

نام و نام خانوادگی: .....  
 مقطع و رشته: دوازدهم ریاضی  
 نام پدر: .....  
 شماره داوطلب: .....  
 تعداد صفحه سؤال: ۲ صفحه

جمهوری اسلامی ایران  
 اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران  
 اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۲ تهران  
 دبیرستان غیردولتی پسرانه سرای دانش واحد سعادت آباد  
 آزمون پایان ترم نوبت اول سال تحصیلی ۱۳۹۹-۰۰

نام درس: حسابان ۲  
 نام دبیر: سید وحید امیرکیانی  
 تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۱۰/۰۹  
 ساعت امتحان: ۸:۰۰ صبح / عصر  
 مدت امتحان: ۹۰ دقیقه

محل مهر و امضا: مدیر	نمره به عدد:	نمره به حروف:
	نام دبیر:	تاریخ و امضا:

نمره	سؤالات	نوع										
۱,۵	<p>اگر نمودار مقابل یک تابع باشد <math>a</math> و <math>b</math> را به دست آورید.</p>	۱										
۱,۷۵	<p>جاهای خالی را پر کنید.</p> <p>الف) نمودار</p> <p>تابع ..... زیرا .....          تابع ..... زیرا .....          ب) ضابطه <math>y^2 - y = x</math> تابع ..... زیرا .....          ج) جدول تابع</p> <table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>۱</td> <td>۲</td> <td>۵</td> <td>۲</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>۳</td> <td>۴</td> <td>۴</td> <td>۵</td> </tr> </table> <p>زیرا .....          د) اگر تابع <math>f(x) = [x + 2]</math> باشد حاصل <math>f(\sqrt{5} - 2)</math> برابر است با .....</p>	x	۱	۲	۵	۲	y	۳	۴	۴	۵	۲
x	۱	۲	۵	۲								
y	۳	۴	۴	۵								
۱	<p>مقادیر <math>a</math> و <math>b</math> را چنان بیابید که مجموعه ی <math>g = \{(-1, b+3), (7, 1), (-1, 4-a), (7, a)\}</math> یک تابع باشد.</p>	۳										
۲	<p>اگر تابع <math>f(x) = \frac{2ax^3 - 4bx^2}{3x^2 + 2x}</math> یک تابع همانی باشد <math>(a, b)</math> را به دست آورید.</p>	۴										

۲	<p>دو تابع <math>f(x) = \frac{x-1}{x}</math> و <math>g(x) = \sqrt{x-1}</math> داده شده اند.</p> <p>الف) دامنه تابع <math>f \circ g</math> را با استفاده از تعریف محاسبه کنید.</p> <p>ب) ضابطه تابع <math>f \circ g</math> را تشکیل دهید.</p> <p>ج) حاصل عبارت <math>(\frac{f}{g})(5)</math> را محاسبه کنید.</p>	۵
۱.۲۵	<p>آیا توابع روبه‌رو با هم مساویند؟ چرا؟</p> $f(x) = \sqrt{x} \times \sqrt{x-2} \quad g(x) = \sqrt{x(x-2)}$	۶
۲	<p>اگر <math>f = \{(0,2), (1,-1), (3,-\frac{1}{4}), (-2,3), (-1,0)\}</math> و <math>g = \{(2,\sqrt{2}), (-1,2), (\frac{1}{4},3), (1,-\frac{3}{4})\}</math> باشند.</p> <p>الف) تابع <math>2f - g</math> را به صورت مجموعه‌ای از زوج‌های مرتب بنویسید.</p> <p>ب) تابع <math>g \circ f</math> را به دست آورید.</p> <p>ج) مقدار <math>(\frac{f}{g})(1)</math> را محاسبه کنید.</p>	۷
۱.۵	<p>در تابع خطی <math>f(x) = ax + b</math>، مقادیر <math>a</math> و <math>b</math> را طوری تعیین کنید که نمودار تابع، محور عرض‌ها را در نقطه‌ای به عرض ۳ قطع کند و از نقطه‌ی <math>(-4,6)</math> بگذرد.</p>	۸
۲	<p>اگر <math>f(x) = x + a</math>، <math>g(x) = x^2 + bx</math> باشد، <math>a</math> و <math>b</math> را طوری تعیین کنید که داشته باشیم:</p> $(f \circ g)(x) = x^2 + 4x + 1$	۹
۲	<p>توابع <math>f</math> و <math>g</math> با ضابطه‌های <math>f(x) = 3x + 2</math> و <math>g(x) = x^2 + 1</math> مفروض‌اند. مقدار <math>x</math> را چنان بیابید که داشته باشیم:</p> $(f \circ g)(x) = 80$	۱۰
۱.۵	<p>وارون‌پذیری تابع زیر را بررسی کنید و در صورت وارون‌پذیر بودن تابع، ضابطه‌ی وارون آن را به دست آورید.</p> $f(x) = \sqrt{x+3} - 5$	۱۱
۱.۵	<p>تابع <math>f(x) = \begin{cases} 2x+1 &amp; x \geq 1 \\ x^2 &amp; x &lt; 1 \end{cases}</math> را در نظر بگیرید.</p> <p>الف) نمودار تابع <math>f</math> را رسم کنید.</p> <p>ب) حاصل <math>f(f(-1))</math> را به دست آورید.</p>	۱۲



اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران  
اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۲ تهران  
دبیرستان غیر دولتی پسرانه سرای دانش واحد سعادت آباد

کلید سؤالات نوبت اول سال تمصیلی ۱۳۹۹-۰۰

نام درس: حسابان ۲

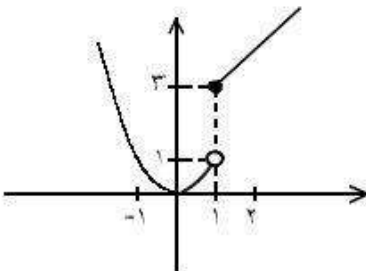
نام دبیر: سید وحید امیرکیانی

تاریخ امتحان: ۰۹ / ۱۰ / ۱۳۹۹

ساعت امتحان: ۰۸:۰۰ / صبح / عصر

مدت امتحان: ۷۰ دقیقه

ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضاء مدیر										
۱	$2a + 7b = 1$ $3a + 2b = -7$ <p>دستگاه فوق را حل می کنیم: <math>a = -3, b = 1</math></p>											
۲	<p>الف) تابع نیست زیرا عضو ۵ از مجموعه اول تعریف نشده است. ب) تابع نیست زیرا به ازای <math>x = 0</math> بیش از یک مقدار برای <math>y</math> وجود دارد. ج) تابع نیست زیرا برای <math>x = 2</math> دو مقدار ۴ و ۵ برای <math>y</math> وجود دارد. د) <math>f(\sqrt{5} - 2) = [\sqrt{5} - 2 + 2] = [\sqrt{5}] = 2</math></p>											
۳	$a = 1$ $b + 3 = 3 \Rightarrow b = 0$											
۴	$\frac{2ax^2 - 4bx^2}{2x^2 + 2x} = x \rightarrow 2ax^2 - 4bx^2 = 3x^2 + 2x^2 \rightarrow$ $2a = 3 \rightarrow a = 1.5$ $-4b = 2 \rightarrow b = -0.5$ <p>(۱.۵, -۰.۵)</p>											
۵	<p>الف) <math>D_f = \mathbb{R} - \{0\}</math> (۰/۲۵), <math>D_g = [1, +\infty)</math> (۰/۲۵)  <math>D_{f \circ g} = \{x \in D_f \mid g(x) \in D_f\}</math> (۰/۲۵) <math>\Rightarrow</math>  <math>D_{f \circ g} = \{x \in [1, +\infty) \mid \sqrt{x-1} \in \mathbb{R} - \{0\}\}</math> (۰/۲۵) <math>\Rightarrow D_{f \circ g} = (1, +\infty)</math> (۰/۲۵)</p> <p>ب) <math>(f \circ g)(x) = f(\sqrt{x-1}) = \frac{\sqrt{x-1}-1}{\sqrt{x-1}}</math> (۰/۵)</p> <p>ج) <math>\frac{f(5)}{g(5)} = \frac{2 \times \frac{4}{5}}{2} = \frac{4}{5}</math> (۰/۲۵) (۰/۲۵)</p>											
۶	<p>اشتراک</p> $f(x) = \sqrt{x} \times \sqrt{x-2} \Rightarrow D_f: \begin{cases} x \geq 0 \\ x-2 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow x \geq 2 \xrightarrow{\text{اشتراک}} D_f: x \geq 2 \Rightarrow [2, +\infty)$ $g(x) = \sqrt{x(x-2)} \Rightarrow D_g = x(x-2) \geq 0 \quad D_g = (-\infty, 0] \cup [2, +\infty)$ <p>چون <math>D_f \neq D_g</math> لذا دو تابع <math>f</math> و <math>g</math> با هم مساوی نیستند.</p> <p> <table style="display: inline-table; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 0 5px;">x</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 0 5px;">-∞</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 0 5px;">0</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 0 5px;">2</td> <td style="padding: 0 5px;">+∞</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 0 5px;">x(x-2) ≥ 0</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 0 5px;">+</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 0 5px;">-</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 0 5px;">-</td> <td style="padding: 0 5px;">+</td> </tr> </table> </p>	x	-∞	0	2	+∞	x(x-2) ≥ 0	+	-	-	+	
x	-∞	0	2	+∞								
x(x-2) ≥ 0	+	-	-	+								

<p>الف) <math>2f - g = \left\{ \left( 1, -\frac{2}{3} \right), (-1, -2) \right\}</math></p> <p>ب) <math>g \circ f = \left\{ \left( 0, \sqrt{2} \right), (1, 2) \right\}</math></p> <p>ج) <math>\left( \frac{f}{g} \right)(1) = -\frac{2}{3}</math></p>	۷
<p><math>(0, 2) \rightarrow 2 = a \times 0 + b \rightarrow b = 2</math>      <math>6 = -2a + 2 \rightarrow a = -\frac{2}{4}</math></p>	۸
<p><math>(f \circ g)(x) = x^2 + bx + a</math></p> <p><math>x^2 + bx + a = x^2 + 4x + 1 \Rightarrow a = 1, b = 4</math></p>	۹
<p><math>f(x) = 3x + 2</math>      <math>(f \circ g)(x) = 3(x^2 + 1) + 2 = 3x^2 + 5</math></p> <p><math>g(x) = x^2 + 1</math></p> <p><math>(f \circ g)(x) = 8 \Rightarrow 3x^2 + 5 = 8 \Rightarrow x^2 = 3 \Rightarrow x = \pm\sqrt{3}</math></p>	۱۰
<p><math>D_f = x \geq -3</math></p> <p><math>f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow \sqrt{x_1 + 3} - 5 = \sqrt{x_2 + 3} - 5 \Rightarrow \sqrt{x_1 + 3} = \sqrt{x_2 + 3} \Rightarrow x_1 = x_2</math>  یک به یک است (۰/۷۵)</p> <p><math>y = \sqrt{x + 3} - 5 \Rightarrow y + 5 = \sqrt{x + 3} \xrightarrow{y \geq -5} (y + 5)^2 = x + 3</math></p> <p><math>\Rightarrow (y + 5)^2 - 3 = x, y \geq -5 \Rightarrow f^{-1}(x) = (x + 3)^{1/2} - 5, x \geq -5</math> (۰/۷۵)</p>	۱۱
<div style="text-align: center;">  </div> <p><math>f(-1) = 1 \Rightarrow f(f(1)) = f(-1) = 3</math></p>	<p>رسم شفاهی</p> <p>رسم خط</p> <p>۱۲</p>
<p>امضاء:</p>	<p>نام و نام خانوادگی مصحح:</p> <p>جمع باره: ۲۰ نمره</p>