2} \end{aligned}$	۸
$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 5 \rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^3 - bx^2}{x^3 - 3x^2 + 2} = 5 \rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^3}{x^3} = 5 \rightarrow a = 5$ $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -5 \rightarrow a - b = 0 \rightarrow a = b = 5$ $f(x) = \frac{5x^3 - 5x^2}{x^3 - 3x^2 + 2} \rightarrow f(2) = \frac{20}{-2} = -10$	۹
$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{[x] - 3}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{[3^+] - 3}{3^+ - 3} = \frac{0 \text{ مطلق}}{0 \text{ حدی}} = 0$ $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{\sqrt{x+1} - 2} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x+3)}{\sqrt{x+1} - 2} \times \frac{\sqrt{x+1} + 2}{\sqrt{x+1} + 2} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x+3)(\sqrt{x+1} + 2)}{x-3} = 24$ $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^2 + x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x(x+1)}{x} = 1$ $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-3x^7 + 5x^2}{2x^3 - 8x^7} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-3x^7}{-8x^7} = \frac{3}{8}$	۱۰
امضاء:	نام و نام خانوادگی مصحح:
جمع بارم : ۲۰ نمره	